

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МА

11 класс

ВАРИАНТ 6

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 4 и 9.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12, \\ (|x| - 6)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

16875

$$1+6+8+7+5 = 27 \div 9$$

большенное ; произведение 16875

т.е. без 0; без 2; 4; 8; 6

точно: 5; 3; 7; 1; 9.

$$\begin{array}{r} 16875 \div 7 \\ 4 \\ \underline{28} \\ 28 \\ \underline{28} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 1 & 3 & 5 & 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16875 \div 9 \\ 9 \\ \underline{78} \\ 72 \\ \underline{67} \\ 63 \\ \underline{63} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1875 \div 5 \\ 15 \\ \underline{37} \\ 35 \\ \underline{35} \\ 0 \end{array}$$

$$16875 = 9 \cdot 1875 = 9 \cdot 5 \cdot 375 =$$

$$= 9 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 75 = 9 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 15 =$$

$$16875 = 3^2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 3^3 \cdot 5^4$$

$$= 3^3 \cdot 5^4 - \text{всего } 8 \text{ множ-лей}$$

$$= 3^3 \cdot 5^4 - \text{всего } 7 \text{ множ-лей}$$

Если число 8-знач., то

$$1 \cdot 3^3 \cdot 5^4$$

$$M.B.: 1 \ 3 \ 3 \ 3 \ 5 \ 5 \ 5 \ 5$$

$$1 \ 1 \ 9 \ 3 \ 5 \ 5 \ 5 \ 5$$

$$U \text{ пош.} \quad P_n = \frac{8!}{3! \cdot 4!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 5} = 5 \cdot 7 \cdot 8$$

$$P_n = \frac{8!}{2! \cdot 4!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2} = 5 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 8$$

№1

$$16875 = 3^3 \cdot 5^4$$

Значит, 8-значное число может быть следующим:

$$(1) 33355551$$

$$(2) 19355551$$

, где цифры могут меняться местами

Тогда

$$P_{n, \text{необ.}} = \frac{8!}{3!4!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 5} = 5 \cdot 7 \cdot 8 - \text{кол-во чисел вида (1)}$$

$$P_{n, \text{необ.}} = \frac{8!}{4!2!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2} = 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 8 - \text{кол-во чисел вида (2)}$$

$$\text{Всего: } 5 \cdot 7 \cdot 8 + 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 8 = 4 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 8 = 20 \cdot 56 = 1120$$

Ответ: 1120

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x \quad N2$$

$$\cos 7x + \cos 3x = \frac{1}{2} 2 \cos 5x \cos 2x$$

$$\sin 7x + \sin 3x = 2 \cdot \sin 5x \cos 2x$$

$$\cos 7x - \sin 7x + \cos 3x - \sin 3x = \sqrt{2} \cos 10x$$

$$\cos 7x \frac{1}{\sqrt{2}} - \sin 7x \frac{1}{\sqrt{2}} + \cos 3x \frac{1}{\sqrt{2}} - \sin 3x \frac{1}{\sqrt{2}} = \cos 10x$$

$$\cos \left(7x + \frac{\pi}{4} \right) + \cos \left(3x + \frac{\pi}{4} \right) = \cos 10x$$

$$2 \cos \left(5x + \frac{\pi}{4} \right) \cdot \cos 2x = 2 \cos^2 5x - 1$$

$$\cos 10x - \cos \left(7x + \frac{\pi}{4} \right) = -2 \sin 5x - \frac{\pi}{4} \cdot \sin \frac{\pi}{4}$$

$$\cos \left(3x + \frac{\pi}{4} \right) = \cos 10x - \cos \left(7x + \frac{\pi}{4} \right)$$

$$= -2 \sin$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\cos \left(7x + \frac{\pi}{4} \right) + \cos \left(3x + \frac{\pi}{4} \right) = \cos 10x$$

$$\cos \left(7x + \frac{\pi}{4} \right) + \sin \left(\frac{\pi}{4} - 3x \right) = \cos 10x$$

$$-\sin \left(3x - \frac{\pi}{4} \right) = \cos 10x - \cos \left(7x + \frac{\pi}{4} \right)$$

$$-\sin \left(3x - \frac{\pi}{4} \right) = -2 \sin \frac{3x - \frac{\pi}{4}}{2} \sin \frac{17x + \frac{\pi}{4}}{2}$$

$$\frac{-2 \sin \frac{3x - \frac{\pi}{4}}{2} \cdot \cos \frac{3x - \frac{\pi}{4}}{2}}{2} = \frac{-2 \sin \frac{3x - \frac{\pi}{4}}{2} \sin \frac{17x + \frac{\pi}{4}}{2}}{2}$$

$$\cos\left(7x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos 10x$$

$$\cos\left(7x + \frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) = \cos 10x$$

$$\sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(7x + \frac{\pi}{4}\right) - \cos 10x$$

$$\sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) \stackrel{2}{=} + 2 \sin \frac{3x - \frac{\pi}{4}}{2} \sin \frac{10x + \frac{\pi}{4}}{2}$$

$$\frac{2 \sin \frac{3x - \frac{\pi}{4}}{2} \cos \frac{1x - \frac{\pi}{4}}{2}}{2} = \frac{2 \sin \frac{4x - \frac{\pi}{4}}{2} \sin \frac{10x + \frac{\pi}{4}}{2}}{2}$$

$$\frac{\cos \frac{1x - \frac{\pi}{4}}{2}}{2} = \frac{\sin \frac{10x + \frac{\pi}{4}}{2}}{2}$$

$$1 + \cos \frac{3x + \frac{\pi}{4}}{2} = 1 - \cos \frac{10x + \frac{\pi}{4}}{2}$$

$$\cos \frac{3x - \frac{\pi}{4}}{2} \times \cos \frac{10x + \frac{\pi}{4}}{2} = 0$$

$$2 \cos 10x \cdot \cos 7x + \frac{\pi}{4} = 0$$

Нулевые:

$$\begin{cases} \sin \frac{3x - \frac{\pi}{4}}{2} = 0 \\ \cos 10x = 0 \\ \cos 7x + \frac{\pi}{4} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{3x - \frac{\pi}{4}}{2} = \pi n \\ 10x = \frac{\pi}{2} + \pi k \\ 7x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + \pi z \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n \\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{6}k \\ 7x = \frac{\pi}{4} + \pi z \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + \frac{2}{3}\pi n \\ x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi}{10}k \\ x = \frac{\pi}{18} + \frac{\pi}{9}z \end{cases}$$

$$k, z, n \in \mathbb{Z}$$

— Ответ.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\left\{ \begin{aligned} \left(\frac{x^4}{y^2} \right)^{\log y} &= (-x) \log(-xy) \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y &= 0 \end{aligned} \right. \quad \begin{matrix} \text{УЗ} \\ (1) \end{matrix} \quad (2)$$

$$\boxed{\begin{matrix} y > 0 \\ x < 0 \end{matrix}}$$

$$(1) \left(\frac{x^4}{y^2} \right)^{\log y} = (-x) \log(-xy)$$

$$\frac{x^{4 \log y}}{y^{2 \log y}} = (-x) \log(-x) + \log y$$

$$\left(\frac{x^4}{y^2} \right)^{\log y} = (-x) \log(-xy)$$

$$\left(\frac{x^4}{y^2} \right)^{\log y} - (-x) \log(-xy) =$$

$$\log y = \log \left(\frac{x^4}{y^2} \right)^{\log y} - x \log(-xy)$$

$$\log y = \frac{1}{2} \cdot \log(-xy) \log \frac{x^2}{y}$$

$$2 \log y = (\log(-x) + \log y) \log \frac{x^2}{y} (-x)$$

$$\log y (2 - \log \frac{x^2}{y} (-x)) = \log \frac{x^2}{y} (-x) \cdot \log(-x)$$

$$2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0$$

$$y(2y - x) - x^2 - 4(2y + x) - x^2 - 8x = 0$$

$$(2y - x)(y - 4) - x^2 - 8x = 0$$

$$4^{\log_2 4} = 4^2 = 16$$

$$4^{\log_2 4} = 4^2 = 16$$

$$a^b = c$$

$$\log_a c = b$$

$$a^{\log_a c} = c$$

$$a^b = c$$

$$b = \log_a c$$

$$\log y = \log \frac{x^2}{y}$$

$$2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0$$

$$\begin{aligned} y^2(y-x)(y+x) + y^2 - xy - 4x - 8y &= \\ = (y-x)(y+x) + y(y-x) - 4(x+y) &= 0 \\ (y-x)(y+x) + y(y-x) - 4(x+y) &= 0 \end{aligned}$$

$$(y+x) + y - 4 \frac{(x+y)}{y-x} = 0$$

$$a^b = C$$

$$b = \log_a C$$

$$a^{\log_a C} = C$$

$$\begin{aligned} (y-x)(y+x) + y(y-x) - 4(x+y) &= 0 \\ \cancel{(y-x)(y+x)} - 4(x+y) + y(y-x) &= 0 \end{aligned}$$

$$2(y-x)(y+x) - 4(x+y) + y(y-x) - (y-x)(y+x) = 0$$

$$2(y+x)(y-x-2) + (y-x)(y-y-x) =$$

$$= 2(y+x)(y-x-2) - x(y-x)$$

$$\frac{x^4}{y^2} \log y = (-x) \log(-xy)$$

$$\left(\frac{x^2}{y}\right)^{2 \log y} = -x \log -xy$$

$$2 \log y \log_{-x} \frac{x^2}{y} = \log -xy \cdot 1$$

$$-x > 0$$

$$-x = 1$$

$$(x \neq -1)$$

проверить

$$2 \log y \cdot \log_{-x} \frac{x^2}{y} = \log -x + \log y$$

$$\log_{-x} \frac{x^2}{y} = \log_{-x} (-x)^2 - \log_{-x} y = 2 - \log_{-x} y$$

$$2 \log y (2 - \log_{-x} y) = \log -x + \log y$$

$$2 \log y \left(2 - \frac{\log y}{\log -x}\right) = \log -x + \log y$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2 \lg y \left(\frac{2 \lg^2 x - \lg y}{\lg x} \right) = \lg x + \lg y$$

$$2b(2a - b) = a^2 + ab$$

$$4ab - 2b^2 = a^2 + ab$$

$$a^2 - 3ab + 2b^2 = 0$$

$$a^2 - 2ab + b^2 + b^2 - ab = 0$$

$$(a - b)^2 + b(b - a) = 0$$

$$(b - a)(b - a + b) = 0$$

$$(b - a)(2b - a) = 0$$

$$\begin{cases} b = a \\ 2b = a \end{cases} \quad \begin{cases} \lg y = \lg x \\ 2 \lg y = \lg x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = x \\ y^2 = x \end{cases}$$

Про $x = -1$: при $x = -1$ имеем:

$x = -1$ не

решение

системы

$$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{y^2} \right)^0 = 1^0 \text{ (верно)}$$

$$2 + 1 - 1 + 4 - 8 = 0 \text{ (нет)}$$

Тогда перепишем:

$$\begin{cases} y = -x & (1) \\ y^2 = -x & (2) \end{cases}$$

Подстановка (1) в (2) в (2) уравнение:

$$(1) \quad y = -x$$

$$2x^2 + x^2 - 4x - x^2 + 8x = 0$$

$$3x^2 + 4x = 0$$

$$2x(x + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ (нет из-за)} \\ x = -2 \end{cases}$$

В первом $\begin{cases} y = -x \\ x = -2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = -2 \end{cases}$

② $y^2 = -x \rightarrow y = \pm \sqrt{-x} \xrightarrow{y > 0} y = \sqrt{-x}$

Умнож.: $-2x - x \cdot \sqrt{-x} - x^2 - 4x - 8\sqrt{-x} = 0$

$-x^2 - 6x - 8\sqrt{-x} = 0$

$x^2 + 6x + 8\sqrt{-x} = 0$

$x + 6 + 8\sqrt{-x} = 0$

$x + 8\sqrt{-x} + 6 = 0$

$D = 81 - 24 = 57$

$\sqrt{-x} = \frac{-9 \pm \sqrt{57}}{2} = \frac{-9 + \sqrt{57}}{2}$

$$\begin{array}{r} 57 \overline{) 3} \\ \underline{19} \end{array}$$

Тогда:

$y^2 = \left(\frac{\sqrt{57} - 9}{2} \right)^2$

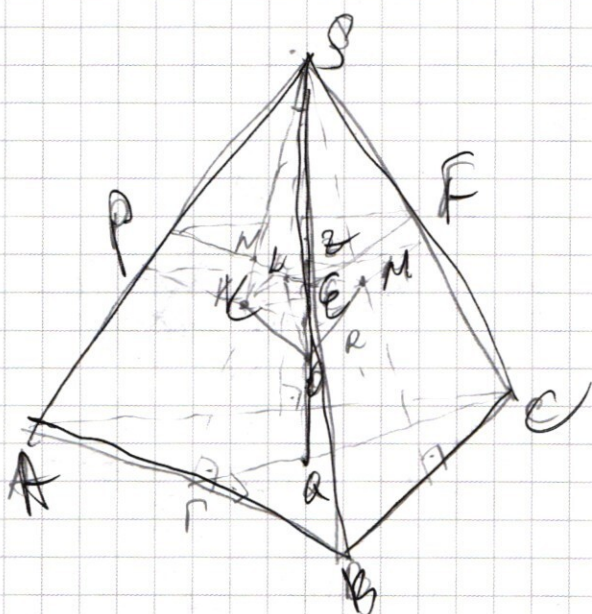
$$\begin{cases} y = \frac{\sqrt{57} - 9}{2} \\ x = - \left(\frac{\sqrt{57} - 9}{2} \right)^2 \end{cases}$$

Решение:

$\left[(-2, 2); \left(- \left(\frac{\sqrt{57} - 9}{2} \right)^2, \left(\frac{\sqrt{57} - 9}{2} \right) \right) \right]$

Ответ: $\nearrow$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



N4

$$\frac{h, 9}{BC} = \frac{2}{3} = \frac{h, 1}{AB}$$

$$\frac{1}{3} h \cdot 4$$

$$\frac{1}{3} (h + 2R) \cdot 9$$

$$\frac{h \cdot 4}{(h + 2R) \cdot 9}$$

$$S_{PEF} = 4$$

$$S_{ABC} = 9$$

$$\frac{PE}{AB} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{EN}{QR} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{S_{EN}}{S_Q} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{h}{h+2R} = \frac{2}{3}$$

$$3h = 2h + 4R$$

$$h = 4R$$

1) $S_{PEF} = 4$
 $S_{ABC} = 9$

$(PEF) \perp SO$; (PEF) кас-ся сферы
 $(ABC) \perp SO$; (ABC) кас-ся сферы
 $(PEF) \parallel (ABC)$

Тогда $PE \parallel AB$; $EF \parallel BC$; $PF \parallel AC$ (по св-ву $\Pi \parallel$ пл-сти срезает пл-сти)

2) Углов. $\Delta PEF \sim \Delta ABC$: $\frac{PE}{AB} = \frac{EF}{BC} = \frac{PF}{AC} = \sqrt{\frac{S_{PEF}}{S_{ABC}}} = \frac{2}{3}$
 $\frac{PE}{AB} = \frac{2}{3}$

3) $\Delta FSE \sim \Delta ESB$ ($FE \parallel EB$ и $\angle S$ - общий)
 $\frac{SE}{SB} = \frac{FE}{EB} = \frac{FE}{AB} = \frac{2}{3}$

$\exists SO \cap (ABC)$ и (PEF) в т. Q и R соот-но.
Тогда $EF \parallel RC$ т.к. они лежат в параллельных пл-стях

4) ~~рассмотрим~~ $\triangle SZF \sim \triangle SQC$ ($ZF \parallel QC$ и $\angle QSC - \text{общий}$)

$$\frac{SZ}{QC} = \frac{ZF}{SC} = \frac{2}{3} = \frac{SZ}{SQ}$$

$$\frac{SZ}{SQ} = \frac{2}{3}; \quad SZ = h - \text{высота вершины пирамиды } PEFS$$

Тогда $SQ = h + 2R$ - высота целой пирамиды $SABC$

Итак: $\frac{h}{h+2R} = \frac{2}{3} \rightarrow 3h = 2h + 4R$

$h = 4R$; R - радиус.

5) $\triangle SKO$:

$KO = R$

$SO = h + R = 5R$

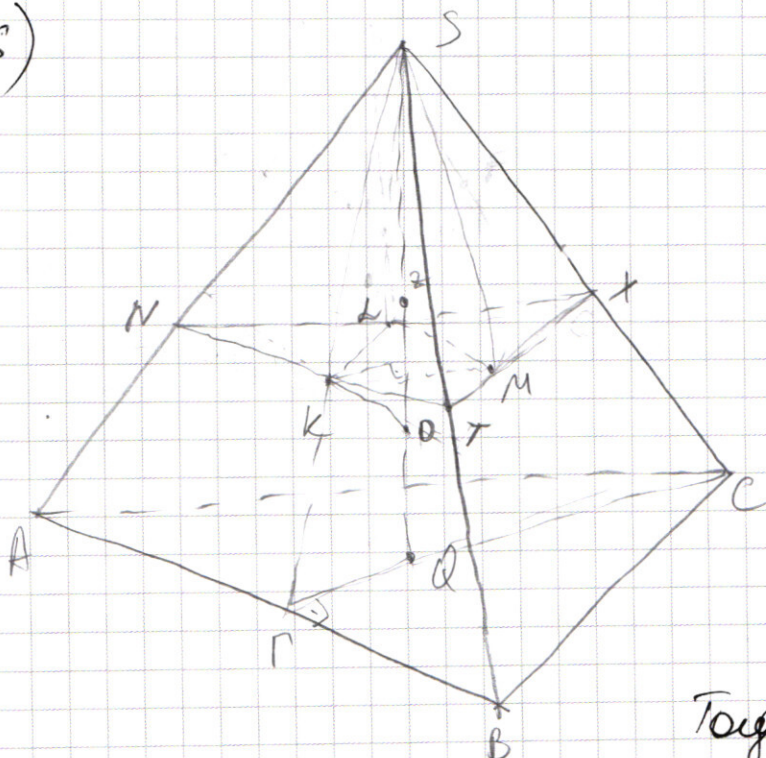
$\angle SKO = 90^\circ$ (т.к. сфера кас-ся)

$$\sin KSO = \frac{KO}{SO}$$

$$\sin KSO = \frac{R}{5R} = \frac{1}{5}$$

$\angle KSO = \arcsin \frac{1}{5}$

6)



$\triangle SFQ$:

$SQ \perp (ABC)$

$\triangle SKO$:

$OK \perp SF$

Итак:

$\triangle SKO \sim \triangle SFQ$

($\angle FSQ - \text{общий}$ и $\angle K = \angle Q = 90^\circ$)

$\angle K = \angle Q = 90^\circ$

$KO = OQ = R$

Тогда в $\triangle SKO$ пог. Пифагора

$SK = \sqrt{5R^2 - R^2} = 2R\sqrt{6}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) $PK = PQ = x$ (по св-ву кас-ых к сфере)

Тогда в $\triangle SFQ$ по т. Пифагора:

$$x^2 + 36R^2 = (x + 2R\sqrt{6})^2$$

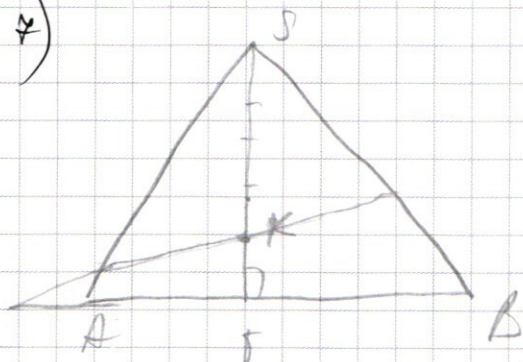
$$x^2 + 36R^2 = x^2 + 4xR\sqrt{6} + 24R^2$$

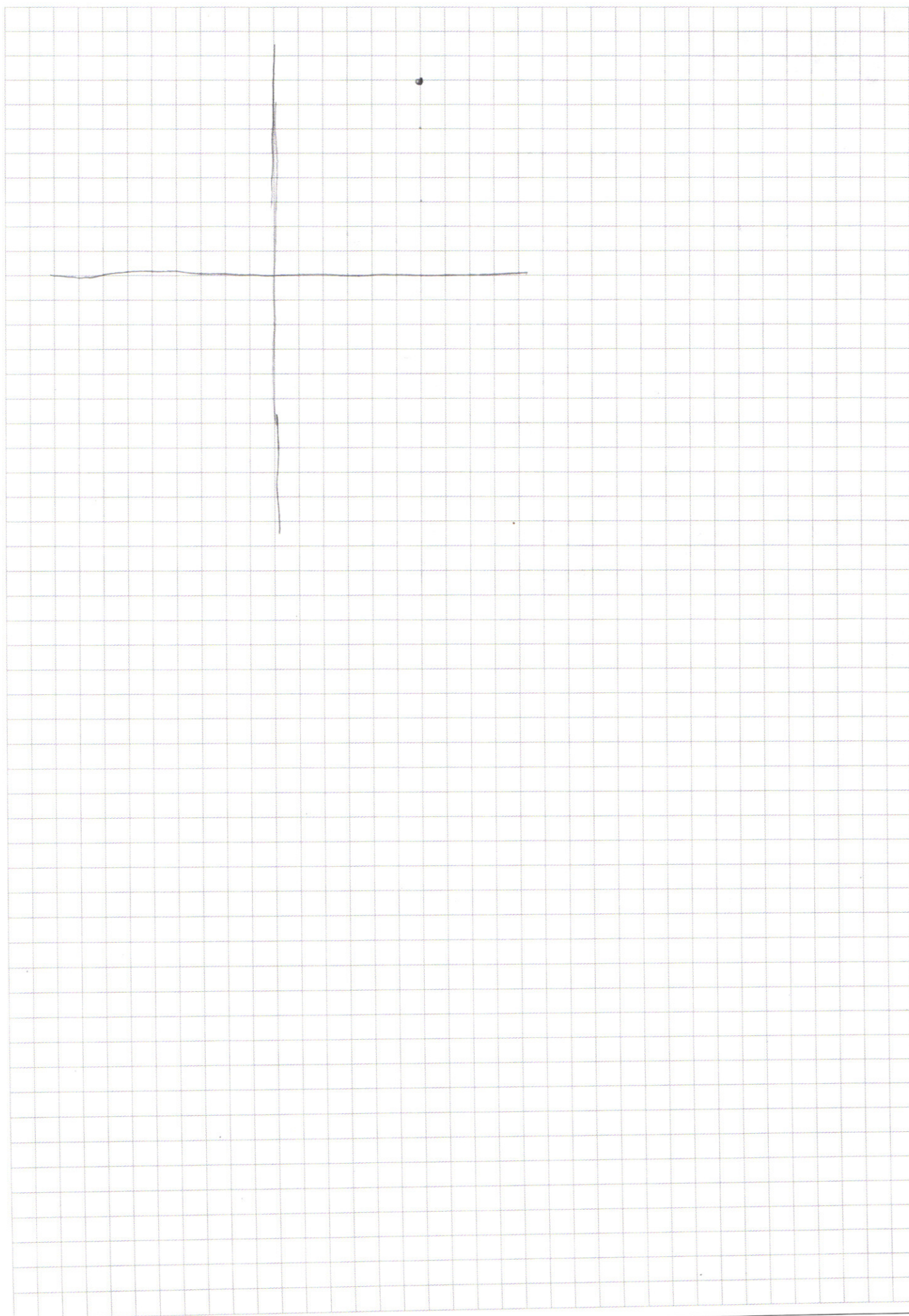
$$12R^2 = 4xR\sqrt{6}$$

$$3R = x\sqrt{6} \rightarrow x = \frac{3}{\sqrt{6}} R = R \frac{3\sqrt{6}}{6} = \frac{\sqrt{6}}{2} R$$

2) Тогда $\frac{SK}{SF} = \frac{2\sqrt{6}R}{2\sqrt{6}R + \frac{\sqrt{6}}{2}R} = \frac{2}{\frac{5}{2}} = \frac{4}{5}$

3)



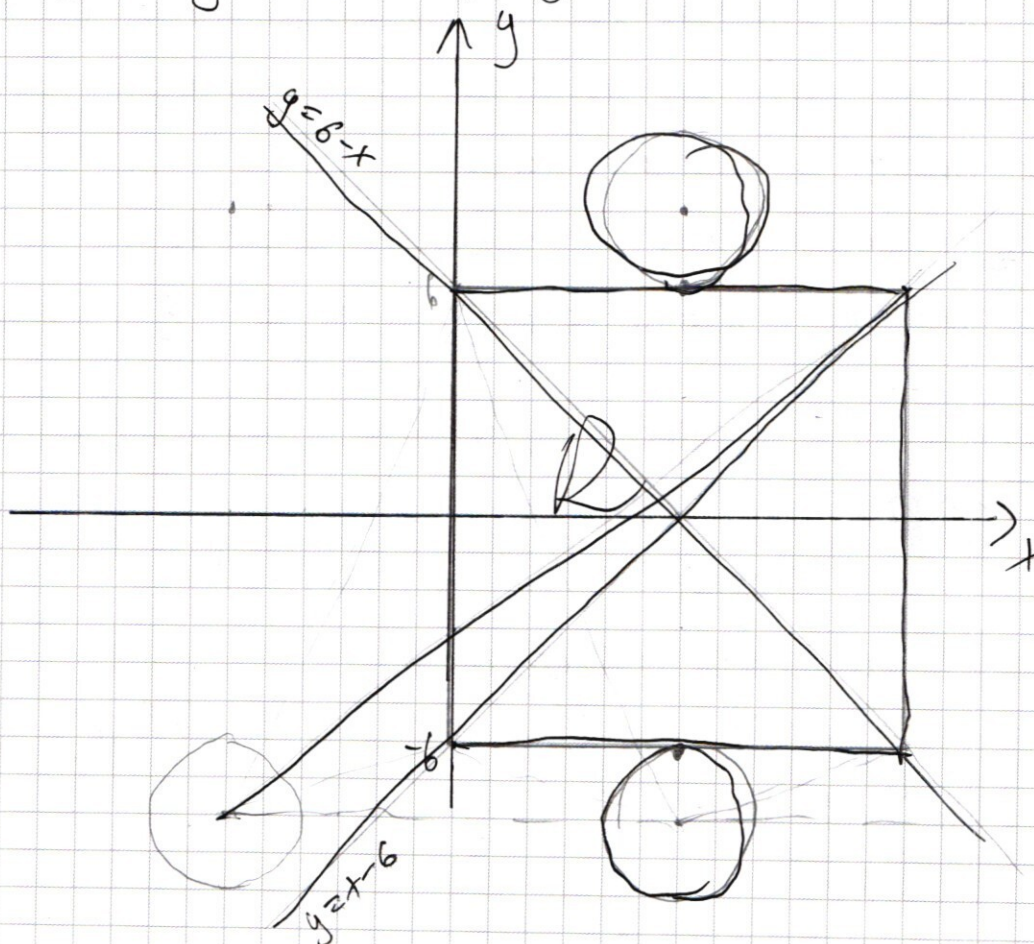


ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12 \\ (|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = 2 \end{cases} \quad \text{2 реш.$$

① $(|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = 2$ — уравнение окружности с центром $(\pm 6, \pm 8)$ и $r = \sqrt{2}$

Преобразование координат прямые
 $x, y; \quad y = x-6, \quad y = 6-x$



$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad & \begin{cases} y > 0 \\ x > 0 \\ y > x-6 \\ y > -x+6 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} (x-6)^2 + (y-8)^2 = a \\ -x+6+y + x-6+y = 12 \\ (x-6)^2 + (y-8)^2 = a \\ xy = 12 \\ y = 6 \quad \textcircled{1} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad & \begin{cases} y > x-6 \\ y < 6-x \end{cases} \quad \begin{cases} |y - (x-6)| + |y - (6-x)| = 12 \\ y-x+6 - y+6-x = 12 \\ x=0 \end{cases} \end{aligned}$$

Следовательно $\textcircled{3}$ и $\textcircled{4}$ являются симметричными

относительно $y = x-6$ и $y = -x+6$

т.е. есть четыре квадрата и 4 ок-сии, к которым одновременно.

1) ок-сия с центрами $(6; 8)$ и $(6; -8)$
касается квадрата — всего 2 реш.
при этом $R = r = \sqrt{a} \Rightarrow \underline{a = 4}$ — 2 реш.

2) ок-сия с центрами $(-6; -8)$ и $(-6; 8)$
~~она~~ проходит через дальние вершины
квадрата, т.е. через $(12; 6)$ и $(12; -6)$

Из т. Пифагора найдем R :

$$\begin{aligned} R^2 &= 14^2 + 18^2 = 2^2 \cdot 7^2 + 2^2 \cdot 9^2 = 2^2 (7^2 + 9^2) = 2^2 \cdot 130 \\ &= 2^2 \cdot 2 \cdot 65 = 2^2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 13 \end{aligned}$$

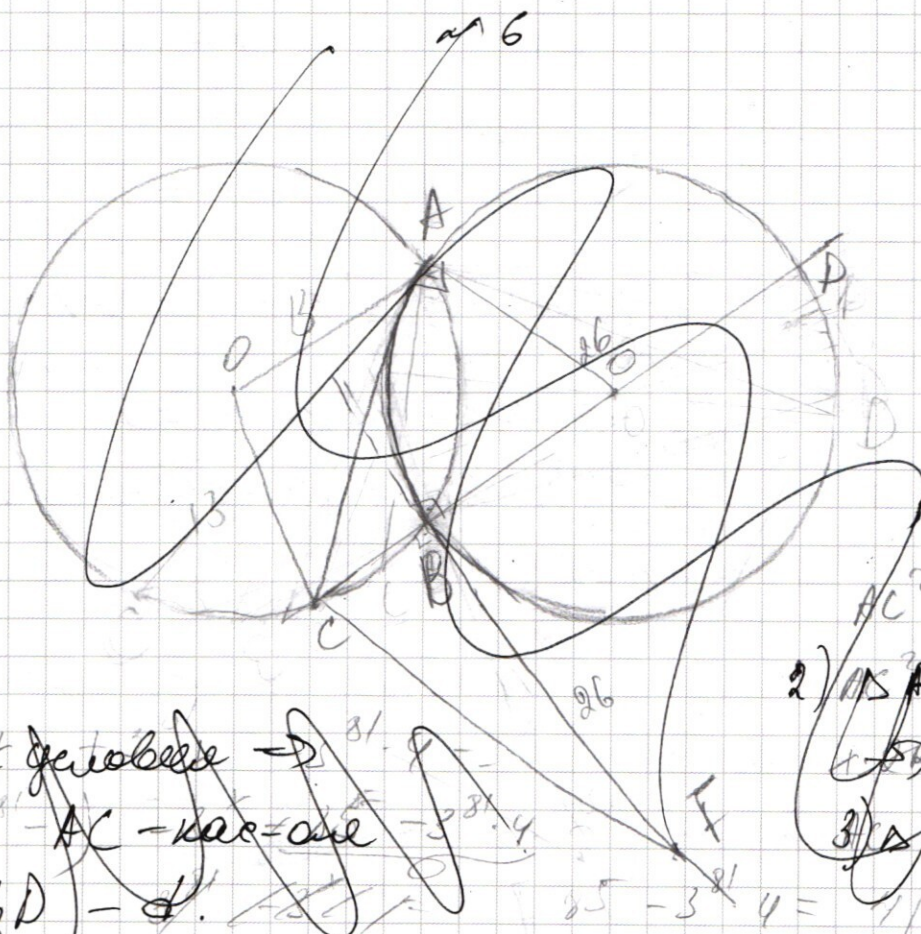
$$R = 2\sqrt{130}$$

$$R^2 = 8 \cdot 5 \cdot 13 = 2^2 \cdot 130 = 520 = a$$

линия с центром $(-6; 8)$ и вершиной $(12; -6)$
симметрична $\Rightarrow a = 520$ подходит

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Quadrat: 4,520.



$$AC^2 = CB \cdot CD$$

2) $\Delta BFD \sim \Delta BFE$
 $\angle BFD = \angle BFE = 26^\circ$

3) $\Delta CBF \sim \Delta CFE$
 $\angle CBF = \angle CFE = 31^\circ$

1) ~~ly genobase $\rightarrow$ endo AC - kac - ore u b D - d.~~

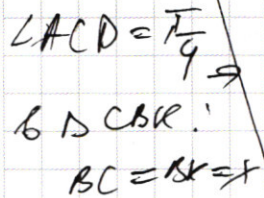
Тогда по св-ву кас-ва

$$CB \cdot (CB + 2R) = AC^2$$

~~Ср. стороны: 107. Тера зоре 6 и 100.~~

~~$(CB + R)^2 = AC^2 + R^2$~~

~~$$CB^2 + 2RCB + R^2 = CM^2 + 2RCB + R^2$$~~


$$\angle ACD = \angle CKB = \frac{\pi}{4} \rightarrow$$

$$KD = \sqrt{x^2 + y^2} = 10 \text{ m}$$

Subm. 26

$$6 \Delta KBD : KD = \sqrt{29} \text{ cm}$$

2) $BC = 10 \rightarrow$
 $26^2 = 100 + y^2 \rightarrow y = \sqrt{26^2 - 100}$

Orbom: 26.

1) $CD = KD = \frac{d}{2}$
 $= \frac{26}{2}$
 (7. K. CA omg uer K)
 $\rightarrow \angle ACD = 90^\circ$
 $\angle ACD = 90^\circ$

$$CA^2 + DA^2 = CD^2$$

$$= (g+h)^2$$

$$CF = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$= \sqrt{CB^2 + BF^2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

$$1) 85 + (3^{81} - 1)x = 3^x + 4 \cdot 3^{81}$$

$$85 + 3^{81}x - x = 3^x + 4 \cdot 3^{81}$$

$$3^{81}(x - 4) + 85 - x = 3^x$$

Подбором:

$$\begin{cases} x = 4 \\ x = 85 \end{cases}$$

они пересеклись в точках:

$$y = 3^4 + 4 \cdot 3^{81} - \text{целое}$$

$$y = 3^{85} + 4 \cdot 3^{81} - \text{целое}$$

по этим т. выйдут
т. пересечения
пер-во.

$$2) \text{ } x=8 : \text{ } 85 + 3^{81}x - x - 3^x - 4 \cdot 3^{81} =$$

$$= 85 - x + 3^{81}(x - 4) - 3^x \text{ } \text{ } > 1$$

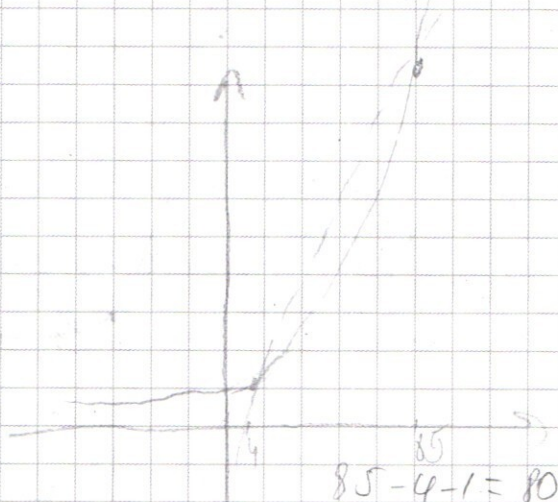
но найдем целое решение.

I $x=5$: $[80 + 3^{81} - 3^5]$ - кон-бо целых
решений

Замечание, что все поряд. т:

$$85 - 4 - 1 = 80$$

При этом не-то есть еще кон-бо решений
будет повторяться.



$$85 - x + 3^{81}x - 3^x - 4 \cdot 3^{81} > 0$$

$$85 - x + 3^{81}x - 3^x - 4 \cdot 3^{81} > 0$$

(две реш.
сис-мы)

возьмём производную:

$$-1 + 3^{81} - 3^x \ln 3 = 0$$

$$3^x \ln 3 = 3^{81} - 1$$

$$85 - x + 3^{81}(x - 4) - 3^x > 0$$

возьмём производную.

$$-1 + 3^{81} - 3^x \ln 3 = 0$$

$$3^x \ln 3 = 3^{81} - 1$$

$$3^x = \frac{3^{81} - 1}{\ln 3}$$

$$x = \log_3 \frac{3^{81} - 1}{\ln 3} \approx 85$$

$$x \rightarrow \log_3 \frac{3^{81} - 1}{\ln 3} \rightarrow$$

Т.е. $85 - x + 3^{81}(x - 4) - 3^x > 0$

при $x \in [4; \log_3 \frac{3^{81} - 1}{\ln 3})$

$x \in [4; 85]$

Ищем, что

Т.е. иначе то для $x \in [5; 84]$

кон-во целых решений: Φ .

$85 - x + 3^{81}(x - 4) - 3^x$ — кон-во целых реше

при $x \in [4; 85]$

$x \in [5; 84]$

$$85 - x + 3^{81}x - 3^{81} \cdot 4 - 3^x$$

$$x(3^{81} - 1) + 85 - 3^x - 3^{81} \cdot 4$$

$$\sum_{x=5}^{84} (x(3^{81} - 1) - 3^x) + 85 - 3^{81} \cdot 4$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\sum_{k=5}^{84} k(3^{81} - 1) + 85 - 3^{81} \cdot 4 - 5^k =$$

$$= \sum_{k=5}^{84} k(3^{81} - 1) + 4(1 - 3^{81}) + 3^4 - 3^k =$$

$$= \sum_{k=5}^{84} (k+4)(3^{81} - 1) + 3^4 - 3^k =$$

$$= \sum_{k=5}^{84} (k+4)(3^{81} - 1) + 3^4(1 - 3^{k-4})$$

~~Ответ:~~

Ответ:

$$\sum_{k=5}^{84} (k+4)(3^{81} - 1) + 3^4(1 - 3^{k-4})$$

