

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 6

ШИФ]

Бланк задания должен быть вложен в папку  
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение  $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$ .
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром  $O$  вписана в трёхгранный угол с вершиной  $S$  и касается его граней в точках  $K, L, M$  (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол  $KSO$  и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью  $KLM$ , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой  $SO$ , равны 4 и 9.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , при которых система

$$\begin{cases} |x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12, \\ (|x| - 6)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках  $A$  и  $B$ . На первой окружности выбрана точка  $C$ , а на второй – точка  $D$ . Оказалось, что точка  $B$  лежит на отрезке  $CD$ , а  $\angle CAD = 90^\circ$ . На перпендикуляре к  $CD$ , проходящем через точку  $B$ , выбрана точка  $F$  так, что  $BF = BD$  (точки  $A$  и  $F$  расположены по разные стороны от прямой  $CD$ ). Найдите длину отрезка  $CF$ .  
б) Пусть дополнительно известно, что  $BC = 10$ . Найдите площадь треугольника  $ACF$ .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел  $(x, y)$ , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1) Решение: Разложим число 16875 на множители:

$$16875 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 27. \text{ Т.к. все множители должны быть}$$

$$\leq 9 \Rightarrow 27 \text{ можно разложить на множители } > 1 \text{ и } \leq 9$$

2-мя способами: 1)  $27 = 3 \cdot 3 \cdot 3$ ; 2)  $27 = 9 \cdot 3$ . Следовательно

возможны 2 случая: 1)  $16875 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 1$

$$2) 16875 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 9 \cdot 1 \cdot 1.$$

~~Рассмотрим~~ Пусть  $N$  - кол-во всех 8-значных чисел, удовн-х

условию,  $N_1$  - кол-во 8-значных чисел в 1 случае,  $N_2$  - во 2-м

Рассмотрим 1 случай:  $16875 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 1$ .

$$N_1 = \frac{8!}{4! \cdot 3!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 3} = 5 \cdot 7 \cdot 8 = 280$$

Рассмотрим 2 случай:  $16875 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 1$ .

$$N_2 = \frac{8!}{4! \cdot 2!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2} = 5 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 8 = 3 \cdot 280 = 840$$

$$N = N_1 + N_2 = 280 + 840 = 1120.$$

Ответ: 1120.

$$\text{№6) } \begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12 \\ (|x|-6)^2 + (|y|-6)^2 = a \end{cases}$$

Рассмотрим 1 ур-ие:

$$|x-6-y| + |x-6+y| = 12 \text{ - возможны 4 случая раскрытия}$$

знаков модуля: 1)  $x-6-y \geq 0$ ;  $x-6+y \geq 0 \Rightarrow y \leq x-6$ ;  $y \geq 6-x$

$$x-6-y + x-6+y = 12$$

$$\underline{x = 12}$$

$$2) \quad x-6-y < 0; \quad x-6+y < 0 \rightarrow y > x-6; \quad y < 6-x$$

$$y+6-x+6-x-y=12$$

$$\underline{x=0}$$

$$3) \quad x-6-y \geq 0; \quad x-6+y < 0 \rightarrow y \leq x-6; \quad y < 6-x$$

$$x-6-y+6-x-y=12$$

$$\underline{y=-6}$$

$$4) \quad x-6-y < 0; \quad x-6+y \geq 0 \rightarrow y > x-6; \quad y \geq 6-x$$

$$6+y-x+x-6+y=12$$

$$\underline{y=6}$$

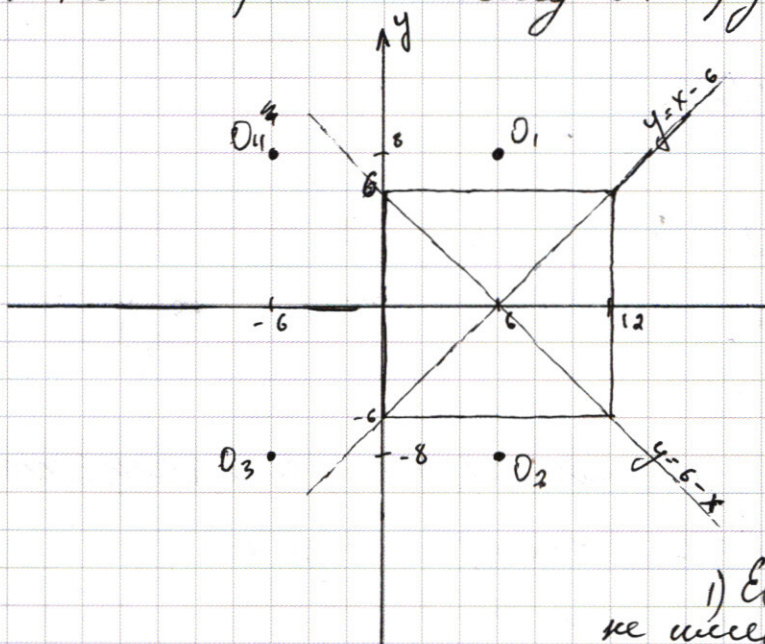
Графиком 1-го ур-ия является квадрат со сторонами // осям координат и центром в точке  $(6; 0)$

Рассмотрим 2 ур-ие:

$$(|x-6|)^2 + (|y-6|)^2 = a \quad - \text{ график уравнения симметричен относительно осей координат и представляет собой}$$

4 окружности с центрами в точках:  $(6; 8), (-6; 8), (6; -8), (-6; -8)$  и радиусом  $r = \sqrt{a}$

~~Рассмотрим~~ Рассмотрим систему в координатной плоскости:



$$O_1(6; 8); \quad O_2(6; -8)$$

$$O_3(-6; 8), \quad O_4(-6; -8)$$

$O_1$  и  $O_2$  лежат на одной прямой с центром квадрата и симметричны относительно него  $\rightarrow$   $O_1$  и  $O_2$  пересекают квадрат в точках с равными абсциссами и противоположными по знаку ординатами.

1) Если окр-ть с центром  $O_1$  не имеет с квадратом общих точек, то и все остальные окр-ты не будут иметь общих точек с ним  $\rightarrow$  система не имеет решений.  $\Rightarrow$  при  $a < 4$  решений нет

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

- 2) Если окр-ты  $O_1$  касается стороны квадрата, то и окр-ты  $O_2$  его касаются, а  $O_3$  и  $O_4$  не будут иметь с ним общих точек  $\rightarrow$  система имеет 2 решения при  $\tau=2 \Rightarrow \underline{a=4}$
- 3) Если радиус окружностей  $> 2$  и окр-ты  $O_1$  пересекает квадрат в каких-либо 2 точках, то и окр-ты  $O_2$  пересекает его в 2 точках, т.к. их центры симметричны относительно квадрата  $\rightarrow$  кол-во решений системы  $> 2$ .
- 4) Но если окр-ты  $O_1, O_2, O_3$  и  $O_4$  будут пересекать квадрат в 2-х точках (одинаковых), тогда решений будет 2. Такое возможно, если точки пересечения будут  $(0; 0)$  и  $(12; 0)$ .  $\Rightarrow \tau=10 \Rightarrow \underline{a=100}$ .
- 5) При  $a > 100$  - решений нет.
- Ответ:  $a=4; a=100$ .

$$N2) \cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$2\cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} \cos 10x = 2\sin 5x \cos 2x \quad | : \sqrt{2}$$

$$\sqrt{2} \cos 5x \cos 2x - \cos 10x = \sqrt{2} \sin 5x \cos 2x$$

$$\sqrt{2} \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} \sin 5x \cos 2x = \cos 10x$$

$$\sqrt{2} \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) = \cos^2 5x - \sin^2 5x$$

$$\sqrt{2} \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) = (\cos 5x - \sin 5x)(\cos 5x + \sin 5x)$$

Рассмотрим 2 случая:

$$1) \cos 5x - \sin 5x = 0 \Rightarrow \cos 5x = \sin 5x$$

$$\cos 5x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - 5x\right) \quad \text{— возможны 2 случая.}$$

$$1.1) \quad 5x = \frac{\pi}{2} - 5x + 2\pi n; n \in \mathbb{Z}$$

$$10x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n; n \in \mathbb{Z}$$

$$\underline{x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi n}{5}; n \in \mathbb{Z}}$$

$$1.2) \quad 5x = -\frac{\pi}{2} + 5x + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$$

$$0 = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k \quad \text{— решение нет.}$$

$$2) \cos 5x - \sin 5x \neq 0$$

$$\sqrt{2} \cos x = \cos 5x + \sin 5x \quad | \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2} \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 5x + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 5x$$

$$\cos x = \cos 5x \cos \frac{\pi}{4} - \sin 5x \sin \frac{\pi}{4}$$

$$\cos x = \cos(5x + \frac{\pi}{4}) - \text{возможны 2 случая:}$$

$$2.1) x = 5x + \frac{\pi}{4} + 2\pi m; m \in \mathbb{Z}$$

$$4x = -\frac{\pi}{4} - 2\pi m; m \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\frac{\pi}{16} - \frac{\pi m}{2}; m \in \mathbb{Z}$$

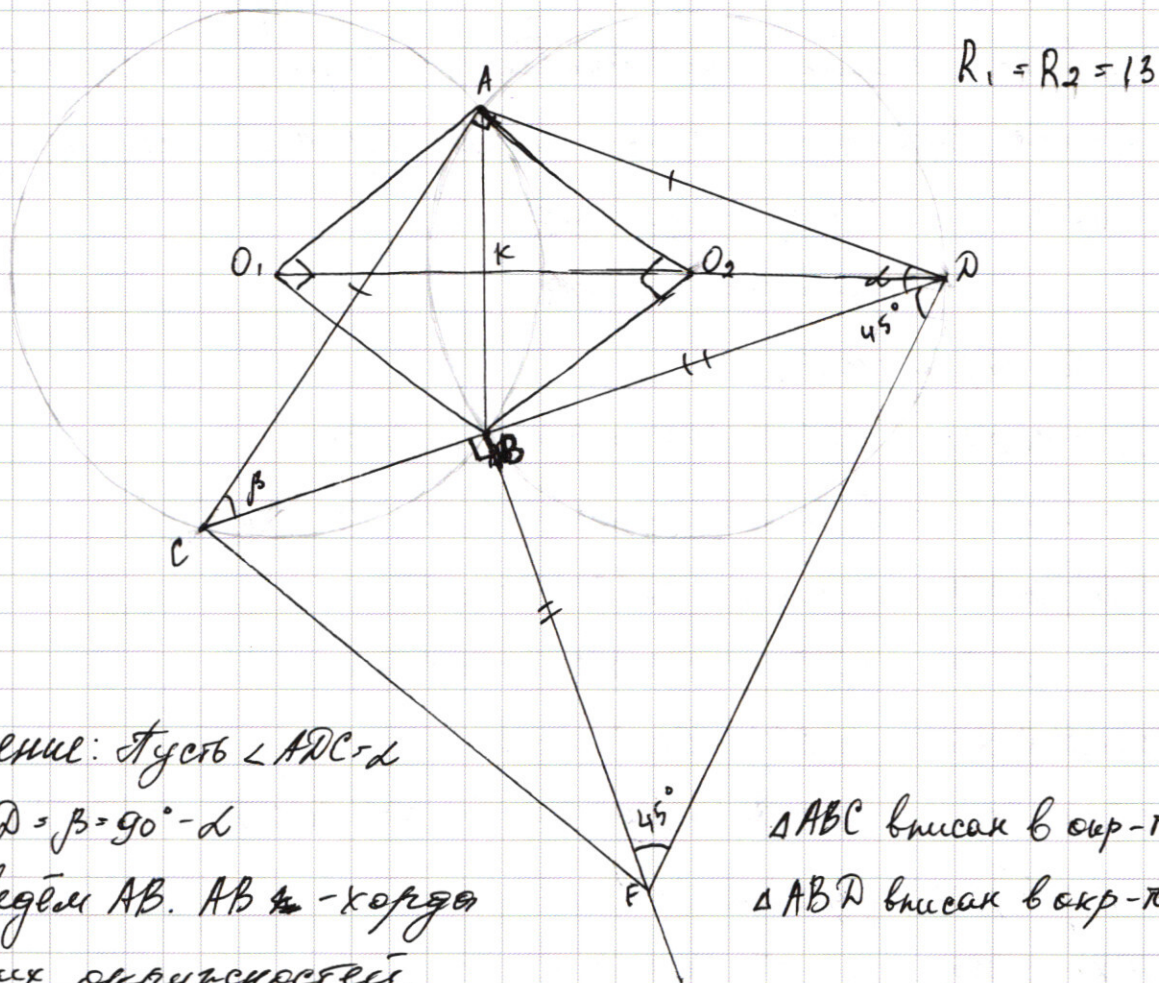
$$2.2) x = -\frac{\pi}{4} - 5x + 2\pi t; t \in \mathbb{Z}$$

$$6x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi t; t \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\frac{\pi}{24} + \frac{\pi t}{3}; t \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ответ: } x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi n}{5}; x = -\frac{\pi}{16} - \frac{\pi m}{2}; x = -\frac{\pi}{24} + \frac{\pi t}{3}; n, m, t \in \mathbb{Z}.$$

N6)



Решение: Пусть  $\angle ADC = \alpha$

$$\angle ACD = \beta = 90^\circ - \alpha$$

Проведём AB. AB — хорда  
обеих окружностей.

По теореме синусов в окр-ти  $(O_1)$ :  $\frac{AB}{\sin \beta} = 2R_1 = 26$ .

По теореме синусов во 2 окр-ти  $(O_2)$ :  $\frac{AB}{\sin \alpha} = 2R_2 = 26$  }  $\Rightarrow \sin \alpha = \sin \beta$

Т.к.  $\alpha < 90^\circ$ ,  $\beta < 90^\circ$ ,  $\sin \alpha = \sin \beta \rightarrow \alpha = \beta = 45^\circ$ .

$$\frac{AB}{\sin \alpha} = 2R_1 \Rightarrow AB = 2R_2 \cdot \sin \alpha. \quad AB = 2 \cdot 13 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 13\sqrt{2}$$

$$\text{т.к. } \alpha = \beta \Rightarrow AC = AD.$$

Проведём  $O_1A, O_1B, O_2A, O_2B$ . т.к.  $\alpha = \beta = 45^\circ \Rightarrow \angle BO_1A = \angle BO_2A = 90^\circ$

т.к.  $O_1A = O_1B \Rightarrow \angle O_1AB = \angle O_1BA = 45^\circ$ . Аналогично

$\angle O_2AB = \angle O_2BA = 45^\circ \Rightarrow O_1AO_2B$  - квадрат. Проведём  $O_1O_2$   
 $O_1O_2 \cap AB = K$ .  ~~$\angle O_2B = 45^\circ \Rightarrow \angle BO_2D = 135^\circ$~~

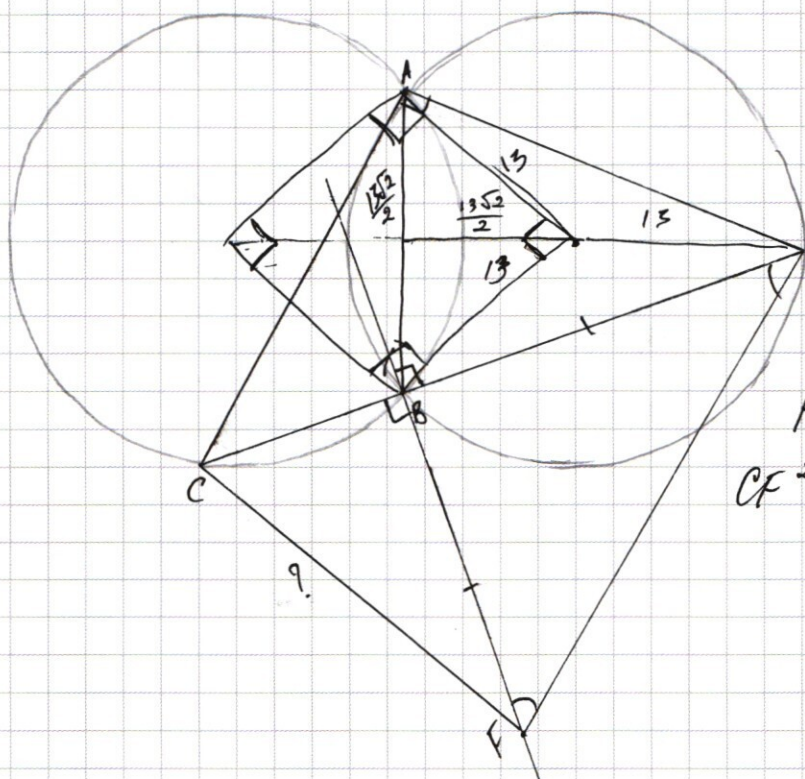
~~по теореме косинусов  $BD^2 = BO_2^2 + O_2D^2 - 2BO_2 \cdot O_2D \cdot \cos 135^\circ$~~

~~$$BD^2 = 169 + 169 - 2 \cdot 13 \cdot 13 \cdot \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$~~

~~$$BD^2 = 338 + 169\sqrt{2}$$~~

~~$$BD = \sqrt{169(2 + \sqrt{2})} = 13\sqrt{2 + \sqrt{2}}$$~~

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$l_1 = l_2 = 1/3$$

*[Signature]*

$$D \quad CD^2 \quad AC^2 \quad + \quad AD^2$$

$$(CB + BD)^2 = \uparrow$$

$$FD^2 = 2BD^2$$

$$CF^2 = FB^2 + CB^2$$

$$\frac{\cancel{L} R}{\cancel{\sin \alpha}} = L R$$

$$R = \frac{a \cdot b \cdot c}{4s}$$

$$\frac{AB}{\sin \alpha} = 26 = \frac{AB}{\sin \beta} = 26 \Rightarrow \alpha = \beta$$

$$AB = 2R \cdot \sin 45^\circ = 2G \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 13\sqrt{2}$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cos 5x (\sqrt{2} \cos 2x - \cos 5x) - \sin 5x (\sqrt{2} \cos 2x - \sin 5x)$$

$$\sqrt{2} \cos 5x \cos 2x - \cos^2 5x - \sqrt{2} \sin 5x \cos 2x + \sin^2 5x = \sqrt{2} \sin 5x \cos 2x - \sin^2 5x$$

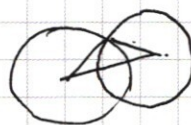
$$2 \cos 5x \cos 2x - 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - 2 \sin 5x \cos 2x = \sqrt{2} \cos 10x$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2} \cos 10x = \sqrt{2} (2 \cos^2 5x - 1)$$

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 \end{cases}$$



$$R_1 = R_2 = 13$$

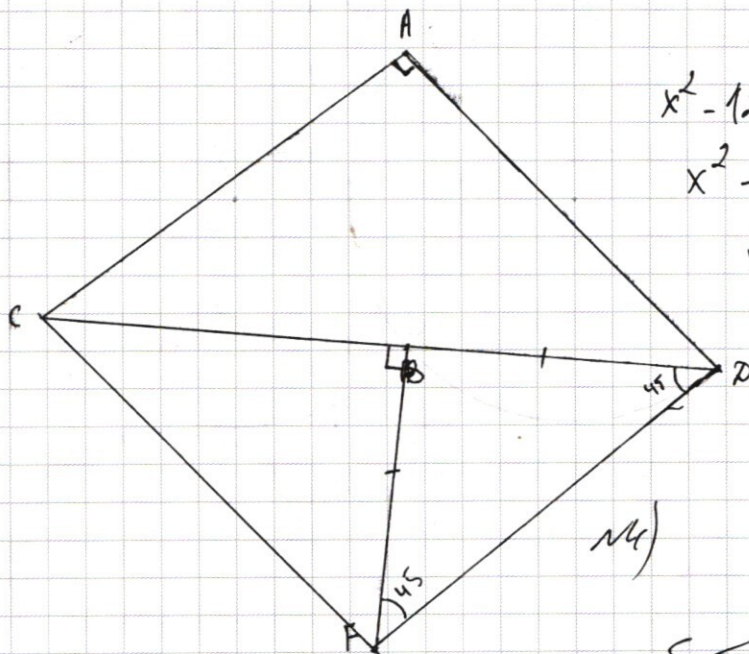
$$x^2 - 12|x| + 36 + y^2 - 16|y| + 64 = 100$$

$$x^2 - 12|x| + y^2 - 16|y| = 0$$

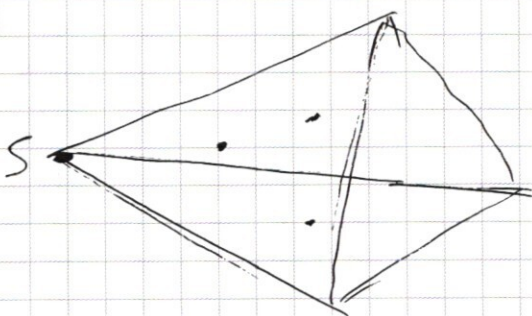
$$x^2 + y^2 = 12|x| + 16|y|$$

$$x^2 + y^2 = 12|x| + 16|y|$$

№5)



№4)



$$N5) |x-6-y| + |x-6+y| = 12$$

$$(|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a$$

$$|x-6-y| + |x-6+y| = 12$$

$$1) \begin{cases} x-6-y \geq 0 & x-6+y \geq 0 \\ y \leq x-6 & y \geq 6-x \end{cases}$$

$$x-6-y + x-6+y = 12$$

$$2x - 12 \quad y \leq 6$$

$$x = 12 \quad y \geq -6$$

$$2) \begin{cases} x-6-y \leq 0 & x-6+y \leq 0 \\ y \geq x-6 & y \leq 6-x \end{cases}$$

$$y + 6 - x + 6 - x - y = 12$$

$$x = 0$$

$$3) \begin{cases} x-6-y \geq 0 & x-6+y \leq 0 \end{cases}$$

$$y \leq x-6$$

$$y \leq 6-x$$

$$x-6-y + 6-x-y = 12$$

$$-2y = 12$$

$$y = -6$$

$$4) \begin{cases} x-6-y < 0 & x-6+y > 0 \end{cases}$$

$$y > x-6$$

$$y > 6-x$$

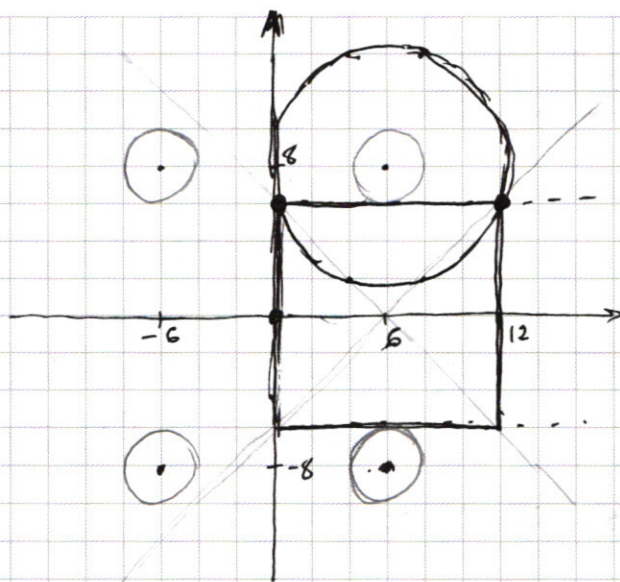
$$y + 6 - x + x - 6 + y = 12$$

$$y = 6$$

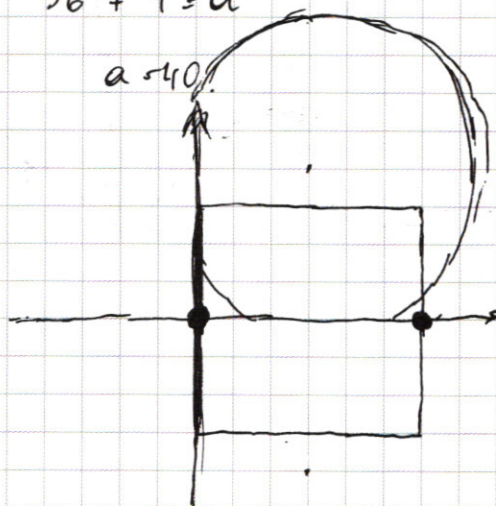
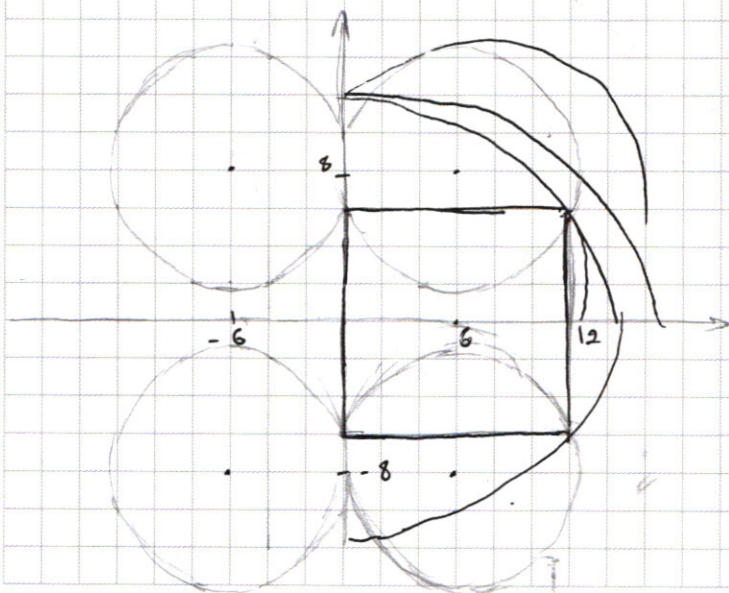
$$(x-6)^2 + (y-8)^2 = a$$

$$36 + 4 = a$$

$$a = 40$$



$$1) \text{ all } a = 4$$



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1)  $16875 \div 5 = 3375$

$$\begin{array}{r} 16875 \div 5 \\ \underline{-15} \phantom{00} \\ 18 \phantom{00} \\ \underline{-15} \phantom{00} \\ 37 \phantom{00} \\ \underline{-35} \phantom{00} \\ 25 \phantom{00} \\ \underline{-25} \phantom{00} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3375 \div 5 \\ \underline{-30} \phantom{00} \\ 37 \phantom{00} \\ \underline{-35} \phantom{00} \\ 25 \phantom{00} \\ \underline{-25} \phantom{00} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 675 \div 5 \\ \underline{-5} \phantom{00} \\ 17 \phantom{00} \\ \underline{-15} \phantom{00} \\ 25 \phantom{00} \\ \underline{-25} \phantom{00} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 135 \div 5 \\ \underline{-10} \phantom{00} \\ 35 \phantom{00} \\ \underline{-35} \phantom{00} \\ 0 \end{array}$$

$16875 = 5 \cdot 3375 = 5 \cdot 5 \cdot 675 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 135$

$27 = 3 \cdot 9$

$27 = 3 \cdot 3 \cdot 3$

1)  $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 1 = 16875$

2)  $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 9 \cdot 1 \cdot 1 = 16875$

1120

1)  $C = \frac{8!}{4! \cdot 3!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 40 \cdot 7 = 280$

2)  $C = \frac{8!}{4! \cdot 2!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{1 \cdot 2} = 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 8 = 21 \cdot 40 = 840$

22110

01122

02112

10122

12012

~~89122~~

01212

~~02121~~

10212

12021

~~00222~~

01221

02211

10221

12102

11022

12120

11202

12210

11220

12201

~~02221~~

30

$C = \frac{5!}{2! \cdot 2!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{1 \cdot 2} = 30$

№2)  $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$

$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$

$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$

$\sin 7x + \sin 3x = 2 \sin 5x \cos 2x$

$\cos 7x + \cos 3x = 2 \cos 5x \cos 2x$

$$N2) \cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

~~$$\cos 7x + \cos 3x = 2 \cos 5x \cos 2x$$~~

$$\sin 7x + \sin 3x = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} \cos 10x = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - 2 \sin 5x \cos 2x = \sqrt{2} \cos 10x$$

$$\sqrt{2} \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2} (2 \cos^2 5x - 1) \quad | : \sqrt{2}$$

$$\sqrt{2} \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) = 2 \cos^2 5x - 1$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} (2 \cos^2 5x - 1) = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$\sqrt{2} \cos 5x \cos 2x - 2 \cos^2 5x + 1 = \sqrt{2} \sin 5x \cos 2x$$

$$\cos 5x (\sqrt{2} \cos 2x - 2 \cos 5x) + 1 = \sqrt{2} \sin 5x \cos 2x$$

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} \cos 10x = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$\cos 10x = 2 \cos^2 5x - 1$$

$$\cos(10x) = \cos(7x + 3x) = \cos 7x \cos 3x - \sin 7x \sin 3x$$

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} (\cos 7x \cos 3x - \sin 7x \sin 3x) = \sin 7x + \sin 3x$$

~~$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 7x \cos 3x$$~~

~~$$\cos 7x (1 - \sqrt{2} \cos 3x) + \cos 3x$$~~

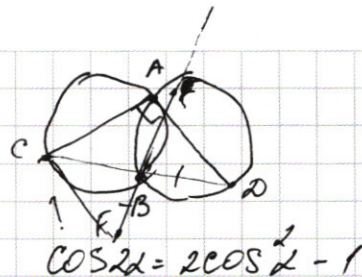
$$2 \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} (\cos^2 5x - \sin^2 5x) = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} \cos^2 5x = 2 \sin 5x \cos 2x - \sqrt{2} \sin^2 5x$$

~~$$\sqrt{2} \cos 5x \cos 2x - \cos^2 5x = \sqrt{2} \sin 5x \cos 2x - \sin^2 5x$$~~

$$\cos 5x (\sqrt{2} \cos 2x - \cos 5x) = \sin 5x (\sqrt{2} \cos 2x - \sin 5x)$$

~~$$\cos 5x (\sqrt{2} \cos 2x - \cos 5x)$$~~



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$N7) y \geq 3^x + 4 \cdot 5^{81} \quad 3^x + 4 \cdot 5^{81} > 85 + 3^{81} \cdot x - x$$

$$y < 85 + (5^{81} - 1)x = 85 + 5^{81}x - x$$

$$N2) \cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2\right) = \sin 2$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} \cos 10x = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - 2 \sin 5x \cos 2x = \sqrt{2} \cos 10x$$

$$2 \cos 5x (1 - 2 \sin^2 x) - 2 \sin 5x (2 \cos^2 x - 1) = 2 \cos 5x - 4 \cos 5x \sin^2 x -$$

$$- 4 \sin 5x \cos^2 x + 2 \sin 5x$$

$$2 \cos 5x (2 \cos^2 x - 1) - 2 \sin 5x (2 \cos^2 x - 1) = 4 \cos 5x \cos^2 x - 2 \cos 5x -$$

$$- 4 \sin 5x \cos^2 x + 2 \sin 5x$$

$$\cos 5x \cdot \cos x = \frac{1}{2} (\cos 6x + \cos 4x)$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x)$$

$$\cos 7x + \cos 3x - \sin 7x - \sin 3x = \sqrt{2} \cos 10x$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - 2 \sin 5x \cos 2x = \sqrt{2} (\cos^2 5x - \sin^2 5x)$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} \cos^2 5x = 2 \sin 5x \cos 2x - \sqrt{2} \sin^2 5x$$

$$\cos 5x (\sqrt{2} \cos 2x - \cos 5x) = \sin 5x (\sqrt{2} \cos 2x - \sin 5x)$$

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} \cos 10x = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - 2 \sin 5x \cos 2x = \sqrt{2} \cos 10x$$

$$\sqrt{2} \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) = \cos^2 5x - \sin^2 5x$$

$$\sqrt{2} \cos 2x = \cos 5x + \sin 5x \quad \sin 25x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - 5x\right)$$

$$\cos 5x = \sin 5x \quad \cos 5x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - 5x\right)$$

$$1) 5x = \frac{\pi}{2} - 5x + 2\pi n \rightarrow 10x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$$

$$2) 5x = 5x - \frac{\pi}{2}$$

$$2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y$$

~~2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y~~

~~2y^2~~

$$\sqrt{2} \cos x = \cos 5x + \sin 5x \quad | \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 5x + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 5x$$

$$\cos x = \cos(5x - \frac{\pi}{4})$$

$$1) x = 5x - \frac{\pi}{4} + 2\pi n$$

