

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 6

ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в р
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 4 и 9.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12, \\ (|x| - 6)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .

б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№01

$$\begin{array}{r} 16875 \\ - 15 \\ \hline 18 \\ - 18 \\ \hline 0 \\ - 0 \\ \hline 15 \end{array}$$

$$\rightarrow 16875 = 3 \cdot 5625$$

$$5625 = 3 \cdot 3 \cdot 625 = 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$$

$$16875 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$$

Т.к. все цифры в восьмизначном числе не
больше 9-и и дают в произведении 16875, то ~~пер~~ все
~~нужные~~ нужные числа - представимы элементами дроб. мно-
жеств:

$$\{1; 3; 3; 3; 5; 5; 5; 5\} \text{ и}$$

$\{1; 3; 4; 9; 5; 5; 5; 5\}$, т.к. собором любых 2 множеств
произведения $1 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$ в одно число получится число большее 9-и.

представим

из первого множества можно получить

представим-то все числа

из второго множества:

$$\frac{8!}{2! \cdot 4!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2} = 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 4 = 20 \cdot 42 = 840$$

$$\frac{8!}{2! \cdot 4!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{6} = 280 \Rightarrow \text{всего чисел} - 840 + 280 = 1120$$

Ответ: 1120 чисел.

В) Прямая BF пересекает втормой раз ω , в точке G
 $BF \perp CD \Rightarrow \angle CBG = 90^\circ \Rightarrow$

$$\begin{aligned} \text{Nyoma} \angle CAB = 2^\circ &\Rightarrow \angle CGB = 2^\circ \Rightarrow \angle GCB = 90^\circ - 2^\circ \\ &\Rightarrow \angle GB = 2(90^\circ - 2^\circ) \end{aligned}$$
$$W_1 = W_2 \Rightarrow BD = CB \Rightarrow CB = BD \text{ s. } |B| =$$

СВ-обл

$$\begin{cases} \triangle CBG = \triangle CBF \Rightarrow CG = CF = 26. \end{cases}$$
$$CD = BC + BD = 34 \Rightarrow AC = 34 \sin 45^\circ = \frac{34\sqrt{2}}{2}$$
$$\sin B = \frac{BF}{CF} = \frac{24}{26} = \frac{12}{13}$$
$$\cos B = \frac{10}{26} = \frac{5}{13}$$

$$S_{ACF} = \frac{AC \cdot CF \cdot \sin ACF}{2} = \frac{134 \sqrt{2}}{2} \cdot \frac{26}{2} \cdot \frac{\sqrt{2} \cdot 17}{26} =$$

$$= \frac{1}{2} (34 \cdot 17) = 289$$

Ans: $CF = 26$

$$\sigma \int S_{ACF} = 289$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3

$$2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0$$

$$2y^2 - (x+4)y - x^2 - 4x = 0$$

$$y = \frac{(x+4) \pm \sqrt{(x+4)^2 + 8(x^2+4x)}}{4} = \frac{x+4 \pm \sqrt{9x^2 + 48x + 64}}{4} = \frac{x+4 \pm (3x+8)}{4} =$$

$$= \begin{cases} x+4 \\ -\frac{x}{2} \end{cases}$$

1) $y = x+4$ т.е. $x = y-4$

$$\left(\frac{x^4}{y^2}\right) \lg y = (-x) \lg(-xy)$$

$$\lg\left(\frac{x^4}{y^2}\right) \lg y = \lg(-x) \lg(-xy) \Rightarrow x < 0 \quad (1)$$

иначе $-xy < -xy \Rightarrow \lg(-xy) > -xy > 0 \Rightarrow y < 0 \Rightarrow \lg y = \emptyset$

$$\lg(y) (4 \lg(4-y) - 2 \lg(y)) = (\lg(4-y) + \lg(y)) \lg(4-y)$$

$$\lg(y) = 0$$

$$\lg(4-y) = 0$$

$$a(4b-2a) = (a+b)b$$

$$4ab - 2a^2 = ab + b^2$$

$$b^2 - 3ab + 2a^2 = 0$$

$$(b - a)(b - 2a) = 0$$

1) $\lg y = \lg(4-y)$

$$y = 4-y \Rightarrow y = 2 \Rightarrow x = -2$$

2) $\lg(4-y) = 2 \lg(y) = \lg(y^2)$

$$4-y = y^2$$

$$y > 0; y = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{2} \Rightarrow y = \frac{1 + \sqrt{17}}{2}$$

$$x = \frac{\sqrt{17} - 7}{2} < 0$$

$$e) y = -\frac{x}{2} \Rightarrow x = -2y$$

$$\lg\left(\frac{16y^2}{y^2}\right) \cdot \lg y = \lg 2y \cdot \lg(2y^2)$$

$$(4\lg 2y - 2\lg y) \lg y = \lg 2y (\lg y + \lg 2y)$$

$$\lg 2y = c$$

$$\lg y = d$$

$$(4c - 2d)/d = c(c + d)$$

$$4dc - 2d^2 = c^2 + cd$$

$$c^2 - 3dc + 2d^2 = 0$$

$$(c - 2d)(c - d) = 0$$

$$\lg 2y = \lg y^2 \quad \lg 2y = \lg y$$

$$0 < 2y = y^2 \quad 0 < y = 2y$$

$$y = 2 \Rightarrow x = -4$$

$$y = 0$$

$$\text{Ответ: } (x, y): (-2; 2); \left(\frac{\sqrt{17}-2}{2}; \frac{1+\sqrt{17}}{2}\right); (-4; 2)$$

№ 2

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$\cos a + b + \cos a - b = 2 \cos a \cos b \Rightarrow \cos 7x + \cos 3x = 2 \cos 5x \cos 2x$$

$$\sin a + b + \sin a - b = 2 \sin a \cos b \Rightarrow \sin 7x + \sin 3x = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} \cos 10x = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2} (\cos^2 5x - \sin^2 5x)$$

$$1 - \cos 10x - \cos 5x = \sin 5x$$

$$\cos 5x \neq \sin 5x:$$

$$2 \cos 2x = \sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x)$$

$$2 \cos^2 2x = 1 + 2 \cos 5x \sin 5x = \cos^2 5x + \sin^2 5x + \sin 10x$$

$$\cos 4x = \sin 10x$$

$$\sin 10x - \cos 4x = \sin 10x - \sin \frac{\pi}{2} - 4x =$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\sin 10x - \sin \frac{\pi}{2} - 4x = \cos 6x + \frac{\pi}{2} \sin 14x - \frac{\pi}{2} = 0$$

Значит, равенство верно в 3х случаях:

$$\begin{cases} \cos 5x = \sin 5x \\ \cos 6x + \frac{\pi}{2} = 0 \\ \sin 14x - \frac{\pi}{2} = 0 \end{cases}$$

$$\cos 5x = \sin 5x \Leftrightarrow 5x = \frac{\pi}{4} + 8\pi k_1$$

$$x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi k_1}{5}$$

$$\cos 6x + \frac{\pi}{2} = 0 \Leftrightarrow 6x + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} + 8\pi k_2$$

$$x = \frac{\pi k_2}{6}$$

$$\sin 14x - \frac{\pi}{2} = 0 \Leftrightarrow 14x - \frac{\pi}{2} = \pi k_3$$

$$k_1, k_2, k_3 \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{28} + \frac{\pi k_3}{14}$$

№7

$$\text{Рассмотрим } f(x) = 15 + (3^{x-1} - 1)/x - 3^x + 4 \cdot 3^{x-1}$$

$15 + (3^{x-1} - 1)/x > y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{x-1} \Rightarrow$ Будут существовать
решения ~~тогда~~ $\Leftrightarrow f(x) > 0$

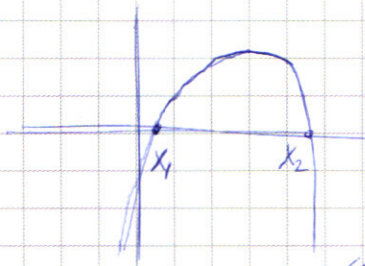
Заметим, что решения будут тогда для опред-го x -
от $3^x + 4 \cdot 3^{x-1}$ до $15 + (3^{x-1} - 1)/x - 1$ т.е

$$(15 + (3^{x-1} - 1)/x - 1) - (3^x + 4 \cdot 3^{x-1}) + 1 = f(x)$$

Рассмотрим $f(x)$: для $x < 0$ $-1 < g(x) < 0$
 $g(x) = x(x-1)3^{x-2} + 3^{x-2}$ $\Rightarrow$ с $x = 2$ $g(x)$ возрастает

$$f'(x) = 3^{x-1} - 1 - x3^{x-1} \Rightarrow \text{до определенного } x, \text{ функция}$$

строго возрастает, затем строго убывает.



Найдем эти x_1 и x_2 .

Заметим, что $f(4) = 25 + (3^{21}-1)4 -$

$$- 3^4 - 4 \cdot 3^{21} = 25 - 4 - 81 + 4 \cdot 3^{21} - 4 \cdot 3^{21} = 0$$

$$\text{и } f(25) = 25 + (3^{21}-1)25 - 3^{25} - 4 \cdot 3^{21} =$$

$$= 25 - 81 + 3 \cdot 25 - 81 \cdot 3^{21} - 4 \cdot 3^{21} = 0 \Rightarrow x_1 = 4$$

$$x_2 = 25 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{наб-во решений} - \sum_{i=5}^{24} f(i) = \sum_{i=5}^{24} (25 + (3^{21}-1)i - 3^i - 4 \cdot 3^{21}) =$$

$$= 20 \cdot 25 + 3^{21} \sum_{i=5}^{24} i - \sum_{i=5}^{24} i - \sum_{i=5}^{24} 3^i - 320 \cdot 3^{21}$$

$$\sum_{i=5}^{24} i = \frac{(5+24) \cdot 20}{2} = 29 \cdot 20 \Rightarrow 3^{21} \sum_{i=5}^{24} i - 320 \cdot 3^{21} =$$

$$= 29 \cdot 40 \cdot 3^{21}$$

$$3^5 + 3^6 + \dots + 3^{24} = 3^5 (1 + 3 + \dots + 3^{19}) = 3^5 \cdot \frac{3^{20} - 1}{2} = \frac{3^{21} - 3}{2} \cdot 3^4$$

$$\Rightarrow \sum_{i=5}^{24} f(i) = 20 \cdot 25 + 29 \cdot 40 \cdot 3^{21} - 29 \cdot 40 - \frac{3^{21} - 3}{2} \cdot 3^4 =$$

$$= 40 \cdot 29 + \frac{1}{2} (29 \cdot 20 \cdot 3^{21} - 3^{21} \cdot 29) - 29 \cdot 40 + \frac{3}{2} \cdot 3^4 =$$

$$= 40 \cdot 29 + \frac{1}{2} (29 \cdot 79 \cdot 3^{21}) + \frac{3}{2} \cdot 3^4 = 41,5 \cdot 29 + 29 \cdot \frac{79}{2} \cdot 3^{21} =$$

105

Заметим, что при $y \neq 0$ были есть решения x, y ,
то есть и решения $x, -y$

Рассмотрим случай, когда $y = 0$:

$$2|x-6| = 12$$

$$|x-6| = 6 \Rightarrow x = 12; 0 \text{ система должна иметь 2 решения} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ оба решения $x = 12; 0$ должны подходить:

$$|x-6| (|12|-6)^2 = (6-6)^2 = 36; (0-6)^2 = 64 \Rightarrow a = 100$$

$$a = 100 \Rightarrow \checkmark$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Найти все пары решений уравн:

$$(x-6)^2 + (y-4)^2 = 100$$

П.1. рассмотрим оба члена: $\pm y$, то будем считать, что $y \geq 0$ и есть ровно одно решение (x, y) :

1) случай: $|x-6+y|, |x-6-y|$
 $(x-6+y), (x-6-y) \geq 0$

$$2(x-6) = 12$$

$$x=12 \Rightarrow x-6-y \geq 0 \Rightarrow y \leq 6$$

$$36 + (y-4)^2 = a$$

$$y-4 = \pm \sqrt{a-36}$$

$$y = 4 \pm \sqrt{a-36}$$

$$y \leq 6 \Rightarrow y = 4 - \sqrt{a-36} \Rightarrow 0 \leq 4 - \sqrt{a-36} \leq 6$$

$$40 \leq a \leq 100$$

2) случай:

$$(x-6+y) \geq 0, (x-6-y) \leq 0$$

$$-(x-6-y) + (x-6+y) = 12$$

$$2y = 12 \Rightarrow y = 6 \Rightarrow (x-6)^2 = a-4$$

x должен иметь ровно 1 значение

$\Rightarrow x=0$, иначе второе решение $x=x$, поэтому

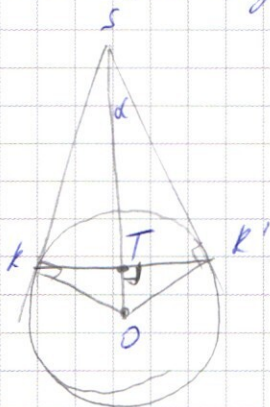
тобы решение $x=-x$,

$$x=0 \Rightarrow 36 = a-4 \Rightarrow a=40$$

3) случай: $|x-6+y|, |x-6-y| < 0$:

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Пусть точка, симметричная $\mathbb{K}$ отн-но OS на
сфере - K' . Тогда $\mathbb{K}$ плоскости SKK' :



плоскости KLH перпендикулярно SO ;
 $KK' \perp SO \Rightarrow K' \in (KLH)$

$T = KK' \cap SO \Rightarrow T$ на плоскости
 KLH

Площадь нужного сечения - $S_1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{S_1}{S_{K_2B_2C_2}} = \frac{ST}{ST_2}$$

Рассмотрим $\triangle SOK'$: $\angle OSK' = \alpha \Rightarrow \angle SOK' = 90^\circ - \alpha$
 $\angle OTK' = 90^\circ \Rightarrow \angle OK'T = \alpha$

$\angle OK'T = \angle OS'O = \alpha \Rightarrow \triangle SOK' \sim \triangle OTK' \Rightarrow OT \cdot SK' = OK'^2$
 $\angle SOK' - \text{остры}$

$$SK' = \sqrt{25R^2 - R^2} = 4\sqrt{6}V \Rightarrow$$

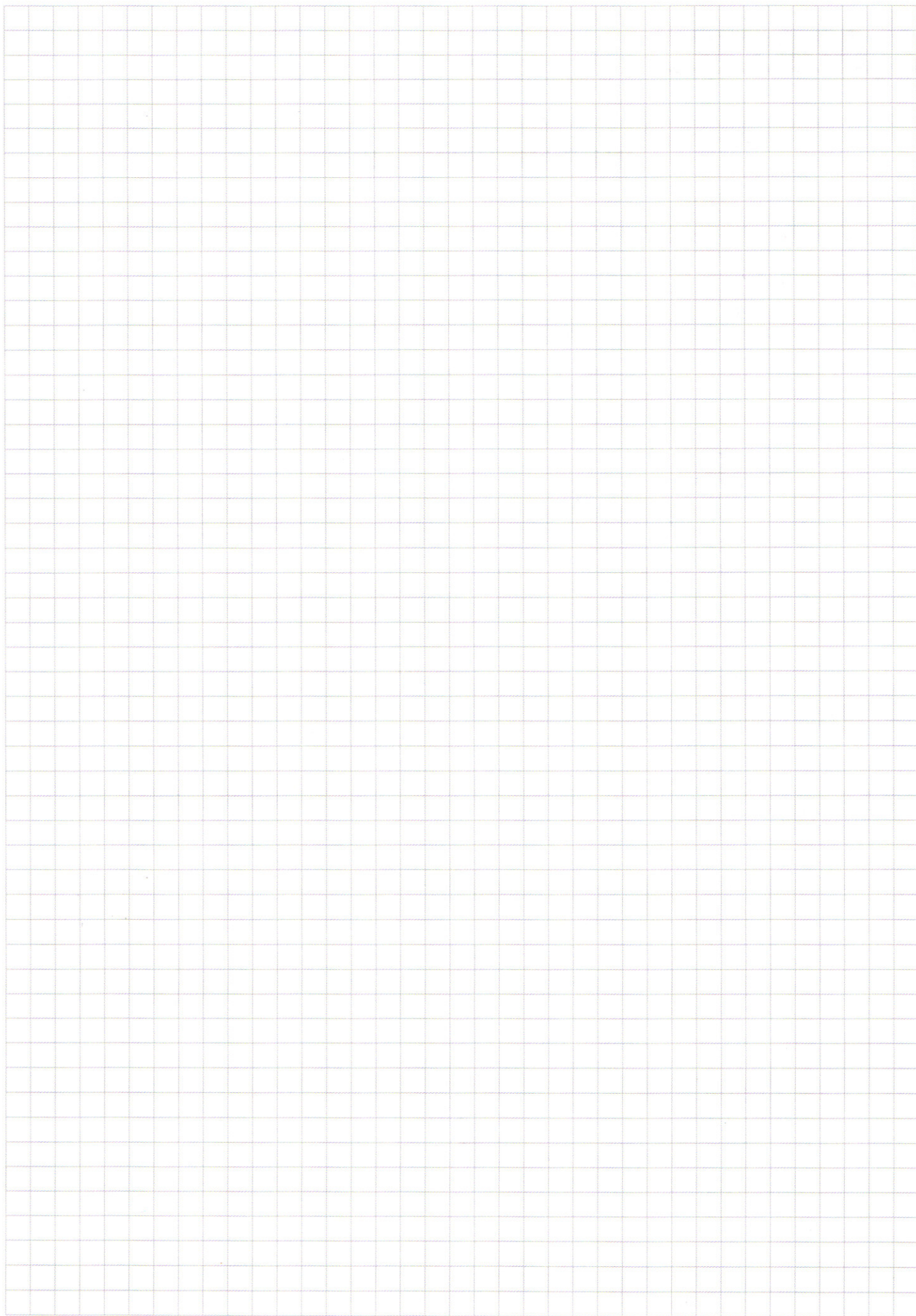
$$\Rightarrow OT = \frac{1}{2\sqrt{6}}V$$

$$ST = \sqrt{25 - \left(\frac{1}{2\sqrt{6}}\right)^2}V \Rightarrow \frac{S_1}{S_{K_2B_2C_2}} = \left(\frac{5 - \frac{1}{2\sqrt{6}}}{5}\right)^2$$

$$S_1 = 9 \left(1 - \frac{1}{10\sqrt{6}}\right)^2$$

Ответ: $\angle KSO = \arcsin \frac{1}{5}$

$$S_{\text{сек}} = 9 \left(1 - \frac{1}{10\sqrt{6}}\right)^2$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\sum_{i=5}^{84} 85 + (3^{11} - 1) \cdot 3^i - 4 \cdot 3^{11} = 15 \cdot 10 + 3^{11} \left(\sum_{i=5}^{84} i \right) - \sum_{i=5}^{84} 4 \cdot 3^i$$

$$\sum 3^i = 10 \cdot 4 \cdot 3^{11}$$

$$5 \rightarrow 1$$

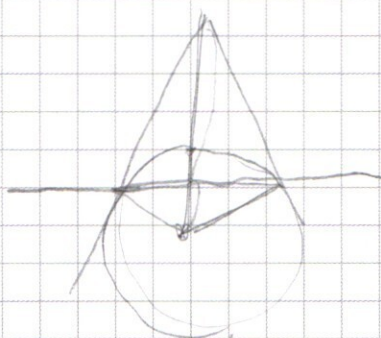
$$6 \rightarrow 2$$

$$84 \rightarrow 10$$

$$-x; -y$$

$$x; y$$

$$3^{x-2} + x(x-1)3^{x-2}$$



$$x; -y$$

$$x; y$$

$$|x-6-y|$$

$$|x-6| + |y|$$

$$|x-6| = 6$$

$$x = 0; 12$$

$$x = 0 \quad 36^2$$

$$x-6 = 6 \Rightarrow y \leq 6$$

$$x = 12$$

$$(36)^2 + (|y-6|)^2 = a$$

$$|y-6|^2 = a - 36$$

$$y-6 = \pm \sqrt{a-36}$$

$$y = 6 \pm \sqrt{a-36}$$

$$0 \leq y \leq 6 \Rightarrow y = 6 - \sqrt{a-36} \leq 6$$

$$2 \leq \sqrt{a-36}$$

$$a \geq 40$$

$$6 - \sqrt{a-36} \geq 0$$

$$64 \geq a - 36$$

$$a \leq 100$$

$$\frac{S_{A_1 B_1 C_1}}{S_{A_2 B_2 C_2}} = \frac{4}{9} = k^2$$

$$S_{A_2 B_2 C_2}$$

$$k = \frac{2}{3}$$

$$\frac{d-v}{d+v} = \frac{2}{3}$$

$$3d - 3v = 2d + 2v$$

$$d = 5V \sin 45^\circ = \frac{V}{\sqrt{2}} = \frac{1}{5}$$

$$81 \left(4,5 + \frac{79}{2} \cdot 3^{81} \right) = 81 \left(81 + \frac{(3^{81} - 1)}{2} \cdot 79 \right)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r} 16875 \overline{) 3} \\ 15 \\ \underline{15} \\ 0 \\ 15 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5625 \overline{) 3} \\ 3 \\ \underline{3} \\ 24 \\ \underline{22} \\ 21 \\ \underline{15} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16875 \overline{) 3} \\ 15 \\ \underline{15} \\ 0 \\ 15 \end{array}$$

$$16875 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$$

$$16875 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$$

$$\begin{array}{r} 1 \ 3 \ 3 \ 3 \ 5 \ 5 \ 5 \ 5 \\ 1 \ 1 \ 3 \ 3 \ 5 \ 5 \ 5 \ 5 \end{array}$$

$$\cos 7x + \cos 3x = 2 \cos 2x \cos 5x$$

$$\cos a + b + \cos a - b = 2 \cos a \cos b$$

$$\sin a + b + \sin a - b = 2 \sin a \cos b$$

$$2 \cos 2x \cos 5x - \sqrt{2} \cos 10x = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$2 \cos 2x / (\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2} (\cos^2 5x - \sin^2 5x)$$

$$2 \cos 2x = \sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x)$$

$$\sqrt{2} \cos 2x = \cos 5x + \sin 5x$$

$$2 \cos^2 2x = 1 + 2 \cos 5x \sin 5x = 1 + \sin 10x$$

$$2 \cos^2 2x = \cos^2 2x + \sin^2 2x + \sin 10x$$

$$\cos^2 2x - \sin^2 2x = \sin 10x$$

$$\cos 4x = \sin 10x$$

$$2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0$$

$$2y^2 = xy + x^2 + 4x + 8y$$

$$2y^2 - 8y + 16 = x^2 + 4x + 4 + xy + 12$$

$$y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{x-1}$$

$$4 \cdot 3^{x-1} + 3^x \leq 85 - 3^{x-1}x - x$$

$$(4-x)3^{x-1} + 3^x \leq -x$$

или

$$(4-x)3^{x-1} \leq -x$$

$$4 \cdot 3^{x-1} + x \leq x 3^{x-1}$$

$$x \leq x - 4/6$$

$$\begin{array}{r} x17 \\ 13 \\ \hline 51 \\ 77 \\ \hline 221 \end{array}$$

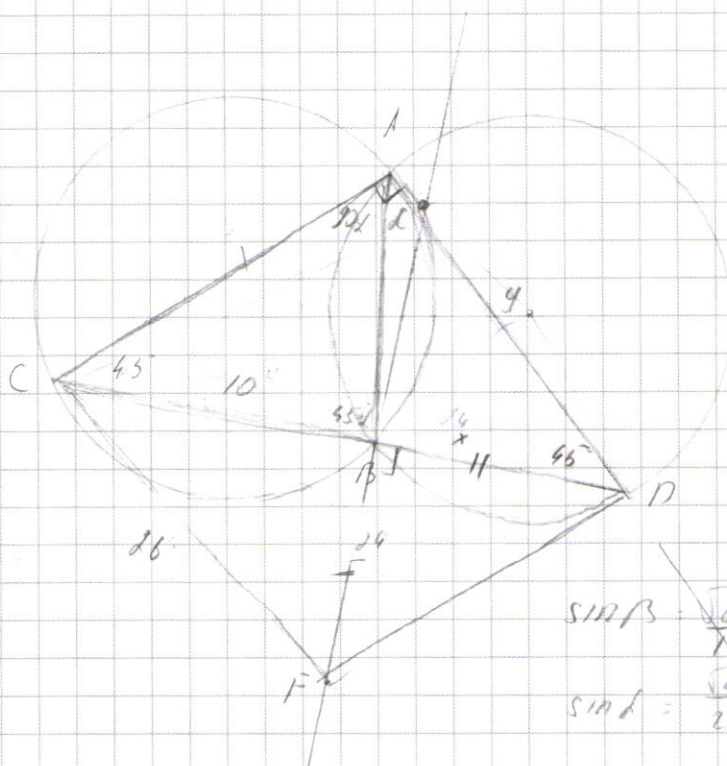
$$\sin B = \frac{24}{26} = \frac{12}{13}$$

$$\cos B = \frac{5}{13}$$

$$\sin(B+45^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{12}{13} + \frac{5}{13} \right) = \frac{17\sqrt{2}}{26}$$

$$\frac{13 \cdot 13 \cdot \frac{17\sqrt{2}}{26}}{2} = \frac{13 \cdot 17\sqrt{2}}{4} = \frac{221\sqrt{2}}{4}$$

$$AB = 13\sqrt{2}$$



$$\begin{array}{r} x26 \\ 26 \\ \hline 156 \\ 52 \\ \hline 676 \end{array}$$

$$576$$

$$16x + 64$$

$$16x + 32$$

$$\sin \angle B = \frac{\sqrt{69}}{13} \Rightarrow \cos \angle B = \frac{10}{13}$$

$$\sin \angle A = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \cos \angle A = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin \angle A B = \sin \angle A \cos \angle B + \cos \angle A \sin \angle B =$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{69}}{13} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{10}{13} = \frac{\sqrt{2}}{26} (\sqrt{69} + 10)$$

$$S_{ACI} = \frac{13 \cdot 13 \cdot \frac{\sqrt{2}}{26} (\sqrt{69} + 10)}{2}$$

$$2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0$$

$$2y^2 - (x+8)y - x^2 - 4x = 0$$

$$y = \frac{x+8 \pm \sqrt{(x+8)^2 + 8(x^2+4x)}}{4} = \frac{x+8 \pm \sqrt{9x^2 + 64x + 64}}{4} = \frac{x+8 \pm (3x+8)}{4} = \begin{cases} x+4 \\ -\frac{x}{2} \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$4 \lg 2y - \lg y$$

$$y = x^{1/4}$$

$$x = y^4$$

$$\left(\frac{(y-4)^4}{y^2}\right) \lg y = (4-y) \lg((4-y)y)$$

$$\log a^b = b \log a$$

$$\lg \left(\frac{(y-4)^4}{y^2}\right) \lg y = \lg(4-y) \lg((4-y)y)$$

$$\lg y \lg \left(\frac{(y-4)^4}{y^2}\right) = \lg(4-y)y \lg(4-y)$$

$$\lg y \cdot 2 \lg \left(\frac{(y-4)^2}{y}\right) = \lg y (4 \lg(y-4) - 2 \lg y) = \lg(4-y) (\lg y + \lg(4-y))$$

$$\lg y = a$$

$$\lg(4-y) = b$$

$$a(4b - 2a) = (b+a)b$$

$$4ab - 2a^2 = b^2 + ab$$

$$b^2 - 3ab + 2a^2 = 0$$

$$(b-a)(b-a) = 0$$

$$\lg(4-y) = 2 \lg y$$

$$4-y = y^2$$

$$y^2 + y - 4 = 0$$

$$y = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$y = \frac{\sqrt{17} - 1}{2} \Rightarrow x = \frac{2 - \sqrt{17}}{2}$$

$$y = -\frac{x}{2}$$

$$x = -2y$$

$$\lg y \lg \left(\frac{(y-4)^4}{y^2}\right) = \lg 2y \cdot \lg(2y^2)$$

$$\lg y \lg(16y^2) = \lg 2y (\lg(2y) + \lg y)$$

$$\lg y (\lg 4 + 2 \lg y) =$$

$$a(c+1) = b^2 + ab$$

$$b^2 - ab - ac = 0$$

$$b = \frac{a \pm \sqrt{a^2 + 4ac}}{2}$$

$$2 \lg y \lg(4y) = \lg 2y + \lg y + \lg 2y$$

$$(16y^2) \lg y = 2y \lg(2y^2)$$

$$\lg y \lg(16y^2) = \lg(2y^2)$$

$$\lg y (\lg 16y^2) = \lg 2y + \lg y$$

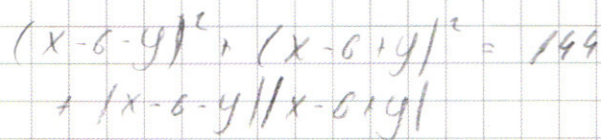
$$\lg y (\lg 4 + 2 \lg y) = (\lg 2y + \lg y) \lg 2y$$

$$2a(c+1) = (a+b)b$$

$$2ac = b^2 - ab$$

$$b = \frac{a \pm \sqrt{a^2 + 4ac}}{2}$$

$$b = \frac{a + \sqrt{a^2 + 4ac}}{2} = \lg y, \quad \lg y = \lg y$$



$$x^2 + 36y^2 - 12x - 12y + 2xy$$

$$x^2 + 12y^2 - 24x + 1/(x-6)^2 - y^2 = 144$$

$$3^x \cdot 14 \cdot 3^{11} \leq 84 \cdot 173^{11} - 1/x$$

$$3^x \cdot 14 \cdot 3^{11} \leq 14 \cdot 3^{11} \cdot x - x$$

$$\leq 3^x + (4-x)3^{11} \leq 89 - x$$

$$X \geq 0.$$

$$3^x \cdot (4-x) 3^{11} \geq (4-x) 3^{11}$$

$x \leq 0$

$Q = X$

$$9 \cdot 3^{11}, 9 \cdot 3^{11} \leq 3^x + (4-x)3^{11} \leq 14 \cdot 3^{11}$$

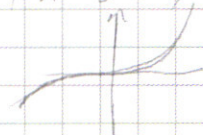
$$4 \cdot 3^{11} \leq 4 \cdot 3^{11} + a(3^{11} - 1) \leq 19 \Rightarrow x \geq 0$$

$$f(x) 4 \cdot 3^{11} x \cdot x - 4 \cdot 3^{11} \cdot 3^x \geq 0$$

$$f'(x) = 3^{x-1} - 1 - x 3^{x-1}$$

$$x^3 \cdot x^{-1}$$

$$(x \cdot 3^{x-1})' = 3^{x-1} + x(x-1)3^{x-2}$$



$$14 + (3^{21} - 1) \times 3^x = 3^x \Rightarrow 4 \cdot 3^{21} \text{ VO}$$

$x_2 = 1$

$x = 1$

$x = 10 \quad 15 - 1 - 4$

$$x = 4 \quad 15 + 4 \cdot 3^{11} - 4 - 3^4 - 4 \cdot 3^{11} =$$

84

$$84 + 3^{11} - 84 - 3^{19} - 9 \cdot 3^{11}$$

AS

$x = 5$ - Hammer C