

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 6

ШИФ]

Бланк задания должен быть вложен в р:
Работы без вложенного задания не проверяются.

- † 1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
- † 2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.
- † 3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 4 и 9.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12, \\ (|x| - 6)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

- ♦ 6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
- б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

① Разложим число 16875 на множители:

$$16875 = 5^4 \cdot 3^3$$

=> существует два вида таких числа

1) 4 "5"-ки, 3 "3"-ки, одна "1"

2) 4 "5"-ки, одна "9"-ка, две "1" и одна "3"-ка

(Так как любая цифра числа не превосходит 9)

Количество способов собрать число 1-ого типа

$C_8^4 \cdot C_4^3$ (выбираем 4 пятёрки из оставшихся независимо выбираем 3 тройки, единица задается однозначно)

Количество способов собрать число 2-ого типа:

$C_8^4 \cdot C_4^2 \cdot 2$ (выбираем 4 пятёрки, из оставшихся

независимо выбираем две единицы, остаются два числа и цифры 3 и 9 - два варианта)

$$C_8^4 \cdot C_4^3 + C_8^4 \cdot C_4^2 \cdot 2 = \frac{8!}{4! \cdot 4!} \cdot \frac{4!}{3!} + \frac{8!}{4! \cdot 4!} \cdot \frac{4!}{2! \cdot 2!} \cdot 2$$

$$= \frac{5 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 8}{6} + \frac{5 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 8}{2} = 5 \cdot 7 \cdot 8 + 15 \cdot 7 \cdot 8 = 20 \cdot 7 \cdot 8 = 1120$$

Ответ: 1120 чисел.

$$\textcircled{2} \quad \cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} (\cos^2 5x - \sin^2 5x) = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$(\cos 5x - \sin 5x)(2 \cos 2x - \sqrt{2}(\cos 5x + \sin 5x)) = 0$$

$$\left\{ \begin{aligned} \cos 5x + \sin 5x &= \cos 5x + \sin \left\{ \cos \left(\frac{\pi}{2} - 5x \right) \right. \\ &= 2 \cos \left(\frac{\pi}{4} \right) \cos \left(\frac{\frac{\pi}{2} - 10x}{2} \right) = \\ &= 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cos \left(\frac{\pi}{4} - 5x \right) = \sqrt{2} \cos \left(\frac{\pi}{4} - 5x \right) \end{aligned} \right.$$

$$(\cos 5x - \sin 5x)(2 \cos 2x - 2 \cos \left(\frac{\pi}{4} - 5x \right)) = 0$$

$$\left\{ \begin{aligned} \cos 5x &= \sin 5x \\ \cos 2x &= \cos \left(\frac{\pi}{4} - 5x \right) \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\pi}{4} - 5x \\ 2x - 5x \end{cases} \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} \cos 5x - \cos \left(\frac{\pi}{2} - 5x \right) &= 0 \\ -2 \sin \left(\frac{2x + 5x - \frac{\pi}{4}}{2} \right) \sin \left(\frac{\frac{\pi}{4} - 3x}{2} \right) &= 0 \end{aligned} \right.$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{aligned} -2 \sin \left(\frac{\pi}{4} \right) \sin \left(\frac{5x - \frac{\pi}{2} + 5x}{2} \right) &= 0 \\ -2 \sin \left(\frac{7x - \frac{\pi}{4}}{2} \right) \sin \left(\frac{\frac{\pi}{4} - 3x}{2} \right) &= 0 \end{aligned} \right.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin \left(\frac{10x - \frac{\pi}{2}}{2} \right) = 0 \\ \sin \left(\frac{7x - \frac{\pi}{4}}{2} \right) = 0 \\ \sin \left(\frac{\frac{\pi}{4} - 3x}{2} \right) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10x - \frac{\pi}{2} = 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ 7x - \frac{\pi}{4} = 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ \frac{\pi}{4} - 3x = 2\pi m, m \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

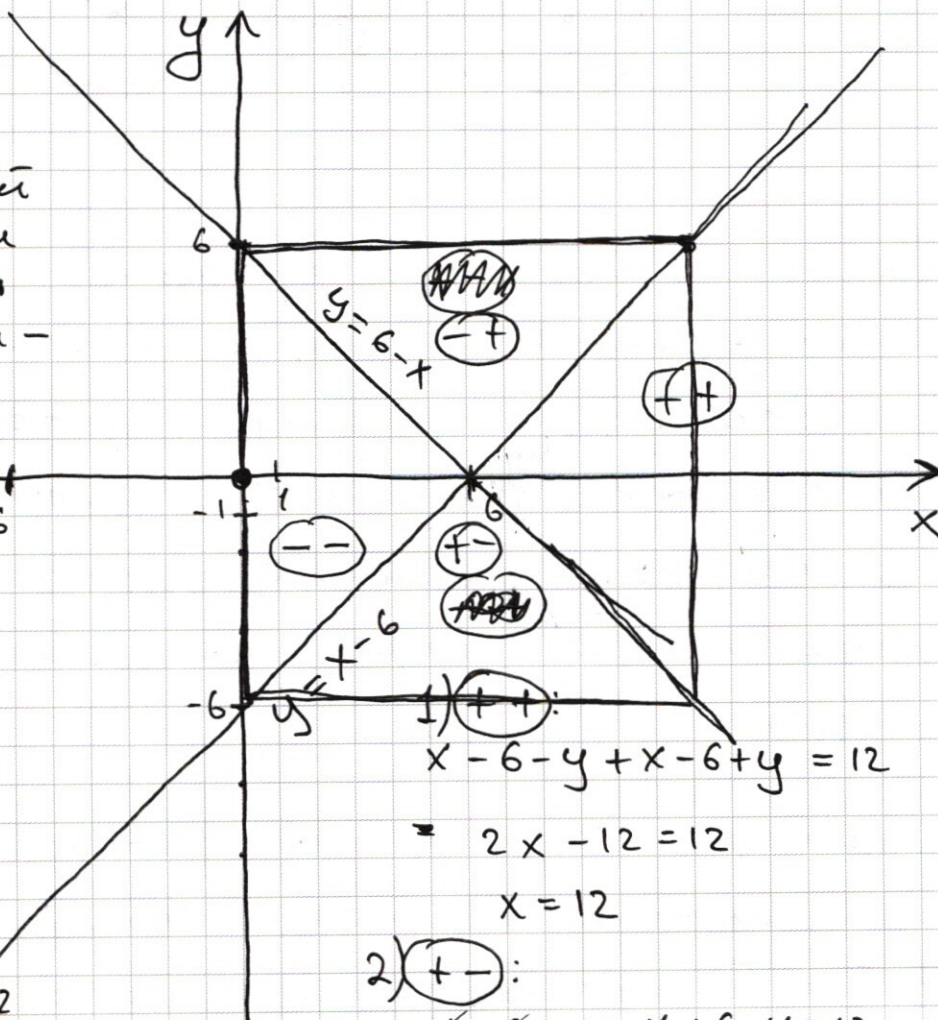
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{Ответ:} \\ x = \frac{\pi k}{5} + \frac{\pi}{20}, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{2\pi n}{7} + \frac{\pi}{28}, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{2\pi m}{3} + \frac{\pi}{12}, m \in \mathbb{Z} \end{cases}$

$$\textcircled{5} \begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12 \\ (|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a \end{cases}$$

два решения

На рисунке обозначены области, где первый и второй модули заданных выражений принимают значения $\pm$ и $-$. Первое уравнение задает границу квадрата.



$$3) \textcircled{-+}: -x+6+y+x-6+y=12$$

$$\underline{y=6}$$

$$1) \textcircled{++}: x-6-y+x-6+y=12$$

$$= 2x - 12 = 12$$

$$\underline{x=12}$$

$$4) \textcircled{--}: -x+6+y-x+6-y=12$$

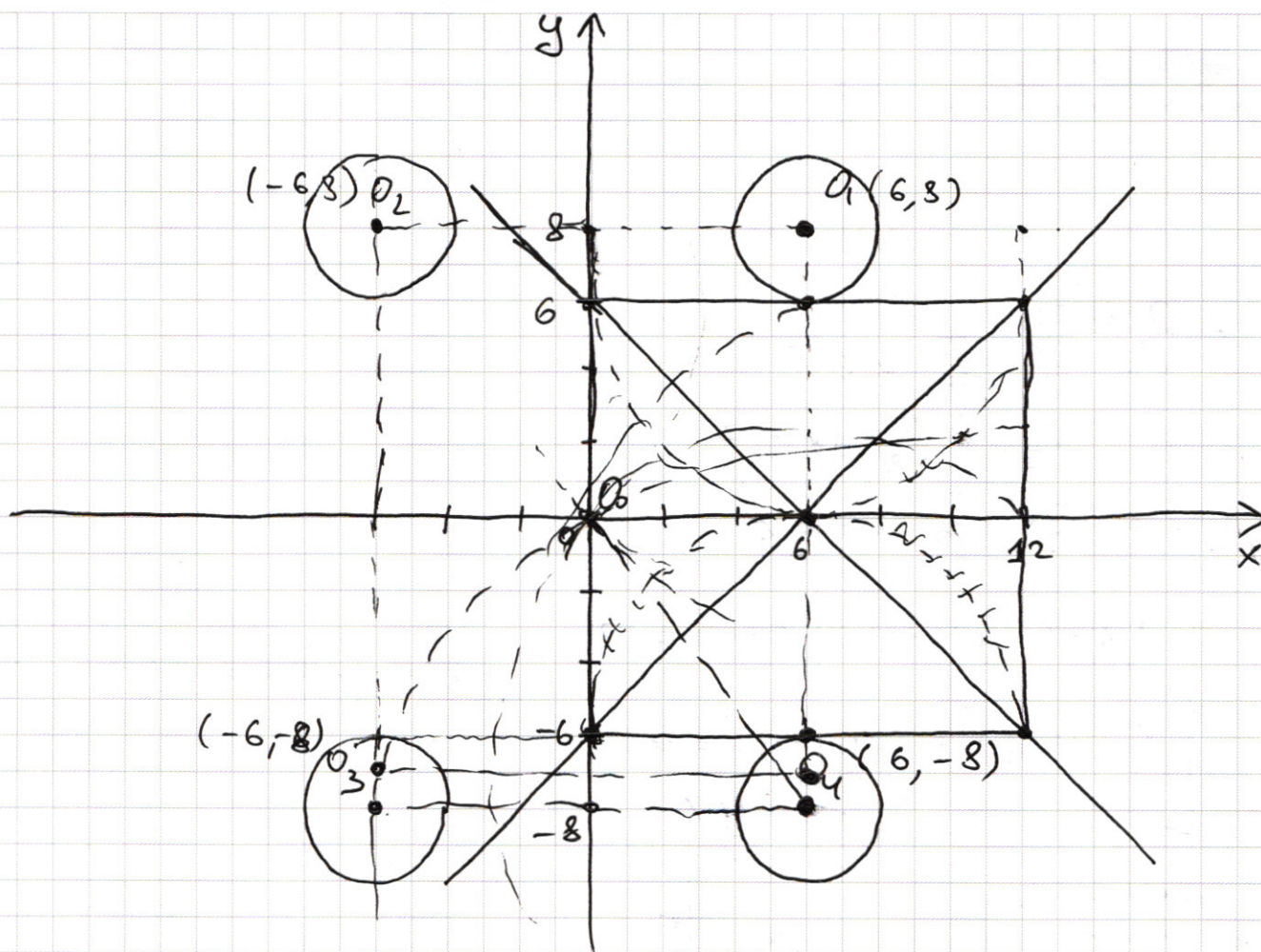
$$-2x+12=12$$

$$\underline{x=0}$$

$$2) \textcircled{+-}: x-6-y-x+6-y=12$$

$$-2y=12$$

$$\underline{y=-6}$$



При $x \geq 0, y \geq 0$ второе уравнение
 задает окружность с центром в точке $O_1(6, 8)$
 При $x < 0, y \geq 0$ окружность с центром в точке $O_2(-6, 8)$
 При $x < 0, y < 0$ окружность с центром в точке $O_3(-6, -8)$
 При $x \geq 0, y < 0$ окружность с центром в точке $O_4(6, -8)$
 радиусом $\sqrt{a}$. (при $a < 0$ решений нет,
 при $a = 0$ — точка)

Заметим, что нам подходят такие a
 при которых верхняя и нижняя окружности
 в I и IV ~~к~~ четвертях касаются стороны
 квадрата (случай касания радиусом 2
 $\Rightarrow a = 4$)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\textcircled{3} \begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} & (1) \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 & (2) \end{cases}$$

1) Из того, что первый логарифм определен
следует, что $y > 0$, из того, что второй
определен $-xy > 0 \Rightarrow -x > 0$.

2) Разложим на множители (2):

$$2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0$$

$$x^2 - 2y^2 + xy + 4x + 8y = 0$$

$$x^2 + x(4+y) - 2y^2 + 8y = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-4-y \pm \sqrt{16+8y+y^2+8y^2-32y}}{2} = \frac{-4-y \pm \sqrt{9y^2-24y+16}}{2}$$

$$= \frac{-4-y \pm \sqrt{(3y-4)^2}}{2}$$

$$x_1 = \frac{-4-y+(3y-4)}{2} = \frac{2y-8}{2} = y-4$$

$$x_2 = \frac{-4-y-(3y-4)}{2} = \frac{-y-3y}{2} = -2y$$

$$(x+2y)(x-y+4)=0$$

3) Так как $\frac{x^4}{y^2}$ и $-x > 0$, то мы
можем логарифмировать выражение (1)

$$\lg\left(\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y}\right) = \lg\left((-x)^{\lg(-xy)}\right)$$

$$\lg y (4 \lg(-x) - 2 \lg(y)) = \lg(-xy) \lg(-x)$$

(учтено, что $x < 0$, а $y > 0$)

$$4 \lg y \lg(-x) - 2 \lg^2(y) = \lg^2(-x) + \lg y \lg(-x)$$

$$\lg^2(-x) + 2 \lg^2(y) - 3 \lg y \lg(-x) = 0$$

$$\lg(-x)_{1,2} = \frac{3 \lg(y) \pm \sqrt{9 \lg^2(y) - 4 \lg^2(y)}}{2}$$

$$\left[\lg(-x) = \frac{3 \lg(y) + \lg(y)}{2} = 2 \lg(y) \right.$$

$$\left[\lg(-x) = \frac{3 \lg(y) - \lg(y)}{2} = \lg(y) \right.$$

Итак, исходная система равносильна системе совокупностей:

$$\left\{ \begin{array}{l} \lg(-x) = 2 \lg(y) \\ \lg(-x) = \lg(y) \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = y - 4 \\ x = -2y \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = -2y \\ \lg(2y) = 2 \lg(y) \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = -2y \\ \lg(2y) = \lg(y) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = y - 4 \\ \lg(4 - y) = 2 \lg(y) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = y - 4 \\ \lg(4 - y) = \lg(y) \end{array} \right.$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = -2y \\ 2y = y^2 \\ x = -2y \\ 2y = y \\ y - 4 = x \\ 4 - y = y^2 \\ y - 4 = x \\ 4 - y = y \end{array} \right.$$

$\Leftrightarrow$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = -2y \\ \begin{cases} y = 0 \\ y = 2 \end{cases} \\ x = -2y \\ y = 0 \end{array} \right. \begin{array}{l} \text{не подходит,} \\ \text{т.к. } y > 0 \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = y - 4 \\ y_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2} \\ x = -2 \\ y = 2 \end{array} \right.$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = -4 \\ y = 2 \end{cases} \\ \begin{cases} x = -2 \\ y = 2 \end{cases} \\ \begin{cases} x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} - 4 \\ y = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \end{cases} \\ \begin{cases} x = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2} - 4 \\ y = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2} \end{cases} \end{cases} \quad \text{— не подходит, т.к. } y > 0$$

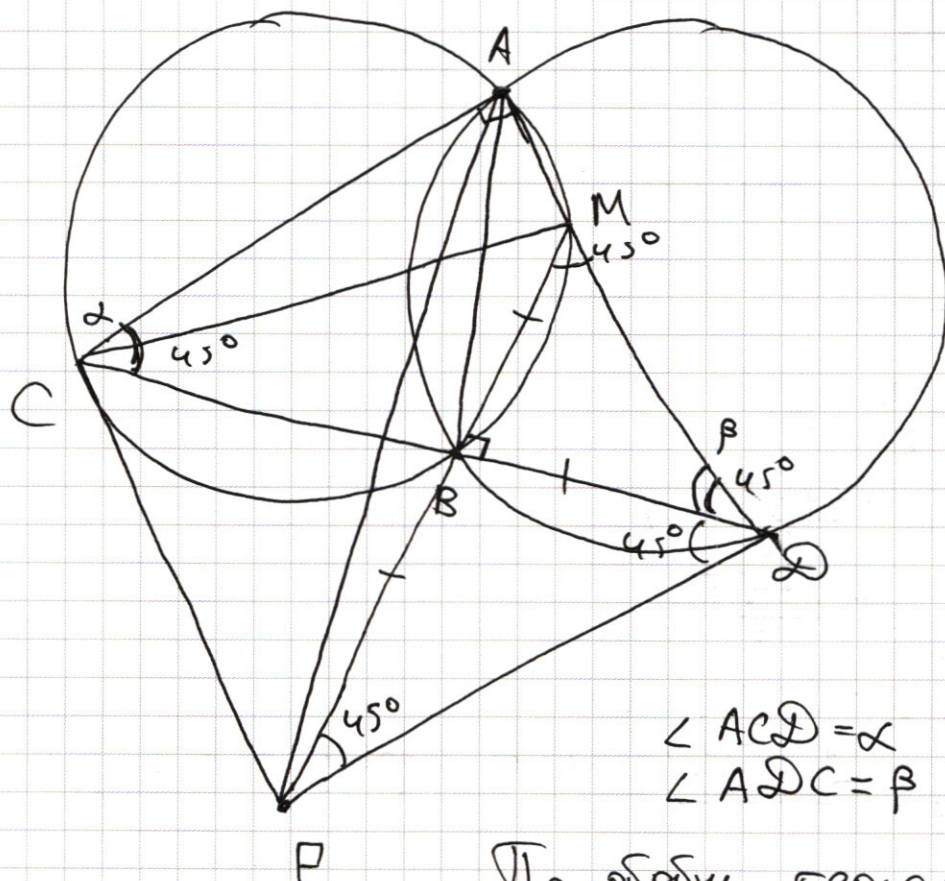
Ответ: $(-4; 2)$
 $(-2; 2)$
 $\left(\frac{-1 + \sqrt{17}}{2}, \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \right)$

Продолжение задачи 5:

$$O_1O_4 = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$$

Заметим, что окружность заданного радиуса также подходит, ~~так как~~
~~все такие окружности пересекают~~
~~квадрат в точках~~, ~~так~~ поскольку все
 четыре окружности проходят через точку
 $(0; 0)$ и две окружности из I и IV четвертей
 пересекают квадрат в точке $(0, 12)$
 Две другие окружности не существуют в I и IV четвертях
 Ответ: $a = 4; 100$.

6 a



$$\angle ACD = \alpha$$

$$\angle ADC = \beta$$

По обобщ. теореме
синусов:

$$\frac{AB}{\sin \alpha} = \frac{AB}{\sin \beta} = 2R$$

При этом $\alpha + \beta = 90^\circ \Rightarrow \alpha = \beta = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$

и $\triangle ADC$ - равнобедренный; $AB = 2R \sin 45^\circ = 13\sqrt{2}$

$\triangle FBD$ - равнобедр. и прямоугольный (по ус.)

$$\Rightarrow \angle BFD = \angle BDF = 45^\circ$$

$$\Rightarrow \angle BMD = 90^\circ - \angle BDM = 45^\circ$$

$$\angle ACD = 45^\circ, \text{ а } \angle AMB = 180^\circ - 45^\circ$$

$\Rightarrow AMBC$ - вписанный (M - точка

пересечения перпендикуляра к CD и AD)

При этом CM - диаметр, так как $\angle CAM = 90^\circ$

$\bullet$ CM = 13. BD - высота в р/б треугольнике

$\Rightarrow$ они медиана $\Rightarrow BF = BM$.

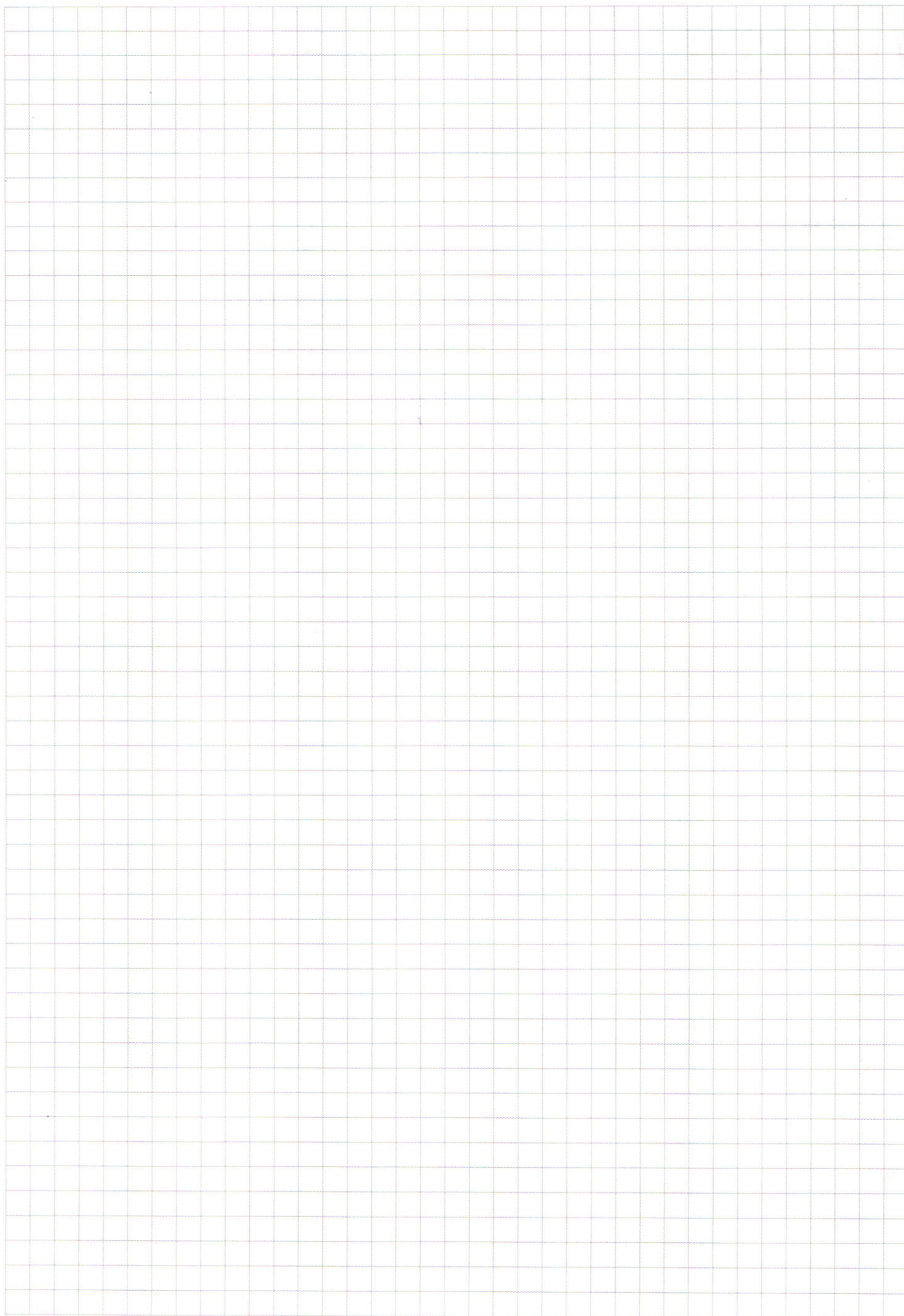
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\angle CBM = \angle CBF = 90^\circ$
 CB - общая
 $FB = BM$

$\left. \begin{array}{l} \angle CBM = \angle CBF = 90^\circ \\ CB - \text{общая} \\ FB = BM \end{array} \right\} \Delta CMB = \Delta CBF$
(по двум сторонам
и углу между ними)

$\Rightarrow CM = CF = 13.$

50



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$a_1 \dots a_8$

$a_1 \dots a_8 = 16875$

$\cos 5x - \sin 5x$

$$\begin{array}{r} 16875 \\ 3355 \overline{) 16875} \\ \underline{3355} \\ 675 \\ 61 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16875 \\ 15 \overline{) 16875} \\ \underline{15} \\ 18 \\ \underline{15} \\ 37 \\ \underline{35} \\ 25 \\ \underline{25} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3375 \\ 30 \overline{) 3375} \\ \underline{30} \\ 37 \\ \underline{35} \\ 25 \\ \underline{25} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16875 \\ 3355 \overline{) 16875} \\ \underline{3355} \\ 675 \\ 61 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3375 \\ 30 \overline{) 3375} \\ \underline{30} \\ 37 \\ \underline{35} \\ 25 \\ \underline{25} \\ 0 \end{array}$$

$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

$$5 \cdot 3375 = 5^2 \cdot 675 =$$

$$= 5^3 \cdot 135 = 5^4 \cdot 27 = 5^4 \cdot 3^3 \cdot 3$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} \cos 10x$$

$$= 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$\cos 10x = 2 \cos^2 5x - 1$$

$$= 2 \cos^2 5x - \sin^2 5x - \cos^2 5x = \cos^2 5x - \sin^2 5x$$

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$\cos \frac{10x}{2} \cos \frac{4x}{2} - \sqrt{2} \cos 10x$$

$$\sin 7x + \sin 3x$$

$$= \sin \left(\frac{\pi}{2} - 7x \right) + \sin \left(\frac{\pi}{2} - 3x \right)$$

$$= 2 \cos \left(\frac{\pi - 10x}{2} \right) \cos \left(\frac{-4x}{2} \right)$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} \cos 10x$$

$$= 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$2 \cos 5x (\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2} \cos 10x$$

$$= \sqrt{2} (\cos^2 5x - \sin^2 5x)$$

$$= 2 \sqrt{2} \cos^2 5x - \sqrt{2}$$

$$2 \cos \left(\frac{\pi}{2} - 5x \right)$$

$$= 2 \sin(5x) \cos(2x)$$

$$\sqrt{2}(\cos^2 5x - \sin^2 5x) = 2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x)$$

$$(\cos 5x - \sin 5x) (2 \cos 2x - \sqrt{2}(\cos 5x + \sin 5x)) = 0$$



$$2 \cos 2x$$

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

||

$$2 \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2}(\cos^2 5x - \sin^2 5x) = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) - \sqrt{2}(\cos 5x - \sin 5x)(\cos 5x + \sin 5x) = 0$$

$$(\cos 5x - \sin 5x) (2 \cos 2x - \sqrt{2}(\cos 5x + \sin 5x)) = 0$$

$$\cos 2x - \sqrt{2} \cos 5x$$

$$\cos 2x - \sqrt{2} \sin 5x$$

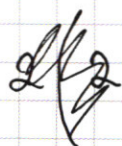
$$\cos 2x$$



$$\cos 5x + \cos\left(\frac{\pi}{2} - 5x\right) =$$

$$= 2 \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) \cos\left(\frac{\pi}{2} - 10x\right)$$

$$\sqrt{2} \cos\left(\frac{\pi}{4} - 5x\right) + 2 \cos 2x$$



$$\cos 2x - \cos\left(\frac{\pi}{4} - 5x\right) = 0$$

$$\cos 5x - \sin 5x = 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x) \lg(-xy) \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 \end{cases}$$

$$\lg(y) + \lg(-x) = \lg(-xy)$$

$$2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0$$

$$-2y^2 + xy + x^2 + 4x + 8y = 0$$

$$x^2 + x(4+y) + 8y - 2y^2 = 0$$

$$-4 - y \pm \sqrt{16 + 8y + y^2 - 4 \cdot 8y + 4 \cdot 2y^2}$$

$$\frac{2y^2 - 24y + 16}{(3y - 4)^2}$$

$$\frac{16y^2}{y^2} \lg(2y^2) = (2y)^2 \lg y$$

$$(16y^2)^{\lg y} = (2y)^2 \lg y$$

$$(16y^2) = (4y^2)$$

$$12y^2 = 0$$

$$y^2 + y - 4 = 0$$

$$-4 - y \pm (3y - 4)$$

$$\frac{-4 - y + 3y - 4}{2} = \frac{2y - 8}{2} = y - 4$$

$$\frac{-4 - y - 3y + 4}{2} = \frac{-4y}{2} = -2y$$

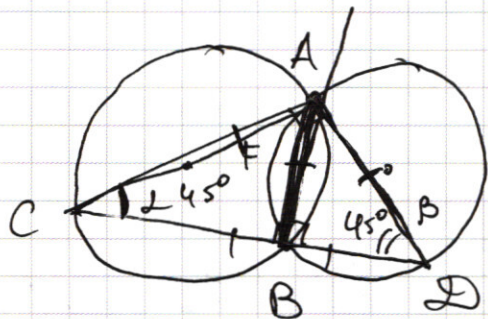
$$AB = 2R$$

$$\sqrt{2}AB = 2R$$

$$\frac{26}{\sqrt{2}} \frac{16y^4}{y^2} = 16y^2$$

$$2y \lg(2y^2) = 16y^2 \lg y$$

$$-1 \pm \sqrt{1 + \dots}$$

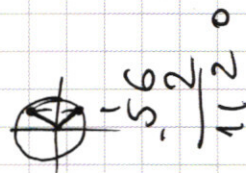


$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

$$\frac{AB}{\sin \alpha} = \frac{AB}{\sin \beta} = 2R$$

$$\Rightarrow \sin \alpha = \sin \beta$$

$$\Rightarrow \alpha = \beta$$



$$\lg \left(\left(\frac{x^4}{y^2} \right)^{\lg y} \right) = \lg (-x)^{\lg (-xy)}$$

$$= \lg y \cdot \lg \left(\frac{x^4}{y^2} \right) = \lg (-xy) \lg (-x)$$

$$\lg y (\lg (x^4) - \lg (y^2)) = (\lg (-x) + \lg (y)) \lg (-x)$$

$$\lg (y) (4 \lg (-x) - 2 \lg (y)) = \lg^2 (-x) + \lg (y) \lg (-x)$$

$$4 \lg (y) \lg (-x) - 2 \lg^2 (y) = \lg^2 (-x) + \lg (y) \lg (-x)$$

$$\lg^2 (-x) + 2 \lg^2 (y) - 3 \lg (y) \lg (-x) = 0$$

$$\lg^2 (-x) - \lg (y) \lg (-x) + 2 (\lg^2 (y) - \lg$$

$$\lg y = a$$

$$\lg (-x) = b$$

$$a(4b - 2a) = (b + a)b + 2 \cdot 2$$

$$4ab - 2a^2 = b^2 + ab$$

$$3ab - 2a^2 = b^2$$

$$b^2 + 2a^2 - 3ab = 0$$

$$\frac{3a \pm \sqrt{9a^2 - 4 \cdot 2a^2}}{2}$$

Различаем, кто будет "5".

кто будет "3" → C₃

кто будет "3" → C₃

остаток

остаток

остаток

остаток

остаток

остаток

остаток

остаток

остаток

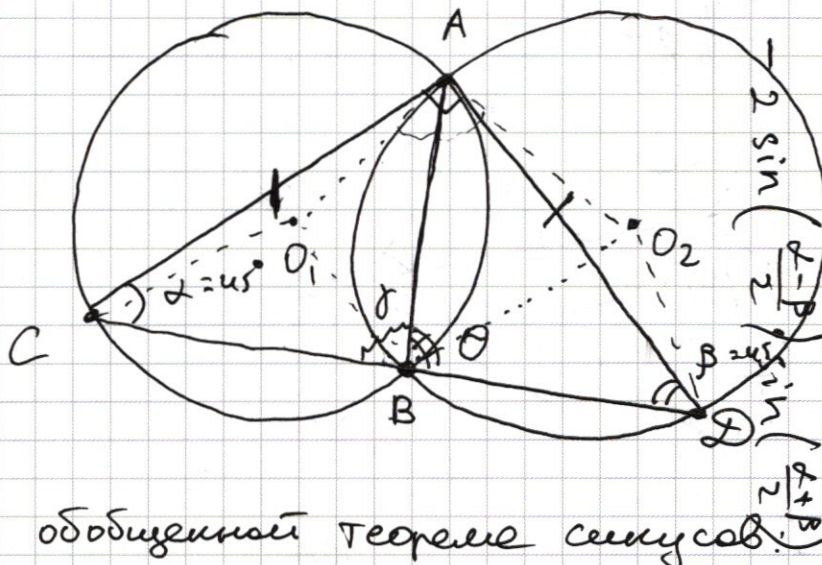
остаток

остаток

остаток

остаток

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\begin{aligned}
 & \cos \alpha + \cos \beta = \cos(\pi - \beta) \\
 & = 2 \cos\left(\frac{\pi + \alpha - \beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha - \pi + \beta}{2}\right) \\
 & = 2 \cos\left(\frac{\pi + \alpha - \beta}{2}\right) \cos\left(-\frac{\pi}{2} + \frac{\alpha + \beta}{2}\right) \\
 & = 2 \sin\left(\frac{\beta - \alpha}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)
 \end{aligned}$$

По обобщенной теореме синусов:

$$\frac{AB}{\sin \alpha} = \frac{AB}{\sin \beta} = 2R \text{ (для } \triangle ABC \text{ и } \triangle ABO)$$

$$\Rightarrow \sin \alpha = \sin \beta, \text{ заметим, что } \alpha + \beta = 90^\circ$$

$\Rightarrow$ оба угла острые

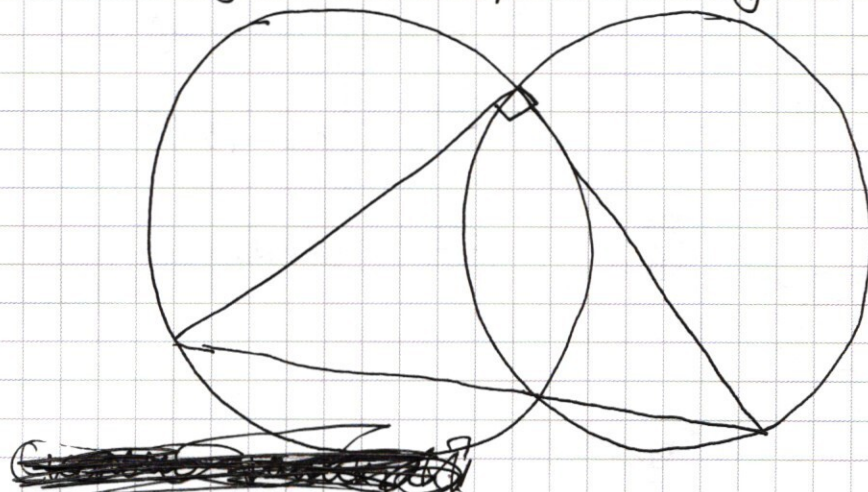
$$\Rightarrow \text{из } \sin \alpha = \sin \beta \text{ следует, что } \alpha = \beta$$

$$\Rightarrow \triangle AOC - \text{равнобедренный} \quad AB = 2R \sin 45^\circ = \frac{26\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow AC = AO \text{ (по оп.)}$$

$$\begin{aligned}
 & x - 6 - y < 0 \\
 & x - 6 < y \\
 & y > 6 - x \\
 & x - 6 + y > 0 \\
 & y > 6 - x \\
 & x - 6 - y > 0 \\
 & x - 6 > y \\
 & y > 6 - x
 \end{aligned}$$

По обобщенной теореме синусов



$$\begin{aligned}
 & x - 6 - y > 0 \\
 & x - 6 > y \\
 & y > 6 - x
 \end{aligned}$$

