

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО М

11 класс

ВАРИАНТ 6

ШИФ]

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 4 и 9.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12, \\ (|x| - 6)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №1

Разложим 16875 на простые множители.

$$16875 = 5^4 \cdot 3^3, \text{ значит, все цифры - числа вида } 5^x 3^y \quad (x, y \in \mathbb{Z})$$

Из чисел от 0 до 9, т.е. цифр, такой вид имеют только 1, 3, 5 и 9 $\Rightarrow$ эти числа (возможные)

должны состоять только из этих 4 цифр (записываемся только этими 4 цифрами)

При этом цифра 5 в записи этих 8-значных чисел должно быть ровно 4. Произведение остальных 4 чисел должно равняться 3^3 . Значит, эти остальные 4 числа могут быть только следующими:

$$1) 3, 3, 3, 1$$

$$2) 9, 3, 1, 1$$

Рассчитаем количество подходящих 8-значных чисел.

$$\text{Способов поставить 5 на 4 места из 8} \quad C_8^4 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 70$$

Теперь оставшиеся 4 места можно

заполнить либо цифрами 3, 3, 3, 1 - и тогда получится

4 способа это сделать, т.е. есть 4 способа выбрать место

единицы, либо цифрами 9, 3, 1, 1 - и тогда получается

$4 \cdot 3 = 12$ способов (выберем место для 9, затем для 3).

Значит, всего способов, т.е. чисел, $70 \cdot (4 + 12) =$

$$= 1120$$

Ответ: 1120.

Задача №2

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$2 \cos \frac{7x+3x}{2} \cos \frac{7x-3x}{2} - \sqrt{2} \cos 10x = 2 \sin \frac{7x+3x}{2} \cos \frac{7x-3x}{2}$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} \cos 10x = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) - \sqrt{2} (\cos^2 5x - \sin^2 5x) = 0$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) - \sqrt{2} (\cos 5x - \sin 5x) (\cos 5x + \sin 5x) = 0$$

$$(\cos 5x - \sin 5x) (2 \cos 2x - \sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x)) = 0$$

$$\sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cos 5x - \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 5x \right) (2 \cos 2x - 2 \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cos 5x + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 5x \right)) = 0$$

$$\cos \left(5x + \frac{\pi}{4} \right) \cdot (\cos 2x - \cos \left(5x - \frac{\pi}{4} \right)) = 0$$

$$\cos \left(5x + \frac{\pi}{4} \right) \cdot \frac{2}{2} \cdot (-2) \cdot \sin \frac{2x - 5x + \frac{\pi}{4}}{2} \sin \frac{2x + 5x - \frac{\pi}{4}}{2} = 0$$

$$\cos \left(5x + \frac{\pi}{4} \right) \sin \left(-1,5x + \frac{\pi}{8} \right) \sin \left(3,5x - \frac{\pi}{8} \right) = 0$$

$$\cos \left(5x + \frac{\pi}{4} \right) \sin \left(1,5x - \frac{\pi}{8} \right) \sin \left(3,5x - \frac{\pi}{8} \right) = 0$$

$$1) \cos \left(5x + \frac{\pi}{4} \right) = 0$$

$$5x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$5x = \frac{\pi}{4} + \pi k$$

$$x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{4}$$

$$2) \sin \left(\frac{3}{2}x - \frac{\pi}{8} \right) = 0$$

$$\frac{3}{2}x - \frac{\pi}{8} = \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{3}{2}x = \frac{\pi}{8} + \pi n$$

$$x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{3}$$

$$3) \sin \left(\frac{7}{2}x - \frac{\pi}{8} \right) = 0$$

$$\frac{7}{2}x - \frac{\pi}{8} = \pi l, l \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{7}{2}x = \frac{\pi}{8} + \pi l$$

$$x = \frac{\pi}{28} + \frac{2\pi l}{7}$$

Ответ:
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{4}, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{28} + \frac{2\pi l}{7}, l \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача № 3

$$\text{I. } \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}$$

$$\text{II. } 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0$$

Рассмотрим уравнение II:

~~$2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0$~~ как квадратное относительно y

$$2y^2 - y(x+8) - (x^2+4x) = 0$$

$$D = x^2 + 16x + 64 + 8x^2 + 32x = 9x^2 + 48x + 64 = (3x+8)^2$$

$$\Rightarrow y_1 = \frac{x+8+3x+8}{2} = 2x+8, y_2 = \frac{x+8-3x-8}{2} = -x$$

Рассмотрим оба случая, подставив y в уравнение I.

$$\text{1) } \left(\frac{x^4}{(2x+8)^2}\right)^{\lg(2x+8)} = (-x)^{\lg(-x(2x+8))}$$

$$\left(\frac{x^4}{x^2}\right)^{\lg(x)} = (-x)^{\lg x^2}$$

$$\Leftrightarrow x \neq 0, \text{ т.к. } \lg(x) \text{ подразумевает } x > 0$$

$$(x^2)^{\lg(x)} = (-x)^{\lg(x)^2}$$

$$(x^2)^{\lg(x)} = (-x)^{2 \cdot \lg(x)}$$

$$(x^2)^{\lg(x)} = ((-x)^2)^{\lg(x)}$$

$$(x^2)^{\lg(x)} = (x^2)^{\lg(x)} - \text{верно при всех } x, \text{ входящих в ОДЗ}$$

$\Rightarrow$ все пары $(x_0, -x_0)$, где $x_0 < 0$ - решения

$$\text{2) } \left(\frac{x^4}{(2x+8)^2}\right)^{\lg(2x+8)} = (-x)^{\lg(-x(2x+8))}$$

см. на обратной стороне

$$(-x) \cdot (2x+8) > 0, 2x+8 > 0 \Rightarrow -x > 0$$

$$\left(\frac{x^4}{(2x+8)^2}\right)^{\lg(2x+8)} = (-x)^{\lg(-x) + \lg(2x+8)} \quad x \neq -4$$

$$x^4 + \lg(2x+8) \cdot (2x+8)^{-2 - \lg(2x+8)} = (-x)^{\lg(-x) + \lg(2x+8)}$$

$-x > 0 \quad x < 0$

~~$$\left(\frac{x^4}{(x+4)^2}\right)^{\lg(x+4)} = (-x)^{\lg(-x(x+4))}$$~~

Рассмотрим $y = -\frac{x}{2}$

$$\left(\frac{x^4}{(-\frac{x}{2})^2}\right)^{\lg(-\frac{x}{2})} = (-x)^{\lg(-x \cdot (-\frac{x}{2}))}$$

$x \neq 0$
 $\lg(-\frac{x}{2})$ не определено,
 что $x < 0$

~~$$(4x^2)^{\lg(-\frac{x}{2})} = (-x)^{\lg \frac{x^2}{2}}$$~~
~~$$(4x^2)^{\lg(-x) - \lg 2} = (-x)^{2\lg(-x) - \lg 2}$$~~

~~$$(4x^2)^{\lg(-x) - \lg 2} = (-x)^{2\lg(-x) - \lg 2}$$~~

~~$$(4x^2)^{\lg(-x) - \lg 2} = \left(\frac{x^2}{2}\right)^{\lg(-x)}$$~~

~~$$(x^2)^{\lg(-x) - \lg 2} \cdot 4^{\lg(-x) - \lg 2} = (x^2)^{\lg(-x)} \cdot 2^{-\lg(x)}$$~~

Пусть $t = -x$. $((2t)^2)^{\lg \frac{t}{2}} = t^{\lg \frac{t^2}{2}}$

$$(2t)^{2\lg \frac{t}{2}} = t^{\lg \frac{t^2}{2}} \quad (2t)^{\lg \frac{t^2}{2}} = t^{\lg \frac{t^2}{2}}$$

$\Rightarrow 2t = t \Rightarrow t = 0 \Rightarrow x = 0$ ~~но~~ x должен быть $< 0 \Rightarrow$
 нет решений

Рассмотрим $y = x+4$

$$\left(\frac{x^4}{(x+4)^2}\right)^{\lg(x+4)} = (-x)^{\lg(-x(x+4))}$$

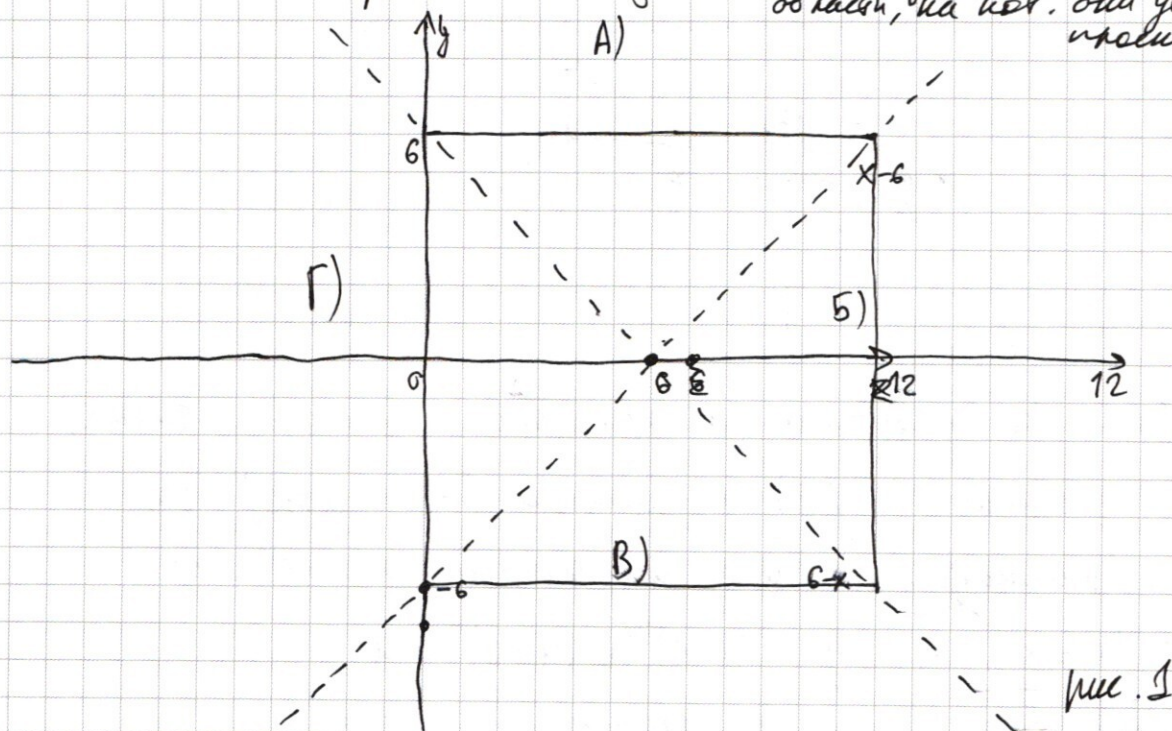
$$(-x)^4 \lg(x+4) \cdot (x+4)^{-2 - \lg(x+4)} = (-x)^{\lg(-x)} \cdot (-x)^{\lg(x+4)}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

I. Задача №5
 $|x-6-y| + |x-6+y| = 12$
 II. $(|x|-6)^2 + (|y|-6)^2 = a$

Рассмотрим множество точек, которое эта система
задаёт на координатной плоскости.

I. Рассмотрим прямые $y = x-6$ и $y = 6-x$ и
области, на кот. они делят
плоскость



A : $|x-6-y| = y+6-x$; $|x-6+y| = x-6+y$

$y+6-x+x-6+y=12$ $y=6$

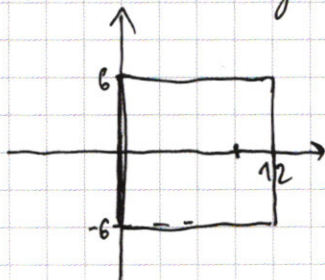
B : $|x-6-y| = x-6-y$; $|x-6+y| = x-6+y$

$x-6+y+x-6-y=12$ $x=12$

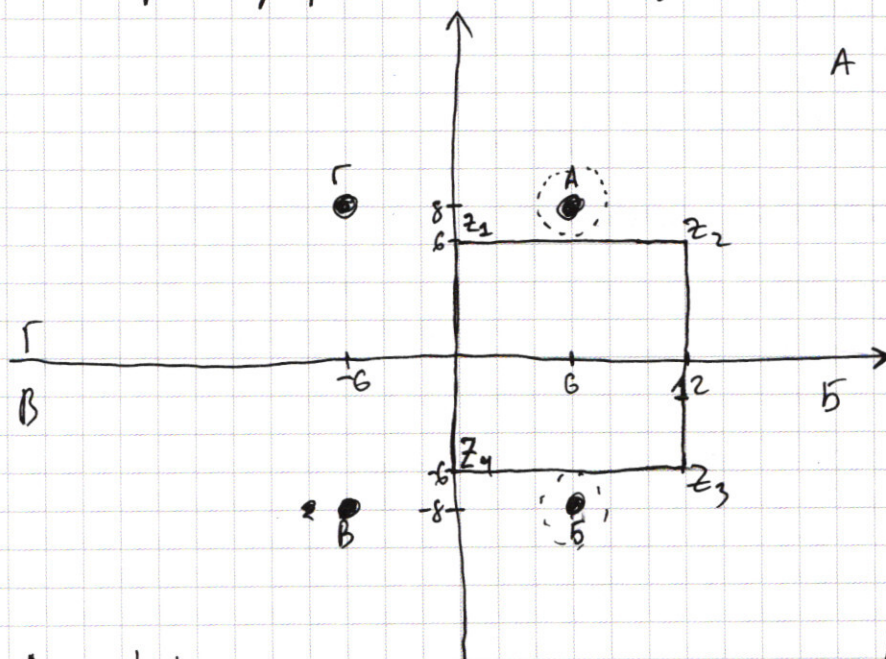
C : $|x-6-y| = x-6-y$; $|x-6+y| = 6-x-y$
 $x-6-y+6-x-y=12$ $y=-6$

D : $|x-6-y| = y+6-x$; $|x-6+y| = 6-x-y$ $y+6-x+6-x+y=12$
 $x=0$

В итоге получили квадрат:



Рассмотрим подробнее второе уравнение:



A : $|x|=x, |y|=y$

I-ая четверть $(x-6)^2 + (y-8)^2 = a$ — окружность (при $a=0$ — точка)
(центром $(6; 8)$ и радиусом (при $a \geq 0$) $\sqrt{a}$
(рассматриваем точку как частный случай окр.)

IV Б : $|x|=x, |y|=-y$ $(x-6)^2 + (y+8)^2 = a$
центр окр. $(6; -8)$, радиус $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$)

III В : $|x|=-x, |y|=-y$ $(x+6)^2 + (y+8)^2 = a$
центр $(-6; -8)$, радиус $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$)

I Г : $|x|=-x, |y|=y$ $(x+6)^2 + (y-8)^2 = a$
центр $(-6; 8)$, радиус $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$)

Количество решений равно количеству пересечений двух
описанных множеств точек.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 5 - продолжение.

Нужно найти, когда общих точек будет равно 2.

Рисунок позволяет сделать следующие выводы:

При $\sqrt{a} < 2$ общих точек нет.

При $\sqrt{a} = 2$ окружности касаются сторон квадрата
около его вершин А и В (см. рис. 2)

При $\sqrt{a} \in (2, 2\sqrt{130})$

ровно 2 общие точки получаются в 2 случаях:

1) при $\sqrt{a} = 2$ окружности А и В (см. рис. 2)
касаются сторон квадрата

2) окружность с центром В проходит через Z_2 ,

это происходит при $\sqrt{a} = \sqrt{8Z_2V} = |BZ_2| =$

$$= \sqrt{(12 - (-6))^2 + (6 - (-8))^2} = \sqrt{18^2 + 14^2} = 2\sqrt{9^2 + 7^2} =$$

$$= 2\sqrt{81 + 49} = 2\sqrt{130}$$

(по симметрии вторая окружность с центром
в Г проходит через Z_2 , окружности А и В не
имеют при этом общих точек с квадратом, т.к.

$$AZ_4 = \sqrt{14^2 + 6^2} < \sqrt{14^2 + 18^2})$$

(при $\sqrt{a} < 2$ нет общих точек, при $\sqrt{a} \in (2; 2\sqrt{130})$ более 2
общих точек, при $\sqrt{a} > 2\sqrt{130}$ нет общих точек)

Значит, $\sqrt{a} = 2$ или $2\sqrt{130} \Rightarrow a = 4$ или $4 \cdot 130 = 520$ ($a > 0$).

Ответ: 4; 520.

Задача №6

Дано:

$$\omega_1 (O_1; 13)$$

$$\omega_2 (O_2; 13)$$

$$\omega_1 \cap \omega_2 = \{A\} \cup \{B\}$$

$$C \in \omega_1; D \in \omega_2$$

$$B \in \text{вып} [CA]$$

$$\angle CAD = 90^\circ$$

$$BF \perp CD$$

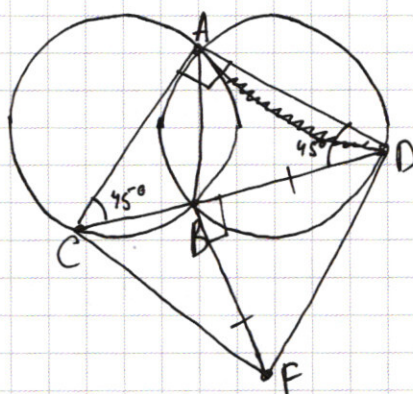
$$BF = BD$$

(A и F по разные стороны от CD)

$$a) CF = ?$$

$$б) BC = 10$$

$$S_{\triangle ACF} = ?$$



Решение: а) : 1) Т.к. $\angle BCA$ и $\angle BDA$ опир. на одну и ту же хорду в равных окружностях, $\angle BCA = \angle BDA$

$$2) \angle BCD = \angle BDA = \frac{180^\circ - \angle CAD}{2} = \frac{180^\circ - 90^\circ}{2} = 45^\circ$$

3) По обобщенной теор. синусов

$$2R = \frac{AB}{\sin \angle ACB} \Rightarrow AB = 2R \cdot \sin \angle ACB = 2 \cdot 13 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 13\sqrt{2}$$

4) Пусть $AC = AD = a$. По теор. косинусов для $\triangle ABD$

$$AB^2 = BD^2 + AD^2 - 2BD \cdot AD \cdot \cos \angle ADB$$

$$(13\sqrt{2})^2 = BD^2 + a^2 - 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} BD \cdot a \quad BD^2 + a^2 - \sqrt{2} BD \cdot a = (13\sqrt{2})^2$$

5) $BF = BD$. По теор. Пифагора для $\triangle CBF$

$$CF^2 = CB^2 + BF^2 = (CD - BD)^2 + BD^2 = (\sqrt{2}a - BD)^2 + BD^2 =$$

$$= 2a^2 + 2BD^2 - 2\sqrt{2}aBD = 2 \cdot (BD^2 + a^2 - \sqrt{2}BD \cdot a) \stackrel{\text{Пифагор для } \triangle CAD}{=} 2 \cdot (13\sqrt{2})^2 \stackrel{\text{ак.к.}}{=} 4$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

(уч-продолжение)

Найти:

а) $\angle KSO$

б) $S_{\text{сечения KLM}}$

Решение:

а) α_1 и $\alpha_2 \perp SO$

$\Rightarrow \alpha_1 \parallel \alpha_2$

$\alpha_1 \parallel \alpha_2 \Rightarrow SA_1B_1C_1$ и $SA_2B_2C_2$ — подобные тетраэдры

$\Rightarrow \Delta A_2B_2C_2 \sim \Delta A_1B_1C_1$ с коэффициентом, равным

$$\sqrt{\frac{SA_2B_2C_2}{SA_1B_1C_1}} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2} \Rightarrow SA_2B_2C_2 \sim SA_1B_1C_1$$

$$K = \frac{3}{2}$$

Пусть $\omega \cap \alpha_1 = H_1$, $\omega \cap \alpha_2 = H_2$ (по усл. $H_1, H_2 \in OS$)

$\alpha_1, \alpha_2 \perp OS \Rightarrow SH_1$ и SH_2 — высоты подобных

тетраэдров. $SH_2 : SH_1 = 3 : 2 \Rightarrow SH_1 : H_1H_2 = 2 : 1$

$H_1H_2 = 2R$, т.к. OH_1 и OH_2 — радиусы, провед. в т. кас. и $O \in H_1H_2$

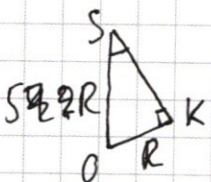
Значит, $SH_1 = 2H_1H_2 = 4R$

Рассмотрим ΔKSO (пусть $K = \omega \cap (A_1SB_1)$)

$\angle SKO = 90^\circ$ (т.к. $OK \perp (A_1SB_1)$, а $SK \subset (A_1SB_1)$)

$OK = R$; $SO = SH_1 + H_1O = 4R + R = 5R$

$\Rightarrow \angle KSO = \arcsin \frac{R}{5R} = \arcsin \frac{1}{5} = \arcsin \frac{2}{5} \leftarrow \text{ответ}$



№6 (продолжение)

$$CF^2 = 2 \cdot (13\sqrt{2})^2 \Rightarrow CF = \sqrt{2} \cdot 13\sqrt{2} = \boxed{26}$$

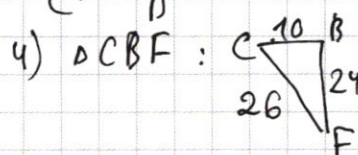
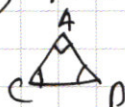
8) Пусть $BC = 10$. S_{ACF} - ?

1) По теор. Пифагора в $\triangle CBF$

$$BF = \sqrt{CF^2 - BC^2} = \sqrt{26^2 - 10^2} = \sqrt{36 \cdot 16} = 24$$

$$2) CD = CB + BD = CB + BF = 10 + 24 = 34$$

$$3) AC = \frac{CD}{\sqrt{2}} = \frac{34}{\sqrt{2}} = 17\sqrt{2}$$



$$\sin \angle BCF = \frac{24}{26} = \frac{12}{13}$$

$$\cos \angle BCF = \frac{10}{26} = \frac{5}{13}$$

$$5) \sin \angle ACF = \sin \angle ACB \cdot \cos \angle BCF + \sin \angle BCF \cdot \cos \angle ACB =$$

$(\sin \angle ACB = \cos \angle ACB = \frac{1}{\sqrt{2}})$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \left(\frac{12}{13} + \frac{5}{13} \right) = \frac{17}{13\sqrt{2}}$$

$$6) S_{\triangle ACF} = \frac{1}{2} \cdot \sin \angle ACF \cdot AC \cdot CF = \frac{1}{2} \cdot \frac{17}{13\sqrt{2}} \cdot 17\sqrt{2} \cdot 26$$
$$= \frac{17^2 \cdot \sqrt{2} \cdot 13 \cdot 2}{2 \cdot 13\sqrt{2}} = 17^2 = 289$$

Ответ: а) $CF = 26$

б) $S_{\triangle ACF} = 289$.

Задача №4

Дано: сфера $\omega(O; R)$

вписана в 3-гранный угол

с вершиной S .

кас. грани в точках

K, L, M

$\alpha_1, \alpha_2 \perp OS$ и кас. ω

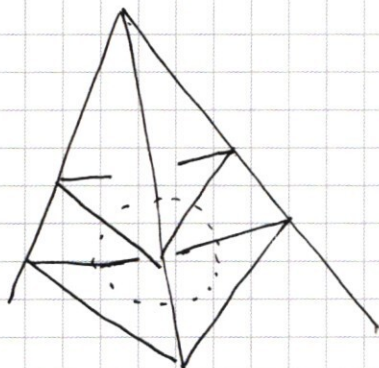
$S_{\text{сег. вып. } \alpha_1} = 4$

$S_{\text{сег. } \alpha_2 \text{ и } \alpha_1} = 9$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4 (продолжение)

б)



Пусть сечение через точки K, L и M
высекает на сторонах угла
треугольник $A'B'C'$.

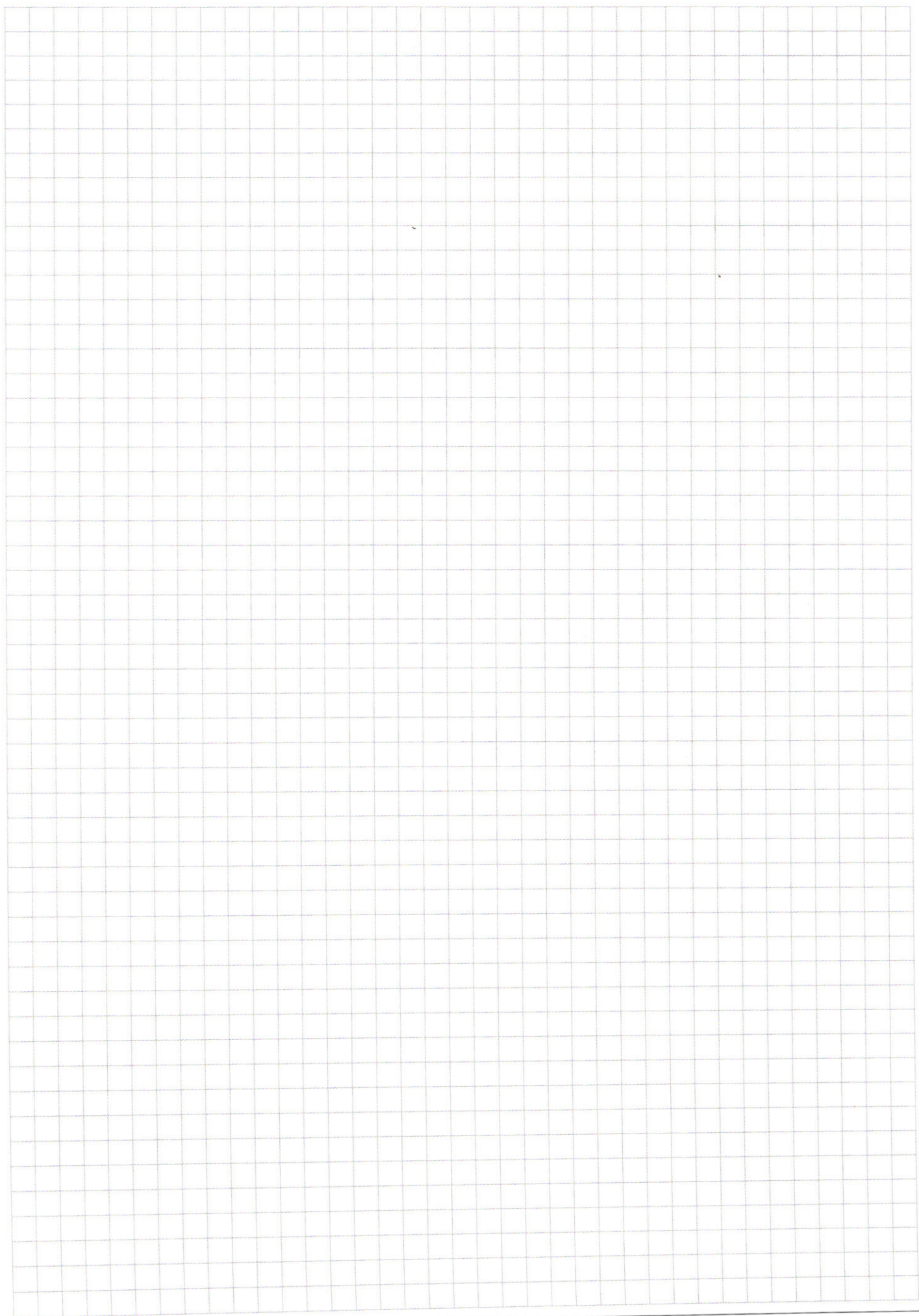
$SA'B'C'$ подобен $SA_1B_1C_1$ с

тем же коэффициентом, что $SA_2B_2C_2$ подобен $SA'B'C'$

$$\Rightarrow \frac{S_{A'B'C'}}{S_{A_1B_1C_1}} = \frac{S_{A_2B_2C_2}}{S_{A'B'C'}} \Rightarrow S_{A'B'C'} = \sqrt{S_{A_1B_1C_1} \cdot S_{A_2B_2C_2}} = \sqrt{4 \cdot 9} =$$

$$= 6$$

Ответ: а) $\angle KSO = \arcsin \frac{1}{5}$
б) $S_{\text{сеч. через } KLM} = 6$.



☐ черновик ☒ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

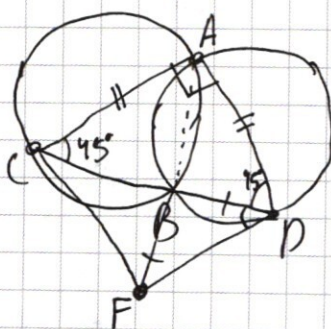
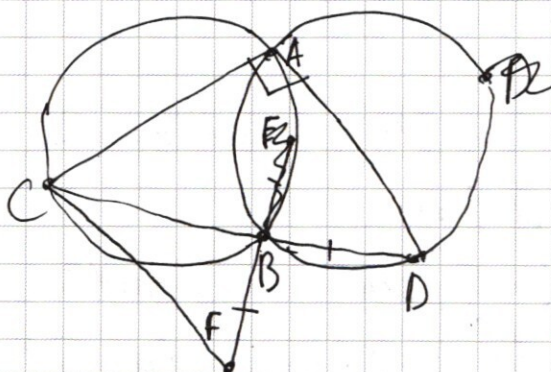
$$|x-6-y| + |x-6+y| = 12$$

$$((x-6)-y)^2 + ((x-6)+y)^2 = a$$

$$12$$

$$18^2 + 14^2$$

$$324 + 196$$



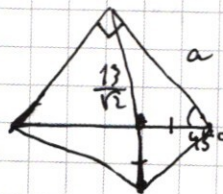
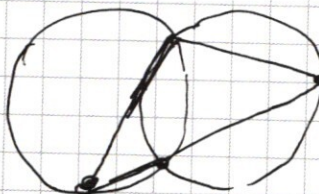
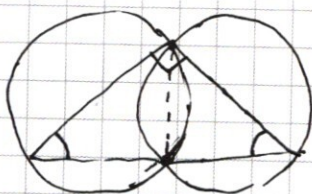
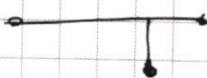
$$(OC-a)^2 + a^2$$

$$CF = \sqrt{CB^2}$$

$$\frac{13}{\sqrt{2}}$$

$$x^2 + a^2 + \sqrt{2}xa = \frac{13}{4}$$

$$(\sqrt{2}a+x)^2 + x^2 = 2a^2 + 2x^2 + 2\sqrt{2}ax$$



$$x^2 + a^2 + \sqrt{2}xa = \frac{13}{4}$$

$$x^2 + \sqrt{2}xa - (a^2 - \frac{13}{4}) = 0$$

$$2a^2 - 4a^2 + 13 = 13 - 2a^2$$



$$\frac{-\sqrt{2}a \pm \sqrt{13 - 2a^2}}{2}$$

$$\begin{array}{r} 16875 \overline{) 5} \\ \underline{15} \\ 18 \\ \underline{15} \\ 37 \\ \underline{35} \\ 25 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16875 \overline{) 5} \\ \underline{15} \\ 18 \\ \underline{15} \\ 37 \\ \underline{35} \\ 25 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3375 \overline{) 25} \\ \underline{25} \\ 87 \\ \underline{75} \\ 125 \end{array}$$

$$5 \cdot 25 \cdot 135 = 5^4 \cdot 9$$

$$135 \cdot 25 \cdot 5$$

$$\times \frac{625}{29}$$

$$\times \frac{625}{29}$$

$$\frac{x^4}{24}$$

$$(x^2)^{\lg - \frac{x}{2}} =$$

$$= (-x)^{\lg \frac{x^2}{2}}$$

$$+ \lg \frac{t^2}{2} = \lg \frac{t^2}{2}$$

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$2 \sin 5x$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} \cos 10x = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$\cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} (\cos$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2} \cos 10x$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2} (\cos 5x \cos 2x - \sin 5x \sin 2x)$$

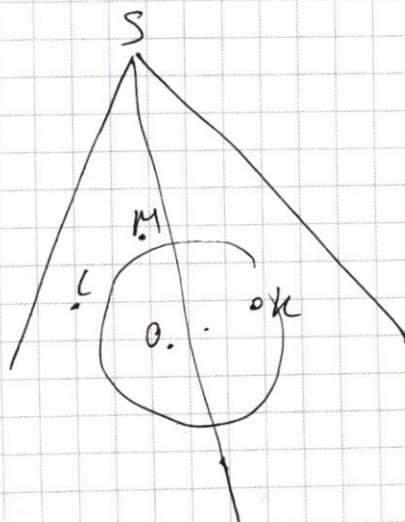
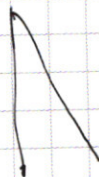
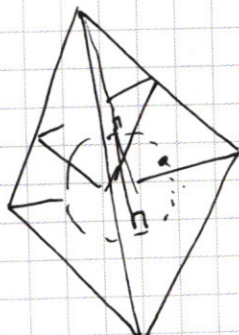
$$(\cos 5x - \sin 5x) (\cos 2x - \frac{1}{\sqrt{2}} \cos 5x - \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 5x)$$

$$\frac{8!}{4!4!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta :$$

$$\frac{1}{2} (\cos \alpha + \cos \beta)$$

$$\left(\frac{x^4}{(2x+8)^2} \right)^{\lg(2x+8)} = (-x)^{\lg(-x(2x+8))}$$



$$x^2 + x(y+4) - (2y^2 - 8)$$

$$y^2 + 8y + 16 + 8y^2 - 32$$