

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО М

11 класс

ВАРИАНТ 6

ШИФ]

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 4 и 9.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12, \\ (|x| - 6)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .

б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N₁

$16875 = 3^3 \cdot 5^4 \Rightarrow$ Число 3335555 - подходит условию задачи, но это число 7 значное а нули 8 значные, тогда добавим 1 в начало 13335555 - полностью удовлетворяет условию задачи; но можно использовать 9 вместо двух 3, тогда

11395555 - тоже подходит, тогда количество 8 значных чисел, подходящих к условию - это все возможные расстановки чисел из этих двух наборов, т.е.

$$N = \overline{P}_{1,3,4} + \overline{P}_{2,1,1,4} = \frac{8!}{1!3!4!} + \frac{8!}{2!1!1!4!} =$$

$$= \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{2 \cdot 2} + \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{2} = 8 \cdot 7 \cdot 5 (1 + 3) = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 4 =$$

$$= 1120$$

Ответ: 1120

N₂

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$\sqrt{2} \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} (\cos^2 5x - \sin^2 5x) = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$\sqrt{2} \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) - \sqrt{2} (\cos 5x - \sin 5x) (\cos 5x + \sin 5x) = 0$$

$$\sqrt{2}(\cos 2x - (\cos 5x + \sin 5x))(\cos 5x - \sin 5x) = 0 \quad / \sqrt{2}$$

$$\left(\cos 2x - \left(\underbrace{\frac{1}{\sqrt{2}}}_{\cos \frac{\pi}{4}} \cos 5x + \underbrace{\frac{1}{\sqrt{2}}}_{\sin \frac{\pi}{4}} \sin 5x\right)\right)(\cos 5x - \sin 5x) = 0$$

$$(\cos 2x - (\cos \frac{\pi}{4} \cos 5x + \sin \frac{\pi}{4} \sin 5x))(\cos 5x - \sin 5x) = 0$$

$$(\cos 2x - \cos(5x - \frac{\pi}{4}))(\cos 5x - \sin 5x) = 0$$

$$-\frac{1}{2} \sin \frac{7x - \frac{\pi}{4}}{2} \sin \frac{\frac{\pi}{4} - 3x}{2} (\cos 5x - \sin 5x) = 0$$

$$\sin \frac{7x - \frac{\pi}{4}}{2} \sin \frac{\frac{\pi}{4} - 3x}{2} (\cos 5x - \sin 5x) = 0 \quad | k, n, a \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} \cos 5x = \sin 5x \\ \sin \frac{7x - \frac{\pi}{4}}{2} = 0 \\ \sin \frac{\frac{\pi}{4} - 3x}{2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 5x \neq 0 \\ \frac{7x - \frac{\pi}{4}}{2} = \pi k \\ \frac{\frac{\pi}{4} - 3x}{2} = \pi n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = \frac{\pi}{4} + \pi a \\ 7x - \frac{\pi}{4} = 2\pi k \\ \frac{\pi}{4} - 3x = 2\pi n \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi a}{5} \\ x = \frac{\pi}{28} + \frac{2\pi k}{7} \\ x = \frac{\pi}{12} - \frac{2\pi n}{3} \end{cases} \quad n, k, a \in \mathbb{Z} \quad \text{Ответ:}$$

$$\left\{ \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} \quad N_3 \quad (I) \right.$$

$$\left. 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 \quad (II) \right\}$$

$$II: \quad 2y^2 + 4xy - 2xy - x^2 - 4x - 8y = 0 \Leftrightarrow$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\Leftrightarrow y(2y+x) - x(2y+x) - 4|2y+x| = 0 \Leftrightarrow$$

$$(y-x-4)(2y+x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2y = -x & (a) \\ x = y-4 & (b) \end{cases}$$

I: ОДЗ :

$$\begin{cases} -xy > 0 \\ -x > 0 \text{ (излишнее, но если } x = \frac{1}{2}, \text{ то } x^{\frac{1}{2}} \text{ не опр.)} \\ y > 0 \\ \frac{x^4}{y^2} > 0 \end{cases}$$

$\Downarrow$

$$\begin{cases} y > 0 \\ x < 0 \end{cases}$$

Подставим (a) вместо $-x$

$$\left(\frac{16y^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (2y)^{\lg 2y^2} \Leftrightarrow (16y^2)^{\lg y} = (2y)^{2\lg y + \lg 2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (4y)^{2\lg y} = (2y)^{2\lg y} (2y)^{\lg 2} \Leftrightarrow y^{2\lg y} \cdot y^{2\lg y} =$$

$$= 2^{2\lg y} \cdot y^{2\lg y} \cdot 2^{\lg 2} \cdot y^{\lg 2} / y^{2\lg y} > 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y^{2\lg y} = 2^{2\lg y} \cdot 2^{\lg 2} \cdot \frac{1}{2^{\lg y}} \Leftrightarrow 2^{4\lg y} = 2^{2\lg y} \cdot 2^{\lg 2 - \lg y} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2^{4\lg y} = 2^{3\lg y - \lg 2} \Leftrightarrow 3\lg y = \lg 2 \Leftrightarrow 10^3 \cdot 10^{\lg y} = 10^{\lg 2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 10^3 y = 2 \Leftrightarrow y = \frac{1}{500} \Rightarrow x = -\frac{1}{250}$$

Поглабим (5) вместо x

$$\left(\frac{y-y^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (4-y)^{\lg(4-y)y}$$



$$4-y > 0, y > 0 \Rightarrow y \in (0, 4)$$

$$\frac{(y-y^4)^{\lg y}}{y^{2\lg y}} = (4-y)^{\lg(4-y)} \cdot (4-y)^{\lg y}$$

На 083

$$\frac{(4-y)^{\lg y}}{y^{2\lg y}} = (4-y)^{\lg(4-y)} \cdot (4-y)^{\lg y}$$

$$(4-y)^{3\lg y} = y^{2\lg y} (4-y)^{\lg(4-y)}$$

$$(4-y)^{3\lg y - \lg(4-y)} = y^{2\lg y}$$

$$y = 2 - \text{корень} \Rightarrow x = 2$$

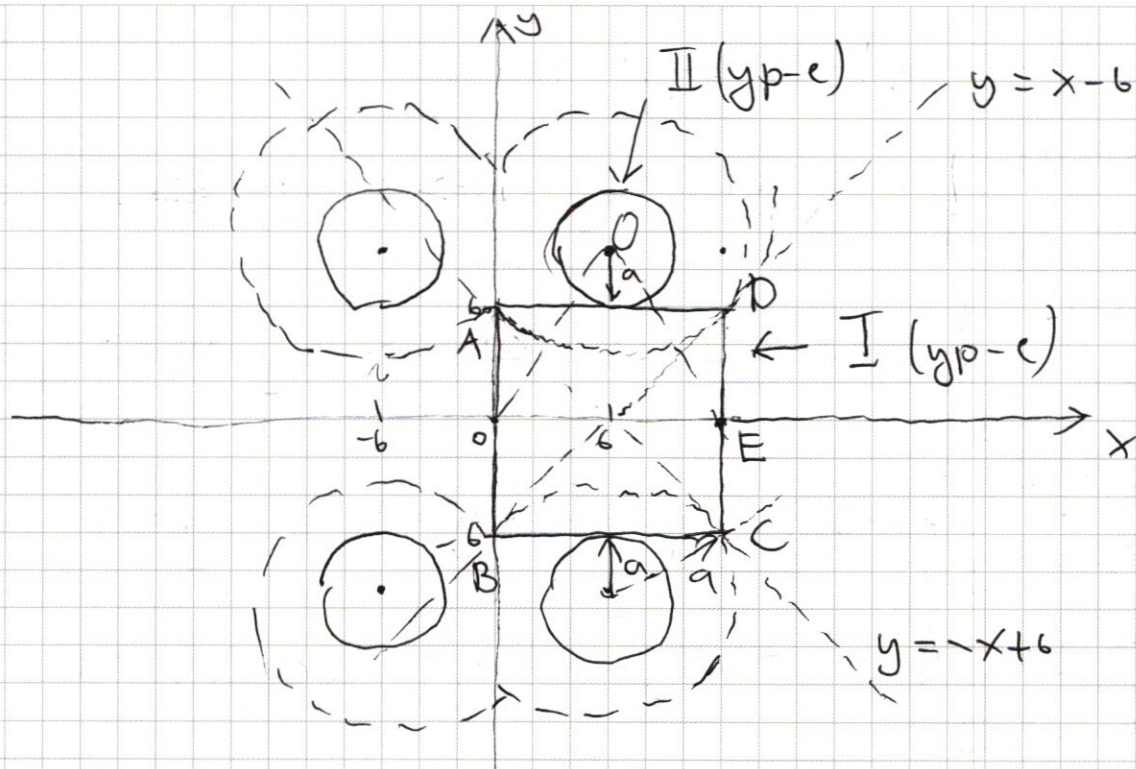
$$(4-2)^{3\lg 2 - \lg(4-2)} = 2^{2\lg 2}$$

$$2^{3\lg 2 - \lg 2} = 2^{2\lg 2}$$

$$2^{2\lg 2} = 2^{\lg 2} - \text{верно}$$

$$\text{Отвѣт: } \left(-\frac{1}{250}; \frac{1}{500}\right); (-2, 2)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Пусть $ABCD$ - квадрат y -я, $O(6, 8)$: центр Ω
 тогда 2 реш. возможны если Ω касается
 AD (в силу симметрии); так как O в проекции
 на AD является его серединой, то Ω пересекет
 $ABCD$ всегда в двух точках (x_1, y_1) и (x_2, y_2)
 при $a > a_{\text{кас}}$. Тогда чтобы было 2 реш
 необходимо также, чтобы $E(B \cap Ox) \in \Omega$

1. Если Ω касается AD , учитывая $AD \parallel Ox$, то
 $a = y(O) - y(AD) = 8 - 6 = 2$

2. Если $E \in \Omega$, то $a = \sqrt{(x_E - x_O)^2 + (y_E - y_O)^2} = \sqrt{6^2 + 6^2} = 10$

Итого: $a = 2, a = 10$

N5

$$\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12 & \text{I} \\ (|x|-6)^2 + (|y|-6)^2 = a & \text{II} \end{cases}$$

I: $|x-6-y| + |x-6+y| = 12$

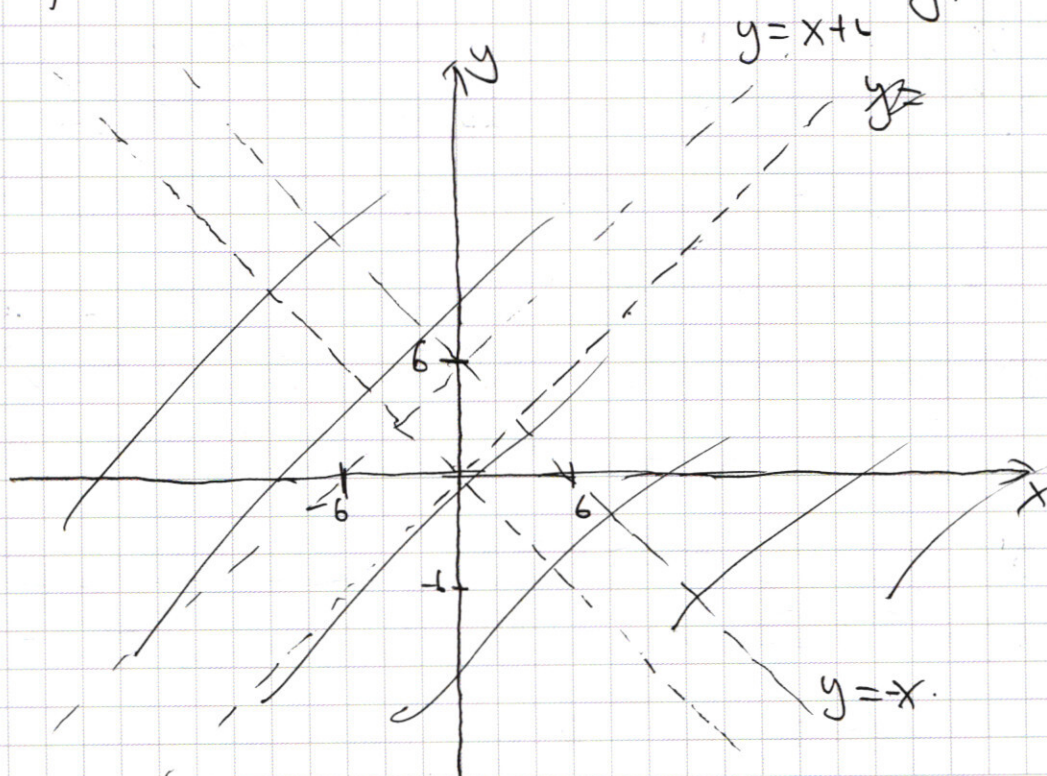
$$\begin{cases} x \geq y+6 \\ x \geq 6-y \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} x-6-y + x-6+y = 12 \Leftrightarrow 2x = 24 \Leftrightarrow x = 12 \\ x-6-y + x-6+y = 12 \Leftrightarrow 2x = 24 \Leftrightarrow x = 12 \end{array} \right.$$

$$\begin{cases} x \geq y+6 \\ x < 6-y \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} x-6-y - x+6-y = 12 \Rightarrow -2y = 12 \Leftrightarrow y = -6 \\ x-6-y - x+6-y = 12 \Rightarrow -2y = 12 \Leftrightarrow y = -6 \end{array} \right.$$

$$\begin{cases} x < y+6 \\ x \geq 6-y \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} -x+6+y + x-6+y = 12 \Leftrightarrow y = 6 \\ -x+6+y + x-6+y = 12 \Leftrightarrow y = 6 \end{array} \right.$$

$$\begin{cases} x < y+6 \\ x < 6-y \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} -x+6+y - x+6-y = 12 \Leftrightarrow x = 0 \\ -x+6+y - x+6-y = 12 \Leftrightarrow x = 0 \end{array} \right.$$

II: ур-е окр. с радиусом a и $x_0=6, y_0=6$
и с отрисенными относительно Oy, Ox -
осями

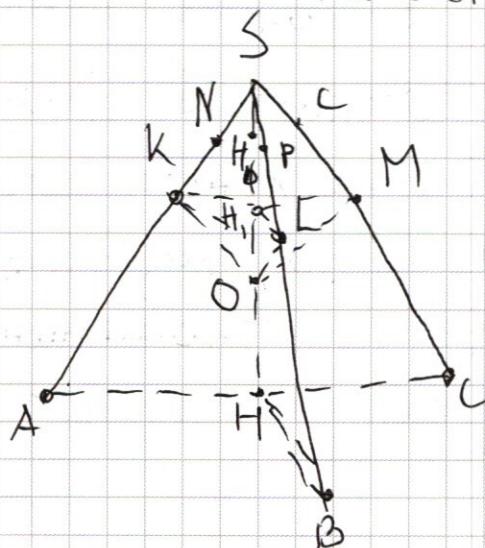


ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N4

Решение

Дано
 α, β, γ -
 образуют Δ углы
 $S \in (\alpha, \beta, \gamma)$ - верш.
 O - центр сферы Ω
 Ω касается α, β, γ
 в K, L, M (поп. в.)
 S_1 (сег. Δ углов кас. Ω) = ?
 S_2 (сег. Δ углов кас. Ω) = ?



1. Пусть нижняя
 касательная кас. Ω
 пересекает SK в A' ,
 SM в C' , SL в B' ,

и пусть верхняя касательная кас. Ω пересекает SK
 в N , SL в P , SM в C .

2. Из п. 1 следует $\angle AHS = \angle BHS = \angle CHS = 90^\circ$,
 с другой стороны $\triangle SKO = \triangle SMO = \triangle SLO$ в силу
 того что SK, SL, SM - кас. к Ω и KO, LO, MO - ради-
 усы, соответственные элементы у равных
 треугольников равны, следовательно $\triangle ASH = \triangle BSH =$
 $= \triangle CSH$, по двум углам и общему катету. $\Rightarrow$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$AS = BS = CS$, получаем $(KLM) \parallel (ABC)$ из
чего следует вывод, что это искомое сечение
параллельно двум данным, но площадь относит-
ся к площади нижнего как $\left(\frac{SH_1}{SH}\right)^2 = \left(\frac{KH_1}{AH}\right)^2$
к.7. Так как $(KLM) \parallel (ABC) \Rightarrow (KLM) \perp SO \Rightarrow$
 $\triangle KSH_1$ - прав $\sim \triangle SKO$ (по двум углам) $\Rightarrow$
 $\Rightarrow \frac{SH_1}{SK} = \frac{SK}{SO} \Rightarrow SH_1 = \frac{SK^2}{SO} = \frac{r^2 c^2}{\sqrt{r^2 + c^2}} \Rightarrow \frac{SH_1}{SH} =$
 $= \frac{c^2}{\sqrt{r^2 + c^2}(\sqrt{r^2 + c^2} + r)} \quad (\text{т.к. } c = 2\sqrt{6}) \Rightarrow$
 $\Rightarrow \frac{SH_1}{SH} = \frac{24r^2}{5r(5r + r)} = \frac{24}{30} = \frac{4}{5} \Rightarrow$
 $\Rightarrow S_{\text{сеч}} = 9 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^2 = 9 \cdot \frac{16}{25} = \frac{144}{25}$
Ответ: $\angle KSO = \arctg \sqrt{6}/12$, $S_{\text{сеч от (KLM)}} = \frac{144}{25}$

N6

Дано

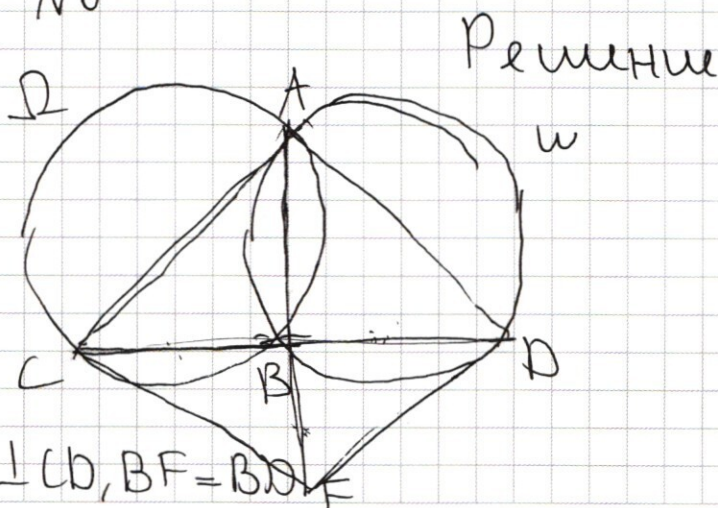
Ω, ω - окр.

$R(\Omega) = R(\omega) = 13$

$\Omega \cap \omega = A, B$

$C \in \Omega, D \in \omega$

$B \in CD, \angle CAD = 90^\circ, BF \perp CD, BF = BD$



(F-?)

1. Если на $R(\Omega) = R(\omega)$ дуги

на этих окружностях равны $\Rightarrow \angle ACD = \angle ADC = \gamma$
(опир. на равные дуги) $\Rightarrow \triangle ACD$ - равноб. $\& AC = AD$

2. Пусть $\angle CAB = \alpha$, $\angle BAD = \beta \Rightarrow$ мы $\triangle CAB, \triangle BAD$

$\angle CBA = 180 - \alpha - \gamma$, $\angle ABD = 180 - \beta - \gamma$ по теореме

синусов: $\frac{AC}{\sin \angle CBA} = R(\Omega) = R(\omega) = \frac{AD}{\sin \angle ABD} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{AC}{\sin \alpha + \gamma} = \frac{AD}{\sin \beta + \gamma} \Rightarrow \sin(\alpha + \gamma) = \sin(\beta + \gamma) \Rightarrow$$

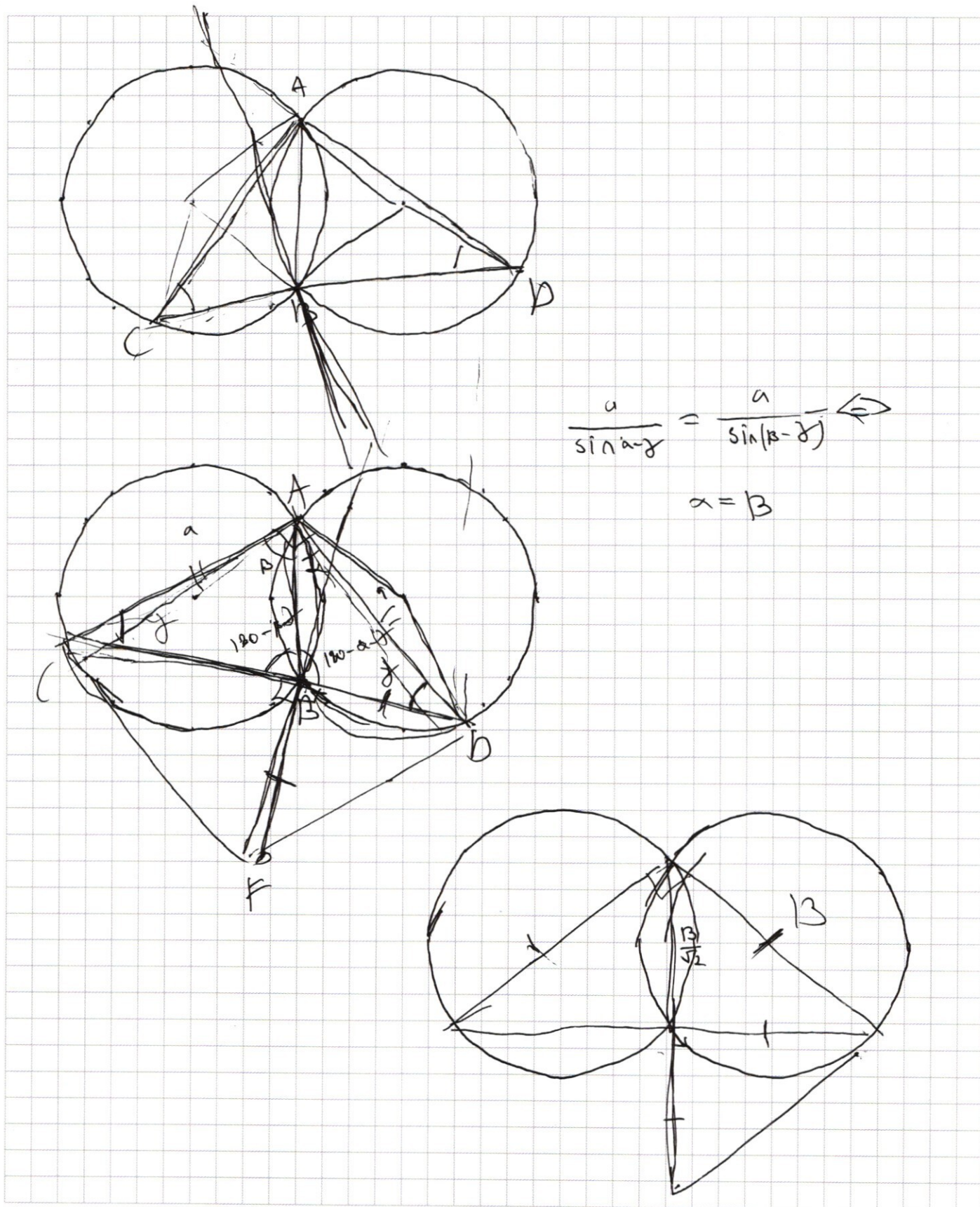
$\Rightarrow \alpha = \beta \Rightarrow AB$ - биссектриса в равноб. $\triangle CAD$

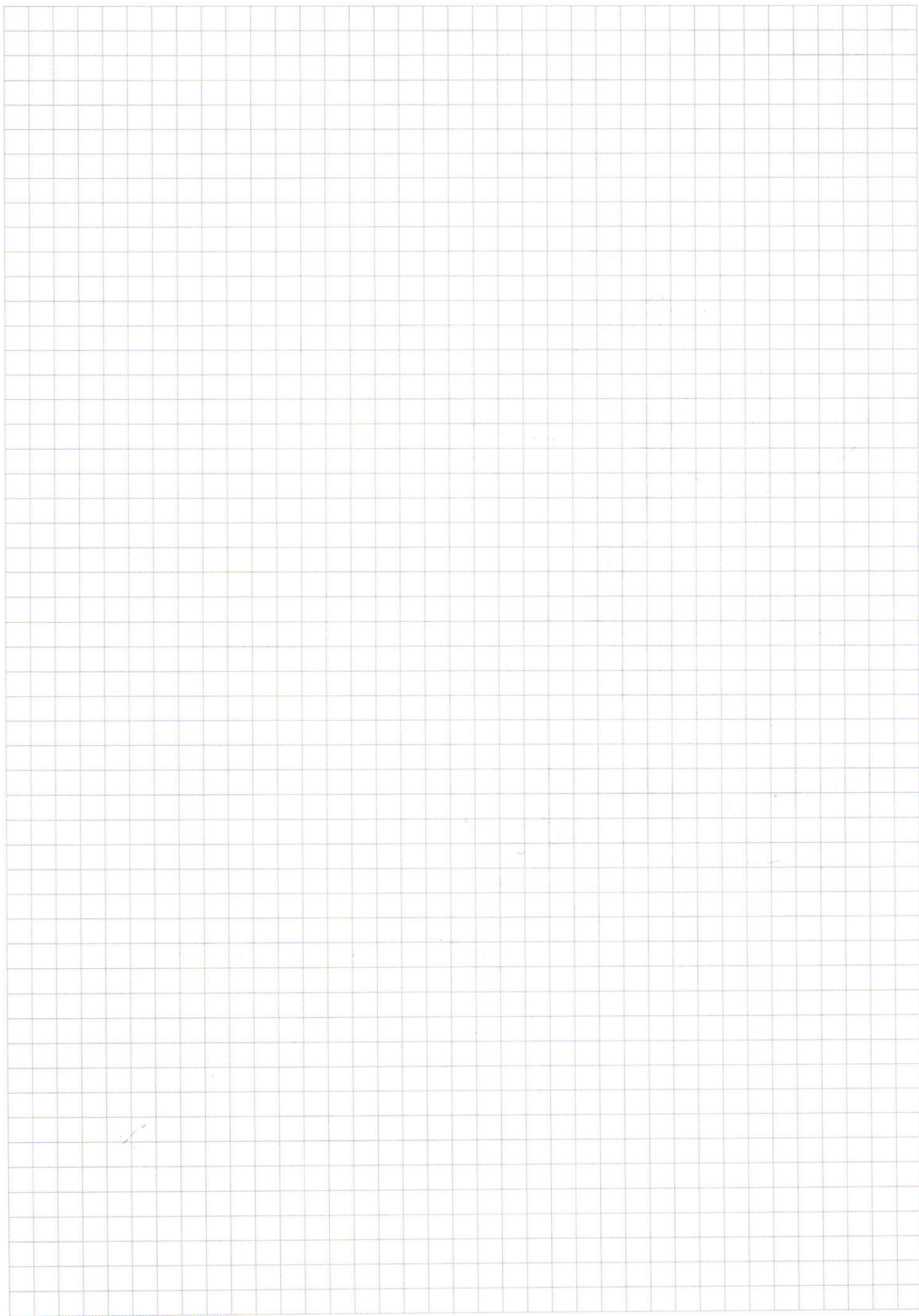
$\triangle CAD \Rightarrow AB \perp CD \Rightarrow \triangle ABD$ - $\triangle$, и.и. $\angle ADC =$

$= 45^\circ \Rightarrow \triangle ABD$ - равноб. $\Rightarrow AD$ - диаметр $AD = 26 \Rightarrow$

$$\Rightarrow BD = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 26 \Rightarrow BC = \frac{\sqrt{2}}{2} 26 \Rightarrow CF = 26$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА





☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{aligned}
 (16y^2)^{\lg y} &= (2y)^{\lg 2y^2} & (2y)^{\lg 2} &= \frac{1}{2^{\lg 2} \cdot 2} \\
 (4y)^{2\lg y} &= (2y)^{2\lg y} & (2y)^{\lg 2} &= (2y)^{2\lg y} \cdot (2^{\lg 2})^{\lg 2} \\
 y^{2\lg y} \cdot y^{2\lg y} &= 2 \cdot 2y^{2\lg y} \cdot y^{2\lg y} & & \\
 (4y)^{2\lg y} &= 2(2y)^{2\lg y} & y^{\lg 2} &= 2(2y)^{2\lg y} \cdot \frac{1}{2^{\lg y}} \\
 (4y)^{2\lg y} &= 2 \cdot 2^{\lg y} \cdot y^{2\lg y} & \frac{1}{2^{\lg y}} &= 2 \cdot 2^{\lg y} \cdot y^{2\lg y} \\
 \cancel{y^{2\lg y}} \cdot \cancel{y^{2\lg y}} &= 2 \cdot 2^{\lg y} \cdot \cancel{y^{2\lg y}} & & \\
 2^{\lg y} &= 2^{1+\lg y} & y &= x+4; \quad x=y-4 \\
 4\lg y &= 1+\lg y & \left(\frac{(y-4)^4}{y^2}\right)^{\lg y} &= (4-y)^{\lg((4-y)y)} \\
 3\lg y &= 1 & \left(\frac{(y-4)^2}{y}\right)^2 &= \frac{(y-4)^{4\lg y}}{y^{2\lg y}} = y^2 \\
 \lg y &= \frac{1}{3} & & \\
 y &= \sqrt[3]{10} & \left(1 - \frac{4}{y}\right)^{2\lg y} \cdot (y-4)^{2\lg y} &= (-1)^{\lg((4-y)y)} \\
 2\lg y + \lg 2 & & & \\
 (y-4)^{2\lg y} &= (4-y)^{\lg(4-y)} \cdot (y-4)^{\lg y} & & = (y-4)^{5\lg y} \cdot \cancel{(y-4)^{\lg y}}
 \end{aligned}$$

$$\frac{(y-4)^{1/\lg y}}{y^{2/\lg y}} = (4-y)^{\lg(4-y)} (4-y)^{\lg y}$$

$$\frac{((y-4)^{1/\lg y})^y}{y^2} = (4-y) (4-y)^{\lg y}$$

$$x = y - 4$$

$$-x = 4 - y > 0$$

$$(4-y)^{4/\lg y} = (4-y)^{1+\lg y}$$

$$y = 4 + 2$$

$$y - 4 = 4 - 2$$

$$2^{\log_2 5} = 5$$

$$y = 4 + 2$$

$$4 - y = 2 - 2$$

$$3^{\lg y} = y$$

$$\lg y = \frac{4}{3}$$

$$y = \sqrt[3]{10}$$

$$-xy > 0$$

$$-x > 0$$

$$y > 0 \Rightarrow y$$

$$\lg y = \lg \frac{1}{5} + \lg \frac{1}{100} = \lg \frac{1}{5} + 2$$

$$10 \cdot 10^{\lg \frac{1}{5}} = 2$$

$$a^x \Rightarrow x \ln a$$

$$f(y) = (4-y)^{3/\lg y - \lg(4-y)}$$

$$f'(y) = ((4-y)^{3/\lg y - \lg(4-y)}) \cdot \ln(3/\lg y - \lg(4-y))$$

$$y = x^x$$

$$y = x^x \cdot \ln(x) + x^x$$

$$0 < x < 1$$

$$= x(x^{x-1})$$

$$x^x > 0$$

$$y' = x^{x-1} + x \cdot (x^{x-1})'$$

$$= x^{x-1} + x \left(x^x \cdot \frac{1}{x} \right)'$$

$$y' = x^{x-1} + x \left(-\frac{1}{x^2} x^x + \frac{1}{x} y' \right) - \frac{1}{x^2} \cdot x^x + \frac{1}{x} (x^x)'$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N1

$$16875 \div 5 = 3375$$

$$3375 \div 5 = 675$$

$$675 \div 5 = 135$$

$$135 \div 5 = 27$$

$$27 \div 3 = 9$$

$$9 \div 3 = 3$$

$$20 \cdot 7 = 140$$

$$\frac{140}{2} = 70$$

$$625 = 5^4$$

$$27 = 3^3$$

$$5^3 = 125$$

$$5^4 = 625$$

$$3.33 \ 5555$$

$$\frac{3335555}{7}$$

$$\cos x + \cos x = 2 \cos x$$

$$24 \sqrt{\frac{\cos x + x}{2}} \cdot \cos\left(\frac{x-x}{2}\right)$$

N2

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$2 \cos \frac{7x+3x}{2} \cos \frac{7x-3x}{2} - \sqrt{2} \cos 10x = 2 \sin \frac{7x+3x}{2} \cdot \cos \frac{7x-3x}{2}$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} \cos 10x = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$2 \cos 5x (\cos 5x - \sin 5x) - \sqrt{2} \cos 10x + \sqrt{2} = 0$$

$$2 \cos 5x (\cos 5x - \sin 5x) - \sqrt{2} \cos 10x + \sqrt{2} = 0$$

$$2 \cos 5x (\cos 5x - \sin 5x) - \sqrt{2} \cos 10x + \sqrt{2} = 0$$

$$2 \cos 5x (\cos 5x - \sin 5x) - \sqrt{2} \cos 10x + \sqrt{2} = 0$$

$$t = |x| - 6$$

$$t \geq -6$$

$$3\sqrt{2} \quad 2\sqrt{2}$$

$$= -\sqrt{2} \quad -2\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned}
 2\cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} \cos^2 5x &= 2\sin 5x \cos 2x - \sqrt{2} \sin^2 5x \\
 \sqrt{2} \cos 5x (\sqrt{2} \cos 2x - \cos 5x) &= \sqrt{2} \sin 5x (\cos 2x - \sin 5x) \\
 \sqrt{2} (\cos 5x - \sin 5x) \cos 2x &= \sqrt{2} (\cos^2 5x - \sin^2 5x) \\
 \sqrt{2} (\cos 5x - \sin 5x) \cos 2x &= (\cos 5x - \sin 5x) (\cos 5x + \sin 5x) \\
 \sqrt{2} (\cos 5x - \sin 5x) \cos 2x - (\cos 5x - \sin 5x) (\cos 5x + \sin 5x) &= 0 \\
 (\cos 5x - \sin 5x) (\sqrt{2} \cos 2x - (\cos 5x + \sin 5x)) &= 0 \\
 \begin{matrix} =0 \nearrow & \sqrt{2} & \sqrt{2} \\ & -\sqrt{2} & -\sqrt{2} \end{matrix}
 \end{aligned}$$

$$\sqrt{2} \cos 2x - (\cos 5x + \sin 5x) \sqrt{2} = 0$$

$$\cos 2x - \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cos 5x + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 5x \right) = 0$$

$$\cos 2x = \cos \left(5x - \frac{\pi}{4} \right) = 0$$

$$-\frac{1}{2} \sin \frac{2x+5x-\frac{\pi}{4}}{2} \sin \frac{2x-5x+\frac{\pi}{4}}{2} = 0$$

$$\sin \frac{7x-\frac{\pi}{4}}{2} \sin \frac{\frac{\pi}{4}-3x}{2} = 0$$

$$\lg 2 + \lg y^2$$

$$\left| \left(\frac{x^4}{y^2} \right)^{\lg y} \right| = (-x)^{\lg(-xy)} \quad \left| \left(\frac{16y^4}{y^2} \right)^{\lg y} \right| = 2y^{\lg 2^2} \quad \begin{matrix} 2y+x=0 \\ x=-2y \end{matrix}$$

$$2y^2 - xy - x^2 - 4x - 6y = 0$$

$$xy(2y-x) - 4(2y+x)$$

$$2y^2 + xy - 2xy - x^2 - 4x - 6y = 0$$

$$4y(2y+x) - x(2y+x) - 4(2y+x) = 0$$

$$(2y+x)(y-x-4) = 0$$

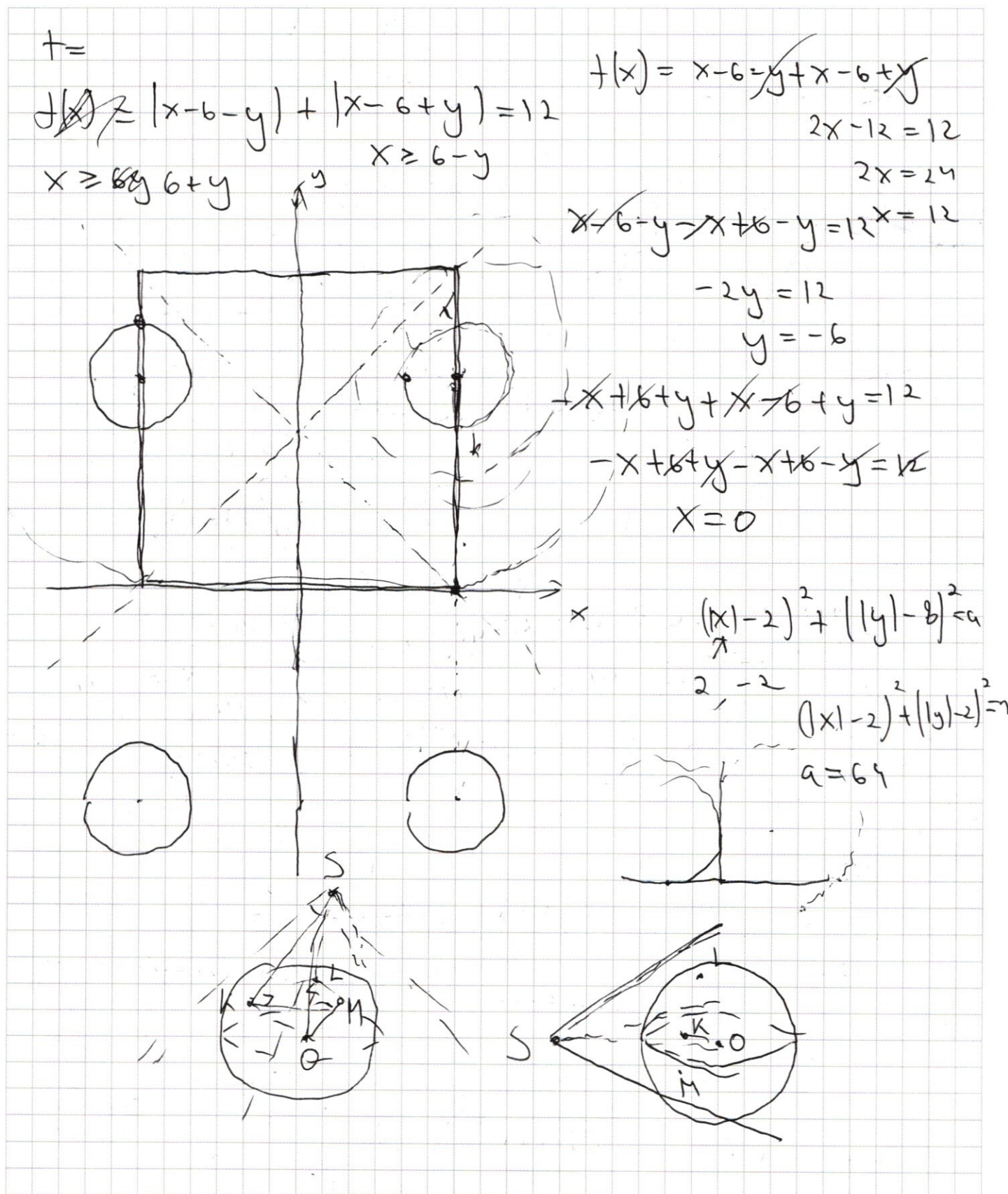
$$(16y^2)^{\lg y} = 2y^{\lg 2^2}$$

$$(16y^2)^{\lg y} = 2y^{2\lg y + \lg 2}$$

$$(16y)^{2\lg y} = 2y^{2\lg y + \lg 2}$$

$$16^{2\lg y} \cdot y^{2\lg y} =$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$y = p r$$

$$y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{x-1}$$

$$y < 85 + (3^{x-1} - 1)x$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{x-1} < 85 + (3^{x-1} - 1)x$$

$$C r = h \sqrt{c^2 + r^2}$$

$$h = \frac{c r}{\sqrt{c^2 + r^2}}$$

$$r^2 = \frac{c^2 r^2}{c^2 + r^2}$$

$$\left(\frac{a}{c}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

$$\frac{a}{c} = \frac{2}{3}$$

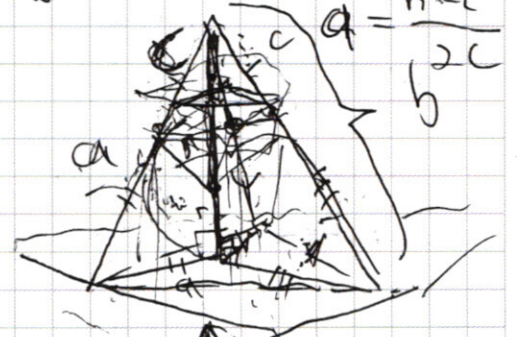
$$\sqrt{c^2 + r^2} r = h$$

$$(c+a)^2 - 2ac = h^2$$

$$c^2 + 2ac + a^2 - 2ac = h^2$$

$$2ac = h^2 - c^2$$

$$a = \frac{h^2 - c^2}{2c}$$



$$C = \frac{1}{\sqrt{24}}$$

$$C = 2\sqrt{6}$$

$$\frac{c^2 + r^2 - 2cr\sqrt{c^2 + r^2} + r^2 - c^2}{2c}$$

$$c^2 + r^2 = 25r^2$$

$$c^2 = 24r^2$$

$$r = \frac{c}{\sqrt{24}}$$

$$h = r + \sqrt{c^2 + r^2}$$

$$\sqrt{c^2 + r^2} = r^2$$

$$c^2 + r^2 = r^2$$

$$\frac{\sqrt{c^2 + r^2} - r}{\sqrt{c^2 + r^2} + r} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{2r(r + \sqrt{c^2 + r^2})}{c}$$

$$3\sqrt{c^2 + r^2} - 3r = 2\sqrt{c^2 + r^2} + 2r$$