

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 6

ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в р:
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 4 и 9.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12, \\ (|x| - 6)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
- б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N 1

$$16875 = 5^4 \cdot 3^3$$

$5^4 \cdot 3^3$ в виде произведения 8 цифр можно ~~представить~~ представить следующими способами: $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 1$; $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 1$. Других способов нет, так как цифры меньше 10, а $5 \cdot 3 > 10$ и $9 \cdot 3 > 10$.

Из набора 5, 5, 5, 5, 3, 3, 3, 1 можно получить

$$8 \cdot \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3!} = 8 \cdot 7 \cdot 5 = 280 \text{ различных восьмизначных чисел, так}$$

как сначала выбираем любую из 8 позиций для „1“, а

затем поставим три „3“ на 7 ~~оставшихся~~ свободных

$$C_8^1 \cdot C_7^3 = 8 \cdot \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3!} = 280$$

Из набора 5, 5, 5, 5, 9, 3, 1, 1 можно получить

$$C_8^1 \cdot C_7^1 \cdot C_6^2 = 8 \cdot 7 \cdot \frac{6 \cdot 5}{2} = 840 \text{ различных восьмизначных чисел.}$$

Сначала ставим „9“ ~~на любую позицию~~ на любую позицию, затем

„3“ на любую из 7 оставшихся, затем ~~две~~ „1“ на 6

оставшихся

Всего $280 + 840 = 1120$ различных чисел

Ответ: 1120.

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} & \sqrt{3} \\ \text{от } 3: & y > 0 \quad x < 0 \end{cases}$$

$$2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0$$

$$2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = (2y+x)(y-x-4)$$

$$(2y+x)(y-x-4) = 0$$

$$\begin{cases} y = -\frac{x}{2} \\ y = x+4 \end{cases}$$

$$y = -\frac{x}{2}$$

$$\left(\frac{x^4}{\frac{x^2}{4}}\right)^{\lg(-\frac{x}{2})} = (-x)^{\lg(-x \cdot (-\frac{x}{2}))}$$

$$(4x^2)^{\lg(-x)} - \lg 2 = (-x)^{\lg x^2} - \lg 2$$

$$10^{\lg 4x^2 \cdot (\lg(-x) - \lg 2)} = 10^{\lg(-x) \cdot (\lg x^2 - \lg 2)}$$

$$(2\lg 2 + 2\lg(-x))(\lg(-x) - \lg 2) = \lg(-x) \cdot (2\lg(-x) - \lg 2)$$

$$a = \lg 2 \quad b = \lg(-x)$$

$$(2a + 2b)(b - a) = b(2b - a)$$

$$2b^2 - 2a^2 = 2b^2 - ab$$

$$b = 2a$$

$$\lg(-x) = 2\lg 2$$

$$\begin{aligned} -x &= 4 \\ x &= -4 \end{aligned}$$

$$y = -\frac{-4}{2} = 2$$

$$\left(\frac{x^4}{(x+4)^2}\right)^{\lg(x+4)} = (-x)^{\lg(-x(x+4))}$$

$$10^{\lg\left(\frac{x^4}{(x+4)^2}\right) \lg(x+4)} = 10^{\lg(-x) \cdot (\lg(-x) + \lg(x+4))}$$

$$(4\lg(-x) - 2\lg(x+4))\lg(x+4) = \lg^2(-x) + \lg(-x)\lg(x+4)$$

$$a = \lg(-x) \quad b = \lg(x+4)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$(4a - 2b)b = a^2 + ab$$

$$a^2 - 3ab + 2b^2 = 0$$

$$(a - b)(a - 2b) = 0$$

$$a = b$$

$$a = 2b$$

$$\lg(-x) = \lg(x+4)$$

$$\lg$$

$$-x = x + 4$$

$$x = -2 \quad y = 2$$

$$a = 2b$$

$$\lg(-x) = 2\lg(x+4)$$

$$-x = x^2 + 8x + 16$$

$$x^2 + 9x + 16 = 0$$

$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$x = \frac{-9 - \sqrt{17}}{2}$$

$$y = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2} < 0, \text{ не удовл. } 0 \text{ и } 3$$

$$x = \frac{-9 + \sqrt{17}}{2} < 0$$

$$y = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} > 0$$

$$\text{Ответ: } (-4; 2); (-2; 2); \left(\frac{-9 + \sqrt{17}}{2}; \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \right)$$

$$\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12 \\ (|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a \end{cases} \quad \sqrt{5}$$

$$|x-6-y| + |x-6+y| = 12$$

Пусть $x-6-y < 0$ и $x-6+y < 0$

$$\begin{cases} -x+6+y - x+6-y = 12 \\ x-6-y < 0 \\ x-6+y < 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x=0 \\ y > x-6 \\ y < 6-y \end{cases} \quad \begin{cases} x=0 \\ y > -6 \\ x < 6 \end{cases}$$

Пусть $x-6-y \geq 0$ и $x-6+y \geq 0$

$$\begin{cases} x-6-y + x-6+y = 12 \\ x-6-y \geq 0 \\ x-6+y \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x=12 \\ y \leq x-6 \\ y \geq 6-x \end{cases} \quad \begin{cases} x=12 \\ y \leq 6 \\ y \geq -6 \end{cases}$$

Пусть $x-6-y < 0$ и $x-6+y \geq 0$

$$\begin{cases} -x+6+y + x-6+y = 12 \\ x-6-y < 0 \\ x-6+y \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y=6 \\ x < 6+y \\ x \geq 6-y \end{cases} \quad \begin{cases} y=6 \\ x < 12 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

Пусть $x-6-y \geq 0$ и $x-6+y < 0$

$$\begin{cases} x-6-y - x+6-y = 12 \\ x-6-y \geq 0 \\ x-6+y < 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y=-6 \\ x \geq 6+y \\ x < 6-y \end{cases} \quad \begin{cases} y=-6 \\ x \geq 0 \\ x < 12 \end{cases}$$

$$(|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a$$

При $x \geq 0$ и $y \geq 0$ это часть окружности

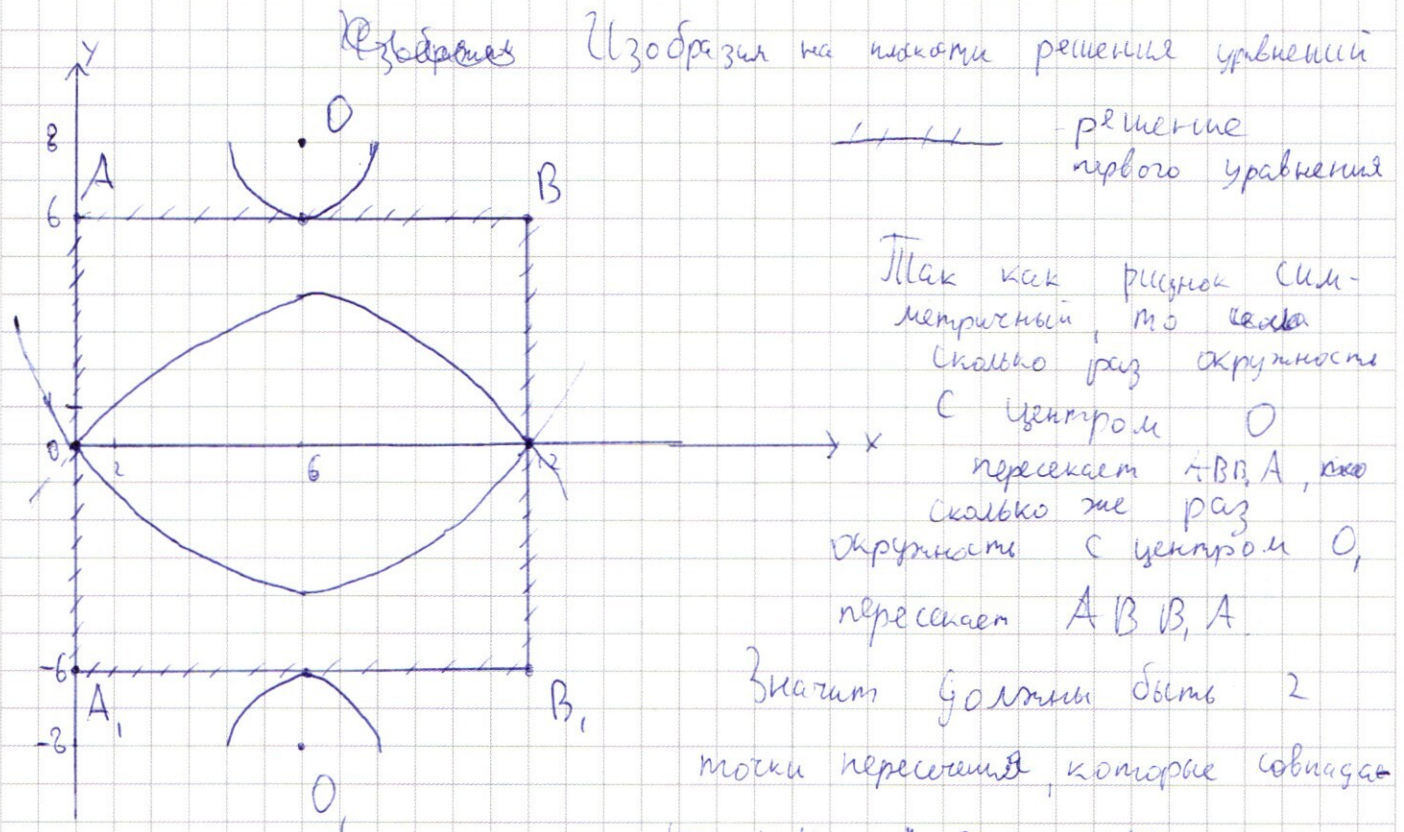
с центром $(6; 8)$ радиуса $\sqrt{a}$, для точек окружности должно выполняться $x \geq 0$ и $y \geq 0$

При $x \geq 0$ и $y < 0$ это часть окружности

с центром $(6; -8)$ радиуса $\sqrt{a}$, для точек окружности должно выполняться $x \geq 0$ и $y < 0$

Рассматривать $x < 0$ не имеет смысла, так как из первого равенства следует, что решения будут только при $x \geq 0$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



или 1 точка пересечения, которая не совпадает

Одна точка пересечения возможна при $a = 4$ и, соответственно, радиусе окружности равен 2. ~~тогда~~ Точки пересечения совпадают при радиусе равном $\sqrt{6^2 + 8^2} = 10$, тогда

a равно 100. При $a < 2$ не будет ни одного решения, при $a > 2$ ~~тогда~~ решения будут симметричны относительно OO , для одной окружности, решения для второй симметричны ~~относительно~~ решениям для первой относительно оси OX .

Ответ: $a = 4$ или $a = 100$

$$\cos 7x + (\cos 3x - \sqrt{2}) \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} (\cos^2 5x - \sin^2 5x) = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) - \sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x) (\cos 5x - \sin 5x) = 0$$

$$(\cos 5x - \sin 5x) (2 \cos 2x - \sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x)) = 0$$

$$\cos 5x - \sin 5x = 0$$

$$\tan 5x = 0$$

$$5x = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5}$$

$$2 \cos 2x - \sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x) = 0$$

$$\sqrt{2} (\cos 2x - (\cos 5x + \sin 5x)) = 0$$

$$\begin{cases} 2 \cos^2 2x = 1 + 2 \sin 5x \cos 5x \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos 2x \cdot (\cos 5x + \sin 5x) \geq 0 \end{cases}$$

$$2 \cos^2 2x - 1 = 2 \sin 5x \cos 5x$$

$$\cos 4x = \sin 10x$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - 10x\right) - \cos 4x = 0$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right) - \sin\left(\frac{\pi}{4} - 7x\right) = 0$$

$$\begin{cases} \frac{\pi}{4} - 3x = \pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{\pi}{4} - 7x = \pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{28} + \frac{\pi k}{7} \end{cases}$$

$$\cos 2x \cdot \cos 5x + \cos 2x \cdot \sin 5x \geq 0$$

$$\frac{1}{2} \cos 7x - \cos 3x + \frac{1}{2} \sin 7x \sin 3x \geq 0$$

$$\cos 4x \geq 0$$

$$4x \in \left[-\frac{\pi}{2} + \pi k, \frac{\pi}{2} + \pi k\right]$$

$$x \in \left[-\frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{4}, \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{4}\right]$$

$$x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{28} + \frac{\pi k}{7} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \in \left[-\frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{4}, \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{4}\right] \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5}, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \in \left[-\frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{4}, \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{4}\right], k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } \begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{28} + \frac{\pi k}{7}, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1) \cdot x \end{cases} \quad \sqrt{7}$$

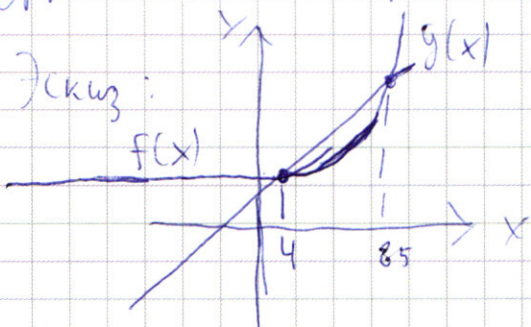
$f(x) = 3^x + 4 \cdot 3^{81}$ - степенная функция

$g(x) = 85 + (3^{81} - 1) \cdot x$ - линейная функция

При $x = 4$ $f(x) = g(x) = 81 + 3^{81} \cdot 4$

При $x = 85$ $f(x) = g(x) = 85 \cdot 3^{81}$

Поскольку степенная функция растёт быстрее, чем линейная, графиков точек пересечения нет



Поскольку $y \geq f(x)$ и $y < g(x)$ все решения лежат на промежутке $(4; 85)$

Запишем, чему равна разность $g(x)$ и $f(x)$ на этом промежутке. Пусть $\Delta x = x - 4$, тогда разность равна $(4 \cdot 3^{81} + 3^4 + (3^{81} - 1) \Delta x) - (4 \cdot 3^{81} + 3^{4+\Delta x}) = 81 + (3^{81} - 1) \Delta x - 3^{4+\Delta x}$

Для каждого целого Δx разности покажет количество пар решений, где $x = 4 + \Delta x$. Чтобы получить общее количество, нужно просуммировать эту разность на промежутке $\Delta x \in [1, 80]$

$$\begin{aligned} \sum_{\Delta x=1}^{80} (81 + (3^{81} - 1) \Delta x - 3^{4+\Delta x}) &= 81 \cdot 80 + (3^{81} - 1) \cdot \frac{80 \cdot 81}{2} - 81 \cdot \frac{3^{80} - 3^4}{3 - 1} = \\ &= 81 \cdot 80 + (3^{81} - 1) \cdot 40 \cdot 81 - 81 \cdot \frac{3^{80} - 3^4}{2} = 81 \cdot 40 \cdot (1 + 3^{81}) - 81 \cdot 3 \cdot \frac{3^{80} - 1}{2} \end{aligned}$$

Ответ: $81 \cdot 40 \cdot (1 + 3^{81}) - 81 \cdot 3 \cdot \frac{3^{80} - 1}{2}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$16875 \div 5 = 3375$
 $3375 \div 5 = 675$
 $675 \div 5 = 135$
 $135 \div 5 = 27$
 $27 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 1$
 $9 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 1$

5555
 $8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 1680$
 $8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 1680$
 $8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 1680$

$70 \cdot (4 + 4 \cdot 3) = 70 \cdot 16 = 1120$
 $8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 1680$
 $8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 1680$

$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$
 $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} (\cos 7x \cos 3x + \sqrt{2} \sin 7x \sin 3x - \sin 7x - \sin 3x) = 0$
 $\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$
 $\cos(x-y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$
 $\frac{1}{6} - 6x = 2x$

$2 \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} (\cos^2 5x - \sin^2 5x) = 2 \sin 5x \cos 2x$
 $2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) - \sqrt{2} (\cos 5x - \sin 5x) (\cos 5x + \sin 5x) = 0$
 $\sqrt{2} (\cos 5x - \sin 5x) (\sqrt{2} \cos 2x - \cos 5x - \sin 5x) = 0$
 $\cos 5x = \sin 5x$
 $\tan 5x = 1$
 $5x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k$
 $x = \frac{\pi}{20} + \frac{5\pi k}{5}$

$(2y+x)(y-x-4) = 0$
 $2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0$
 $2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0$
 $y^2 = \frac{x+8 \pm \sqrt{64+x^2+16x+8x^2+32x}}{4} = \frac{x+8 \pm \sqrt{9x^2+48x+64}}{4}$
 $y = \frac{x+8 \pm (3x+8)}{4} = \frac{x+4}{-x/2}$

$$y = -\frac{x}{2}$$

$$\left(4 \frac{x^4}{x^2}\right)^{\lg -\frac{x}{2}} = (-x)^{\lg(-x \cdot -\frac{x}{2})}$$

$$(4x^2)^{\lg -\frac{x}{2}} = (-x)^{\lg(\frac{x^2}{2})}$$

$$(4x^2)^{\lg(-x) - \lg 2} = (-x)^{2\lg(-x) - \lg 2}$$

$$\left(\frac{(-4)^4}{2^2}\right)^{\lg 2} = 4^{\lg 8}$$

$$2^{6\lg 2} = 2^{2 \cdot 3\lg 2}$$

$$y = x + 4$$

$$\left(\frac{x^4}{x^2+8x+16}\right)^{\lg(x+4)} = (-x)^{\lg(-x(x+4))}$$

$$10^{\lg\left(\frac{x^4}{x^2+8x+16}\right) \lg(x+4)} = 10^{\lg(-x)(\lg(-x) + \lg(x+4))}$$

$$(4\lg(-x) - 2\lg(x+4))\lg(x+4) = \lg(-x)(\lg(-x) + \lg(x+4))$$

$$(4a - 2b)b = a(a+b)$$

$$4ab - 2b^2 = a^2 + ab$$

$$a^2 - 3ab + 2b^2 = 0$$

$$a = \frac{3b \pm \sqrt{9b^2 - 2b^2}}{2} = \frac{3b \pm b}{2} = \begin{cases} 2b \\ b \end{cases}$$

$$\lg(-x) = \lg(x+4)$$

$$-x = x + 4$$

$$\begin{cases} x = -2 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 4^{\lg 2} &= 2^{\lg 4} \\ 2^{2\lg 2} &= 2^{2\lg 2} \end{aligned}$$

$$x \neq 0$$

$$10^{\lg -x}$$

$$10^{\lg 4x^2 \cdot \lg -\frac{x}{2}} = 10^{\lg -x \lg \frac{x^2}{2}}$$

$$\lg 4x^2 \cdot \lg(-\frac{x}{2}) = \lg(-x) \cdot \lg \frac{x^2}{2}$$

$$\begin{aligned} (\lg 4 + \lg x^2)(\lg(-x) - \lg 2) &= \\ &= \lg(-x) \cdot (\lg(x^2) - 2\lg 2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\lg 4 + 2\lg(-x))(\lg(-x) - \lg 2) &= \\ &= \lg(-x) \cdot (2\lg(-x) - \lg 2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2\lg 2 + 2t)(t - \lg 2) &= \\ &= t(2t - \lg 2) \end{aligned}$$

$$2t^2 - 2\lg^2 2 = 2t^2 - t\lg 2$$

$$t = 2\lg 2 = \lg 4$$

$$\lg(-x) = \lg 4$$

$$\begin{cases} x = -4 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$\frac{81-64}{64}$$

$$\frac{-5 \pm \sqrt{81-64}}{2}$$

$$= \frac{-5 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$\frac{-5 - \sqrt{17}}{2} + 4 =$$

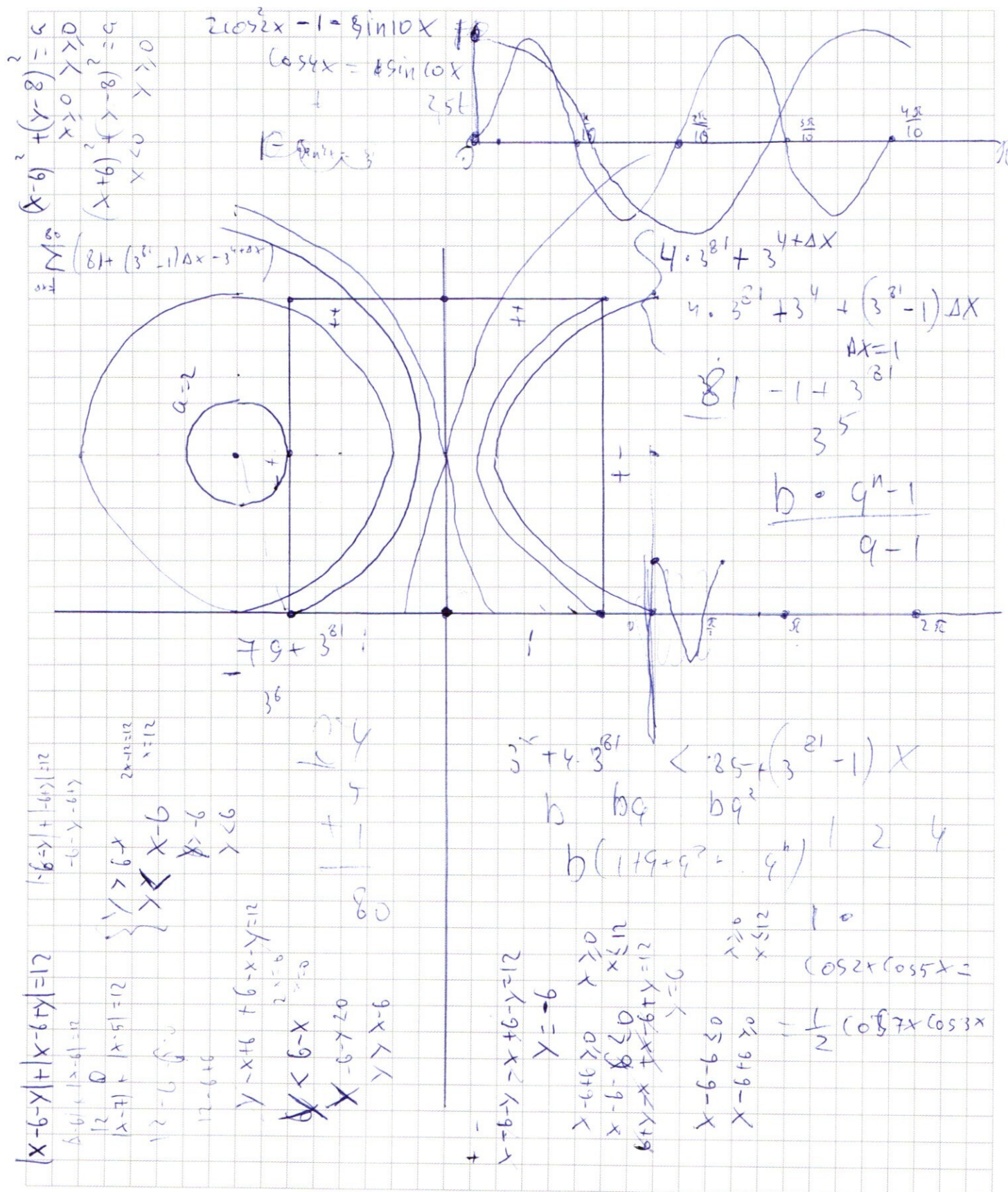
$$= \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} < 0$$

$$y = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} > 0$$

$$x = \frac{-5 + \sqrt{17}}{2} > 0$$

(0,5; 2)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$y < 85 + (3^{81} - 1)x$$

$$(x-4) \cdot 3^2 + 25 - x - 3^x$$

$$21 \cdot 3^{21} + 3^{25} = 3^{25} + 4 \cdot 3^{21} = 3^{21} \cdot (3^4 + 4) = 3^{21} \cdot 85 = 3^{25} + 4 \cdot 3^{21}$$

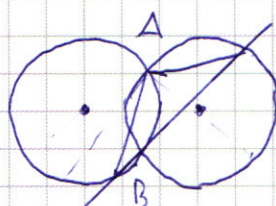
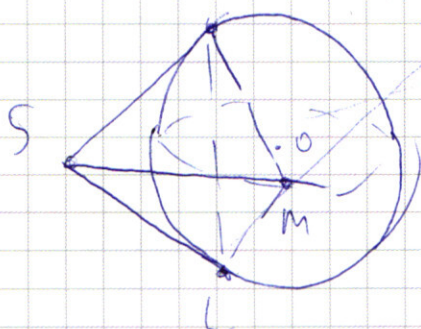
$$3^{85} + \Delta x \cdot 3^{81} - \Delta x - 3^{25} \cdot 3^{60}$$

$$\begin{array}{r} x \\ 3x + 4 \cdot 3 \\ \hline 25 + (3x - x) \end{array}$$

$$\Delta g(x) = 81 \cdot 3^{4x} \cdot 5 \cdot 3^{-5} = 81 \cdot 3^5$$

$$\Delta f(x) = \begin{pmatrix} 81 \\ 3 - 1 \end{pmatrix} \Delta x$$

$$\begin{array}{r} 81 \\ 53 - 5 \\ \hline 9 \\ 3 \end{array}$$



$$\sqrt{2} \cos 2x - \cos 5x - \sin 5x = 0$$

$$\sqrt{2} \cos 2x - \cos 3x \cos 2x + \sin 3x \sin 2x = 0$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{2} \cos x \\ & 2\sqrt{2} \cos^3 x - 2\sqrt{2} \cos x - (4 \cos^3 x - 3 \cos x) \cos 2x + \\ & + (3 \sin x - 4 \sin^3 x) \sin 2x - \\ & - (3 \sin x - 4 \sin^3 x) \cos 2x - \\ & - (4 \cos^3 x - 3 \cos x) \sin 2x \end{aligned}$$

$$2 \cos^2 x + (\cos^2 5x + \sin^2 5x) = 2 \sin x \cos 5x + 2\sqrt{2} \cos 2x \sin 5x \cos 5x$$

$$2\cos^2 2x = 1 + 2\sin 5x \cos 5x$$

$$\cos 4x = \sin 10x$$

$$\cos 4x + 2 = \sin 10x + 2\sqrt{2}$$

24

$$21040(2 + 3^{81} - 1) - 243 \cdot \frac{3^{80} - 1}{2}$$