

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 6

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K , L , M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 4 и 9.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12, \\ (|x| - 6)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

Число 16845 может быть представлено, так $16845 = 5^4 \cdot 3^3$ по основной теореме арифметики.

П.е могут быть цифры 1, 3, 5, 9.

Тогда в числе обязательно четыре цифры „5”

и Остаток раскидать произведение 24.

1) три цифры „3”

2) одна „9” и одна „3”

Всего 8 цифр.

1) четыре „5”, три „3”, одна „1”

2) четыре „5”, две „1” и по одной „3” и „9”

Тогда для каждого случая это число перестановок всех цифр. дается на число перестановок одного вида цифр, т.к они. между собой неразличимы.

$$\text{т.е. всего: } \frac{8!}{4! \cdot 3! \cdot 1!} + \frac{8!}{4! \cdot 2! \cdot 1!} = \frac{5648}{6} + \frac{5 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 8}{2} = 54 \cdot 8 \cdot 4 = 1120$$

Ответ: 1120

№2.

$$\cos 4x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 4x + \sin 3x$$

$$2 \cdot \cos \frac{4x+3x}{2} \cdot \cos \frac{4x-3x}{2} - \sqrt{2} \cos 10x = 2 \cdot \sin \frac{4x+3x}{2} \cdot \cos \frac{4x-3x}{2}$$

$$2 \cdot \cos 5x \cdot \cos 2x - \sqrt{2} (\cos^2 5x - \sin^2 5x) = 2 \cdot \sin 5x \cdot \cos 2x$$

$$(\cos 5x - \sin 5x) (2 \cos 2x - \sqrt{2} (\sin 5x + \cos 5x)) = 0$$

$$\begin{cases} \cos 5x = \sin 5x \\ \cos 2x = \cos (5x - \frac{\pi}{4}) \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \operatorname{tg} 5x = 1 \\ \cos \left(\frac{2x+5x-\frac{\pi}{4}}{2} \right) = 0 \\ \cos \left(\frac{2x-5x+\frac{\pi}{4}}{2} \right) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = \frac{\pi}{4} + \pi n \\ \frac{2x+5x-\frac{\pi}{4}}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi n \\ \frac{5x-2x-\frac{\pi}{4}}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi n \end{cases} n \in \mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi n}{5} \\ x = \frac{5\pi}{28} + \frac{2\pi n}{4} \\ x = \frac{5\pi}{12} + \frac{2\pi n}{3} \end{cases} n \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ответ: } \begin{cases} x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi n}{5} \\ x = \frac{5\pi}{28} + \frac{2\pi n}{4} \\ x = \frac{5\pi}{12} + \frac{2\pi n}{3} \end{cases} n \in \mathbb{Z}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 \end{cases} \quad N^{\circ} 3.$$

$$\begin{cases} x < 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

$$1) 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0$$

$$2y^2 - y(x+8) - (x^2+4x) = 0$$

По Тх Вира

$$\begin{cases} y = -\frac{x}{2} \\ y = x+4 \end{cases}$$

$$1) y = -\frac{x}{2}$$

$$\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}$$

$$\lg\left(-\frac{x}{2}\right) \cdot \lg\left(\frac{x^4}{(-\frac{x}{2})^2} \cdot 4\right) = \lg\left(+\frac{x^3}{2}\right) \cdot \lg(-x)$$

$$(\lg(-x) - \lg 2)(2\lg(-x) + 2\lg 2) = (2\lg(-x) - \lg 2)\lg(-x)$$

$$2\lg 2 \cdot \lg 2 = \lg(-x) - \lg 2$$

$$\lg(-x) = \lg 4$$

$$\begin{cases} x = -4 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$2) \quad y = x + 4, \text{ а м.к } \begin{matrix} y > 0 \\ x < 0 \end{matrix} \quad -4 < x < 0$$

$$\left(\frac{x^4}{(x+4)^2} \right)^{\lg(x+4)} = |-x|^{\lg(-x^2-4x)}$$

$$\lg(x+4) \cdot 2(2\lg|-x| - \lg(x+4)) = \lg|-x|(\lg|-x| + \lg(x+4))$$

$$\text{Пусть } a = \lg(x+4), \quad t = \lg|-x|$$

$$a \cdot 2(2t - a) = t(t + a)$$

$$4at - 2a^2 = t^2 + at$$

$$t^2 - 3at + 2a^2 = 0$$

$$t = \begin{cases} 2a \\ a \end{cases}$$

$$1) \quad \lg|-x| = \lg(x+4)$$

$$-x = x+4$$

$$\boxed{\begin{matrix} x = -2 \\ y = 2 \end{matrix}}$$

$$2) \quad \lg|-x| = \lg(x+4)^2$$

$$x^2 + 9x + 16 = 0$$

$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{14}}{2}$$

$$\text{но м.к } -4 < x < 0$$

$$\text{то } \boxed{\begin{matrix} x = \frac{-9 + \sqrt{14}}{2} \\ y = \frac{-1 + \sqrt{14}}{2} \end{matrix}}$$

$$\text{Ответ: } \begin{pmatrix} -2; 2 \\ -4; 2 \\ \left(\frac{-9 + \sqrt{14}}{2}; \frac{-1 + \sqrt{14}}{2} \right) \end{pmatrix}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5

$$\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12 \\ (|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a \end{cases}$$

1) $|x-6-y| + |x-6+y| = 12.$

$$\begin{cases} x-6-y \geq 0 \\ x-6+y \geq 0 \end{cases} \Rightarrow x = 12.$$

$$\begin{cases} x-6-y < 0 \\ x-6+y < 0 \end{cases} \Rightarrow x = 0$$

$$\begin{cases} x-6-y \geq 0 \\ x-6+y < 0 \end{cases} \Rightarrow y = -6$$

$$\begin{cases} x-6-y < 0 \\ x-6+y \geq 0 \end{cases} \Rightarrow y = 6$$

т.е. первое равенство.
задаст квадрат со стороной
12, стороны параллельны
оси координат
центр (6; 0)

2) $(|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a \quad (a > 0 \text{ или } 0)$

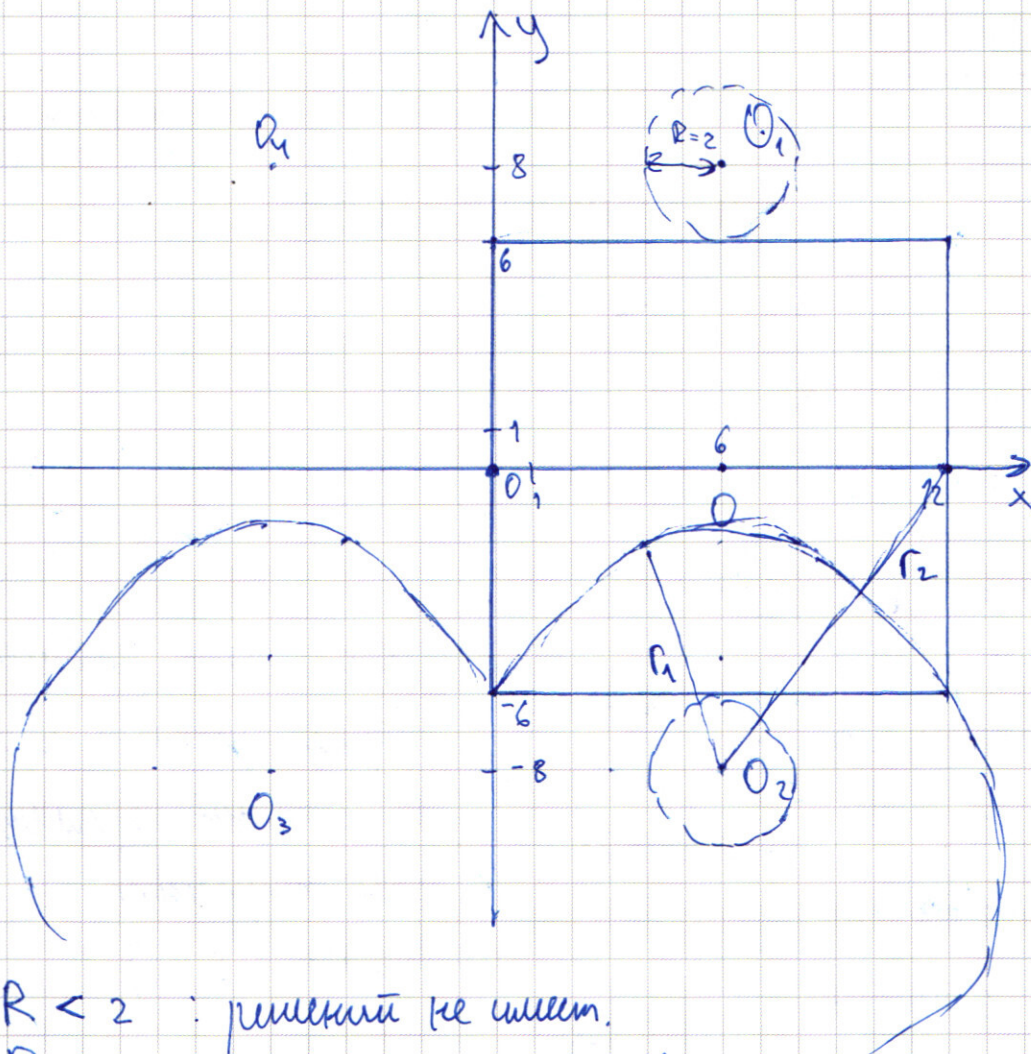
Семейство окружностей радиусом $\sqrt{a}$, $\sqrt{a} \in \mathbb{R}$, ограниченные.
оси координат в центрах

(6; 8)

(6; -8)

(-6; 8)

(-6; -8)



При $R < 2$: решений не имеет.

$R = 2$: касание со стороной квадрата; 2 решения.

$R > 2$ и $R \leq r_1$ пересекает одну сторону окружности O_1 .

$R > r_1$ и $R \leq r_2$ пересекает две вертикальные стороны.

когда из окружностей O_1 и O_2 .

$R = r_2$ - два решения.

$R > r_2$ - 0 решений

Левые окружности пересекают квадрат, там же где и правые на оси OY в силу симметрии.

Тогда будем следить за правыми окружностями.

В силу симметрии относительно OX 2 решения будет.

если когда из окружностей имеет 1 решение (касание стороны) либо решения совпали (пересечение на оси OX)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$(KLM) \parallel (ABC) \Rightarrow \Delta KLM \sim \Delta ABC.$$

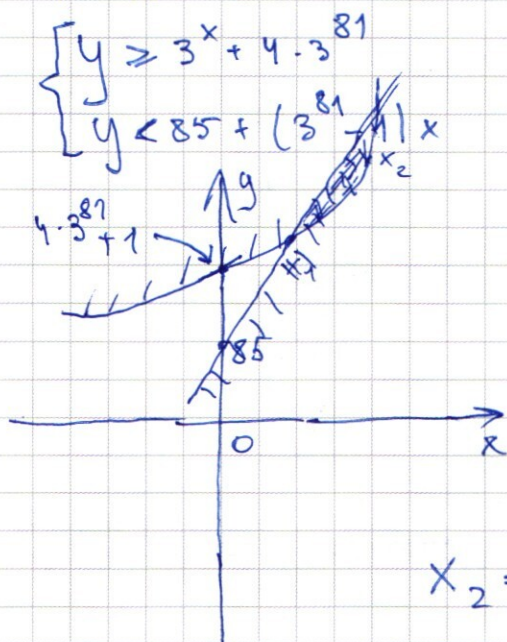
$$\begin{aligned} \text{Высота в } \Delta KLM \text{ } h &= SO - R \cdot \sin \alpha = \left[\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{26}} \right] \\ &= 5R - R \cdot \frac{1}{\sqrt{26}} = R \left(5 - \frac{1}{\sqrt{26}} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{S_{KLM}}{S_{ABC}} &= \frac{x}{9} = \left(\frac{SO - R \cdot \sin \alpha}{SO + R} \right)^2 = \frac{(5\sqrt{26} - 1)^2}{26 \cdot 6} \\ x &= \frac{3}{9} \cdot \frac{(5\sqrt{26} - 1)^2}{26 \cdot 6} = \frac{3(5\sqrt{26} - 1)^2}{52} \end{aligned}$$

$$\text{Ответ: } \alpha = \arctg \frac{1}{5}$$

$$S_{\Delta KLM} = \frac{3(5\sqrt{26} - 1)^2}{52}$$

№ 4.



Кривая первого и второго порядка.
могут иметь всего 2 решения.

В случае данных неравенств область
~~решения~~ образуется между этими
решениями.

Заметим, что $x_1 = 4$ является решением

$$3^4 + 4 \cdot 3^{81} = 85 - 4 + 4 \cdot 3^{81} = 81 + 4 \cdot 3^{81}$$

В втором решении является

$$x_2 = 85.$$

$$y = 3^{85} + 4 \cdot 3^{81} = 3^{81} \cdot (81 + 4) = 85 \cdot 3^{81}$$

$$y = 85 + (3^{81} - 1) \cdot 85 = 85 \cdot 3^{81}$$

1) касание стороны $\Rightarrow R$ - расстояние от центра окружности до прямой (стороны)

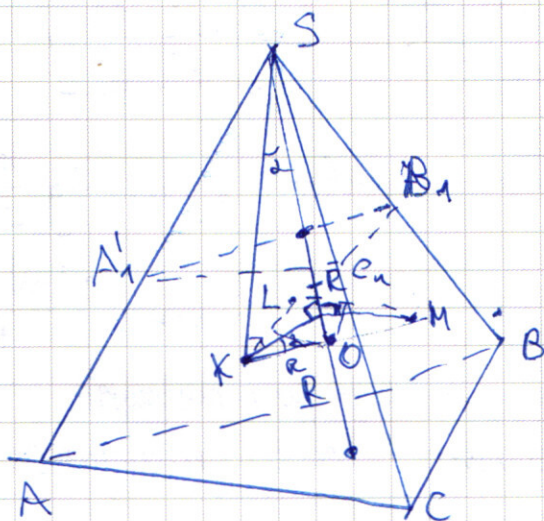
$$R=2 \Rightarrow a=4$$

2) Пересечение на оси Ox

$$R = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \Rightarrow a = 100$$

Ombum: $\alpha = 4$

$$Q = 100.$$

 $\sqrt{4}$ 

1) $A_1B_1C_1$ и ABC - истинные
суждения, тогда.

$(A_1 B_1 C_1) \parallel (ABC)$ т.к.
перпендикулярны SO

$$\Rightarrow \Delta A_1 B_1 C_1 \sim \Delta ABC \Rightarrow$$

$$= \frac{S_{A_1B_1C_1}}{S_{ABC}} = \left(\frac{50-R}{50+R} \right)^2$$

(так по другим версиям)

marga $\sqrt{\frac{g}{4}} = \frac{50-R}{50+R} = \frac{3}{2}$

$$SO = 5R$$

а м.к. $KO \perp (AGC)$ м.к. K высота наклонная $\Rightarrow \angle SKO = 90^\circ$

$$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{KO}{SO} = \frac{R}{SO} = \frac{1}{5}$$

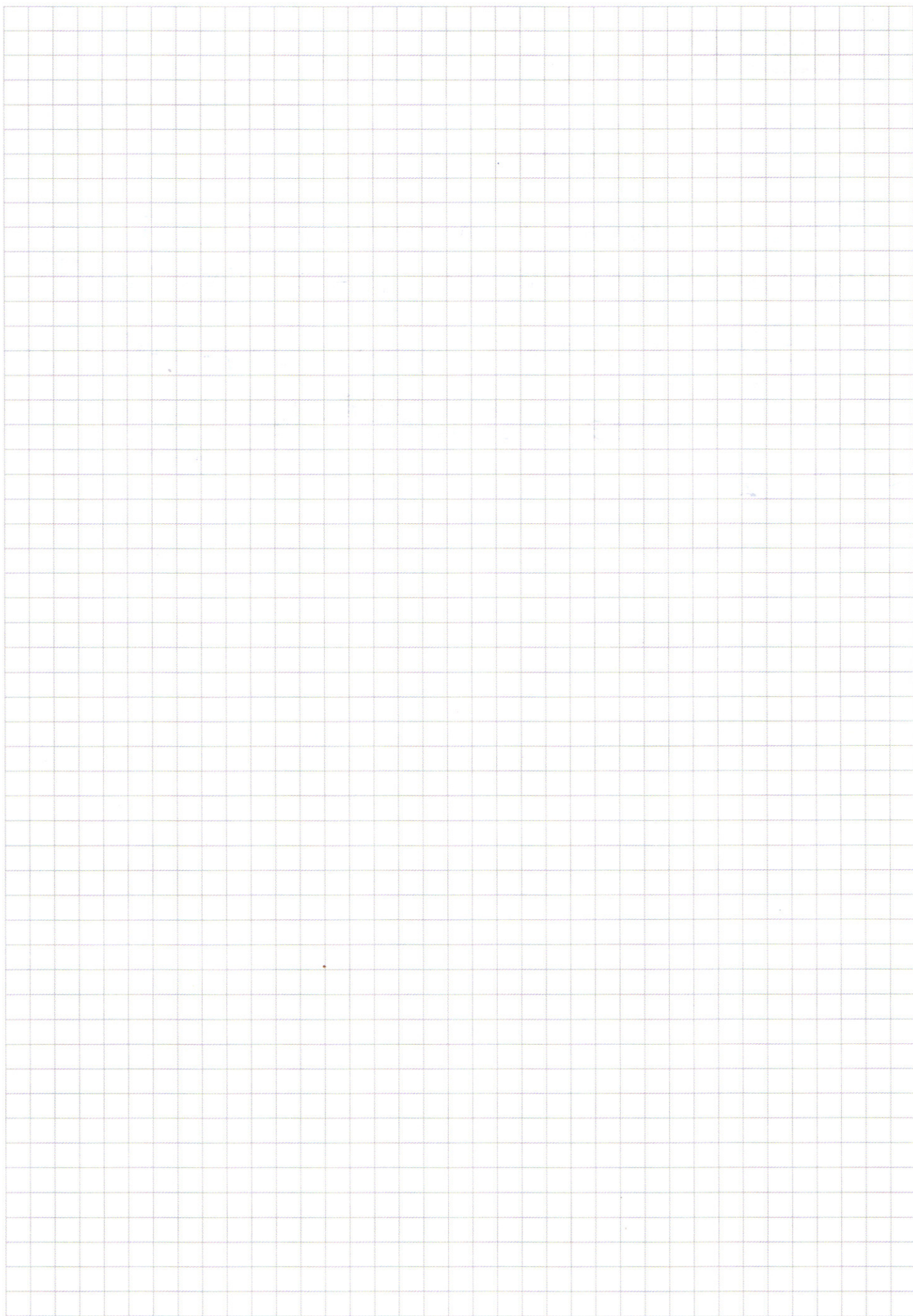
zug $\alpha = \angle KSO$

$$\Rightarrow \angle KSO = \arctg \frac{1}{3}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Получа для каждого x на отрезке $x \in [4; 85]$
курное количество решений это $85 + (3^{81} - 1)x - 3^x + 4 \cdot 3^{81} = V_x$

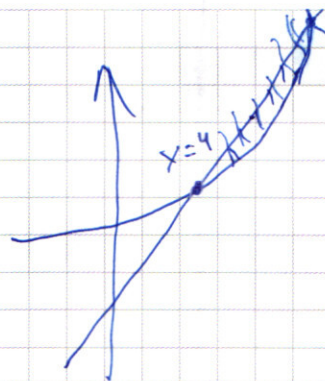
$$V = \sum_{i=4}^{85} V_i = 85 \cdot 83 + (3^{81} - 1)(4 + 5 + 6 + \dots + 85) - (3^4 + 3^5 + 3^6 + \dots + 3^{85}) + 4 \cdot 3^{81} \cdot 83 = 85 \cdot 82 + (3^{81} - 1) \cdot \frac{89 \cdot 82}{2} - (3^{86} - 3^1 - 3^2 - 3^3) + 4 \cdot 3^{81} \cdot 82$$



$$y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81}$$

$$y < 85 + (3^{81} - 1)x$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{81} = 85 + (3^{81} - 1)x$$



$$x=4 \quad 81 + 4 \cdot 3^{81} = 85 + (3^{81} - 1) \cdot 4.$$

$$x=6. \quad 3^6 + 4 \cdot 3^{81} \neq 85 + (3^{81} - 1) \cdot 6.$$

$$81 \cdot 9 + 4 \cdot 3^{81} \neq 85 + (3^{81} - 1) \cdot 6.$$

$$81 \cdot 9 + 6 - 85 \neq 2 \cdot 3^{81}$$

$$x=8$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{81} > 85 + (3^{81} - 1)x$$

$$x=10.$$

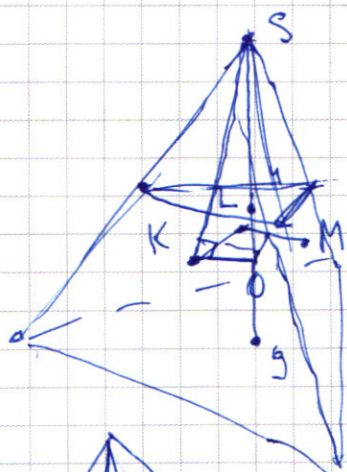
$$x=5 = \quad 3^5 + 4 \cdot 3^{81} > 85 + 3^{81} \cdot 5$$

$$\ln 3 \cdot 3^x > (3^{81} - 1)$$

~~$$\frac{4}{3} \cdot 3^8$$~~

$$x=85$$

$$85 \cdot 3^{81}$$



$$\frac{(p+r)^2}{(p-r)^2} = \frac{9 \cdot 3^{81} \cdot 81}{4}$$

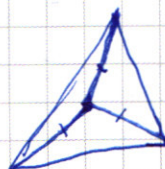
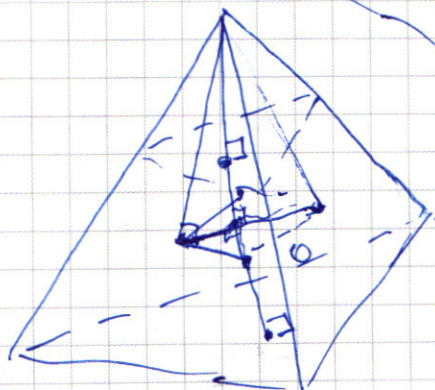
$$\sqrt{\frac{p+r}{p-r}} = \frac{3}{2}$$

$$2p+2r = 3p-3r$$

$$5r = p.$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{p}{r} = \frac{1}{5}$$

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{1}{5}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2) \quad y = x+4 \quad -4 < x < 0$$

$$\left(\frac{x^4}{(x^2+4)^2} \right)^{\lg(x+4)} = (-x)^{\lg(1-x^2-4x)}$$

$$\lg y + 2 \lg \frac{x^2}{(x+4)} = \lg(-x) \cdot (\lg(-x) + \lg(x+4))$$

$$\underbrace{\lg(x+4)}_a \cdot 2 \cdot (\underbrace{2 \lg(-x)}_t - \lg(x+4)) = \lg(-x) \cdot (\lg(-x) + \lg(x+4))$$

$$a \cdot 2 \cdot (2t - a) = t \cdot (t + a)$$

$$4at - 2a^2 = t^2 + at$$

$$t^2 - 3at + 2a^2 = 0$$

$$t = 9a^2 - 8a^2 = a^2$$

$$t = \frac{3a \pm a}{2} = \begin{bmatrix} 2a \\ a \end{bmatrix}$$

$$t = \begin{bmatrix} 2a \\ a \end{bmatrix}$$

$$\lg(-x) = 2 \lg(x+4)$$

$$\lg(-x) = \lg(x+4)$$

$$-x = x+4 \Rightarrow$$

$$\boxed{\begin{matrix} x = -2 \\ y = 2 \end{matrix}}$$

$$(x+4)^2 = -x$$

$$x^2 + 9x + 16 = 0$$

$$\Delta = 81 - 16 \cdot 4 = 81 - 64 = 17$$

$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$y = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \quad x = \frac{-9 + \sqrt{17}}{2}$$

$$y = -\frac{x}{2}$$

$$y = x + 4$$

$$\left(\frac{x^4}{x^2} \cdot 4\right)^{\lg(-\frac{x}{2})} = (-x)^{\lg(-\frac{x^2}{2})}$$

$$(4x^2)^{\lg(-\frac{x}{2})} = (-x)^{\lg(-\frac{x^2}{2})}$$

$$\cancel{(4x^2)} \lg(4x^2) \cdot \lg(-\frac{x}{2}) = \lg(-x) \cdot \lg(-\frac{x^2}{2})$$

~~не абелева функция~~

$$\cancel{\lg x^2}$$

$$(2 \lg(-x) + \lg 4) (\lg(-x) + \lg \frac{1}{2}) =$$

$$= \lg(-x) \cdot (2 \lg(-x) + \lg \frac{1}{2})$$

$$(2t - 2 \lg 2)(t - \lg 2) = t(2t - \lg 2)$$

$$2t^2 - 2t \lg 2 + 2t \lg 2 - 2 \lg^2 2 =$$

$$= 2t^2 - t \lg 2$$

$$\therefore t = 2 \lg 2$$

$$\cancel{(t + 2a)} \cancel{(2t + 2a)}$$

$$(t - a)(2t + 2a) = (2t - a)t$$

$$\cancel{2t^2 - 2ta + 2at - 2a^2} = 2t^2 - at$$

$$-\lg(-x) = \lg 4$$

$$\lg(-\frac{1}{x}) = \lg 4$$

$$x = -\frac{1}{4}$$

$$y = \frac{1}{8}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3.

$$\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\frac{1}{\lg y}} = (-x)^{\lg(-x)}$$

$$a^{\lg a} = b.$$

$$\lg a = \log_a b = \frac{\lg b}{\lg a}$$

$$\lg b = (\lg a)^2$$

$$2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0$$

$$xy = 2y^2 - x^2 - 4x - 8y = 2(y-2)^2 - 8 - (x+2)^2 + 4 =$$

$$= 2(y-2)^2 - (x+2)^2 - 4 < 0$$

$$2(y-2)^2 - (x+2)^2 < 4$$

$$2y^2 - y(x+8) - (x^2+4x) = 0$$

$$\textcircled{2} = x^2 + 16x + 64 + 8x^2 + 32x = 9x^2 + 48x + 64 =$$

$$= (3x+8)^2$$

$$y = \frac{x+8 - 3x-8}{4} = -\frac{x}{2}$$

$$y = \frac{x+8 + 3x+8}{4} = x+4$$

$$x+8 = -x + 2x+8$$

$$x < 0$$

$$y > 0.$$

$$y = -\frac{x}{2} \quad y = x+4$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r} 16845 \overline{) 5} = \\ -15 \\ \hline 18 \\ -15 \\ \hline 34 \\ -35 \\ \hline -25 \\ -25 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3345 \overline{) 25} \quad N1 \\ -25 \\ \hline 84 \\ -75 \\ \hline 125 \\ -125 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$16845 = 5^4 \cdot 3^3$$

$$\begin{array}{r} \times 25 \\ 25 \\ \hline 125 \\ 50 \\ \hline 625 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16845 \overline{) 625} \\ -1250 \\ \hline 4345 \\ -4245 \\ \hline 100 \\ -100 \\ \hline 0 \end{array}$$

1) Однозначно есть четыре цифры "5"

2) Есть либо три цифры "3"

или либо цифра "9" и цифра "3"

$$3) 1) \frac{8!}{4!3!1!} = \frac{5 \cdot \cancel{6} \cdot 4 \cdot 8}{2 \cdot 2} = 5 \cdot 4 \cdot 8$$

$$2) \frac{8!}{4!2!} = \frac{5 \cdot \overset{3}{\cancel{6}} \cdot 4 \cdot 8}{2}$$

$$\sum V = 5 \cdot 4 \cdot 8 + 5 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 8 = 5 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 4 = 56 \cdot 20 = 1120$$

N2.

$$\cos 4x + \cos 3x - \sqrt{2} \cdot \cos 10x = \sin 4x + \sin 3x$$

$$\begin{aligned} \cos \alpha + \cos \beta &= 2 \cdot \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2} = \\ &= 2 \left(\cos \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\beta}{2} - \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \sin \frac{\beta}{2} \right) \cdot \left(\cos \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\beta}{2} + \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \sin \frac{\beta}{2} \right) \\ &= 2 \cdot \left(\left(\cos \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\beta}{2} \right)^2 - \left(\sin \frac{\alpha}{2} \cdot \sin \frac{\beta}{2} \right)^2 \right) \end{aligned}$$

$$\cos 4x + \cos 3x = 2 \cdot \cos 5x \cdot \cos 2x$$

$$\sin 4x + \sin 3x = 2 \cdot \sin 5x \cdot \cos 2x$$

$$2(\cos 5x - \sin 5x) \cdot \cos 2x - \sqrt{2} \cdot \cos 10x = 0$$

$$2 \cdot \cos 2x (\sin 5x - \cos 5x) + \sqrt{2} \cdot \cos 10x = 0$$

$$\sin 5x - \cos 5x = \sqrt{2} \sin 5x + \sin(5x - \frac{\pi}{2}) =$$

$$= 2 \cdot \sin(\frac{10x - \frac{\pi}{2}}{2}) \cdot \frac{1}{2} \cos(\frac{\pi}{4}) = 2 \cdot \sin(5x - \frac{\pi}{4}) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} =$$

$$= \sin(5x - \frac{\pi}{4}) \cdot \sqrt{2}$$

$$\frac{x^{\sqrt{3}} \lg y}{y^{\sqrt{2}} \lg y} = (-x)^{\lg(1-xy)} \quad a^{\log_a b} = b.$$

$$\begin{cases} x < 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

$$2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0$$

$$\begin{cases} 3) x - 6 - y \geq 0 \\ x - 6 + y < 0 \end{cases}$$

$$\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = \left(\frac{x^2}{y}\right)^{\lg(x^2)} \quad (y-a)(a-x)$$

$$2y^2 - 8y + 8 - 8 = x^2$$

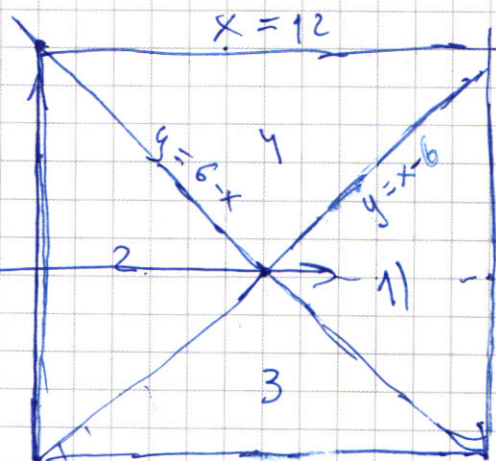
$$\begin{cases} 1) x - 6 - y \geq 0 \\ x - 6 + y \geq 0 \end{cases}$$

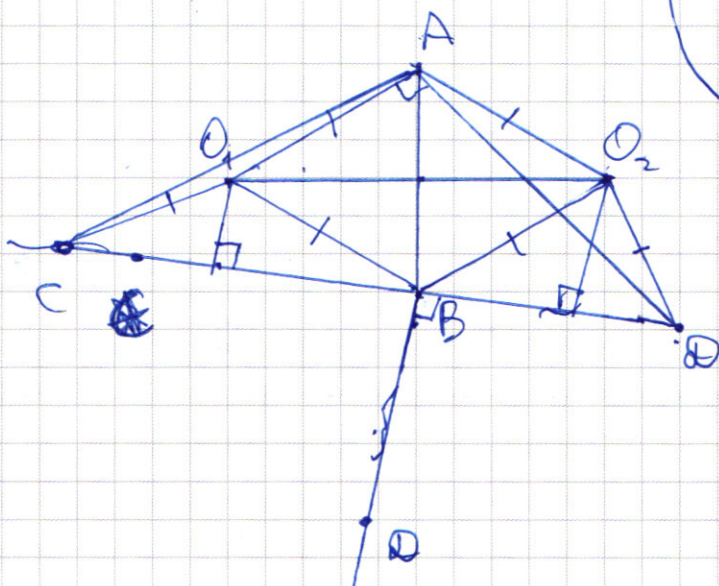
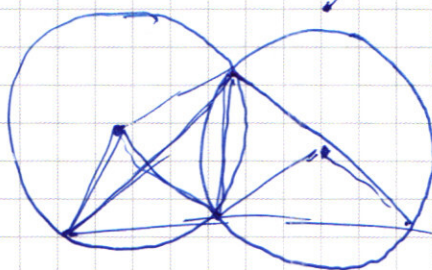
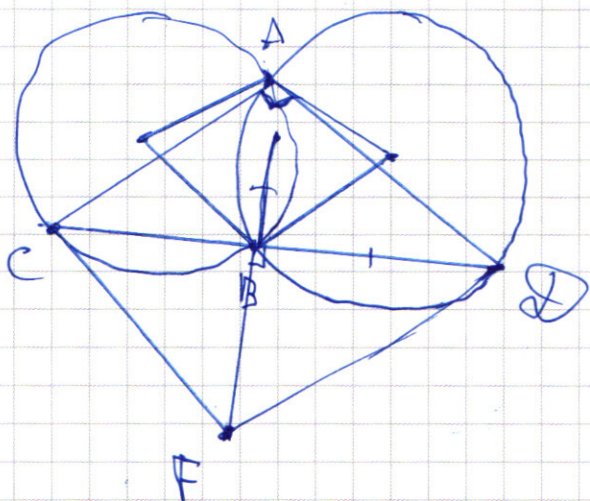
N5

$$|x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12.$$

$$\begin{aligned} y &= 6 - x & x - 6 - y - x + 6 - y &= 12 \\ y &= x - 6, & y &= -6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -x + 6 + y - x + 6 - y &= 12 \\ x &= 0 \end{aligned}$$





$$2 \cdot \cos 5x - \cos 2x - \sqrt{2} \cdot \cos 10x = 2 \cdot \sin 5x \cdot \cos 2x$$

$$2 \cdot \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2} \cos 10x$$

$$\cos 10x = \cos^2 5x - \sin^2 5x$$

$$\cos 5x - \sin 5x = 0$$

$$2 \cdot \cos 2x = \sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x) =$$

$$= 2 \cdot \sin \left(5x + \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\cos 2x = \sin \left(5x + \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\cos 2x = \cos \left(\frac{\pi}{4} - 5x \right) = \cos \left(5x - \frac{\pi}{4} \right) \quad \cos \left(\frac{2x - 5x + \frac{\pi}{4}}{2} \right)$$

$$\cos 2x - \cos \left(5x - \frac{\pi}{4} \right) = 0 = -2 \cdot \cos \left(\frac{2x + 5x - \frac{\pi}{4}}{2} \right)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

