

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 6

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 4 и 9.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12, \\ (|x| - 6)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .

б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

Разложим число 16875 на простые множители:

$$16875 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 5^5 \cdot 3^3$$

Как-то число, произв. цифр которого равно 16875 и цифр цифр которого или единицы, равно как-то м. разделим 3 цифрами на 8 м. — $\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3!} = 56$

Вспомогательная цифра, тогда цифры этого числа — 5, 5, 5, 5, 5, 3, 9, 1 (также можно < 8 цифр, либо вспомогательная 25, но яв. цифрой).

Способов составить число из этих цифр —

$$= \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{5!} \cdot 3! = 8 \cdot 7 \cdot 6$$

разм. 5-ка на 5! → разм. 1, 3, 9 на свобод. местах

$$\frac{8!}{5!} = 8 \cdot 7 \cdot 6$$

Всего таких чисел $56 + 8 \cdot 7 \cdot 6 = 392$

ОТВ: 392

~2

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} (\cos^2 5x - \sin^2 5x) = 2 \sin 5x \cos 1x$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) - \sqrt{2} (\cos^2 5x - \sin^2 5x) = 0$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) - \sqrt{2} (\cos 5x - \sin 5x) (\cos 5x + \sin 5x) = 0$$

$$(\cos 5x - \sin 5x) (2 \cos 2x - \sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x)) = 0$$

$$1) \cos 5x - \sin 5x = 0$$

$$\cos 5x = \sin 5x$$

$$\cos 5x = \sin(\frac{\pi}{2} - 5x) \cos(\frac{\pi}{2} - 5x)$$

из упр. -я рав-а косинусов:

$$\begin{cases} 5x + (\frac{\pi}{2} - 5x) = 2\pi k & k \in \mathbb{Z} \\ 5x - (\frac{\pi}{2} - 5x) = 2\pi k \end{cases}$$

$$\begin{cases} \emptyset \\ 10x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k & k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$\Rightarrow$

$$x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5} \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$2) 2 \cos 2x - \sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x) = 0$$

$$2 \cos 2x - 2 (\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 5x + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 5x) = 0$$

$$2 \cos 2x - 2 (\cos(5x - \frac{\pi}{4})) = 0$$

$$\cos 2x = \cos(5x - \frac{\pi}{4})$$

из упр. рав-и косинусов:

$$\begin{cases} 2x + (5x - \frac{\pi}{4}) = 2\pi m & m \in \mathbb{Z} \\ 2x - (5x - \frac{\pi}{4}) = 2\pi l & l \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 7x = \frac{\pi}{4} + 2\pi m \\ -3x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi l \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi u}{7} \\ x = \frac{\pi}{12} - \frac{2\pi l}{3} \end{cases} \quad u, l \in \mathbb{Z} \quad \left(x > \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi f}{3}, f = -1 \right)$$

$$\text{Ошв: } \frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5}; \quad \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi u}{7}; \quad \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi f}{3} \quad k, u, f \in \mathbb{Z}$$

н.у.

Дано:

~~Сфера~~ — пирамида

$SABC$ — пирамида

сфера кас. граней

в ш. K, M, L

$ABCA'B'C'$

$ABC \perp SO$

$A'B'C' \perp SO$

$ABC, A'B'C'$ — кас.

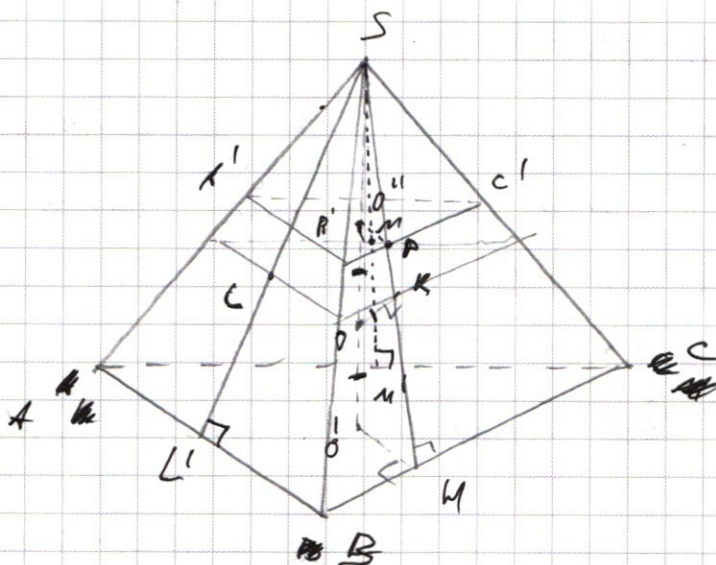
ш. — ш.

$SABC' = 9$

$SABC = 9$

$\angle KSO = ?$

S_{KLM} — ?



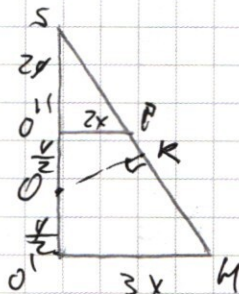
(1) $ABCS$ — ошк. пирамида

по св-у $\forall$ ошк. пирам-а

в ошк-е ABC можно впис.

ошк-е $\{O'$ — центр), $O'S \perp ABC$

Сферам впис. терм. ш. — ш. $SO'H$ ($SA \perp BC$)



$$\frac{O''P}{O'H} = \sqrt{\frac{SABC'}{SABC}} = \frac{2}{5}$$

$$\text{ш. ш. } SO'' = \frac{2}{5} SO'$$

Пусть $SO'' = 2y$, тогда $O''O = y$, $OK = y$

Потому в $\triangle OSK$: $\sin \angle OSK = \frac{y^{\frac{1}{2}}}{2y + \frac{y}{2}} = \frac{y^{\frac{1}{2}}}{\frac{5y}{2}} = \frac{1}{5}$

т.е. $\angle OSK = \arcsin \frac{1}{5}$

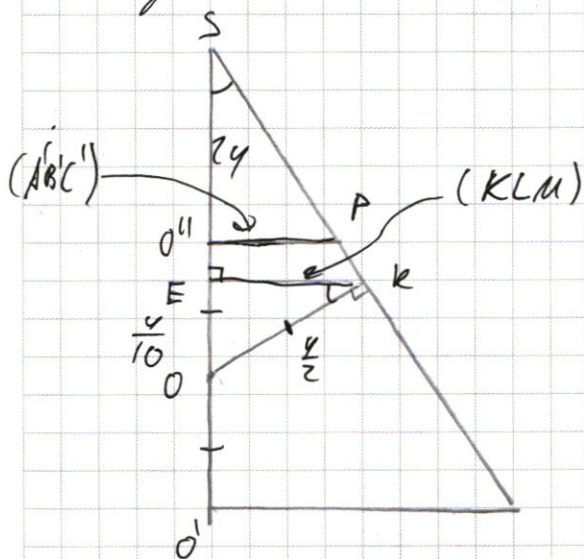
2) Д.и. в ош-е можно вым. сар-с и и-равосм. высоты проец. в ош-е, то двур. угол при ош-е равен! (из рав-а углов. триг-в)

Потому $MM' = LL' = KK$ (из рав-а триг-в KKO , $MM'O$ и $LL'O$.)

Потому MM', L, K равноуд. от ш-и (ABC) (т.и. равног. при, сдвиг. из этих точек от (ABC))

Потому $KML \parallel ABC$

Потому в вым. чертеже ш-и SHO' имеем:



$$\angle OSK = \angle EKO \Rightarrow EO = OK \sin \angle OSK = \frac{y}{10} \text{ (см. мм.)}$$

$$\text{Потому } EO'' = \frac{y}{2} - \frac{y}{10} = \frac{5y - y}{10} = \frac{2y}{5}$$

$$\text{Потому } ES = 2y + \frac{2y}{5} = \frac{12y}{5}$$

$$\text{Потому: } \frac{S_{A'B'C'}}{S_{KLM}} = \left(\frac{O''P}{EO} \right)^2 =$$

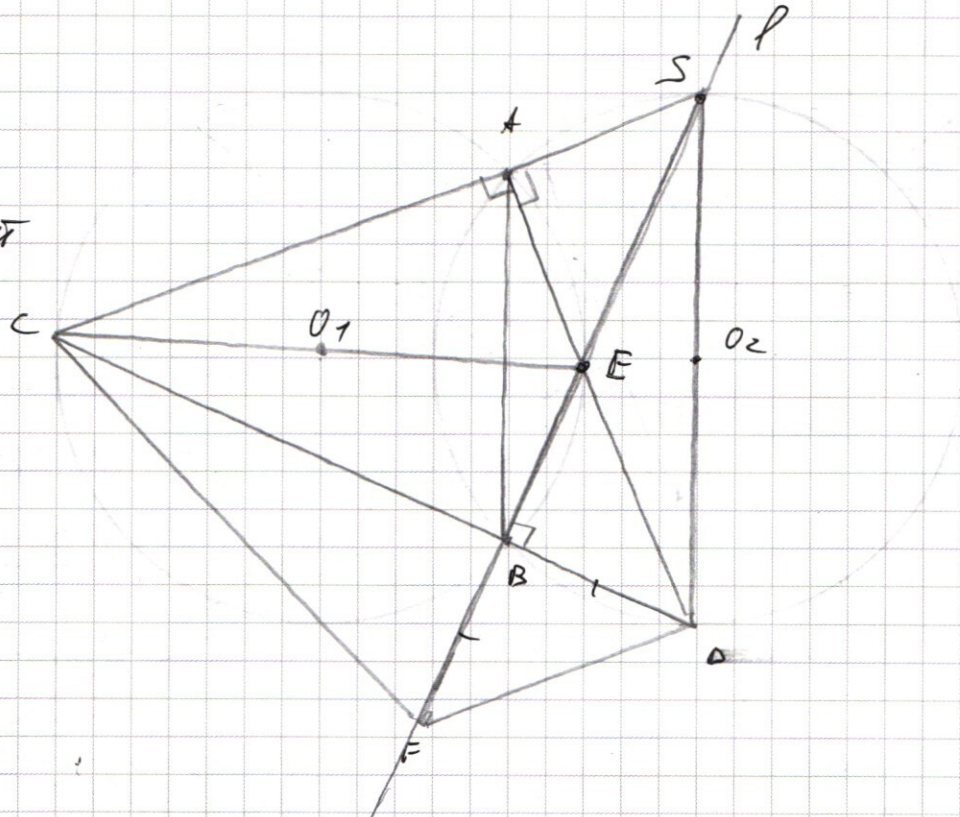
$$= \left(\frac{SO''}{EO} \right)^2 = \left(\frac{2}{\frac{12}{5}} \right)^2 = \left(\frac{5}{6} \right)^2$$

$$\text{т.е. } S_{KLM} = \left(\frac{6}{5} \right)^2 \cdot S_{A'B'C'} = \frac{36}{25} \cdot 4 = \frac{144}{25}$$

Отв: 1) $\arcsin \frac{1}{5}$ 2) $\frac{144}{25}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

n_6
 Дано:
 AB — отвес. трос
 1 -й и 2 -й рав. окр-есть
 $R = 13$
 $C \in \omega_1, D \in \omega_2$
 $B \in CD$
 $PS \perp CD$
 $BF = BD$
 1) Найти CF
 2) S_{ACF} , если
 $CB = 10$



1) * По $PS \perp AD = E$

т.к. $\angle CBE$ — прямой, то CE —
— diam., т.е. E — середина CD

т.к. $BD \perp BS$ ($S = P \cap \omega_2$), то SD — diam. 2-го окр-а.

~~$\angle ACB = \angle ASD$, т.к. они опр. на дугу~~

Потому точки C, A и S лежат на 1-й окружности
 Потому:

$\angle ACB = \angle ASB$, т.к. они опр. на дугу

поэтому равносторонние окр-есть $\Rightarrow \triangle CBS$ — равносторонний.

тогда $CB = SB$, и, т.к. $BF = BD$ (по усл.), то $\triangle CFB = \triangle SDB$.

тогда $CF = SD = 2R = 26$

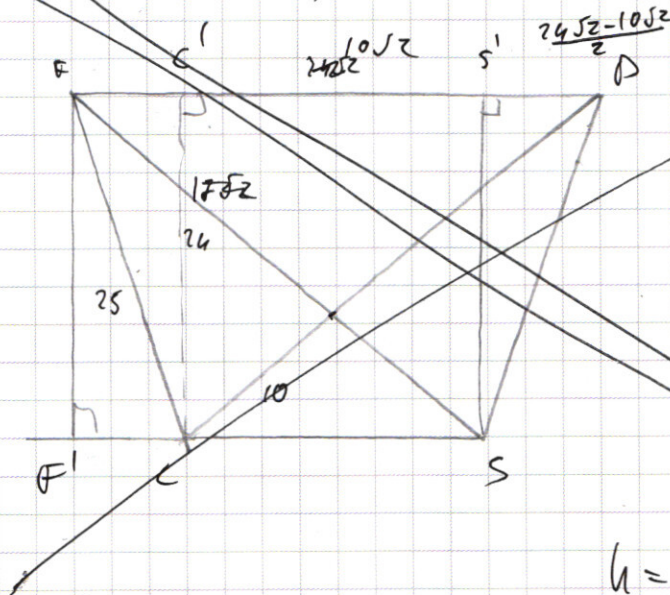
Тогда $CF = SD = 2R = 26$

2) ~~т.к.~~ FBD - $\pi/8$ упрям. Δ -а и $CB S$ упрям. $\pi/8$ Δ -а,
то $\angle CSB = \angle BFD (-45^\circ)$, т.е. CSD - упрям. Δ .

Из рав-а Δ -ов CFB и SDB следует, что CSD - $\pi/8$
упрям. Δ .

Тогда:

$$FB = \sqrt{CF^2 - CB^2} = 24, \text{ т.е. :}$$



$$h_{\text{упрям}} = \sqrt{CD^2 - C'D^2}$$

$$CD = 10 + 24 = 34$$

$$C'D = \frac{FD - CS}{2} + C'S' = \frac{20.52 + \frac{24.52 - 10.52}{2}}{2} = 17.52$$

$$h = \sqrt{34^2 - 2 \cdot 17.52} = \sqrt{34 \cdot 34 - 39 \cdot 17} = \sqrt{34 \cdot 17} = 17.52$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\angle BDS = 45^\circ \text{ (ш.г. } BD = SB = 24)$$

$$\angle BDF = 45^\circ \text{ (ш.г. } BD = BF = 24)$$

$$\text{Поэтому } \angle SDF = 90^\circ, \text{ ~~BD = BF = 24~~$$

~~Продолжим~~

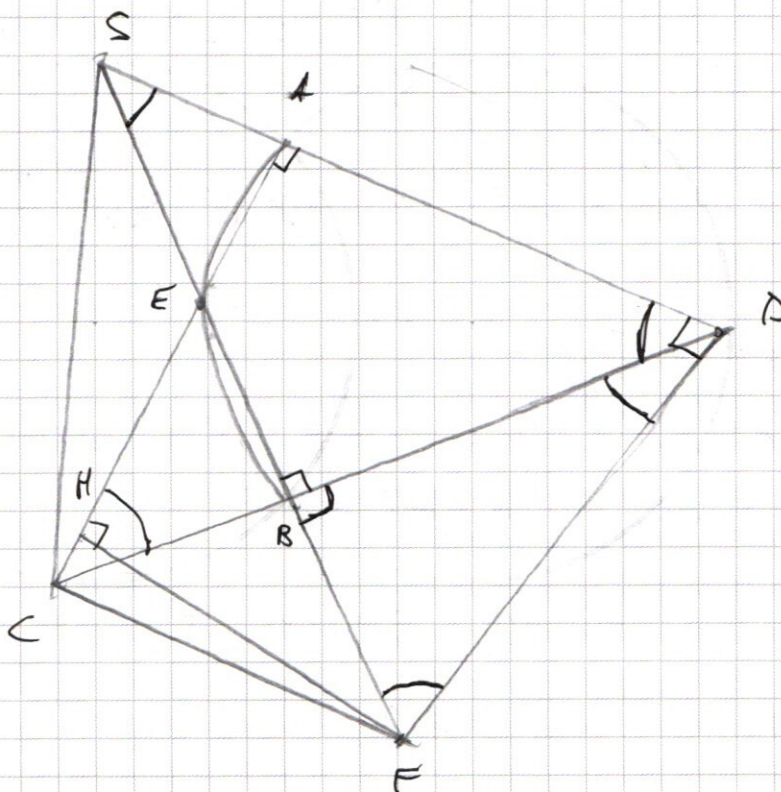
$$\text{Поэтому } AF = \sqrt{AD^2 + DF^2} = \sqrt{24^2 + 24^2} = 3\sqrt{40}$$

Поэтому по ф. Герона:

$$S = \sqrt{\frac{1752 + 3\sqrt{40} + 26}{2} \cdot \frac{1752 + 3\sqrt{40} - 26}{2} \cdot \frac{1752 + 26 - 3\sqrt{40}}{2} \cdot \frac{-1752 + 3\sqrt{40} + 26}{2}}$$

$$= \sqrt{\frac{(1752 + 3\sqrt{40} + 26)(1752 + 3\sqrt{40} - 26)(1752 + 26 - 3\sqrt{40})(-1752 + 3\sqrt{40} + 26)}{4}}$$

Ответ: $26\sqrt{2}$



д)

м.а. AB - диаметр в $\triangle SDC$, м.а.:

$$\frac{AD}{CD} = \frac{BD}{SD}$$

~~м.а. $\triangle SDB$~~

1) SB из $\triangle SCB$ равно $\sqrt{SC^2 - CB^2} = 24$

Потому $\triangle SDB$ - р/с и упрям., м.а. $\angle SDC = 45^\circ$

~~м.а. $BE = BD$ и $\angle EBD = 90^\circ$, м.а. $\angle EDB = 45^\circ$~~

~~Потому $\angle SDE = 90^\circ$~~

~~Потому, м.а. $SD = 24\sqrt{2} = DE$, м.а.~~

2) Из подобия SDC и BDA (AB - диаметр в $\triangle SDC$):

$$\frac{AD}{DC} = \frac{DB}{SD}$$

$$AD = \frac{DC \cdot DB}{SD} = \frac{(CB + BD) \cdot DB}{SD} = \frac{34}{\sqrt{2}} = 17\sqrt{2}$$

Потому, м.а. $\angle CAD = 90^\circ$, м.а. $AC = \sqrt{CD^2 - AD^2} = 17\sqrt{2}$

3) Потому:

$$S_{ACD} = \frac{1}{2} h \cdot AC \quad (h = FH)$$

м.а. $\angle CAD = 90^\circ$, и $\angle ADF = \angle ADC + \angle BDF = 90^\circ$, м.а.

$AC \parallel DF$, потому $h = AD = 17\sqrt{2}$

$$\text{Потому } S = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot AD = \frac{1}{2} \cdot 17\sqrt{2} \cdot 17\sqrt{2} = 289$$

Оуб: а) 26 б) 289

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\left\{ \begin{aligned} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{4y} &= (-x)^{4y(-4y)} \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 6y &= 0 \end{aligned} \right.$$

$$-x = a, y = b$$

~~u=0, a=0~~

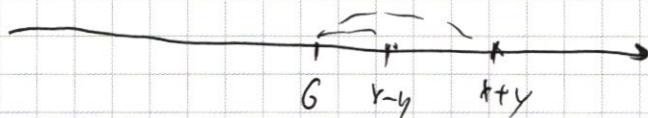
$$\left\{ \begin{aligned} \left(\frac{a^4}{b^2}\right)^{4b} &= a^{4ab} \\ 2b^2 - ab - a^2 - 4a - 6b &= 0 \end{aligned} \right.$$

$$\begin{aligned} 2b^2 - ab - (a^2 + 4a + 6) &= 0 \\ D &= a^2 + 8a^2 + 32a + 64 = \\ &= 9a^2 + 32a + 64 = \\ &= (3a + 8)^2 \end{aligned}$$

$$(a-b) + (a+b) = 12$$

$$\begin{aligned} 4+2a \\ x^2 \end{aligned}$$

$$|x-y-6| + |x+y-6|$$



$$\begin{aligned} &5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \quad \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3!} = \\ &5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 9 \quad \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3!} = \\ &\quad \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{5!} \cdot 3! \\ &\quad \frac{8!}{5!} = 8 \cdot 7 \cdot 6 \end{aligned}$$

$$2b^2 - b(a+b) - (a^2 + 4a) = 0$$

$$\begin{aligned} D &= a^2 + 16a + 64 + \\ &+ 8a^2 + 32a = \\ &= 9a^2 + 48a + 64 = \\ &= (3a + 8)^2 \end{aligned}$$

$$b = \frac{3a+8 \pm (3a+8)}{4}$$

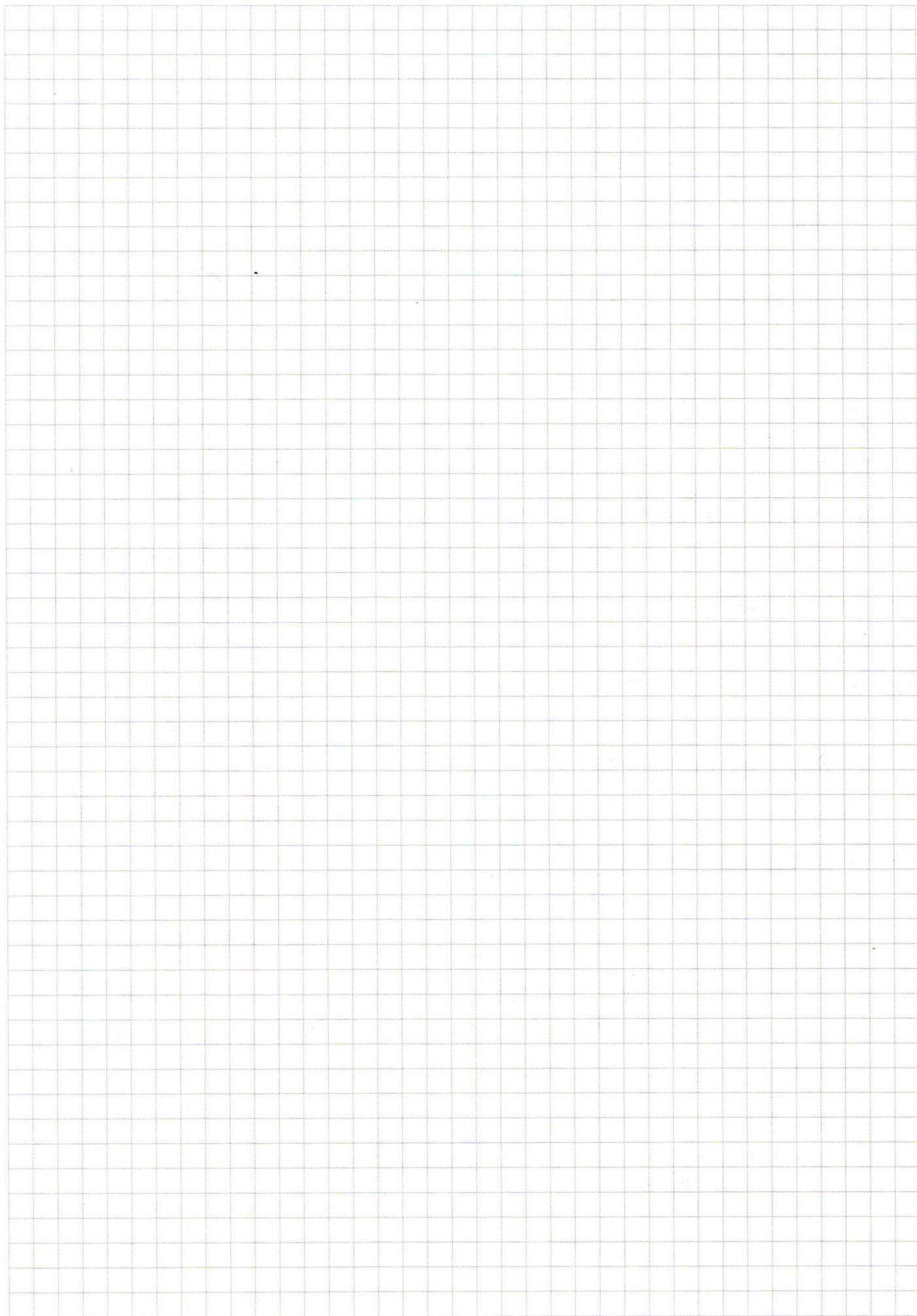
$$b = a + \frac{8}{3}$$

$$b = -\frac{a}{2} - \frac{7}{4}$$

$$y = \frac{7}{4}$$

$$6 + 6 - x - y - x + y =$$

$$\begin{aligned} &4 \\ &\frac{56}{x} = 7 \\ &\frac{56}{392} \end{aligned}$$



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} \quad -x = x_1^* \quad x > 0$$

$$2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0$$

$$2y^2 - 8y + 8 - x^2 - 4x - 4 - xy - 4 = 0$$

$$2y^2 - y(x+8) - (x^2 + 4x) = 0$$

$$\Delta = (x+8)^2 + 8(x^2 + 4x) =$$

$$= x^2 + 16x + 64 + 8x^2 + 32x =$$

$$= 9x^2 + 48x + 64 = (3x+8)^2$$

$$3x \cdot 3x$$

$$8 \cdot 8$$

$$2 \cdot 3 \cdot 8 \cdot x$$

$$y = \frac{x+8 \pm (3x+8)}{4}$$

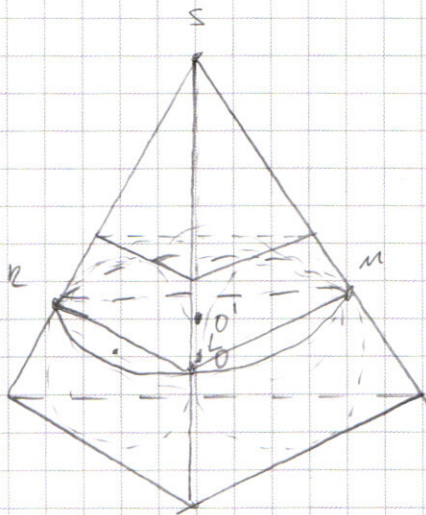
$$\begin{cases} y = \frac{4x+16}{4} = x+4 \\ y = \frac{-2x}{4} = -\frac{x}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x+4 \\ y = -\frac{1}{2}x \end{cases}$$

$$\left(\frac{x_1^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (x_1)^{\lg x_1 y}$$

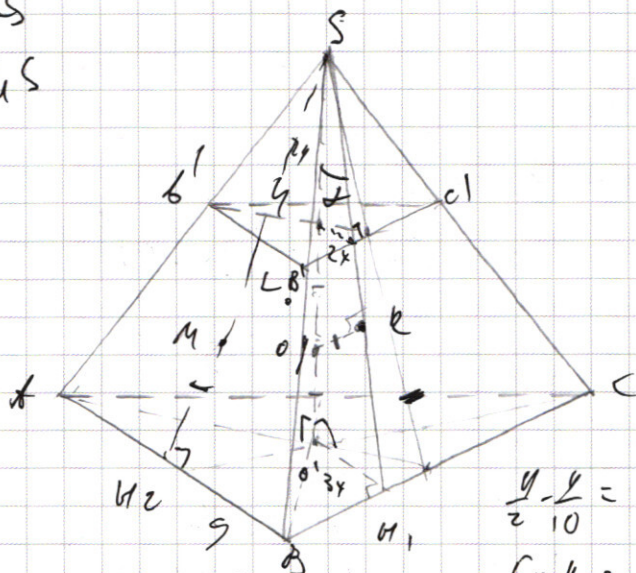
$$\frac{x_1^{4 \lg y}}{y^{2 \lg y}} = x_1^{\lg x_1} \cdot x_1^{\lg y} = \frac{x_1^{\lg x_1}}{y^{\lg x_1}} = \left(\frac{x_1}{y}\right)^{\lg x_1}$$

$$x_1^{4 \lg y} = x_1^{\lg x_1} \cdot y^{2 \lg y} \cdot x_1^{\lg y}$$



$$h = \frac{1}{3} k S$$

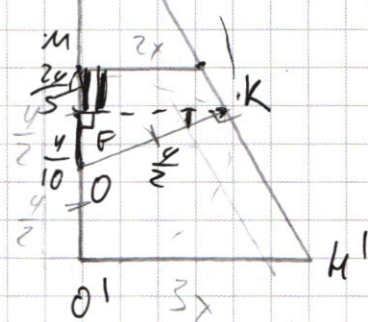
$$h_1 = \frac{1}{3} k S$$



Велич. радиуса шара

SG'K:

$$S = \sqrt{\left(2y + \frac{k}{2}\right)^2 - \left(\frac{k}{2}\right)^2} = \sqrt{4y^2 + 4yk + \frac{k^2}{4} - \frac{k^2}{4}} = \sqrt{4y^2 + 4yk} = \sqrt{4y(y+k)} = 2\sqrt{y(y+k)}$$



м. и. можно впис.

сферу, то формулы для радиуса шара и радиуса шара

шара, м. и. в осн. м. впис.

отр-б (м. и. в осн. м. впис. по св-у осн. м. впис.)

то $MB_2 = CA_1 = CB_3$, т.е. M, K, N равноудалены от вершин основания. Прямая $KMN \parallel ABC$

$$\frac{S_{O'K'C'}}{S_{MKC'}} = k^2$$

$$h = \frac{SM}{SF} = \frac{2y}{\frac{12}{5}y} = \frac{5}{6}$$

$$h^2 = \frac{25}{36}$$

$$S_{MKC'} = \left(\frac{36}{25} \cdot 4\right)$$

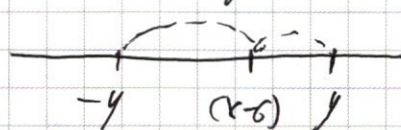
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12 \\ (|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (x-6)-y \\ (x-6)-(-y) \end{aligned}$$

$$55555139$$

$$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{5!} \cdot 3 \cdot 2 \cdot (3!) \cdot 1$$



масс.
1,3,9 мк
воб. масса

$$x^2 - 12|x| + 36 + y^2 - 16|y| + 64 = a$$

$$\frac{4}{56} \cdot \frac{7}{392}$$

$$x-y-6+x+y-6=12$$

$$x-6-y-x+6-y=12$$

$$\begin{aligned} 2x &= 24 \\ x &= 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2y &= -12 \\ y &= -6 \end{aligned}$$

$$h^2 = a \cdot b = 0 \cdot c$$

$$c = \frac{h^2}{a} \text{ оштра } \ominus$$

$$\begin{aligned} u^2 + h^2 &= 26^2 \\ h^2 &= 26^2 - a^2 = a \cdot c \\ c &= \frac{26^2 - a^2}{a} = \frac{26^2}{a} - a \end{aligned}$$

$$h^2 = a \cdot b$$

$$26^2 - a^2 = a \cdot b$$

$$h = a \cdot b = \frac{26^2 - a^2}{a} = c$$

$$= a - c$$

$$a^2 + h^2 = 26^2$$

$$h^2 = 26^2 - a^2$$

$$26^2 - 2 \cdot 26^2 \cdot a^2 = 2$$

$$F = 26a^2$$

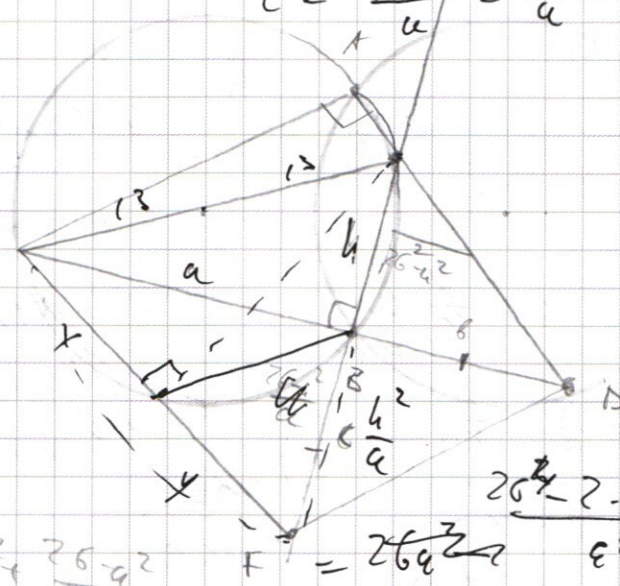
$$CF = \left(\frac{26^2 - a^2}{a} \right) + a^2 =$$

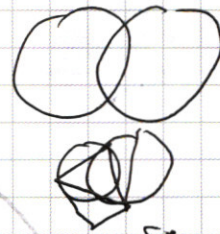
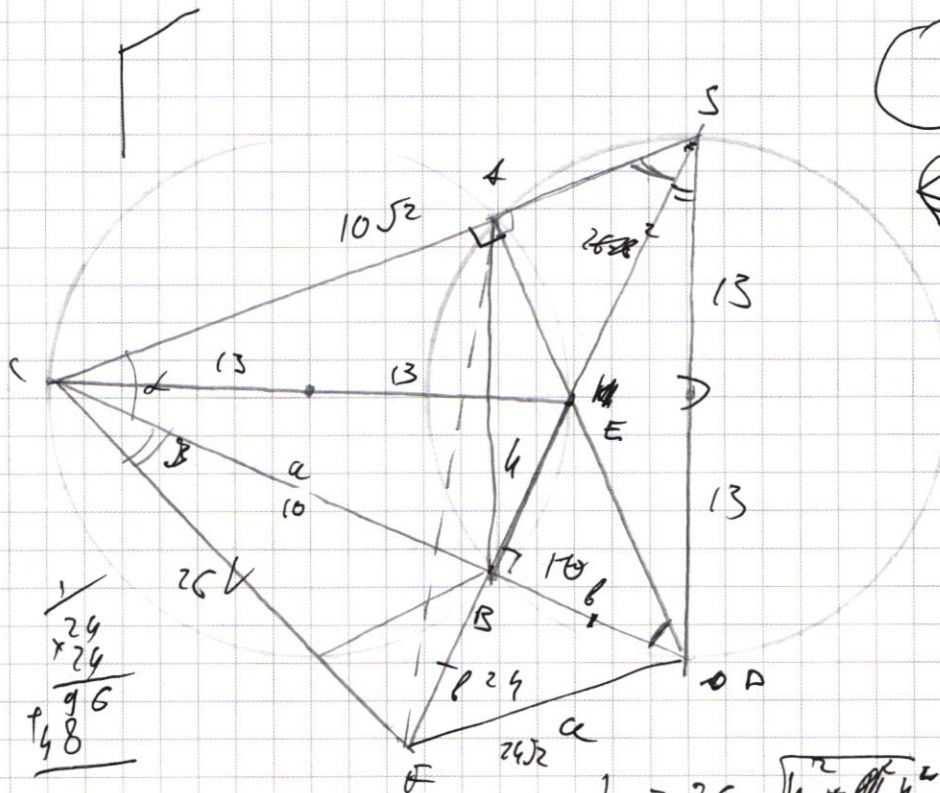
$$= \frac{26^2 - a^2}{a^2}$$

$$\ominus CF^2 = a^2 + \frac{h^2}{a^2} =$$

$$= \frac{a^4 + h^4}{a^2} = \frac{a^4 + h^4 - 2 \cdot 26^2 a^2 + 26^4}{a^2} =$$

$$\begin{aligned} \frac{c}{x+y} &= \frac{y}{h+c} \\ (x+y)y &= c(h+c) \\ x+y &= \\ \left(h + \frac{h^2}{a} \right)^2 &= \end{aligned}$$





$$SB = 26^2 - a^2$$

$$h = \frac{a \cdot b}{c}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 26 \\ \times 26 \\ \hline 156 \\ 52 \\ \hline 676 \\ -100 \\ \hline 576 \\ \div 2 \\ \hline = 288 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 24 \\ \times 24 \\ \hline 96 \\ 48 \\ \hline \end{array}$$

$$h^2 + a^2 = 26^2$$

$$h^2 = 26^2 - a^2$$

$$h^2 = a \cdot b$$

$$b = \frac{a^2}{a} = \frac{26^2 - a^2}{a}$$

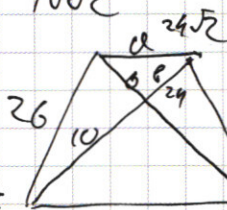
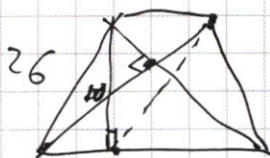
$$49.2 = \sqrt{a^2 + \left(\frac{26^2 - a^2}{a}\right)^2} = \sqrt{a^2 + \frac{26^4}{a^2} + a^4 - 2 \cdot 26^2 \cdot a}$$

$$h = \frac{26 \cdot \sqrt{h^2 + \frac{4^2}{a^2}}}{a + \frac{h^2}{a}}$$

$$h a + \frac{h^3}{a} = 26 \sqrt{h^2 + \frac{4^2}{a^2}} (26^2 - a^2) a^2 +$$

Sin 4 + 3:

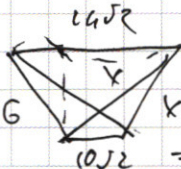
$$\begin{array}{r} 578 \\ \times 2 \\ \hline 1156 \end{array}$$



$$\frac{10\sqrt{2}}{a} = \frac{10}{b} = \frac{10}{24}$$

$$b = 26^2 - 100 = 676 - 100 = 576$$

$$h = 26^2 - (7\sqrt{2})^2 = 676 - 98 = 578$$



$$x = 10\sqrt{2} + \frac{24\sqrt{2} + 10\sqrt{2}}{2} = 10\sqrt{2} + 17\sqrt{2} = 27\sqrt{2}$$

1) 1)

h через B AD=a

и применим кос

1 шаг - ч, ш.п.

с СВ и параллельно
с СВ и параллельно

2) с СВ =

с СВ = с СВ (ш.п.)

вып. на 1 шаг в

вып. на 1 шаг в

или СВ = СВ + BD = BF = SCF = SD = 26

$$\sqrt{578 \cdot 17\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2}} = \frac{17}{2} \sqrt{1156}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{25\sqrt{2}}{4} = \frac{24\sqrt{2} - x}{34}$$

$$= \frac{15\sqrt{2}}{34} = \sin \alpha$$

$$\frac{25\sqrt{2}}{68} = \frac{21\sqrt{2}}{4}$$

$$26^2 - x^2 = 24\sqrt{2} \times 34 - (24\sqrt{2} - x)^2$$

$$26^2 - x^2 = 34^2 - 24^2 \cdot 2 - x^2 + 2 \cdot 24\sqrt{2} x$$

$$2 \cdot 24\sqrt{2} x = 26^2 + 24^2 \cdot 2 - 34^2 = 672$$

$$x = \frac{672}{2 \cdot 24\sqrt{2}} = \frac{14}{\sqrt{2}} = 7\sqrt{2}$$

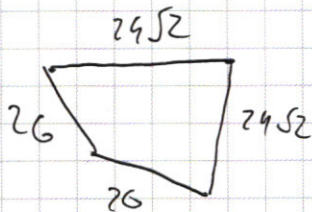
$$\sqrt{26^2 - \frac{21^2 \cdot 2}{16}} = \sqrt{\frac{26^2 \cdot 8 - 21^2}{8}} = \sqrt{\frac{4967}{8}}$$

$$24\sqrt{2} - \frac{21\sqrt{2}}{4} = \frac{96\sqrt{2} - 21\sqrt{2}}{4} = \frac{75\sqrt{2}}{4}$$

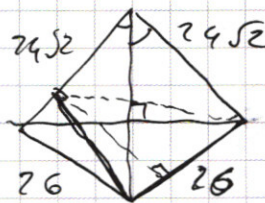
$$\sqrt{\frac{3623}{8}}$$

$$150 + 18 = 168$$

$$= \frac{166}{12\sqrt{2}} = \frac{84}{8\sqrt{2}} = \frac{42}{4\sqrt{2}} = \frac{21}{2\sqrt{2}} = \frac{21\sqrt{2}}{4}$$



$$24 \cdot 2$$



$$\frac{24}{SD} = \frac{AD}{34}$$

$$SD \cdot AD = 24 \cdot 34$$

$$SD + AD = 24\sqrt{2}$$

S

$$SD = 24\sqrt{2}$$

$$AD = \frac{34 \cdot 24}{24\sqrt{2}} = \frac{34}{\sqrt{2}}$$

$$= 17\sqrt{2}$$

$$SA = 17\sqrt{2} \cdot 24\sqrt{2} - 17\sqrt{2} \cdot$$

$$= 7\sqrt{2}$$

$$AC = \sqrt{26^2 - (7\sqrt{2})^2} =$$

$$= \sqrt{76 - \dots} = \sqrt{578}$$

$$17\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} =$$

$$= 34$$

$$\frac{34 + \sqrt{578} + 26}{2}$$

$$2$$

$$= \frac{34 + 26 - \sqrt{578}}{2}$$

$$= \frac{34 + \sqrt{578} - 26}{2}$$

$$49 \cdot 2 =$$

$$\begin{array}{r} 10 \cdot 10 = 90 \\ - 626 \\ \hline 98 \\ \hline 578 \end{array}$$

$$\sqrt{578}$$

$$\sqrt{(17\sqrt{2})^2 + (24\sqrt{2})^2} =$$

$$= \sqrt{2 \cdot 17^2 + 2 \cdot 24^2} = \sqrt{(17^2 + 24^2) \cdot 2} =$$

$$= 3\sqrt{170}$$

$$\frac{17\sqrt{2} + 3\sqrt{170} + 26}{2}$$

$$= \frac{17\sqrt{2} + 3\sqrt{170} - 26}{2} \cdot 17\sqrt{2}$$

$$\begin{array}{r} 578 \div 2 \\ - 4 \\ \hline 17 \\ \hline 16 \\ \hline 18 \end{array}$$

$$2 \cdot 289 = 17\sqrt{2}$$

$$+ 24^2$$

$$\begin{array}{r} 24^2 \\ + 26^2 \\ \hline 576 \\ + 289 \\ \hline 265 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1253 \div 9 \\ - 83 \\ \hline 117 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 265 \div 5 \\ - 76 \\ \hline 25 \\ \hline 15 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13 \cdot 5 \cdot 2 = \\ = 9 \cdot 17 \cdot 5 \cdot 2 = \\ = 9 \cdot 170 \end{array}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r} 16875 \overline{) 5} \quad 27 \\ -15 \\ \hline 18 \\ -15 \\ \hline 37 \\ -35 \\ \hline 25 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3375 \overline{) 5} \\ -30 \\ \hline 37 \\ -25 \\ \hline 12 \\ -10 \\ \hline 27 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \\ 5 \cdot 3375 \\ 5 \cdot 5 \cdot 675 \\ 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 135 \\ 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 27 = \\ = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \\ \frac{3 \cdot 3 \cdot 6}{21} = 56 \end{array}$$

$$\sin t + \cos t =$$

$$= \sin t + \sin(\frac{\pi}{2} - t) =$$

$$= 2 \sin(\frac{t + \frac{\pi}{2}}{2}) \cos(\frac{t - \frac{\pi}{2}}{2})$$

$$\cos 7x + \cos 3x = 2 \cos 5x \cos 2x$$

$$\sim 2$$

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$\sin 7x + \sin 3x =$$

$$= 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$\cos(5x + 2x) + \cos 3x - \sqrt{2}$$

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2}(\cos 10x) - 2 \sin 5x \cos 2x = 0$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) - \sqrt{2}(\cos 10x) = 0$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) - \sqrt{2}(\cos 5x - \sin 5x) \cdot$$

$$- (\cos 5x + \sin 5x) = 0$$

$$(\cos 5x - \sin 5x)(2 \cos 2x - \sqrt{2}(\cos 5x + \sin 5x)) = 0$$

$$\cos 5x - \sin 5x = 0$$

$$2 \cos 2x - \sqrt{2}(\cos 5x + \sin 5x) = 0$$

$$2(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 5x + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 5x) =$$

$$= 2 \cos(5x - \frac{\pi}{4}), f = \arccos \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$2 \sin \frac{t+B}{2} \cos \frac{t-B}{2} =$$

$$= 2(\sin \frac{t}{2} \cos \frac{B}{2} + \sin \frac{B}{2} \cos \frac{t}{2}) -$$

$$- (\cos \frac{t}{2} \cos \frac{B}{2} + \sin \frac{t}{2} \sin \frac{B}{2}) =$$

$$= 2 \sin \frac{t}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{B}{2} +$$

$$+ 2 \sin \frac{B}{2} \cos \frac{t}{2} \cos \frac{B}{2} +$$

$$+ 2 \sin \frac{t}{2} \cos \frac{B}{2} \sin \frac{B}{2} =$$

$$\frac{1}{2} \sin t \cdot \frac{1 + \cos B}{2} +$$

$$+ \frac{1}{2} \sin B \cdot \frac{1 - \cos t}{2} +$$

$$+ \frac{1}{2} \sin B \cdot \frac{1 + \cos t}{2} +$$

$$+ \frac{1}{2} \sin t \cdot \frac{1 - \cos B}{2} = 2(\sin t + \sin B)$$

$$= \sin t (1 + \cos B) + \sin B (1 - \cos t) = \sin t \cos B +$$

$$+ \sin B (1 + \cos t) + \sin t (1 - \cos B) =$$

$$\sin t + \sin t \cos B + \sin B + \sin B \cos t + \sin t - \sin t \cos B =$$

$$\begin{cases} \cos 5x - \sin 45x = 0 & (1) \\ 2\cos 2x - \sqrt{2}(\cos 5x + \sin 45x) = 0 & 2) \end{cases}$$

(1):

$$\cos 5x - \cos\left(\frac{\pi}{2} - 5x\right) = 0$$

$$\cos 5x = \cos \frac{\pi}{2} - 5x$$

$$\begin{cases} 5x + \frac{\pi}{2} - 5x = 2\pi k \\ 5x - \frac{\pi}{2} - 5x = 2\pi k \end{cases} \quad n, k \in \mathbb{Z}$$

$$10x = 2\pi k$$

$$x = \frac{\pi k}{5}$$

$$(2): 2\cos 2x - 2\left(\cos\left(5x - \frac{\pi}{2}\right)\right) = 0$$

$$\cos 2x = \cos 5x - \frac{\pi}{2}$$

$$\begin{cases} 2x + 5x - \frac{\pi}{2} = 2\pi m \\ 2x - 5x + \frac{\pi}{2} = 2\pi n \end{cases} \quad m, n \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} 7x = \frac{\pi}{2} + 2\pi m \\ -3x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{28} + \frac{2\pi m}{7} \\ x = \frac{\pi}{12} - \frac{2\pi n}{3} \end{cases} \quad m, n \in \mathbb{Z} \Rightarrow \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi f}{3} \quad f \in \mathbb{Z}, f = -1$$

$$\text{Ответ: } \frac{\pi k}{5}; \frac{\pi}{28} + \frac{2\pi m}{7}; \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi f}{3} \quad n, m, f \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 \end{cases}$$

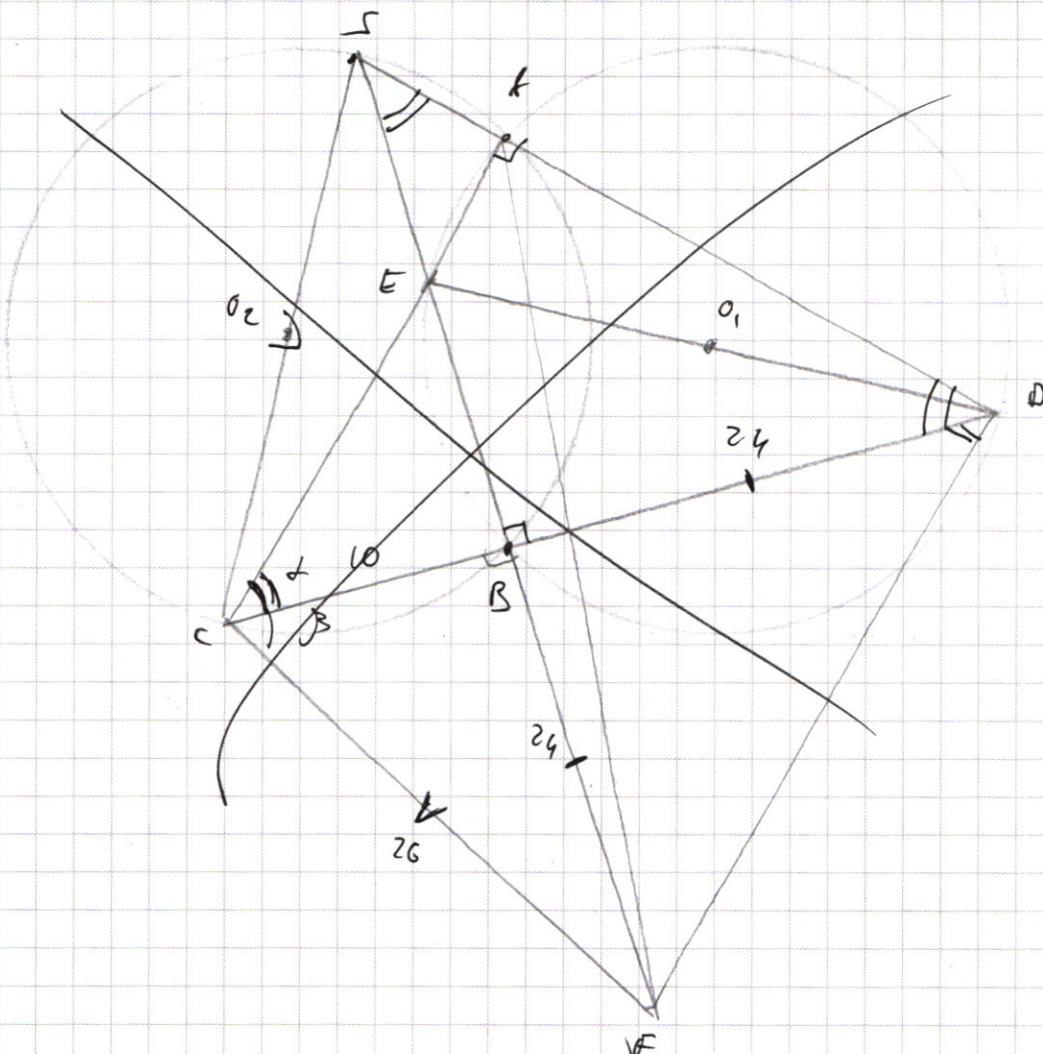
$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} y \neq 0 \\ x < 0 \\ -xy < 0 \\ y > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y < 0 \\ x < 0 \end{cases}$$

$$\text{пусть } -x = a, a > 0$$

$$\begin{aligned} \frac{a^4 y}{y^2 y} &= a^{\lg a y} = a^{\lg a} \cdot a^{\lg y} \\ \frac{a^3 y}{y^2 y} &= a^{\lg a} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \left(\frac{a^4}{y^2}\right)^{\lg y} = a^{\lg(a y)} = a^{\lg a} \cdot a^{\lg y} \\ 2y^2 - ay - a^2 - 4a - 8y = 0 \end{cases}$$

2)



A, E, C лежат на одной прямой, т.к. $\angle SAC = 90^\circ \Rightarrow$ окруж.

на окружности.

$$SB = \sqrt{SC^2 - CB^2} = 24 = BF$$

$$SD = \sqrt{SB^2 + BD^2} = 24\sqrt{2}$$

найдем AC:

$$SC^2 - SA^2 = CD^2 - AD^2$$

$$SA = \frac{21\sqrt{2}}{4}$$

$$AC = \sqrt{\frac{4967}{8}}$$

$$S_{ACF} = CF \cdot AC \cdot \frac{1}{2} \sin(\angle FCB)$$

$$\sin(\angle FCB) = \sin(\angle CDB) = \frac{24}{26}$$

AB - диаметр. $\angle ASDC$

$$\text{поэтому } \frac{DB}{SD} = \frac{AD}{CD}$$

$$CD = 34, DB = 24,$$

$$\text{т.к. } SB = \sqrt{SC^2 - CB^2} = 24,$$

$$\text{то } SD = 24\sqrt{2}$$

$$\text{поэтому } AD = 17\sqrt{2}$$

$$\text{поэтому } AS = 7\sqrt{2}$$

$$\text{поэтому } AC = \sqrt{SC^2 - SA^2} = \sqrt{578} = 17\sqrt{2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

