

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 6

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 4 и 9.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12, \\ (|x| - 6)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N 1

$76875 = 5^4 \cdot 3^3 \Rightarrow$ в восьмизначном числе
будет четыре 5, а также либо три 3, либо
один 3.

1) Три 3 $\binom{4}{3} \rightarrow$ кол-во вариантов расставить
четыре 5 по 8 местам $\binom{3}{4}$ — кол-во вариантов
расставить три 3 по оставшимся 4 местам.

~~2) Если~~ Оставшиеся места займем

1 единичным способом $\binom{4}{3} \cdot \binom{3}{4} = 70 \cdot 4 = 280$

2) Есть 3 и 9. Тогда $\binom{4}{3}$ — кол-во способов
выбрать 4 места из 8 для ~~одной~~ четырех 5.

$\binom{1}{4}$ — кол-во способов выбрать 1 место ~~для~~ из
4 оставшихся для одной 3. $\binom{7}{3}$ — кол-во способов

выбрать из 3 мест одну для 9. $\binom{4}{8} \cdot \binom{7}{4} \cdot \binom{7}{3} =$
 $= 70 \cdot 4 \cdot 3 = 840$ — кол-во ~~вариантов~~ таких

восьмизначных чисел (3; 9 и четыре 5).

$$840 + 280 = 1120$$

Ответ: 1120

N 5

$$\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12 \\ (|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a \end{cases}$$

1) ~~$x-6-y \geq 0$~~ $x-6-y \geq 0 \wedge x-6+y \geq 0$:

$$x-6-y + x-6+y = 2x-12 = 12 \Rightarrow x=12$$

$$\begin{cases} 12-6-y \geq 0 \\ 12-6+y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \leq 6 \\ y \geq -6 \end{cases}$$

2) $x-6-y \geq 0 \wedge x-6+y < 0$

$$x-6-y - (x-6+y) = -2y = 12 \Rightarrow y = -6$$

$$\begin{cases} x-6-6 \geq 0 \\ x-6-6 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 12 \\ x < 12 \end{cases}$$

3) $x-6-y < 0 \wedge x-6+y \geq 0$

$$-x+6+y - (x-6+y) = -2x+12 = 12 \Rightarrow x=0$$

$$\begin{cases} 0-6-y < 0 \\ 0-6+y < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y > -6 \\ y < 6 \end{cases}$$

4) $x-6-y < 0 \wedge x-6+y \geq 0$

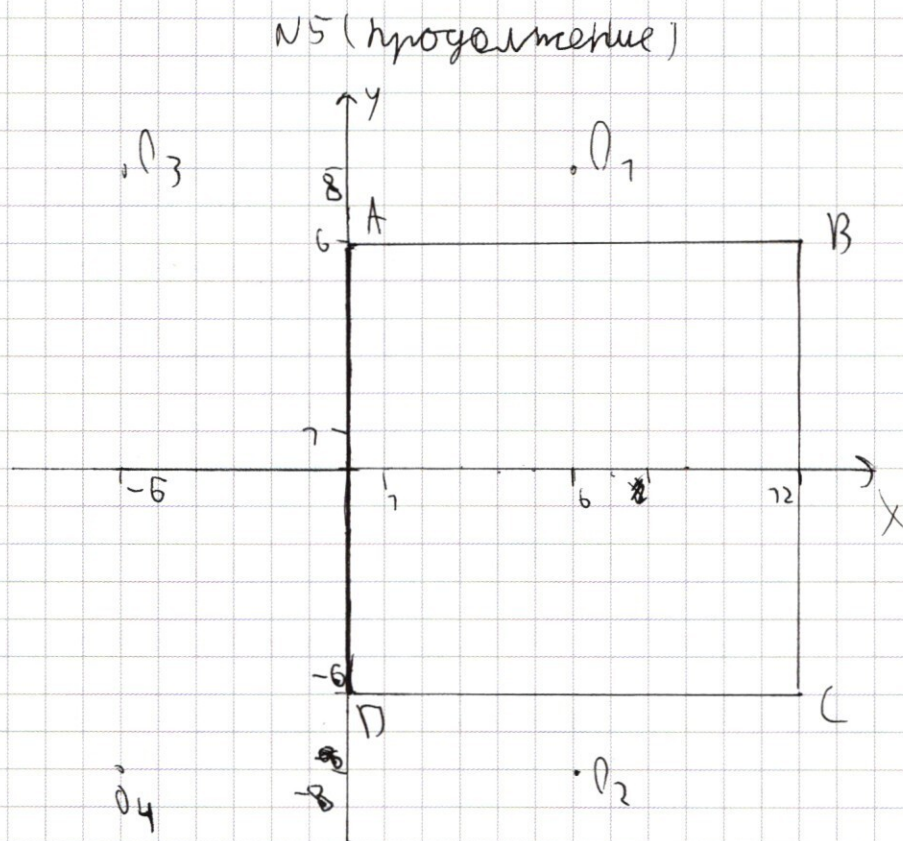
$$-x+6+y + (x-6+y) = 2y = 12 \Rightarrow y = 6$$

$$\begin{cases} x-6-6 < 0 \\ x-6+6 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 12 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

$(|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a$ - 4 окружности с центрами

$O_1(6; 8), O_3(-6; 8), O_4(-6; -8), O_2(6; -8)$ и радиусом $\sqrt{a}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



~~Известно~~ Известно, из принципа симметрии следует, что у ~~каждых~~ окружностей O_1 и O_2 одинаковое кол-во пересечений с $ABCD$, и у окр. O_3, O_4 одинаковое кол-во пересеч. с $ABCD$.

⇒ либо у O_1 ^{окр.} нет пересечения с $ABCD$, ~~либо у O_2 нет пересечения с $ABCD$~~ ,
либо пересечения O_1 и O_2 ^{окр.} совпадают и их 2,
~~либо у O_3 и O_4 нет пересеч. с $ABCD$, либо у O_3 и O_4 пересечения совпадают и их 2,~~
либо ~~аналогичные ситуации с O_3 и O_4 .~~

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N 5 (продолжение)

⇒ Больше 2 точек пересечения.

⇒ окр. O_3 пересек $AB(O_1)$ т.е. O_3 — радиус

$$a = O_3 O_1^2 = 14^2 + 18^2 = 520 > O_1 O_2^2 = 14^2 + 6^2 \Rightarrow \text{окр. } O_1$$

не пересекает $AB(O_1)$ т.е. O_1 — наиболее удаленная

и точка $AB(O_1)$ относительно O_1 ⇒ всего 2

точки касания.

Ответ: $a \geq 520 \vee 4$

N 7

$$\Rightarrow x \leq 3 \Rightarrow 3^x + 4 \cdot 3^{87} > 85 + (3^{87} - 1)x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y \text{ системы } \begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{87} \\ y < 85 + (3^{87} - 1)x \end{cases} \quad \text{Нет решений}$$

$$\Rightarrow x > 86 \Rightarrow 3^x + 4 \cdot 3^{87} > 85 + (3^{87} - 1)x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y \text{ системы } \begin{cases} \dots \end{cases} \quad \text{Нет решений.}$$

$$\Rightarrow x = 4 \vee 85 \Rightarrow 3^x + 4 \cdot 3^{87} = 85 + (3^{87} - 1)x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y \text{ системы } \begin{cases} \dots \end{cases} \quad \text{Нет решений.}$$

$$\Rightarrow x \in [5; 84] \Rightarrow 85 + (3^{87} - 1)x > 3^x + 4 \cdot 3^{87}$$

$3^x + 4 \cdot 3^{87}$ — степенная ф-ция $85 + (3^{87} - 1)x$ — линейная

у них не более 2 точек пересечения.

№7 (продолжение)

7 $x \in [5; 84]$, x - целое

$$\begin{cases} y < 85 + (3^{87} - 7)x \\ y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{87} \end{cases} \Rightarrow 85 + (3^{87} - 7)x - (3^x + 4 \cdot 3^{87}) =$$

- кол-во подходящих y при

данном x $85 + (3^{87} - 7)x - (3^x + 4 \cdot 3^{87}) =$

$$= 87 + (3^{87} - 7)(x - 4) - 87 \cdot 3^{x-4} = (3^{87} - 7)(x - 4) - 87(3^{x-4} - 1)$$

$$\sum_{x=5}^{84} ((3^{87} - 7)(x - 4) - 87(3^{x-4} - 1)) = (3^{87} - 7) \left(\frac{84 \cdot 85}{2} - \frac{4 \cdot 5}{2} - \right.$$

$$\left. - 4 \cdot 80 \right) - 87(3^{80} + 3^{79} + \dots + 3 + 1 - 87) = (3^{87} - 7) \left(\frac{3570}{2} - \right.$$

$$\left. - 70 - 320 \right) - 87 \left(\frac{3^{87} - 1}{2} - 87 \right) = (3^{87} - 7) \left(\frac{3240}{2} - \right.$$

$$\left. - 87 \left(\frac{3^{87} - 1}{2} \right) + 87^2 = (3^{87} - 7)(3799,5) + 6567$$

~~Ответ: $(3^{87} - 7)(3799,5) + 6567$~~

Ответ: $(3^{87} - 7)(3799,5) + 6567$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 2

$$\cos 2x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 70x = \sin 2x + \sin 3x$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \cos 2x - \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 2x + \frac{1}{\sqrt{2}} \cos 3x - \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 3x =$$

$$= \cos \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) + \cos \left(3x + \frac{\pi}{4} \right) =$$

$$= 2 \cos \left(5x + \frac{\pi}{4} \right) \cdot \cos 2x = \cos 70x$$

$$2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} (\cos 5x - \sin 5x) \cos 2x = \cos^2 5x - \sin^2 5x =$$

$$= (\cos 5x - \sin 5x)(\cos 5x + \sin 5x)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \cos 5x = \sin 5x \Rightarrow 5x = \frac{\pi}{4} + \pi k \Rightarrow x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5}, \\ \cos 5x \neq \sin 5x \end{array} \right. \quad k - \text{целое}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \cos 5x \neq \sin 5x \end{array} \right.$$

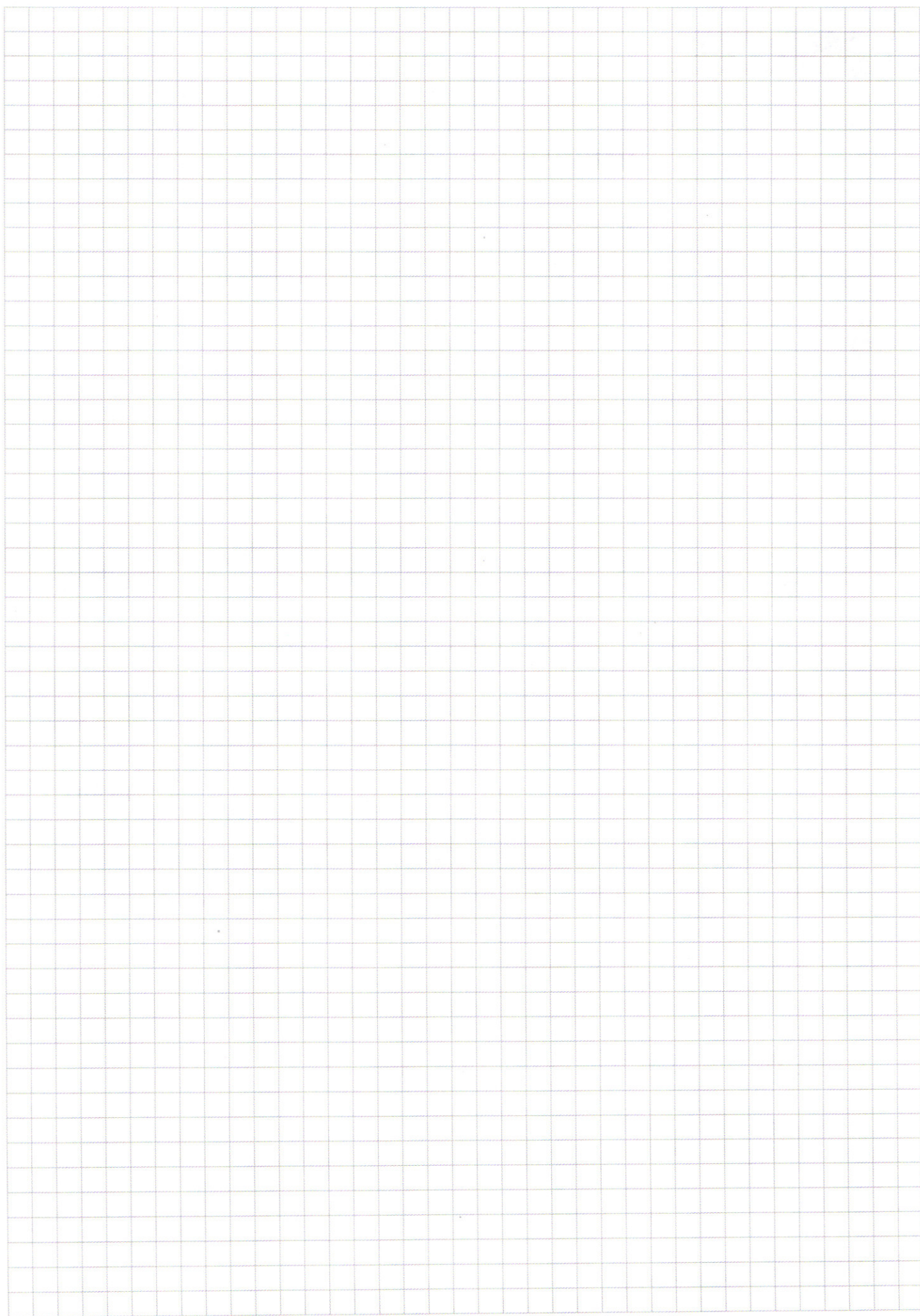
$$\sqrt{2} \cos 2x = \cos 5x + \sin 5x$$

$$\cos 2x = \frac{1}{\sqrt{2}} \cos 5x + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 5x = \cos \left(5x - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$2x = \pm \left(5x - \frac{\pi}{4} + 2\pi k \right)$$

$$\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{12} - \frac{2}{3}\pi k, \quad k - \text{целое} \\ x = \frac{\pi}{28} - \frac{2}{7}\pi k, \quad k - \text{целое} \end{array} \right.$$

Ответ: $x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5} \vee x = \frac{\pi}{12} - \frac{2}{3}\pi l \vee x = \frac{\pi}{28} - \frac{2}{7}\pi m$
 $k, l, m - \text{целые}$



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

W1

$$\begin{array}{r} 76875 \\ 75 \\ 78 \\ 75 \\ 37 \\ 35 \\ 25 \\ 25 \end{array} \quad \begin{array}{r} 5 \\ 3375 \\ 30 \\ 37 \\ 35 \\ 2575 \\ 25 \end{array} \quad \begin{array}{r} 15 \\ 675 \\ 50 \\ 775 \\ 775 \end{array} \quad \begin{array}{r} 25 \\ 27 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 76875 \\ 767 \\ 77 \\ 69 \\ 85 \end{array} \quad \begin{array}{r} 23 \\ 73 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 76875 \\ 750 \\ 787 \\ 775 \\ 725 \end{array} \quad \begin{array}{r} 25 \\ 675 \\ 50 \\ 725 \end{array} \quad \begin{array}{r} 25 \\ 27 \end{array}$$

$$76875 = 5^4 \cdot 3^3$$

$$\frac{8!}{4!4!} \cdot \frac{4!}{2!2!} \cdot \frac{3!}{2!} = \frac{8!}{2!4!2!} = \frac{40320}{48} = 840$$

$$\frac{8!}{4!4!} \cdot \frac{4!}{2!2!} \cdot \frac{3!}{2!} = 840$$

$$5^4 \cdot 9 \cdot 3 \cdot 7^2 = 5^4 \cdot 3 \cdot 7^2 = 5^4 \cdot 3 \cdot 49 = 5^4 \cdot 147 = 61250$$

$$840 + 280 = 1120$$

$$5^4 \cdot 3 \cdot 7^2 = 5^4 \cdot 3 \cdot 49 = 5^4 \cdot 147 = 61250$$

$$280$$

W2

$$\cos 7x + \cos 3x$$

$$\sqrt{2} \cos 5x = \sqrt{2} (\cos 7x \cos 3x - \sin 7x \sin 3x)$$

$$\cos 2 + \cos 3$$

$$\cos 2 = \frac{\cos \frac{2+\beta}{2} \cos \frac{2-\beta}{2}}{\sin \frac{2+\beta}{2} \sin \frac{2-\beta}{2}} \quad \cos \beta = \frac{\cos \frac{\beta+2}{2} \cos \frac{\beta-2}{2}}{\sin \frac{\beta+2}{2} \sin \frac{\beta-2}{2}}$$

$$\cos 2 + \cos 3 = 2 \cos \frac{5}{2} \cos \frac{1}{2}$$

$$+ \sin \frac{2+\beta}{2} \sin \frac{2-\beta}{2}$$

$$\cos 7x + \cos 3x = 2 \cos 5x \cos 2x$$

$$\sin 2 + \sin 3 = 2 \sin \frac{2+\beta}{2} \cos \frac{2-\beta}{2} + 2 \sin \frac{\beta-2}{2} \cos \frac{\beta+2}{2}$$

$$\sin \beta = \sin \frac{2+\beta}{2} \cos \frac{2-\beta}{2} - \sin \frac{2-\beta}{2} \cos \frac{2+\beta}{2}$$

$$\sin 2 + \sin 3 = 2 \sin \frac{2+\beta}{2} \cos \frac{2-\beta}{2}$$

$$2 \sin 5x \cos 2x$$

$$\begin{cases} (x-6-y) + (x-6+y) = 12 \\ ((x-6)^2 + (y-3)^2 = 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x; y) - \text{rem} > 1 \\ (x; -y) - \text{rem} \end{cases}$$

$$\exists! (x; y)$$

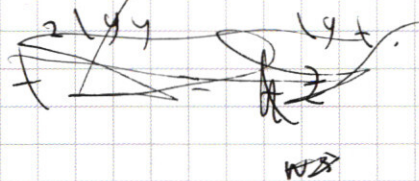
всего 2 rem. $\Rightarrow \text{rem} y = 0 \quad \exists 2 \text{ rem } x$, мндо $y \neq 0$ ~~1 rem~~

$$\begin{cases} y=0 \\ ((x-6)^2 = 9 \\ |x-6| = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=12 \\ x=0 \\ ((x-6)^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=3 \\ x=7 \\ x=0 \\ y=3 \end{cases}$$

2) $y \neq 0$ 1 rem

$$\begin{cases} \left(\frac{x}{y} \right)^2 = (-x) \\ 2y^2 - 8y + 8 - x^2 - 4x - 4 = 4 \\ 2(y-2)^2 - (x+2)^2 = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left(\frac{z}{y} \right)^2 = (z) \\ 2(y-2)^2 - (z-2)^2 = 4 \end{cases}$$

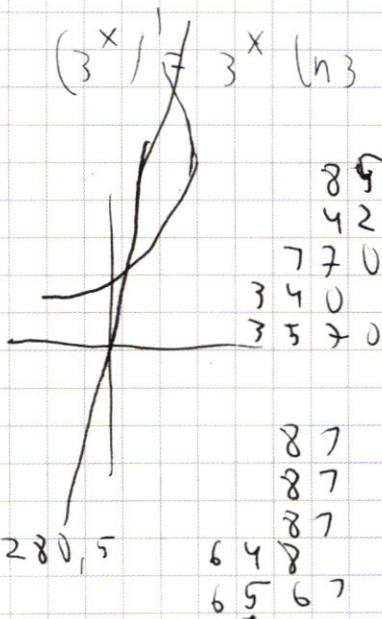


$$\begin{aligned} \lambda = 85 & \quad y < 85 \cdot 3^{87} \leq y \\ \lambda = 7 & \quad y < 87 + 7 \cdot 3^{87} \leq y \\ 3^{87} - 7 & = 2 \cdot 3^x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 85 + (3^{87} - 7) \cdot x &= 87 \cdot 3^{87} - 7 \cdot 3^{87} \\ 84 & > (3^{87} - 7) \cdot (x - 4) = 87(3^{x-4} - 1) \\ \sum_{x=85} & \quad 1 = (3^{87} - 7) \left(\frac{84 \cdot 85 - 4 \cdot 5}{2} - 87 \right) \cdot 3^{84} + 73 + 7 - 87 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos 2\theta + \sin \theta \\ \sin \left(\frac{\pi}{2} - 2\theta \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z > 0 \\ y > 0 \\ \frac{z}{y} = t \end{aligned}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cos 2x (1 - \sqrt{2}) \cos 3x + \cos 3x$$

$$\cos(70x + \frac{\pi}{4}) - \sin(70x + \frac{\pi}{4}) = \cos 70x$$

$$\sin(70x + \frac{3\pi}{4}) + \sin(-70x + \frac{\pi}{4}) =$$

$$= 2 \sin(\frac{\pi}{4}) \cos(70x + \frac{\pi}{2}) = 2 \sin \frac{\pi}{4} \sin 70x = \cos 70x$$

$$\rightarrow \sin 70x = 0 \Rightarrow \cos 70x = 0 \quad 2 \sin \frac{\pi}{4} = \operatorname{ctg} 70x$$

$$70x = \operatorname{arccotg} \sqrt{2} + \pi k \quad x = \operatorname{arccotg} \sqrt{2} + \pi k$$

$$\sqrt{2} \cos 2x - \sqrt{2} \sin 2x = \cos(2x + \frac{\pi}{4})$$

$$\cos(2x + \frac{\pi}{4}) + \cos(3x + \frac{\pi}{4}) = \cos 70x$$

$$2 \cos(\frac{5x + \frac{\pi}{4}}{2}) \cos(\frac{x}{2}) = \cos 70x = (\cos 5x - \sin 5x) / (\cos 5x + \sin 5x)$$

$$\sqrt{2} \cos 2x = \cos 5x + \sin 5x$$

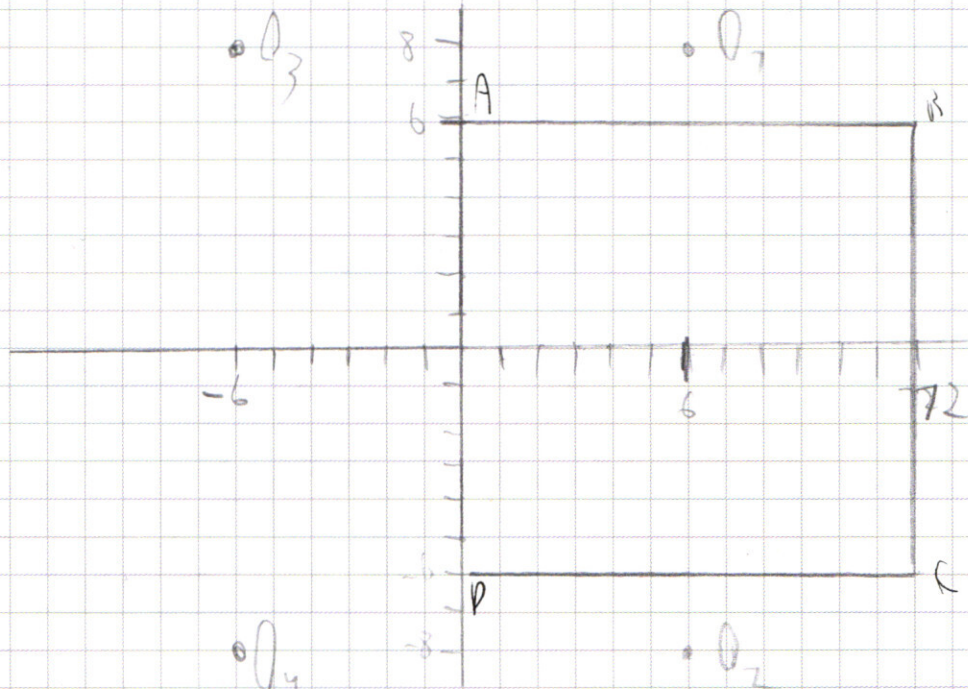
$$\cos 2x = \cos(5x - \frac{\pi}{4})$$

$$\begin{cases} x = 72 \\ y \in [-6; 6] \end{cases}$$

$$\{x-6-y-x+6-y=2y=72 \quad y=-6 \quad x \geq 0 \quad x \leq 72$$

$$\{-2 \leq x \leq 0 \quad x \geq 0 \quad y \in [-6; 6]\}$$

$$x \sim x+6+y+x-6+y = 2y = 12 \quad y \leq 6 \quad x \in [0; 12]$$



ψ_2 ψ_1 ψ_0
 ψ_0 ψ_1 ψ_2 ψ_3 ψ_4
 ψ_3 ψ_4 ψ_5 ψ_6 ψ_7 ψ_8 ψ_9 ψ_{10} ψ_{11} ψ_{12} ψ_{13} ψ_{14} ψ_{15} ψ_{16} ψ_{17} ψ_{18} ψ_{19} ψ_{20} ψ_{21} ψ_{22} ψ_{23} ψ_{24} ψ_{25} ψ_{26} ψ_{27} ψ_{28} ψ_{29} ψ_{30} ψ_{31} ψ_{32} ψ_{33} ψ_{34} ψ_{35} ψ_{36} ψ_{37} ψ_{38} ψ_{39} ψ_{40} ψ_{41} ψ_{42} ψ_{43} ψ_{44} ψ_{45} ψ_{46} ψ_{47} ψ_{48} ψ_{49} ψ_{50} ψ_{51} ψ_{52} ψ_{53} ψ_{54} ψ_{55} ψ_{56} ψ_{57} ψ_{58} ψ_{59} ψ_{60} ψ_{61} ψ_{62} ψ_{63} ψ_{64} ψ_{65} ψ_{66} ψ_{67} ψ_{68} ψ_{69} ψ_{70} ψ_{71} ψ_{72} ψ_{73} ψ_{74} ψ_{75} ψ_{76} ψ_{77} ψ_{78} ψ_{79} ψ_{80} ψ_{81} ψ_{82} ψ_{83} ψ_{84} ψ_{85} ψ_{86} ψ_{87} ψ_{88} ψ_{89} ψ_{90} ψ_{91} ψ_{92} ψ_{93} ψ_{94} ψ_{95} ψ_{96} ψ_{97} ψ_{98} ψ_{99} ψ_{100} ψ_{101} ψ_{102} ψ_{103} ψ_{104} ψ_{105} ψ_{106} ψ_{107} ψ_{108} ψ_{109} ψ_{110} ψ_{111} ψ_{112} ψ_{113} ψ_{114} ψ_{115} ψ_{116} ψ_{117} ψ_{118} ψ_{119} ψ_{120} ψ_{121} ψ_{122} ψ_{123} ψ_{124} ψ_{125} ψ_{126} ψ_{127} ψ_{128} ψ_{129} ψ_{130} ψ_{131} ψ_{132} ψ_{133} ψ_{134} ψ_{135} ψ_{136} ψ_{137} ψ_{138} ψ_{139} ψ_{140} ψ_{141} ψ_{142} ψ_{143} ψ_{144} ψ_{145} ψ_{146} ψ_{147} ψ_{148} ψ_{149} ψ_{150} ψ_{151} ψ_{152} ψ_{153} ψ_{154} ψ_{155} ψ_{156} ψ_{157} ψ_{158} ψ_{159} ψ_{160} ψ_{161} ψ_{162} ψ_{163} ψ_{164} ψ_{165} ψ_{166} ψ_{167} ψ_{168} ψ_{169} ψ_{170} ψ_{171} ψ_{172} ψ_{173} ψ_{174} ψ_{175} ψ_{176} ψ_{177} ψ_{178} ψ_{179} ψ_{180} ψ_{181} ψ_{182} ψ_{183} ψ_{184} ψ_{185} ψ_{186} ψ_{187} ψ_{188} ψ_{189} ψ_{190} ψ_{191} ψ_{192} ψ_{193} ψ_{194} ψ_{195} ψ_{196} ψ_{197} ψ_{198} ψ_{199} ψ_{200} ψ_{201} ψ_{202} ψ_{203} ψ_{204} ψ_{205} ψ_{206} ψ_{207} ψ_{208} ψ_{209} ψ_{210} ψ_{211} ψ_{212} ψ_{213} ψ_{214} ψ_{215} ψ_{216} ψ_{217} ψ_{218} ψ_{219} ψ_{220} ψ_{221} ψ_{222} ψ_{223} ψ_{224} ψ_{225} ψ_{226} ψ_{227} ψ_{228} ψ_{229} ψ_{230} ψ_{231} ψ_{232} ψ_{233} ψ_{234} ψ_{235} ψ_{236} ψ_{237} ψ_{238} ψ_{239} ψ_{240} ψ_{241} ψ_{242} ψ_{243} ψ_{244} ψ_{245} ψ_{246} ψ_{247} ψ_{248} ψ_{249} ψ_{250} ψ_{251} ψ_{252} ψ_{253} ψ_{254} ψ_{255} ψ_{256} ψ_{257} ψ_{258} ψ_{259} ψ_{260} ψ_{261} ψ_{262} ψ_{263} ψ_{264} ψ_{265} ψ_{266} ψ_{267} ψ_{268} ψ_{269} ψ_{270} ψ_{271} ψ_{272} ψ_{273} ψ_{274} ψ_{275} ψ_{276} ψ_{277} ψ_{278} ψ_{279} ψ_{280} ψ_{281} ψ_{282} ψ_{283} ψ_{284} ψ_{285} ψ_{286} ψ_{287} ψ_{288} ψ_{289} ψ_{290} ψ_{291} ψ_{292} ψ_{293} ψ_{294} ψ_{295} ψ_{296} ψ_{297} ψ_{298} ψ_{299} ψ_{300} ψ_{301} ψ_{302} ψ_{303} ψ_{304} ψ_{305} ψ_{306} ψ_{307} ψ_{308} ψ_{309} ψ_{310} ψ_{311} ψ_{312} ψ_{313} ψ_{314} ψ_{315} ψ_{316} ψ_{317} ψ_{318} ψ_{319} ψ_{320} ψ_{321} ψ_{322} ψ_{323} ψ_{324} ψ_{325} ψ_{326} ψ_{327} ψ_{328} ψ_{329} ψ_{330} ψ_{331} ψ_{332} ψ_{333} ψ_{334} ψ_{335} ψ_{336} ψ_{337} ψ_{338} ψ_{339} ψ_{340} ψ_{341} ψ_{342} ψ_{343} ψ_{344} ψ_{345} ψ_{346} ψ_{347} ψ_{348} ψ_{349} ψ_{350} ψ_{351} ψ_{352} ψ_{353} ψ_{354} ψ_{355} ψ_{356} ψ_{357} ψ_{358} ψ_{359} ψ_{360} ψ_{361} ψ_{362} ψ_{363} ψ_{364} ψ_{365} ψ_{366} ψ_{367} ψ_{368} ψ_{369} ψ_{370} ψ_{371} ψ_{372} ψ_{373} ψ_{374} ψ_{375} ψ_{376} $\psi_{$

$$\frac{-x}{y} = t \quad -x = z \quad y + z^2 \quad y + z^2$$

29	78
77	78
56	744
74	78
796	324

$$2t - t^2 + \frac{t^2}{2} = \frac{8}{t^2} \quad 20$$

$$\cos 7x + \cos 3x - \sinh 5x - \sinh 3x = \int_0^x \cos 70x$$

$$-x = z \quad \left(\frac{z^y}{y^z} \right) = z^{y/z} \quad 4 \lg y - 2 \lg y \lg z$$