

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 6

ШИФР

20000846

Заполняется ответственным секретарём

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 4 и 9.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12, \\ (|x| - 6)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1.

$$16875 \mid 5$$

$$3375 \Rightarrow$$

$$16875 = 5 \cdot 3375$$

$$15$$

$$15$$

$$37$$

$$25$$

$$25$$

$$0$$

$$3375 \mid 5$$

$$30$$

$$37$$

$$35$$

$$25$$

$$25$$

$$0$$

$$675 \Rightarrow$$

$$3375 = 5 \cdot 675$$

$$675 \mid 5$$

$$5$$

$$17$$

$$15$$

$$25$$

$$25$$

$$0$$

$$135 \Rightarrow$$

$$675 = 5 \cdot 135$$

$$135 = 5 \cdot 27$$

$$27$$

$$25$$

$$0$$

$$135 = 5 \cdot 27$$

Итак, $16875 = 5^4 \cdot 3^3$

Самостоятельно, в скобках 8-значный номер
4 цифры, 3 тройки и одна единица.

Всего таких чисел: 8-значный номер для 1
8 разн. мест.

Для трех троек: $\frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3} = 70$ чисел.

Для четырех цифрок остается $\frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{4} = 6$ чисел.

Итого разн. вариантов: $7 \cdot 105 \cdot 6 = 5040$.

$$d. \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3} \cdot \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{4} = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 2 = 3360 \text{ вариантов}$$

Ответ: 3360 8-значных нр. каждого из них

каждого равно 16875.

$$\sqrt{2} \cdot \cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x.$$

$$2\cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} \cos 10x = 2\sin 5x \cos 2x$$

$$2\cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2} (\cos^2 5x - \sin^2 5x)$$

$$2\cos 2x = \sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x).$$

$$\sqrt{2} \cos 2x = \cos 5x + \sin 5x$$

$$2\cos^2 2x - 1 = \sin 10x$$

$$\cos 4x = \sin 10x.$$

$$\cos 7x \cos 3x + \sin 7x \sin 3x = \sin 7x \cos 3x + \sin 3x \cos 7x.$$

$$\cos 7x (\cos 3x - \sin 3x) = \sin 7x (\cos 3x - \sin 3x)$$

$$\cos 7x = \sin 7x.$$

В процессе преобразования мы опирались на тождества $\cos 5x - \sin 5x$ и $\cos 7x - \sin 3x$. Поэтому сам этот тождество равен 0, то есть верно.

$$1) \cos 5x = \sin 5x. | : \cos 5x$$

$$\tan 5x = 1 \Rightarrow 5x = \frac{\pi}{4} + \pi n$$

$$x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi n}{5}.$$

$$2) \cos 3x = \sin 3x. | : \cos 3x$$

$$\tan 3x = 1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{3}.$$

$$3) \cos 7x = \sin 7x. | : \cos 7x$$

$$\tan 7x = 1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{28} + \frac{\pi n}{7}.$$

$$\text{Ответ: } x = \frac{\pi}{28} + \frac{\pi n}{7}; x = \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{3}; x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi n}{5}.$$

$$\begin{array}{l} \text{с.г.} \\ \text{д. } \frac{7.6.5}{32} \end{array} \quad \text{д. } 7.5$$

делим на $\cos 5x, \cos 3x, \cos 7x$, т.к. они не равны 0. Если $\cos 5x, \cos 3x, \cos 7x = 0$, то $\sin 5x, \sin 3x, \sin 7x = \pm 1 \Rightarrow \cos 5x \neq \sin 5x, \cos 3x \neq \sin 3x, \cos 7x \neq \sin 7x$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$-x - 4 + 6 = 13 + \cancel{(-x)} - 6 - y$$

~~1. x, y, z~~

~~$\cdot |x+y-6| = |x-6-y|$~~

~~$x + 5 - 6 > 0$~~

~~$x + y - 6 > 0$~~

~~$$9x - 4y - 6 = 12 - (x - 6 - y)$$~~

$$|x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12$$

$$1) x - 6 > 4 \rightarrow 2x = 24$$

$$x = y$$

7) $x - 6 < -4$

$$6 - x + 6 - x + 6 - y = 12$$

$$x = 0$$

3) $x-6 \geq -4$; $x-6 < 4$

$$x - 6 - y - x + 6 - y = 12$$

$$y = -6$$

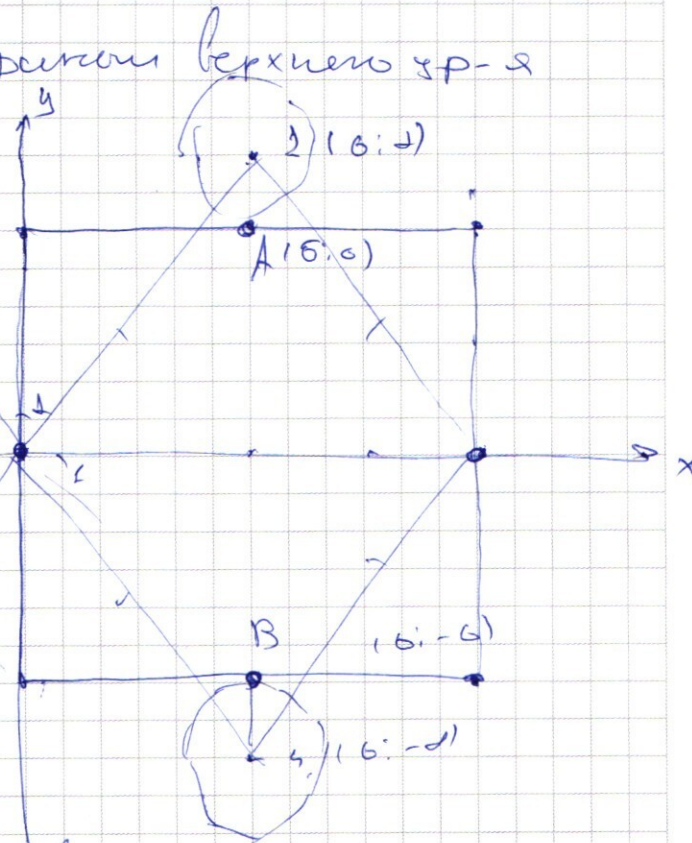
4) $x - 6 < -4$; $x - 6 = 0$ y

у-6. } несут, графический верхний зр-я

Является квадрат: 2

показ 1, 2, 3, 4 - достижимы и,

номер 2-го ур-ня.



Unordered Jones 2-pem-8, 9

Иногда переписки

Этот являлся 67-м

мужнах. Это возможно.

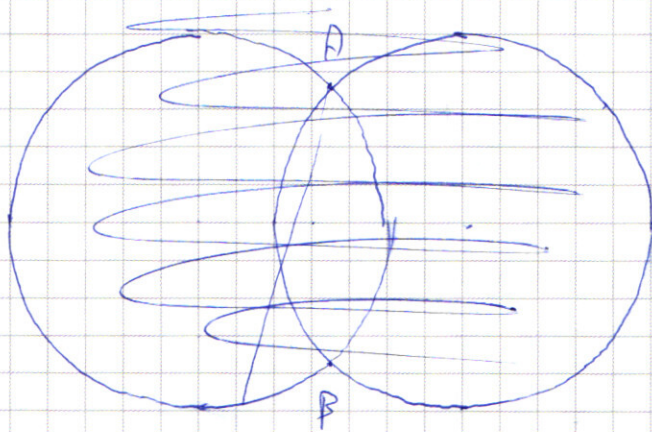
~~если 1-ая точка $(0; 0)$ и~~

2 а) ~~120~~ . ~~120~~ 1200, 120000

Эти точки — точки A и B — экстр.: $(6; -6) / (4; 6)$
 В любых двух углах пересечения окружностей 3 и 4
 пересекут и вугран. Далее, если 2-х точек,
 а эти точки — не пересекут и вугран.
 расстояний от точек 3 и 4 до точек A и B
 $= 2 \Rightarrow \Gamma_{AB} = 2 \Rightarrow a = 4$.

Ответ: $a = 4$.

№ 8



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1 $16275 = 5^4 \cdot 3^3 \cdot 2$

в 8-значном числе вариантов расстановки
тройки $\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2 \cdot 1}$. Допустим, игрок уже сыграл

Значит, для каждого оставшегося 3-знач. числа. После
того, как мы поставили единицу в 8-значном
числе остается 4 знака для 4 номеров $\Rightarrow$ расста-
новка номеров определяется однозначно.

Итого, всего вариантов: $\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot 5 =$
 $= 56 \cdot 5 = 280$ - вариантов, так как в числе не все цифры
Вывод: 280 вариантов (проверьте на стр. 8)

№5
$$\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12 \\ (|x-6|)^2 + (|y-8|)^2 = 0 \end{cases}$$

Итак, из второго уравнения следует, что $x=6$ и $y=8$.
Подставим в первое уравнение: $|6-6-8| + |6-6+8| = 12$
или $8 + 8 = 16 \neq 12$. Значит, нет решений.

$$|x-6-y| + |x-6+y| = 12$$

$$|x+y-6| = 12 - |x-6+y|$$

1) $x+y-6 < 0 \Rightarrow x-6 < -y$

~~2) $x+y-6 \geq 0$. Тогда получим равенство с модулем:
 $-x-y+6 = 12 - (x-6+y) \Rightarrow -x-y+6 = 12 - x + 6 - y \Rightarrow 6 = 12$~~

№6 - продолжение:

(AB - BC и AD - PD)

$$\angle A \text{ в } \triangle ABC = 45^\circ; \angle A \text{ в } \triangle ADC = 45^\circ \Rightarrow \angle CAD = 90^\circ \Rightarrow AD = \sqrt{AB^2 + BC^2}$$

= 20. ABF - одна прямая т.к. $\angle ABF = \angle FBC = 90^\circ$

AD - высота в $\triangle ABC$ ($AD \perp BC$) $\Rightarrow AB$ - медиана $\Rightarrow$

$$\angle CAB = \angle CBA = \angle BCD \Rightarrow \angle CBF = \angle BAC \text{ (в } \triangle ABC \text{)}$$

$$\Rightarrow \angle A \text{ в } \triangle ABC = \angle C \text{ в } \triangle BCD \Rightarrow CB = BF = AB = BC \Rightarrow CF = AD = 20$$

$$= 20.$$

$$\Rightarrow BC = 10$$

№1. продолжение.

если в числе есть 9, т.к. 9 - 3, то есть среди цифр 9 и 3, значит, 4 и 5, т.к. 4 - 2, 5 - 1, значит, 4 и 5.

для 2-х вариантов: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0

для 2-х вариантов: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0

для 2-х вариантов: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0

Всего вариантов в этом случае: $\frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{2}$

$$= \frac{30 \cdot 50}{2} = 30 \cdot 25 = 750.$$

Всего вариантов в первом и втором случае: $250 - 750 = 1250$

Ответ: 1250.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\sqrt{3} \quad \begin{cases} \left(\frac{x}{y}\right)^{2 \lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} & (1) \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 2y = 0 & (2) \end{cases} \quad \text{где: } \begin{cases} xy > 0 \\ y > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

используем 1-е ур. по ост. 10:

$$\lg y \cdot \lg\left(\frac{x}{y}\right) = \lg(-xy) - \lg(-x)$$

$$\lg y (\lg x - \lg y) = \lg(-x) (\lg(-x) + \lg y)$$

$$\lg x \lg y - \lg^2 y = \lg^2(-x) + \lg(-x) \lg y$$

$$\lg^2(-x) - 3 \lg(-x) \lg y + 2 \lg^2 y = 0$$

$$(\lg(-x) - 2 \lg y)(\lg(-x) - \lg y) = 0$$

$$1) \lg(-x) = 2 \lg y$$

$$-x = 2y^2$$

подставим в (2)

$$2y^2 - xy - x^2 - 4x - 2y = 0$$

$$2y^2 + 2y^2 - 4y^2 - 8y - 2y = 0$$

$$-2x$$

$$2y^2 + y^3 - 4y^2 + 4y^2 - 2y = 0$$

$$4y^4 - 4y^3 - 6y^2 - 2y = 0$$

$$y = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$4y^3 - y^2 - 6y - 2 = 0$$

~~Но так как у нас уравнение 1-го порядка, то оно не имеет корней, кроме y=0, x=0. Но это не решение.~~

$$2) \lg(-x) = \lg y$$

$$-x = y$$

↓

подставим в (2)

$$2y^2 - xy - x^2 - 4x - 2y = 0$$

$$2y^2 + y^2 - y^2 - 4y - 2y = 0$$

$$y = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$2y^2 - 4y - 2y = 0$$

$$-4y = 0 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$y = 0 \Rightarrow x = 0$$

проверим по
буквам

успешно & не поуходит $\Rightarrow$ Ответ: $x=0; y=0$

Ответ: 1.

24.

$$y^3 - y^2 - 6y + 8 = 0$$

$$y^3 - y^2 - 6y + 8 \quad | y-2 \Rightarrow 8=2$$

$$y^3 - 2y^2$$

$$y^2 + y - 4$$

$$y^3 - 6y$$

$$-y^2 - 2y$$

$$-4y = 0$$

$$-4y = 0$$

значит $y=2$ — корень $\Rightarrow y^2 x = -12 \Rightarrow$

не имеет корней

$y^2 x = 4 \Rightarrow$ не имеет корней

значит $y=0, x=0$ — единственное

Решение: 1.

$$y^2 + y - 4 = 0$$

y'

$$y=2 \Rightarrow x = -4$$

$$D = 17 \Rightarrow y_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2} \Rightarrow$$

$$y = \text{по } D \Rightarrow y > 0 \quad y = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2} \Rightarrow$$

$$x = \frac{-9 + \sqrt{17}}{2}$$

$$x = \frac{-9 + \sqrt{17}}{2}$$

$$y = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$$

$$x = \frac{-9 - \sqrt{17}}{2}$$

$$y = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2}$$

$y=x$ Всего 3 парных корня $(0; 0)$

Ответ: не поуходит по ОДЗ ($x \leq 0; y \geq 0$)

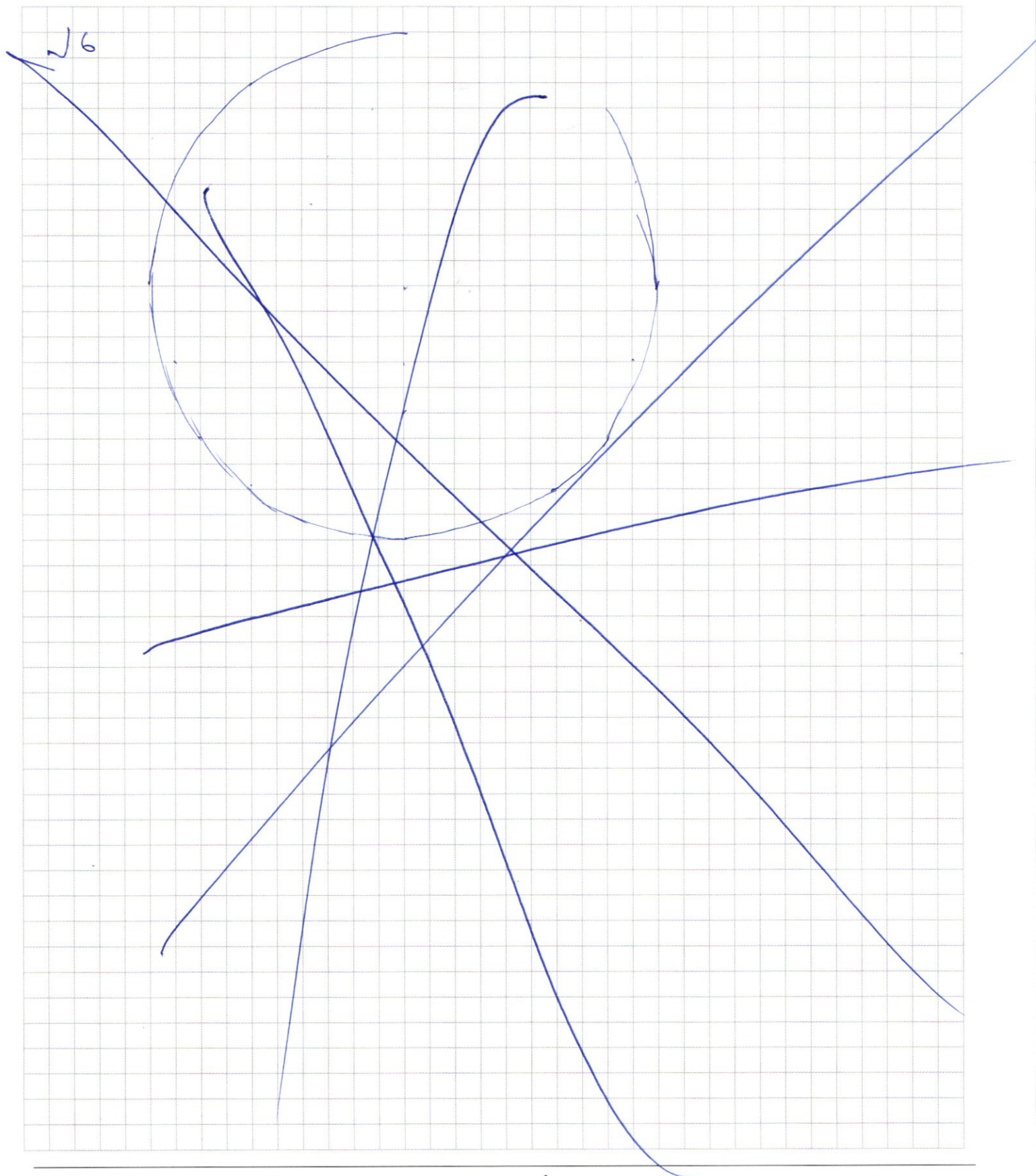
Ответ: $x = (2; -4); (2; -2); \left(\frac{-9 + \sqrt{17}}{2}; \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}\right); \left(\frac{-9 - \sqrt{17}}{2}; \frac{-1 - \sqrt{17}}{2}\right)$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



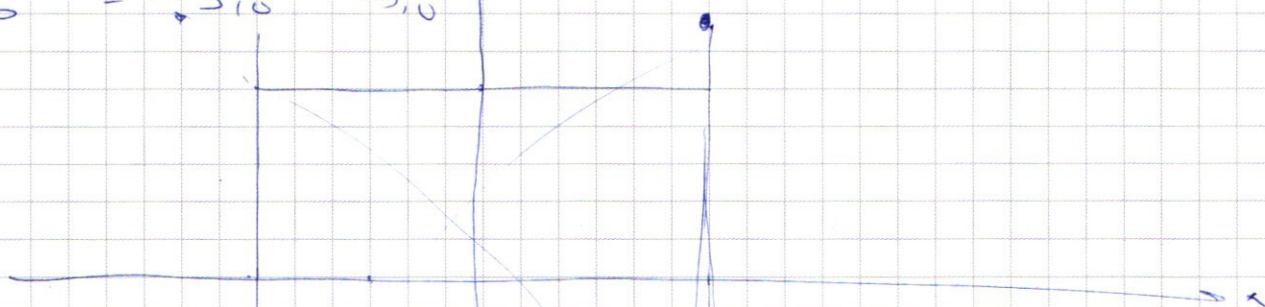
☐ черновик ☒ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$|x-6-y| + |x-6+y| = 12$$

$$\log_{10} 100 = \log_{10} 10 + \log_{10} 10$$



$$y > 0: y > 0.$$

$$\begin{aligned} |x-6-y| + |x-6+y| &= 12 \\ x-6 &= 12 \\ x &= 18 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1) \quad x-6 &\leq -y \\ -x-6 &+ 6 - x+6+y \\ -2x &= 12 \\ x &= -6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x-6-y &= x-6+y-12 \\ y &= -6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad x-6 &> -y \quad x-6 < y \\ y-x+6 &+ x+y-6 = 12 \\ 2y &= 12 \\ y &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y-x+6 &+ x+y \\ y &= 6 \end{aligned}$$

$$3) \quad x-6 > y$$

$$\begin{aligned} x-6-y &= x-6+y \\ x-6-y &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2 \log_2 y &= 2 \cdot y + 2 \cdot y \\ 4 &= 4y \\ y &= 1 \end{aligned}$$

$$|x-6-y| + |x-6+y| = 12.$$

$$|(x-6)-y| + |(x-6)+y| = 12.$$

1) ~~$y-6 \leq -y$~~
 ~~$-6-x+y = x+6$~~

$$6-x+y + 6-x-y = 12$$

$$2x-12=12$$

$$x=12.$$

1) $x-6 > y$.

$$x-6-y +$$

оба модуля + : $x-6 > y$
 2x x=12

оба модуля - : $6-x+y = y+6-x = 12$

$$10^x = 2$$

$$2^x = ?$$

$$x-6 \leq -y; x-6 > y.$$

$$6-x+y \geq x-6+y = 12$$

$$y=6$$

$$\frac{y}{y} = 2y$$

$$\lg(2y^2)$$

$$2x+3 = a-b$$

$$\frac{y}{y} = \frac{2 \lg y}{2 \lg 10 y}$$

$$2^1 = 4$$

$$x^y = ? y = 4$$

$$\log_2 4$$

$$\log_{10} (10 \cdot 100) = 10$$

$$y^{\log_{10} y} =$$

$$\log_{10} y = ?$$

$$\frac{y}{y} = y \cdot 2y$$

$$2 \lg y$$

$$\frac{y}{y} = 2y$$

$$(\lg 2y = \lg y)$$

$$\log_2 8 = 3$$

$$\sqrt{y^{\log_{10} y}}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} y \geq 3 \\ y < 3 + 4 - 1/3^{21} - 1 \end{cases} \times$$

$$\begin{cases} y \geq 3 \\ y \geq 81 + 4 - 1/3^{21} \times - x \end{cases}$$

16875

$$\frac{1.7 \cdot 6.5}{4.3 \cdot 2} \cdot \frac{4.3 \cdot 2}{32}$$

Знаком, $\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{2}$ знамен
в $4-5$, $3-3$, и 0 знамен.

SS x x
S A S x
S x x S
x S S x
x S x S
x x S S

$$\begin{array}{r} 35 \\ 25 \\ \hline 140 \\ 70 \\ \hline 210 \end{array}$$

$$\frac{1.7 \cdot 6.5}{2} = 4.67.5 = 24.35$$

$$1.7 \cdot 6.5 \cdot 4$$

SS x x
S A S x
S x x S
x A S S
S x S x
x S S x

4.3
2

$$4.3 \cdot 2 = 8.6$$

$$- \ln(x) \cdot \ln(y) = \ln(y/x), \ln y$$

SSS
SS - S
SS - S
SS - S

$$\frac{1.7 \cdot 6.5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{3 \cdot 4} = 56.36$$

$$\frac{1.7 \cdot 6.5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{3 \cdot 4} =$$

$$4.67 \cdot 10 = 46.7$$

$$\frac{46.7}{2} = 23.35$$

$$\frac{1.7 \cdot 6.5 \cdot 4}{2} = 22.75$$

$$1.7 \cdot 10 = 17$$

$$56.36$$

$$NS \quad \begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12 \\ ((x-6)^2 + (y-8)^2 = 0 \end{cases}$$

$$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{4 \cdot 5}$$

$$10 \cdot 4 \cdot 7 = 4 \cdot 10 \cdot 7 = 80 \cdot 7$$

$$\frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{12}$$

$$= 8590 \cdot 92 \cdot 2 =$$

$$= 80 \cdot 42 =$$

$$|x-6-y| + |x-6+y| = 12 \quad \&$$

$$|x-6| > y$$

$$x > y+6$$

$$x-6 < y$$

$$x < y+6$$

$$2 \cdot 5 \cdot 42 \cdot 26 =$$

$$920 \cdot 6 =$$

$$|x-6|+y + |x-6|-y =$$

$$= 2x$$

$$\frac{100 \cdot 12}{4}$$

$$801$$

$$(x-6) > -y \quad \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3} = 35 \cdot 3 = 105$$

$$105 \cdot 8 = 840 \cdot 6 =$$

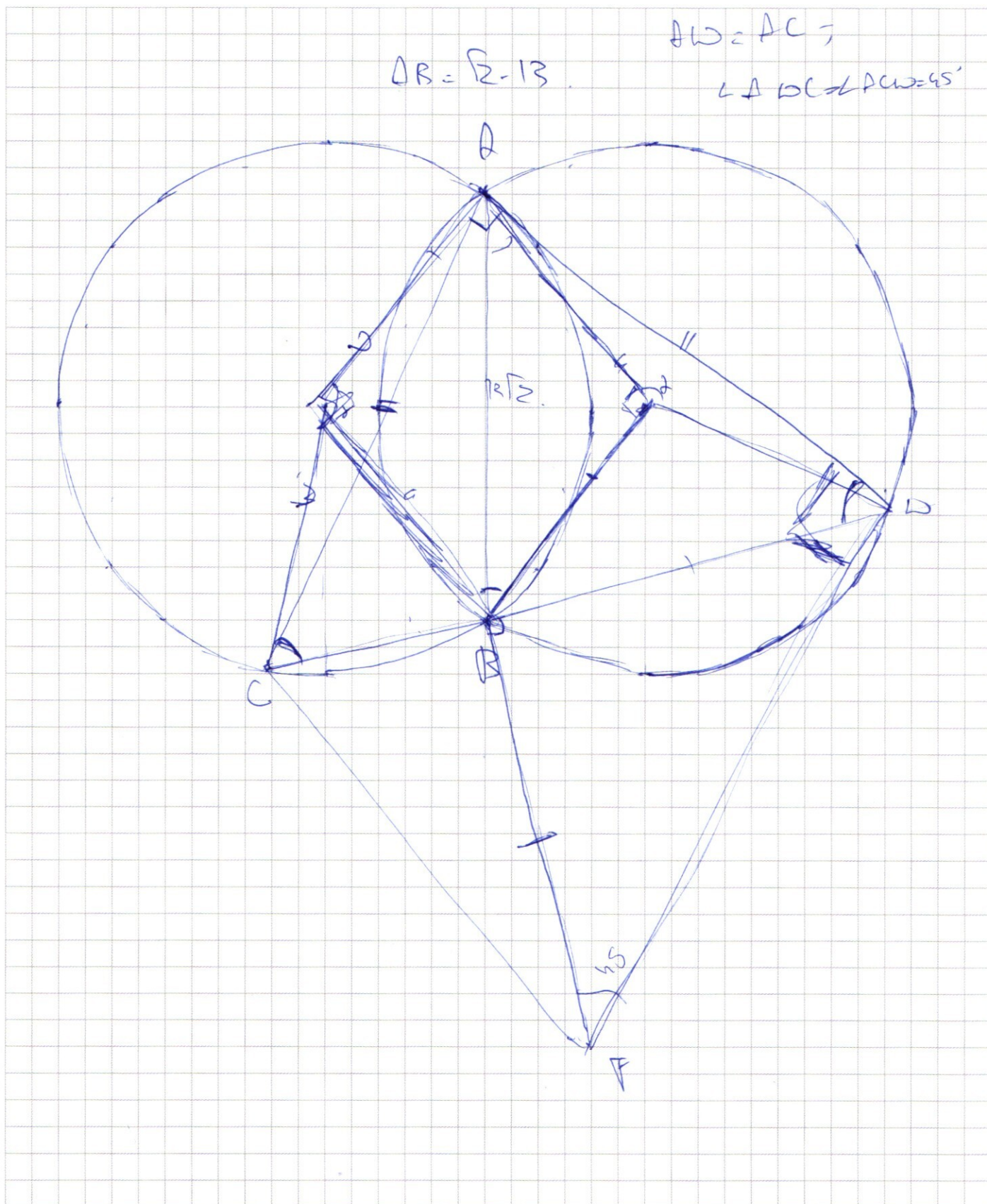
$$= 4860 + 240 = 5040$$

$$p: \text{Длина } 4 \text{ } 4 \text{ } 0 \text{ } 0$$

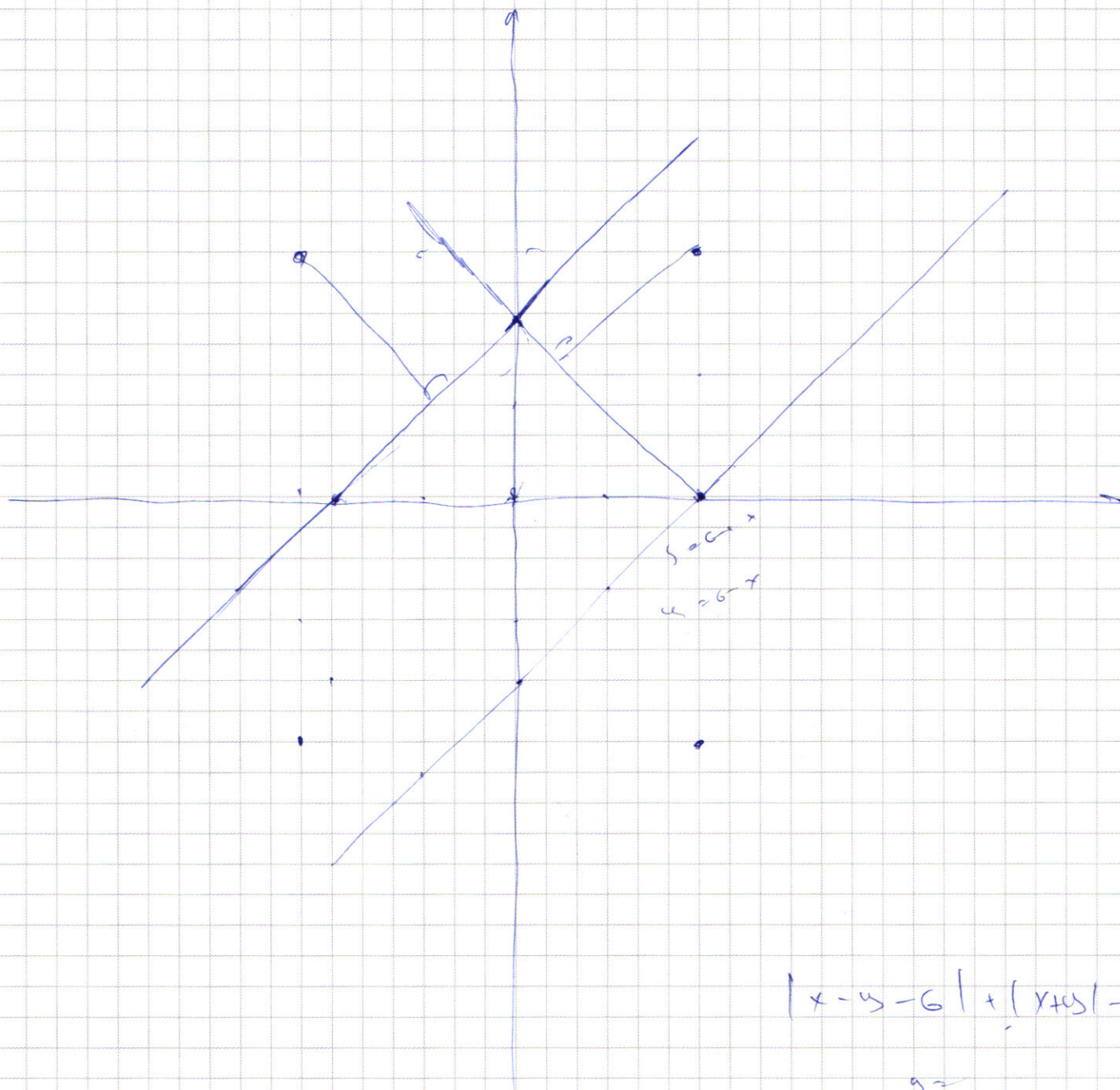
$$\frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{4} = 6$$

$$\frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{2} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



NS



$$|x - y - 6| + |x + y - 6| = 12$$

y =

$$|x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12$$

$$|x - 6 - y| + |x - 6 + y|$$

$$|x - 6| < -y$$

$$|x - 6| < -y$$

$$y = 6 - x$$

$$y =$$

$$y > 6 - x$$

$$x > 6$$

$$x < -y$$

$$|x - 6| < -y$$

$$y < 6 - x$$

$$x < 6 - y$$

$$y < 6 - x$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$$

$$\cos 7x + \cos 3x = 2 \cos 5x \cos 2x$$

$$\cos 10x = \cos 5x \cos 5x$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

$$1225 \cdot 27 =$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ 125 \\ \hline 3125 \end{array}$$

$$460 \cdot 6 = 2760$$

$$2 \cos 5x \cos 2x$$

$$625 \cdot 27 =$$

$$625$$

$$27$$

$$4375$$

$$1250$$

$$16875$$

$$25 \cdot 5 = 125$$

$$625 \cdot 5 = 3125$$

$$25 \cdot 75 = 1875$$

$$\sin 5x \cos 2x + \cos 5x \sin 2x = \sin(5x + 2x)$$

$$\sin 5x \cos 2x - \cos 5x \sin 2x = \sin(5x - 2x)$$

$$2 \cos 5x \cos 2x = 2 \cos 5x \cos 2x$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) = 2 \cos 10x$$

$$2 \cos 2x = \cos 5x + \sin 5x$$

$$2 \cos 2x = 1 + \sin 10x$$

$$2 \cos 2x - 1 = \cos^2 2x - \sin^2 2x = \cos 4x$$

$$\cos 4x = 1 + \sin 10x$$

$$10 = x + y$$

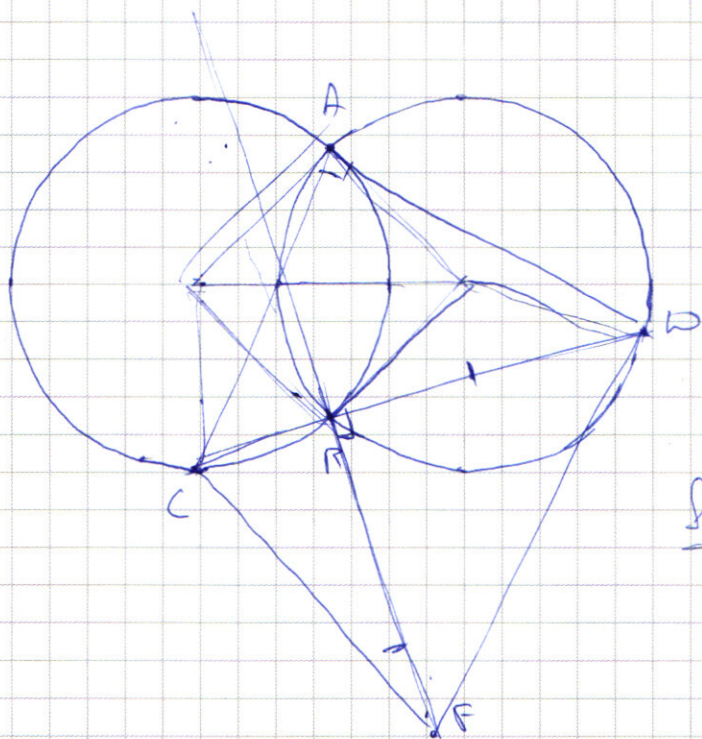
$$\cos 4x = \sin 10x$$

$$4 = x - y$$

$$\cos(7x + 3x) = \sin(7x + 3x)$$

$$\cos 7x \cos 3x - \sin 7x \sin 3x = \sin 7x \cos 3x + \cos 7x \sin 3x$$





$$1. \frac{1 \cdot 6 \cdot 5}{2} \cdot \dots$$

$$1.7.2.5 ;$$

$$= 560.$$

$$\frac{1.7.6.5}{4} \cdot 4.$$

$$\frac{1.7.6.5}{4} \cdot \frac{4.3.2}{2}$$

$$\frac{1.7.6.5}{4} \cdot \frac{4.3.2}{2}$$

$$56 \cdot 10 \cdot 6.$$

$$\frac{1.7.6.5}{4.3.2} \cdot \frac{4.3.2}{3.2}$$

$$1.7.6.5$$

$$1.7.6.5.2.$$

$$\frac{1.7.6.5}{4.3.2} \cdot \frac{4.3.2}{3.2}$$

$$1.7.$$

$$\frac{1.7.6.5}{4.3.2} \cdot \frac{4.3.2}{2.2}$$

$$4.7.7.8.$$

$$p.$$

$$\cos x + \cos y = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\left(\frac{x}{y}\right)^{\log y} = (-x)^{\log(-xy)} \quad (1) \quad \text{Owz: } -xy > 0; y > 0 \Rightarrow$$

$$2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 \quad (2) \quad \Rightarrow y > 0; x < 0.$$

17F: $\sqrt{x^2 - 4x}$ $\left\{ \begin{aligned} \left(\frac{x}{y}\right)^{2/y} &= (-x)^{1/y(1-x)} \\ (2y+x)(y-x) - 4(2y-x) &= 0 \end{aligned} \right.$ $\log x = \log_{10} x$ $\ln x = \log e^x$

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = (-x) \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \\ (2x - x)(x - x - 4) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} 1) \underline{y} = x = -2y \\ 2) x = y - 4 \end{array}$$

$$\text{A1): } \int \left(\frac{y}{y}\right)^{2/y} dy = (2y)^{1/y} (2y^2)$$

$$\frac{y^2 / z y}{y^1 / z y} = z y (1 / z y + 1 / z y)$$

$$4^{2 \log y} = 2_y^{\log 2_y} \cdot 2_y^{\log 2_y} \cdot 2_y^{\log 2_y} \cdot 2_y^{\log 2_y}$$

$$4^{2/3} \cdot 2^{1/3} = 2^{4/3} \cdot 2^{1/3} = 2^{5/3}$$

$$4 \log y = 2 \log 2y \cdot \log 2y \cdot \log y \cdot 2 \log y$$

$$4^{2 \lg y} = 2^{(\lg 2y + \lg y)} \cdot 4^{(\lg 2y - 2 \lg y)}$$

$$41y^4 \quad (1y^2y + 1y^4) \quad (1y^2y + 21y^4)$$

$$2 \begin{pmatrix} 3 \lg 4 - \lg 2y \\ 2 \end{pmatrix} = y \quad (1 \lg 2y + 2 \lg 4)$$

$$2(3 \lg y - \lg 2y) = y \quad (\lg 2y - 2 \lg y)$$

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{\frac{x}{2}} \\ y < 3^{\frac{x}{2}} + 4 - 3^{\frac{x}{2}} - x \end{cases}$$

$$2^{3-y} = 2^3 \cdot 2^{-y}$$

$$\begin{aligned} 85 + (3^{\frac{x}{2}} - 1)x &< 3^{\frac{x}{2}} + 4 \cdot 3^{\frac{x}{2}} \\ 85 + 3^{\frac{x}{2}}x - x &< 3^{\frac{x}{2}} + 4 \cdot 3^{\frac{x}{2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &- 3^{\frac{x}{2}} \\ 2^{\frac{x}{2}} \cdot 3^{\frac{x}{2}} &- 3^{\frac{x}{2}} \end{aligned}$$

$$\left(\frac{x}{y}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-x)} - (-x)^{\lg(y)}$$

$$\lg y \quad x = -2y \quad \lg y \quad \lg y = (2y)^{\lg(2y)} = (2y)^{\lg y}$$

$$\lg 2y = \lg y \cdot ?$$

$$2y^{\lg y} (2^{\lg y} - 1) = 2y^{\lg y}$$

$$\lg 2y = \lg y + \lg y$$

$$\begin{aligned} 2 \lg y &= 2 \lg y - 2y^{\lg y} \\ 2 \lg y \cdot 2y &= 2y^{\lg y} \cdot 2y \end{aligned}$$

$$\lg \lg 2y = \lg y \cdot \lg y$$

$$\begin{aligned} 2 \lg y &= 2y^{\lg y - \lg y} \\ 2 \lg y &= 2 \lg y - \lg y \end{aligned}$$

$$2^{3 \lg y - \lg 2y} = y^{\lg 2y - \lg y}$$

$$\begin{aligned} \lg 2y &= \lg y + \lg y \\ \lg 2y &= \lg 2 \end{aligned}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\sqrt{3} \begin{vmatrix} (x^2)^{2lyy} & (-x)^{ly(-xy)} \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 \end{vmatrix} \quad y^2 ly xy = 15 \quad 2ly xy \cdot ly y$$

$$2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = (2y+x)(y-x) - 4(2y+x) = (2y+x)(y-x-4) = 0 \Rightarrow \text{wird } x = -2y$$

Wz: $\begin{cases} y > 0 \\ -x < 0 \end{cases} \Rightarrow y > 0; x < 0.$

иногда $x = y - 4$

$$x = -2y \Rightarrow \ln y = 2 \ln y = \ln y^2$$

$$\cancel{4y}^{2 \lg y} = 2y^{\lg 2y} + \lg y$$

~~$$\log_4 \frac{(\log_2 y + \log_2 y)}{1} = \frac{1}{2} \log_2 y \cdot \log_2 y$$~~

$$h_y | g_1, h_y | g_2 = 2 \quad (g_1 \sim |g_2|) \quad \cancel{h_y | g_1, h_y | g_2} \quad \cancel{h_y | g_1, h_y | g_2} \quad \cancel{h_y | g_1, h_y | g_2}$$

$$L_u \log u = 2u \log 2u$$

$$\frac{2 \lg 5}{2} \cdot \lg \left(\frac{x^y}{y^2} \right) = \lg(-xy) \cdot \lg(-x)$$

$$\lg(4^{1-x} \cdot 2^{1-x}) = \lg(-x) / (\lg(-x) + \lg(y))$$

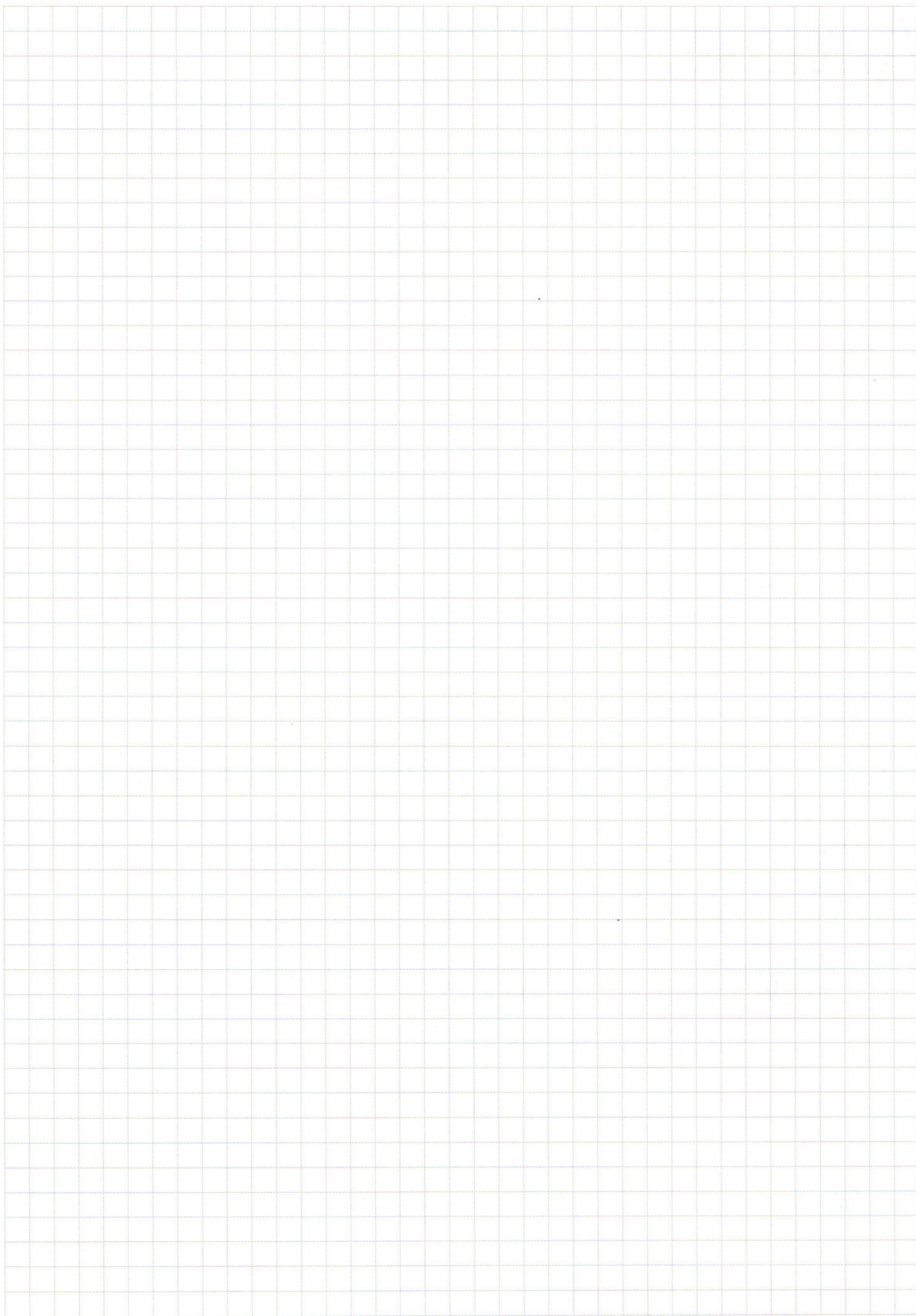
$$\log y (4 \log(-x) - 2 \log y) = \log(-x) (\log(-x) + \log y)$$

$$4|y|(-x) - 2|y|^2 y = |a-x| +$$

$$h_x^2 - u^2 b_y - \delta = 0 \quad x$$

4.8-4-12-10

$$= 32 - 4 +$$



☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

