# МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

# ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МА

## 11 класс

ВАРИАНТ 6 ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2}\cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром $O$ вписана в трёхгранный угол с вершиной $S$ и касается его граней в точках $K$, $L$, $M$ (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол $KSO$ и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью $KLM$, если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой $SO$, равны 4 и 9.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра $a$, при которых система

$$\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12, \\ (|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках $A$ и $B$. На первой окружности выбрана точка $C$, а на второй – точка $D$. Оказалось, что точка $B$ лежит на отрезке $CD$, а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к $CD$, проходящем через точку $B$, выбрана точка $F$ так, что $BF = BD$ (точки $A$ и $F$ расположены по разные стороны от прямой $CD$). Найдите длину отрезка $CF$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника $ACF$.

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел $(x, y)$, удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geqslant 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)\,x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

$16875 = 625\cdot 27 = 5^4\cdot 3^3$

Таким образом, все 8-ми значные числа произведение цифр которых равно 16875 состоят из 4 пятерок, 3 троек и 1 единицы.

Единицу можно поставить на любое из 8 мест.

Из оставшихся 7 мест, три тройки можно расположить $C_7^3 = \frac{7!}{3!\cdot 4!} = \frac{5\cdot 6\cdot 7}{6} = 35$ способами, и тогда для каждого ~~и~~ способа расположения единицы и троек, ~~получи~~ соответствует 1 расположение пятёрок (осталось всего 5 мест в числе).

$8\cdot 35 = 280$

Ответ: 280.

№2.

$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2}\cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$

$2\cos 5x\cdot\cos x - \sqrt{2}\cos^2 5x + \sqrt{2}\sin^2 5x = 2\sin 5x\cdot\cos x$

$2\cos 5x\cdot\cos x - 2\sin 5x\cos x - \sqrt{2}(\cos 5x - \sin 5x)(\cos 5x + \sin 5x) = 0$

$2\cos x(\cos 5x - \sin 5x) - \sqrt{2}(\cos 5x - \sin 5x)(\cos 5x + \sin 5x) = 0$

$(\cos 5x - \sin 5x)(2\cos x - \sqrt{2}(\cos 5x + \sin 5x)) = 0$

$\cos 5x = \sin 5x$ или $\sqrt{2}\cos x - \cos 5x - \sin 5x = 0$

(рассмотрим позднее)

~~$\sqrt{2}\cos x - \cos 4x\cdot\cos x + \sin 4x\cdot\sin x - \sin 4x\cdot\cos x - \sin x\cdot\cos 4x = 0$~~

~~$\sqrt{2}\cos x - \cos^2 2x\cos x + \sin^2 2x\cos x + 2\sin 2x\cos 2x\sin x - 2\sin 2x\cos 2x\cos x$~~

~~$\sqrt{2}\cos x - \cos 4x(\cos x + \sin x) + \sin 4x(\sin x - \cos x) = 0$~~

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

~~$\sqrt{2}\cos x-(\cos^2 2x-\sin^2 2x)(\cos x+\sin x)+2\sin 2x\cos 2x(\sin x-\cos x)=0$~~

~~$\sqrt{2}\cos x-(\cos^4 x-2\sin^2 x\cos^2 x+\sin^4 x-2\sin^2 x\cos^2 x)(\cos x+\sin x)+(4\sin x\cos^3 x-4\sin^3 x\cos x)\cdot$~~

~~$\cdot(\sin x-\cos x)=0$~~

~~$\sqrt{2}\cos x-$~~

$\sqrt{2}\cos x-\cos(3x+2x)-\sin(3x+2x)=0$

~~$\sqrt{2}\cos x-(4\cos^3 x-3\cos x)(\cos^2 x-\sin^2 x$~~

$\sqrt{2}\cos x-\cos 3x\cos 2x+\sin 3x\sin 2x-\sin 3x\cos 2x-\cos 3x\cdot\sin 2x$

$\sqrt{2}\cos x-(4\cos^3 x-3\cos x)(\cos^2 x-\sin^2 x+2\sin x\cos x)+(3\sin x-4\sin^3 x)(2\sin x\cos x-\cos^2 x+$

$+\sin^2 x)=0$

$\sqrt{2}\cos x-4\cos^5 x-4\cos^3 x\sin^2 x+8\sin x\cos^4 x-3\cos^3 x+3\cos x\sin^2 x-6\sin x\cos^2 x+$

$+6\sin^2 x\cos x-3\sin x\cos^2 x+3\sin^3 x-8\sin^4 x\cos x+4\sin^3 x\cos^2 x+4\sin^5 x=0$

$\sqrt{2}\cos x-4(\cos^5 x-\sin^5 x)-4\cos^2 x\sin^2 x(\cos x-\sin x)+8\sin x\cos x(\cos^3 x-\sin^3 x)-$

$-(\cos^3 x-\sin^3 x)+9\cos x\sin x(\sin x+\cos x)=0$

$\sqrt{2}\cos x-4(\cos^5 x-\sin^5 x)+(\cos^3 x-\sin^3 x)(8\sin x\cos x-7)-(\cos x-\sin x)(4\cos^2 x\sin^2 x+$

$+9\cos x\sin x)=0$

$\sqrt{2}\cos x-4(\cos x-\sin x)(\cos^4 x+\cos^3 x\sin x+\cos^2 x\sin^2 x+\cos x\sin^3 x+\sin^4 x)+(\cos x-\sin x)\cdot$

$\cdot(\cos^2 x+\cos x\sin x+\sin^2 x)(8\sin x\cos x-7)-(\cos x-\sin x)(4\cos^2 x+\sin^2 x+9\cos x\sin x)=0$

$\sqrt{2}\cos x-(\cos x-\sin x)(4\cos^4 x+4\cos^3 x$

$\cos 5x=\sin 5x$, проверим $\sin 5x=0$, тогда $\cos 5x\neq 0$, а зн. исходное уравнение не ~~обращается в~~ имеет решения

$\operatorname{tg} 5x=1$

$5x=\frac{\pi}{4}+\pi k$

$x=\frac{\pi}{20}+\frac{\pi}{5}k$

Ответ: $x=\frac{\pi}{20}+\frac{\pi}{5}k$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 \end{cases}; \begin{cases} \lg y \cdot 2 \cdot \lg \frac{x^2}{y} = \lg(-xy) \cdot \lg(-x) \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 \end{cases}$$

$2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0$, решим относительно $y$

$2y^2 - y(x+8) - x^2 - 4x = 0$

$D = (x+8)^2 + 8(x^2+4x) = x^2 + 16x + 64 + 8x^2 + 32x = 9x^2 + 48x + 64 = (3x+8)^2$

$$y = \frac{x+8 \pm |3x+8|}{4} = \frac{x+8 \pm (3x+8)}{4}$$

$$\left[\begin{aligned} y_1 &= x+4 \\ y_2 &= -\frac{1}{2}x \end{aligned}\right.$$

Рассмотрим 2 случая.

I) $y = x+4$. Тогда на ОДЗ $\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} \Leftrightarrow$

$2 \cdot \lg(x+4) \cdot \lg \frac{x^2}{x+4} = \lg(-x^2-4x) \lg(-x)$

$2\lg(x+4)(\lg x^2 - \lg(x+4)) = (\lg(-x) + \lg(x+4)) \cdot \lg(-x)$

~~$2\lg^2(x+4) - 2\lg(x+4) \cdot \lg x^2$~~

$2\lg(x+4) \cdot \lg x^2 - 2\lg^2(x+4) = \lg^2(-x) + \lg(x+4) \lg(-x)$

т.к. $x<0$

$2\lg(x+4) \cdot 2\lg(-x) - 2\lg^2(x+4) - \lg^2(-x) - \lg(x+4) \cdot \lg(-x) = 0$

$\lg(x+4) = u \quad \lg(-x) = v$

$4uv - 2u^2 - v^2 - uv = 0$

$3uv - 2u^2 - v^2 = 0$

$-(u^2 - 2uv + v^2) - u^2 + uv = 0$

$-(u-v)^2 - u(u-v) = 0$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

$-(u-v)(1+u)=0$

$\left[\begin{array}{l} u=v \\ u=-1 \end{array}\right.$; $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} \lg(-x)=\lg(x+4) \\ \lg(x+4)=-1 \end{array}\right. \\ x<0 \end{cases}$; $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} -x=x+4 \\ x+4=-0{,}1 \end{array}\right. \\ x<0 \end{cases}$, но $y=x+4$, а $y>0$.

Решений нет

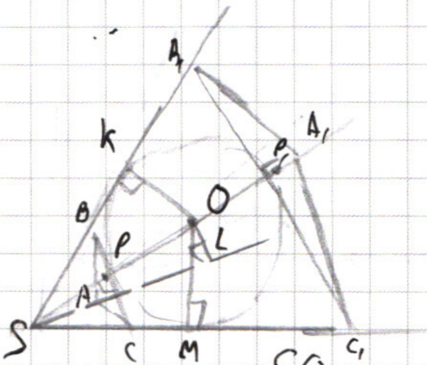
II) $y=-\frac{1}{2}x$, тогда

$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} \lg(-x)=\lg(-\frac{1}{2}x) \\ \lg(-\frac{1}{2}x)=-1 \end{array}\right. \\ x<0 \end{cases}$; $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} -x=-\frac{1}{2}x \\ -\frac{1}{2}x=0{,}1 \end{array}\right. \\ x<0 \end{cases}$; $\Leftrightarrow x=-0{,}2$, тогда $y=0{,}1$

$(-0{,}2;\ 0{,}1)$

Ответ: $(-0{,}2;\ 0{,}1)$

№4




Дано: сфера вписана в трёхгранный угол; K, L, M – т. касания.

$S_{\text{сечений}}$ 4 и 9

Найти: $\angle KSO$, $S_{\text{сечен. нач}}$

Решение

SO проходит через точку касания ABC с окр-тью и $A_1B_1C_1$ с окр-тью (где A, B, C и $A_1B_1C_1$ образуют данные сечения трёхгранного угла) (т.к $SO \perp ABC$ и $SO \perp A_1B_1C_1$, и отрезок из O в т. кас $\perp$ пл-ти).

$SK=SM=SL$ (кас. из 1-точки).

$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$, $k=\sqrt{\frac{4}{9}}=\frac{2}{3}$

P – т. кас. окр-ти с ABC, $P_1$ – с $A_1B_1C_1$

P и $P_1$ принадлежат прямой SO.

$\frac{SP}{SP_1}=\frac{SC}{SC_1}=\frac{AB}{A_1B_1}=\frac{2}{3}$, $\frac{x}{x+2R}=\frac{2}{3}$ ($x=SP$)

$3x=2x+4R$

$x=4R$

тогда $SO=5R$, а

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sin KSO = \frac{R}{5R} = \frac{KO}{SO} = \frac{1}{5}$, тогда $\angle KSO = \arcsin\frac{1}{5}$

~~$\frac{S_{KLM}}{S_{BAC}}$ $S_{KLM}$ $S_{BAC}$~~ $\Delta KLM \sim \Delta BAC \sim \Delta B_1A_1C_1$ ($K, L, M$ – т. кас., а таким образом $SO \perp KLM$, но $SO \perp ABC$ и $A_1B_1C_1$, а т.к. все эти пл-ти – сечения одного трёхгранного угла, то эти сечения подобны).

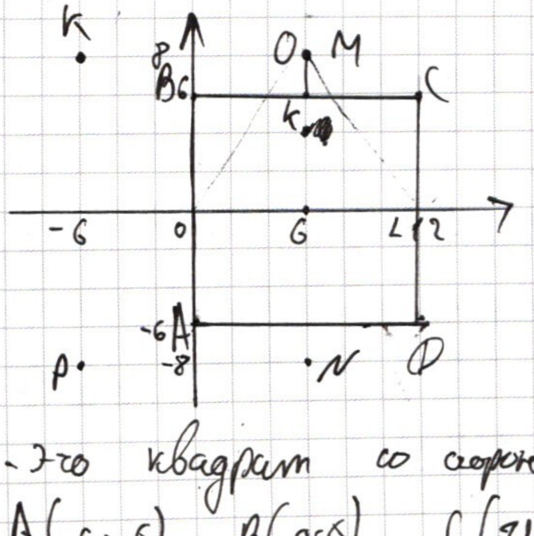
Тогда $\frac{S_{KLM}}{S_{BAC}} = \left(\frac{SO}{SP}\right)^2 = \left(\frac{5R}{4R}\right)^2 = \frac{25}{16}$, $S_{KLM} = \frac{25}{4} = 6,25$

Ответ: $\angle KSO = \arcsin\frac{1}{5}$; $S_{KLM} = 6,25$

№ 5.

$$\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12 \\ (|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a \end{cases}$$

~~График ф-ии $|x-6-y|+|x-6+y|=12$, - это квадрат со стороной 12, его вершины лежат в т. $A(0;-6)$ $B(0;6)$ $C(12;6)$ $D(12;-6)$~~




~~График ф-ии $(|x|-6)^2+(|y|-8)^2=a$ Представляет собой четверть окружности (правую верхнюю) с центром в т. $O(6;8)$ и $r=\sqrt{a}$~~

График ф-ии $|x-6-y|+|x-6+y|=12$ - это квадрат со стороной 6 и вершинами в точках $A(0;-6)$ $B(0;6)$ $C(12;6)$ $D(12;-6)$

График ф-ии $(|x|-6)^2+(|y|-8)^2=a$ представляет собой 4 окр-ти, все отзеркаленные по всем четвертям коорд.

мл-ти, но не заходящие на чужую четверти, по сути, что 4 окр-ти ~~В~~ с центрами в $M(6;8)$ $N(6;-8)$ $D(-6;-8)$ $K(-6;8)$ и радиусами $\sqrt{a}$, не выходящие за пределы соответственной четверти.

Если окр-ть ~~пересек~~ с центром в $M$ пересекает ~~квадрат~~ какую-нибудь из сторон квадрата, то неравенство будет иметь больше 2 решений, т.к $M$ находится на сер. пер. к $BC$ и $AD$, а значит при наличии одного пересеч. будет давать ещё одно (в силу симметрии), а 3-ее и четвёртое (~~[illegible]~~) добавятся окр-тью с ц. в точке $N$ ~~[illegible]~~.

Тогда единственными вариантами будут касание окр-ти в т. $M$ с $BC$, и совпадение ~~образующихся~~ точек ~~из-за~~ пересеч. окр-ти с центром в $M$ и $N$, т.е. когда ~~[illegible]~~ $ML$ - радиус ($L$ - сер. $CD$).

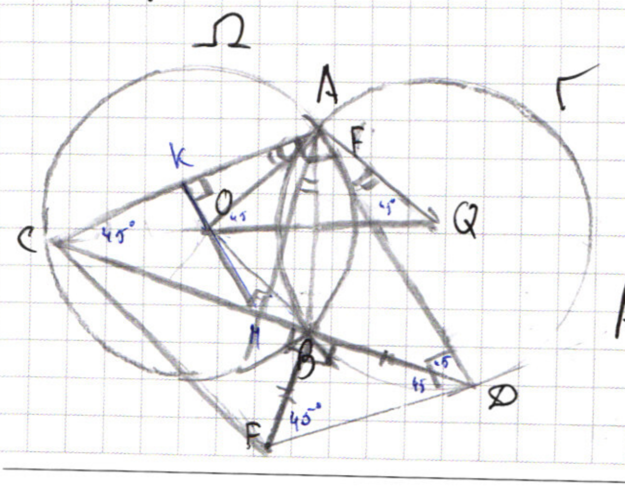
1) Окр-ти касаются, $MK$ - радиус, $MK=2$, $\sqrt{a}=2$, $a=4$
сер-вх

2) $ML$ - радиус.

$$ML=\sqrt{8^2+6^2}=10=\sqrt{a},\quad a=100$$

Ответ: $a=4$; $a=100$

№ 6.




Дано: 2 окр-ти; $R_1=R_2=R=17$, пересекаются в $A$ и $B$, $B\in CD$, $\angle CAD=90°$, $FB\perp CD$, $FB=BD$

Найти: $CF$

Решение

$O$ - центр окр-ти $\Omega$,
$Q$ - центр. окр-ти $\Gamma$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

МФТИ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$2y^2-xy+x^2-4x-8y=0$

$2y^2-y(x+8)-x^2-4x=0$

$D=(x+8)^2+8(x^2+4x)=x^2+16x+64+8x^2+32x=9x^2+48x+64=(3x+8)^2$

$|x-6-y|+|x-6+y|=12$ $\quad -(u^2-2uv+v^2)-4^2uv$

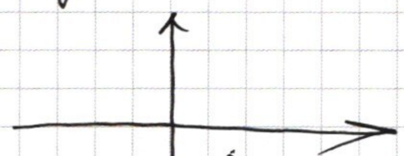
$-(u+v)^2-4(u+v)$

↓

квадрат

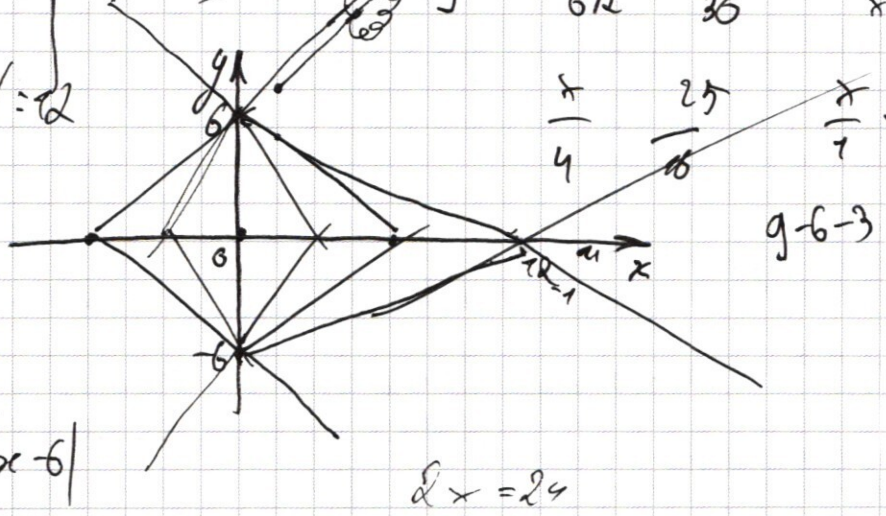
$5 \quad \frac{4R}{6R} \quad \left(\frac{3}{3}\right)^2 \quad \frac{6}{5}=\frac{36}{25}$

$\frac{9}{9} \quad \frac{5R}{6R} \quad \frac{25}{36} \quad \frac{9^2}{x}-\frac{64}{25}$



$|-6-y|+|-6+y|=12$

$\frac{x}{4} \quad \frac{25}{16} \quad \frac{x}{1}:\frac{25}{4}$




$9-6-3+9-6+3$

$x-6-y$

$|x-\;|+|x-6|$

$1-6-7$

$-12$

$1-6-5$

$10+|1-6-6|$

$2x=24$

$x=12$

$|x-6|+|x-$

$2|x-6|6$

$x=12$

$x=0$

$14-7+ \quad 8-1$

Т.к. эти окр-ти равны, то при пересечении они образуют равные дуги, т.е. дуга $AB$ окр-ти $\Omega$ и дуга $AB$ окр-ти $\Gamma$ равны.., тогд $\angle A\Phi B = \angle ACB = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$.

$\angle BF\Phi = \angle B\Phi F = 45^\circ$ (т.к. $FB \perp C\Phi$), тогда $\angle A\Phi F = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ$,

$AB \perp OQ$ (линия центров и линия пересечения)., причём,

$OA = OQ$, $\triangle OAQ$ прямоуг. р/б., $\triangle CA\Phi$ гомотетичен $\triangle OAQ$,

$\angle CAO = \angle \Phi AQ$ (вращение трка вокруг $A$).

$CA \parallel F\Phi$ ($F\Phi \perp A\Phi$ и $CA \perp F\Phi$).

$\triangle COA = \triangle \Phi QA$ (по 3-ём сторонам).

$OQ = AO : \sin 45^\circ = \frac{13\sqrt{2}}{2} = 13\sqrt{2} = AB$

$\angle CAO = \angle HAB = \angle \Phi AQ$ (угол между ..., где $HA$ - высота)

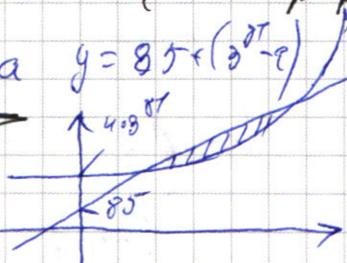
$OK$ - высота на $AC$., тогда $\frac{OA}{AB} = \frac{AK}{AH}$ $\frac{13}{13\sqrt{2}} = \frac{AK}{AH} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$H, O, K$ лежат на одной прямой, $CH = AH$,

Ответ: $CF = 13\sqrt{2}$

№ 7.

$\begin{cases} y \geq 3^x + 4\cdot 3^{81} \text{ - решение всё, что выше графика } y = 3^x + 4\cdot 3^{81} \text{ (включ. граф.)} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \text{ - решение, всё что ниже графика } y = 85 + (3^{81} - 1) \text{ (не включая)} \end{cases}$




тогда решением системы будет множество точек лежащих выше графика прямой, но ниже показательной ф-ии, на промежутке $(A; B)$, где $A$ и $B$ - т. пересеч. графиков

$3^x + 4\cdot 3^{81} = 85 + (3^{81} - 1)x$

$3^x + 4\cdot 3^{81} - 3^{81}x + x - 85 = 0$

$3^x - 81 - (4 - x) + 3^{81}(4 - x) = 0$

$3^x - 3^4 + (4 - x)(3^{81} - 1) = 0$

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$2\cos x - \sqrt{2}\cos 5x - \sqrt{2}\sin 5x$

$2\cos x - \sqrt{2}$

$\sqrt{2}\cos x - \cos 3x \cdot \cos 2x + \sin 3x \cdot \sin 2x - \sin 3x \cos 2x - \cos 3x \cdot \sin 2x$

$\sqrt{2}\cos x - \cos 3x(\cos 2x + \sin 2x) + \sin 3x(\sin 2x - \cos 2x) = 0$

$\sqrt{2}\cos x - (4\cos^3 x - 3\cos x)(\cos^2 x - \sin^2 x + 2\sin x\cos x) + (3\sin x - 4\sin^3 x)(2\sin x\cos x - \cos^2 x + \sin^2 x)$

$\sqrt{2}\cos x - 4\cos^5 x - 4\cos^3 x\sin^2 x + 8\sin x\cos^4 x - 3\cos^3 x + 3\cos x\sin^2 x - 6\sin x\cos^2 x + 6\sin^2 x\cos x - 3\sin x\cos^2 x + 3\sin^3 x - 8\sin^4 x\cos x + 4\sin^3 x\cos^2 x + 4\sin^5 x$

$\sqrt{2}\cos x - 4(\cos^5 x - \sin^5 x) - 4\cos^2 x\sin^2 x(\cos x - \sin x) + 8\sin x\cos x(\cos^3 x - \sin^3 x) - (\cos^3 x - \sin^3 x) + 3\cos x\sin x(\sin x - \cos x)$ ~~[illegible]~~ $3\sin x\cos x(\cos x$

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 \end{cases}$$

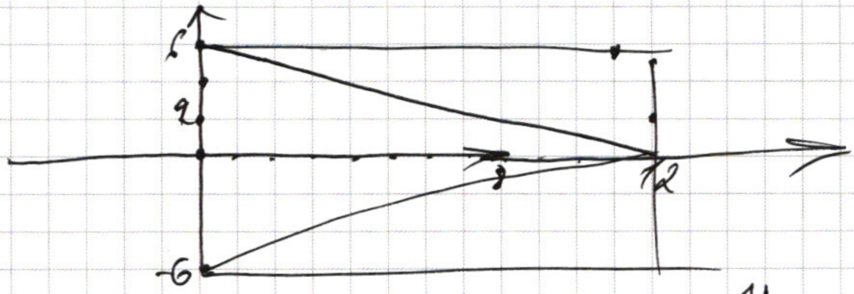
$\lg y \cdot 2\lg\frac{x^2}{y} = \lg(-x)\cdot\lg(-xy)$

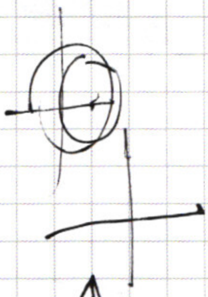
$y > 0,\ x < 0$

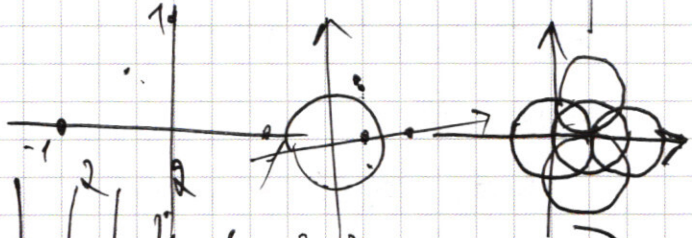
$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} \\ y(1-x) - (x+2) \end{cases}$$

$y^2 + y^2 - xy - (x^2 + 4x + 4) - 8y + 12 - 16 \ (+4)$

$y(y-x) - (x+2)^2 + (y-4)^2 - 12 = 0$



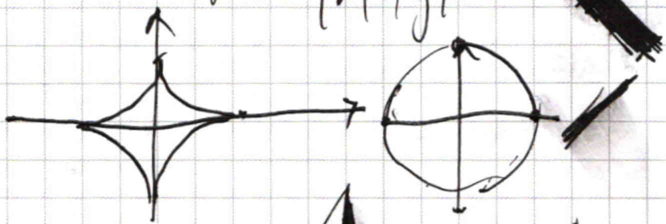


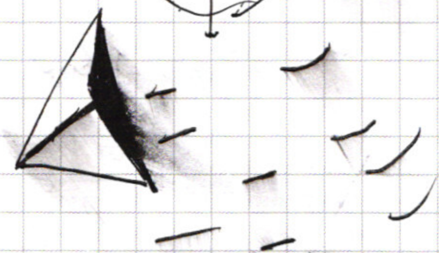

$|x|^2+|y|^2=1$ $x^2+y^2=1$

$(x-1)^2+(y-1)^2=1$

$(-x+1)^2+(-y+1)^2$

$|x|^2+|y|^2=1$





$(x+1)^2+(-y+1)^2=$

$(x-1)^2+(-y-1)^2$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

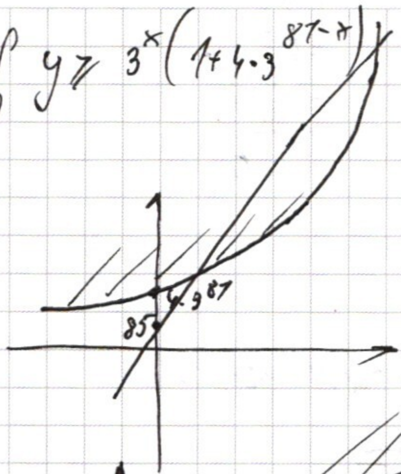
# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4\cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81}-1)x \end{cases} \qquad \begin{cases} y \geq 3^x(1+4\cdot 3^{81-x}) \end{cases}$$

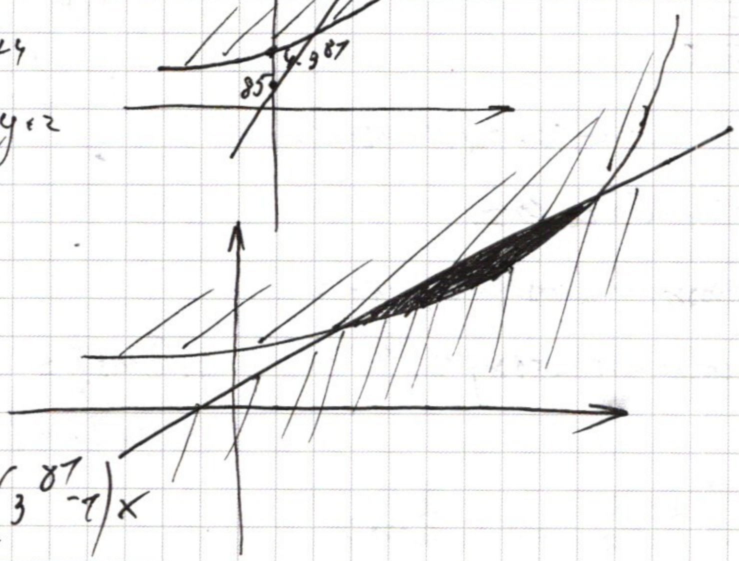
$$85 + (3^{81}-1) < y \leq 3^x + 4\cdot 3^{81}$$

$2 < y < 4$

$4 < y < 2$




$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4\cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81}-1)x \end{cases}$$



$$3^x + 4\cdot 3^{81} = 85 + (3^{81}-1)x$$

$$3^x + 4\cdot 3^{81} - 3^{81}x + x - 85 = 0$$

$$3^x + 3^{81}(4-x) + x - 85 = 0$$

$$3^x - 81 - 4 + x + 3^{81}(4-x) = 0$$

$$3^x - 81 - (4-x) + 3^{81}(4-x) = 0$$

$$3^x - 81 + (4-x)(3^{81}-1) = 0$$

$$3^x - 3^4 + (4-x)(3^{81}-1) = 0$$

$$3^x(1-3^{4-x}) + (4-x)(3^{81}-1) = 0$$

$$3^x - 3^{81}(x-4) + x - 4 - 81 = 0$$

$$3^x + (x-4)(1-3^{81}) - 81 = 0$$

$$3^4(3^{x-4}-1) + (x-4)(1-3^{81}) = 0$$

$$3^4(x^4-1) + 4(1-3^{81}) = 0$$

Если

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

№1

$16875 = 625 \cdot 27 = 5^4 \cdot 3^3$

$16875 \,|\, 25$, $150$, $187$, $175$, $125$ — $675$

$16875 \,|\, 125$, $125$, $437$, $375$, $625$, $625$, $0$ — $135$

$16875 \,|\, 625$, $1250$, $4375$, $4375$, $0$ — $27$

$625 \cdot 27 = 4375 + 1250 = 16875$

$35 \cdot 8 = 280$

$8 \cdot C_7^5 = \frac{8 \cdot 6 \cdot 7}{2} = 8 \cdot 35$

$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$

$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10 =$

$2 \cos 5x \cos x - \sqrt{2} \cos^2 5x + \sin^2 5x =$

$= \cos 5x (2\cos x - \sqrt{2} \cos 5x) + \sin^2 5x$

$\sin \frac{\pi}{2} + \cos \frac{\pi}{2} =$

$2 \sin \frac{\pi}{2} \cdot \cos \frac{\pi}{2}$

$\frac{4!}{2!\,2!}$ $\quad \frac{3 \cdot 4}{2} = 6$

$\underbrace{\sin \frac{\pi}{2} + \sin \frac{\pi}{2}}_{1+1=2} = 2 \sin \frac{\pi}{2} \cdot \cos 0$

$2\cos 5x \cdot \cos x - 2 \sin 5x \cos x - \sqrt{2} (\cos^2 5x - \sin^2 5x) = 0$

$2 \cos x (\cos 5x - \sin 5x) - \sqrt{2} (\cos 5x - \sin 5x)(\cos 5x + \sin 5x) = 0$

$(\cos 5x - \sin 5x)(2\cos x - \sqrt{2}(\cos 5x + \sin 5x)) = 0$

$\cos 5x = \sin 5x$

$\cos 5x + \cos(\frac{\pi}{2} - 5x) =$

$2\cos(\frac{\pi}{4}) \cos \cos \frac{\cos}{4}$

$\cos^2 3x \quad -1 \leq \quad \leq \sqrt{2}$

$2\cos x - \sqrt{2} \cos 5x - \sqrt{2} \sin 5x = 0$

$2\cos x - \sqrt{2} \cos 4x \cdot \cos x + \sqrt{2} \sin 4x \cdot \sin x$

$\sqrt{2} \cos x - \cos 5x - \sin 5x = 0$

$\sqrt{2} \cos x - \cos 4x \cdot \cos x + \sin 4x \cdot \sin x - \sin 4x \cos x - \cos 4x \sin x$

$\sqrt{2} \cos x - \cos x (\sin 4x + \cos 4x) + \sin x (\sin 4x - \cos 4x)$

$\sqrt{2} \cos x - \cos^2 2x \cdot \cos x + \sin^2 2x \cos x$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)