МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО М

11 класс

ВАРИАНТ 6 ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2}\cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM, если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO, равны 4 и 9.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} |x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12, \\ (|x| - 6)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90°$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y), удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geqslant 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)\,x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

© МФТИ, 2020

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N1

$$n = \underbrace{\_\,\_\,\_\,\_\,\_\,\_\,\_\,\_}_{8}$$

$16875 = 5^4 \cdot 3^3 \cdot 1$ $\Rightarrow$ цифры данного числа равны: 4 из них – это 5
3 из них – это 3
1 из них – это 1.

Кол-во всевозможных их комбинаций $= C_8^4 \cdot C_4^3 \cdot C_1^1 = \cancel{7 \cdot 3 \cdot 5} =$

$= \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{2 \cdot 3 \cdot 4} \cdot \frac{4}{1} \cdot \frac{1}{1} = \boxed{280}$. Также возможно, что $5^4 \cdot 9 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 1$, тогда

$C_8^4 \cdot C_4^1 \cdot C_3^1 \cdot C_2^2 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{2 \cdot 3 \cdot 4} \cdot 4 \cdot 3 \cdot 1 = 70 \cdot 12 = \boxed{840}$.

Итого: $280 + 840 = 1120$. Ответ: 1120

N2

$\cos(7x) + \cos(3x) - \sqrt{2} \cdot \cos(10x) = \sin(7x) + \sin(3x)$;

$\cos(7x) - \sin(7x) + \cos(3x) - \sin(3x) = \sqrt{2} \cdot \cos(10x)$;

$\cancel{\sqrt{2}} \cos\left(7x + \frac{\pi}{4}\right) + \cancel{\sqrt{2}} \cdot \cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) = \cancel{\sqrt{2}} \cdot \cos(10x)$;

$2\cos\left(5x + \frac{\pi}{4}\right) \cdot \cos(2x) = \cos(10x)$;

$2\cos(2x)\left(\cos(5x) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \sin(5x) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \cos(10x) = \cos^2(5x) - \sin^2(5x)$;

$\left(\sqrt{2} \cdot \cos(2x) - (\cos(5x) + \sin(5x))\right)(\cos(5x) - \sin(5x)) = 0$;

$\left(\sqrt{2} \cdot \cos(2x) - \sqrt{2} \cdot \cos\left(5x - \frac{\pi}{4}\right)\right)(\cos(5x) - \sin(5x)) = 0$;

$-2 \cdot \sin\left(-\frac{3}{2}x + \frac{\pi}{8}\right) \cdot \sin\left(\frac{7}{2}x - \frac{\pi}{8}\right) \cdot \cos\left(5x + \frac{\pi}{4}\right) \cdot \sqrt{2} = 0$;

$\sin\left(\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{8}\right) \cdot \sin\left(\frac{7}{2}x - \frac{\pi}{8}\right) \cdot \cos\left(5x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$.

$$\left[\begin{array}{l} \frac{3x}{2} - \frac{\pi}{8} = \pi n, n \in Z \\ \frac{7x}{2} - \frac{\pi}{8} = \pi k, k \in Z \\ 5x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + \pi t, t \in Z \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{3}, n \in Z \\ x = \frac{\pi}{28} + \frac{2\pi k}{7}, k \in Z \\ x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi t}{5}, t \in Z \end{array}\right. \text{ – Ответ.}$$

N5

$$\begin{cases} \text{①}\ |x-6-y|+|x-6+y|=12 \\ \text{②}\ (|x|-6)^2+(|y|-8)^2=a. \end{cases}$$

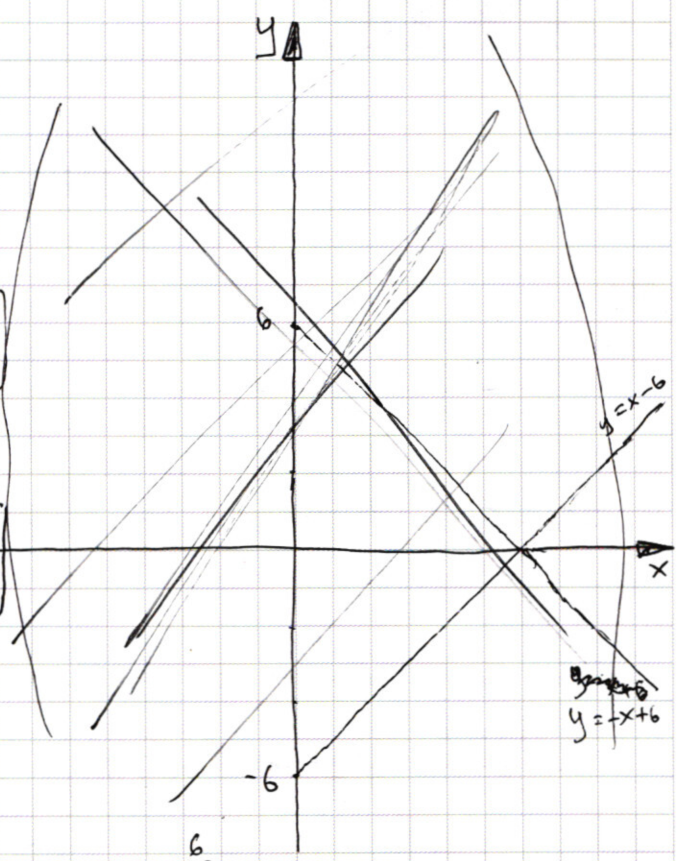
①

1) $\begin{cases} x-6-y\geq 0 \\ x-6+y\geq 0 \\ x=12 \end{cases}$ $\boxed{\begin{matrix} y\leq x-6 \\ y\geq -x+6 \end{matrix}}$

2) $\begin{cases} x-6-y\geq 0 \\ x-6+y\leq 0 \\ y=-6 \end{cases}$ $\boxed{\begin{matrix} y\leq x-6 \\ y\leq -x+6 \end{matrix}}$

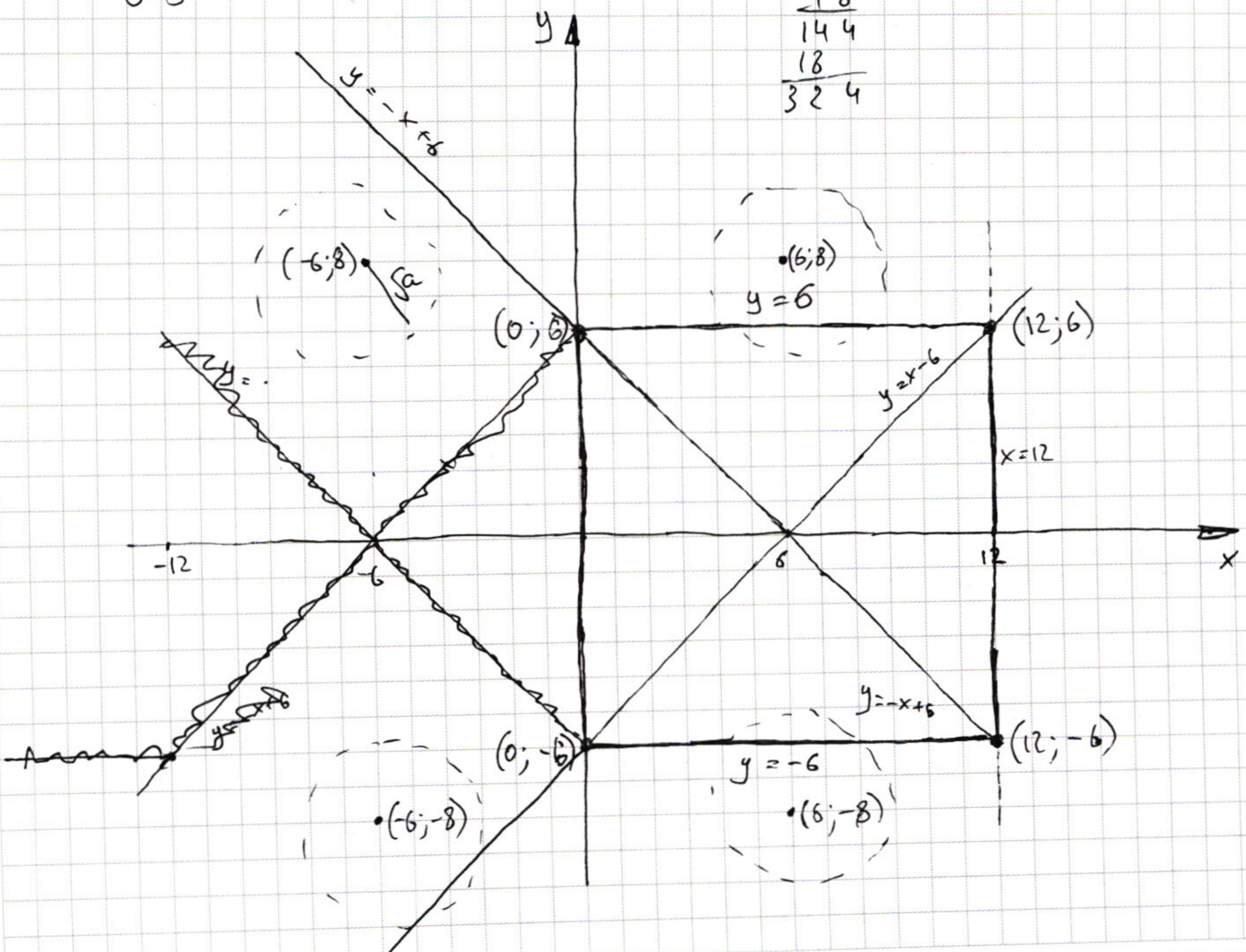
3) $\begin{cases} x-6-y\leq 0 \\ x-6+y\geq 0 \\ y=6 \end{cases}$ $\boxed{\begin{matrix} y\geq x-6 \\ y\geq -x+6 \end{matrix}}$

4) $\begin{cases} x-6-y\leq 0 \\ x-6+y\leq 0 \\ x=0 \end{cases}$ $\boxed{\begin{matrix} y\geq x-6 \\ y\leq -x+6 \end{matrix}}$



② тк $|x|$ и $|y|$, у нас получатся 4 одинаковые окр. с центрами в т. $(6;8)$ $(-6;8)$ $(-6;-8)$ $(6;-8)$ и радиусом $=\sqrt{a}$.

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times\ 18 \\ \hline 144 \\ 18\ \ \\ \hline 324 \end{array}$$

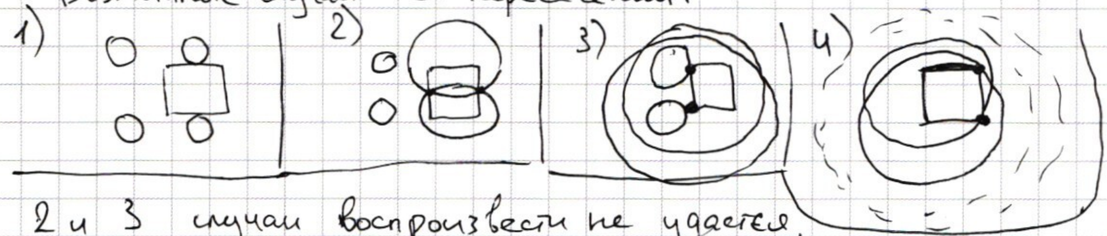


ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Возможные случаи 2х пересечений.



2 и 3 случаи воспроизвести не удастся, тк. в них все 4 окр. будут пересекать гр.-к 1ого ур-я системы.

Остаются случаи 1 и 4.

1) в 1ом $\sqrt{a}=2 \Rightarrow a=4$. (касание квадрата)

2) в 4ом случае $\sqrt{a}=\sqrt{14^2+18^2}$; $a=18^2+14^2=324+196=520$, но оно не подойдет, тк решение будет за пределами II и III четвертей.

3) Также проверим сл. 2 и 3. (Наверняка убедимся)

во 2ом.

$\sqrt{64+36} < \sqrt{36+4}$, что неверно $\Rightarrow$ неуд.

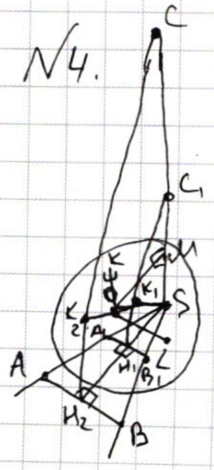
в 3ем.

$\sqrt{36+4} > \sqrt{14^2+36}$, что также неверно.

4) Итого 1 решение будет при $a=4$;

Ответ: 4;

№4.



1) Пусть SO пересекает окр-ть в т. K_2 и K_1

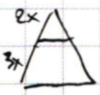
2) тк $\alpha_1 = ABC$, $S_{\alpha_1}=9$ и $\alpha_2 = A_1B_1C_1$, $S_{\alpha_2}=4$, оба сечения $\perp SO \Rightarrow \alpha_1 \parallel \alpha_2$

3) $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$ (тк $AB \parallel A_1B_1 \Rightarrow$ они отсекают пропорц. отрезки и $\angle ACB = \angle A_1C_1B_1$).

$k=\sqrt{\frac{S_1}{S_2}}=\sqrt{\frac{9}{4}}=\frac{3}{2}$.

☐ черновик ☒ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

4) Пусть $SK_1 = x$, ~~тогда~~



$$\frac{SK_1}{SK_2} = \frac{x}{2R+x} = \frac{2}{3} \Rightarrow R = \frac{x}{4}. \quad (\text{из } \triangle SOH_1 \sim \triangle SK_2H)$$

5) Рассмотрим прямоуг. $\triangle KOS$ ($\angle K = 90^\circ$), т.к. $OK \perp (SAC)$

$$tg(KSO) = \frac{KO}{OS} = \frac{R}{R+KS} = \frac{x/4}{x/4+x} = \frac{x}{4} : \frac{5x}{4} = \frac{1}{5}.$$

Ответ: ~~tg(KSO)=~~ $\angle KSO = arctg\left(\frac{1}{5}\right)$.

№3.

Заметим, что $y>0 \Rightarrow x<0$. – ОДЗ.

$$\begin{cases} ① \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{lg(y)} = (-x)^{lg(-xy)} \\ ② \ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 \end{cases}$$

② $2y^2 - 2xy - 8y - x^2 - 4x + xy = 0$

$2y(y - x - 4) + x(-x - 4 + y) = 0$

$(2y + x)(y - x - 4) = 0$

$$\left[\begin{array}{l} 1.\ 2y + x = 0 \\ 2.\ y - x - 4 = 0 \end{array}\right.$$

1. $$\begin{cases} y = -\frac{x}{2} \\ (4x^2)^{lg(-\frac{x}{2})} = (-x)^{lg(\frac{x^2}{2})} \end{cases}$$

логарифмируем по основанию 10.

$lg(4x^2) \cdot lg(-\frac{x}{2}) = lg(-x) \cdot lg(\frac{x^2}{2})$;

$(lg(x^2) + lg4)(lg(-x) - lg2) = lg(-x) \cdot (lg x^2 - lg2)$;

$-lgx^2 \cdot lg2 + lg4 \cdot lg(-x) - lg2 \cdot lg4 = -lg(-x) \cdot lg(2)$;

$3lg(-x) \cdot \cancel{lg(2)} - lgx^2 \cdot \cancel{lg2} - \cancel{lg2}\, lg4 = 0$;

$3lg(-x) - lgx^2 - lg4 = 0$;

$lg\left(\frac{-x^3}{x^2}\right) = lg4$;

$\frac{-x^3}{x^2} = 4$; $-x = 4$; $\underset{<0}{x = -4} \Rightarrow \underset{>0}{y = -\frac{-4}{2} = 2}$

$(-4; 2)$ – Решение (уд. одз.)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2. $\begin{cases} y = x+4. \\ \left(\frac{x^4}{(x+4)^2}\right)^{\lg(x+4)} = (-x)^{\lg(-x(x+4))} \\ x > -4,\ x < 0. \end{cases}$

$\begin{cases} \lg(x+4)\cdot\lg\left(\frac{x^4}{(x+4)^2}\right) = \lg(-x)\cdot\lg(-x(x+4)); \\ \lg(x+4)\cdot 2\left(\lg x^2 - \lg(x+4)\right) = \lg(-x)\left(\lg(-x)+\lg(x+4)\right) \end{cases}$

Также логарифмируем по осн. 10.

$2\lg(x+4)\left(\lg x^2 - \lg(x+4)\right) = \lg(-x)\cdot\left(\lg(-x)+\lg(x+4)\right);$

$2\lg(x+4)\cdot 2\lg(-x) - 2\lg^2(x+4) = \lg^2(-x) + \lg(-x)\cdot\lg(x+4);$

(тк $x<0$, раскрываем модуль с минусом)

$3\lg(x+4)\cdot\lg(-x) - 2\lg^2(x+4) - \lg^2(-x) = 0.$

$2\lg^2(x+4) + \lg^2(-x) - 2\sqrt{2}\cdot\lg(x+4)\cdot\lg(-x) - (3-2\sqrt{2})\lg(x+4)\cdot\lg(-x) = 0.$

$\begin{cases} (\sqrt{2}\cdot\lg(x+4) - \lg(-x))^2 - \underbrace{(3-2\sqrt{2})\cdot\lg(x+4)\cdot\lg(-x)}_{\text{знаки}} = 0; \\ x\in(-4;0) \end{cases}$ ($\geqslant 0$)

знаки: $-$ $\quad -3 \quad$ $+$ $\quad -1 \quad$ $-$ $\quad x$ $\;\Rightarrow$

$\Rightarrow$ тк левая часть $\geqslant 0$, то корень следует искать на $[-3;-1]$.

тогда $x=-2$ – решение $\Rightarrow y = -2+4 = 2$.

Ответ: $(-4;2)$ $(-2;2)$.

№7.

$\begin{cases} y \geqslant 3^x + 4\cdot 3^{81} \\ y < 85 + \underbrace{(3^{81}-1)}_{\vdots 80}x \end{cases}$ $\begin{cases} y < \alpha \\ y \geqslant \beta \end{cases}$ $\Rightarrow$ $\alpha < \beta \xrightarrow{①} \alpha \geqslant \beta \xrightarrow{②} \alpha < \beta$

Найти x, при которых происходят переходы ① и ②.

$y = f(x) = 3^x + 4 \cdot 3^{81}$

$y = g(x) = (3^{81} - 1)x + 85$

$g(x) - f(x) = h(x) = (3^{81} - 1)x - 3^x - 4 \cdot 3^{81} + 85 > 0.$

$h'(x) = 3^{81} - 1 - 3^x \cdot \ln 3 = 0;$

$3^x = \frac{3^{81} - 1}{\ln 3}; \; x = \log_3\left(\frac{3^{81} - 1}{\ln 3}\right) \approx \log_3(3^{81} - 1) \approx 81.$

h': $+ \nearrow \quad 81 \quad - \searrow$ $\Rightarrow 81$ – т. max.

$h(81) = (3^{81} - 1) \cdot 81 - 3^{81} - 4 \cdot 3^{81} + 85 > 0;$

$= 3^{85} - 81 - 3^{81} - 4 \cdot 3^{81} + 85;$

$= 3^{85} - 5 \cdot 3^{81} + 4;$

$= 3^{76} + 4 > 0.$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

3375 675 135 27

$n = \underbrace{\_\ \_\ \_\ \_\ \_\ \_\ \_\ \_}_{8}$

$C_8^1 \cdot C_7^3 \cdot C_4^4 = 8 \cdot \frac{7 \cdot 5 \cdot 6}{2 \cdot 3} = 8 \cdot 35 =$

$16875 = \cancel{5} \cdot 5^4 \cdot 3^3$ итого получаем, что 4 из этих ~~чисел~~ цифр $= 5$

3 из этих ~~чисел~~ цифр $= 3$

1 из этих цифр $= 1$

$C_8^4 \cdot C_4^3 \cdot C_1^1 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \cdot \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{1 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3} =$

$\boxed{= 4 \cdot 70 = 280}$

$12 \times 7 = 84$

$C_3^2 \cdot C_1^1 = 3$

1 1 2
2 1 1
1 2 1

$C_5^2 \cdot C_3^2 \cdot 1 = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 3} \cdot 3 = 30$

1 1 2 3
1 1 3 2

1 2 1 3
1 3 1 2

2 1 1 3
3 1 1 2

1 2 3 1
1 3 2 1

2 1 3 1
3 1 2 1

2 3 1 1
3 2 1 1

$\frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1}$

$C_4^2 \cdot C_2^1 \cdot C_1^1 = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{2 \cdot 2} = \cancel{6}$

$\frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{2 \cdot 2} \cdot 2 = 12$

№2

$\cos^2(5x) = \frac{1 + \cos(10x)}{2}$

$\cos(10x) = 2\cos^2(5x) - 1$

$\cos(7x) + \cos(3x) - \sqrt{2} \cdot \cos(10x) = \sin(7x) + \sin(3x)$

$\cos(7x) - \sin(7x) + \cos(3x) - \sin(3x) = \sqrt{2} \cdot \cos(10x)$

$\cancel{\sqrt{2}} \cdot \cos(7x + \frac{\pi}{4}) + \cancel{\sqrt{2}}\cos(3x + \frac{\pi}{4}) = \cancel{\sqrt{2}} \cdot \cos(10x)$

$2\cos(5x + \frac{\pi}{4}) \cdot \cos(2x) = \cos(10x) = 2\cos^2(5x) - 1$

$2\left(\cos(5x)\frac{\sqrt{2}}{2} - \sin(5x) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \cdot \cos(2x) = \cos(10x)$

$\sqrt{2}\left(\cos(5x) - \sin(5x)\right) \cdot \cos(2x) = \cos(10x) = \left(\cos(5x) - \sin(5x)\right)\left(c(5x) + s(5x)\right)$

$\left(\cos(5x) - \sin(5x)\right)\left(\sqrt{2} \cdot \cos(2x) - \cos(5x) - \sin(5x)\right) = 0$

$\left(\sqrt{2} \cdot \cos(2x) - \sqrt{2}\cos(5x - \frac{\pi}{4})\right)$

$\left(\cos(5x) - \sin(5x)\right)\left(\cos(2x) - \cos(5x - \frac{\pi}{4})\right) = 0$

☒ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

№3

ОДЗ: $y>0 \mid \Rightarrow x<0$.

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 \end{cases}$$

$2y^2 - 2xy - 8y - x^2 - 4x + xy = 0$

$2y(y-x-4) - x(x+4-y) = 0$

$2y(y-x-4) + x(y-x-4) = 0$

$(2y+x)(y-x-4) = 0$

$$\left[\begin{array}{l} ①\ y = -\frac{1}{2}x \\ ②\ y = x+4. \end{array}\right.$$

1) $\left(\frac{x^4\cdot 4}{x^2}\right)^{\lg(-\frac{1}{2}x)} = (-x)^{\lg(\frac{x^2}{2})}$

$(4x^2)^{\lg(-\frac{1}{2}x)} = (-x)^{\lg(\frac{x^2}{2})}$

$(2x)^{2\lg(-\frac{1}{2}x)} = (-x)^{\lg(\frac{x^2}{2})}$

Логариф. по осн. $\log_x$

$\cancel{2\lg(-\frac{1}{2}x)\cdot\log_x(2x) = \log_x(-x)\lg(\frac{x^2}{2})}$

$2\lg(2x)\cdot\lg(-\frac{1}{2}x) = \lg(-x)\cdot\lg(\frac{x^2}{2})$

$$\begin{cases} \cancel{2\frac{\lg(2x)}{\lg(-x)} = \frac{\lg(\frac{x^2}{2})}{\lg(-\frac{1}{2}x)}} \\ ОДЗ \end{cases} \quad \begin{cases} \cancel{2\log_{(-x)}(2x) = \log_{(-\frac{1}{2}x)}(\frac{x^2}{2})} \\ y = -\frac{x}{2} \end{cases}$$

$(4x^2)^{\lg(-\frac{x}{2})} = (-x)^{\lg(\frac{x^2}{2})}$

$\log_2 16 = \frac{\log_4 16}{\log_4 2} = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 4$

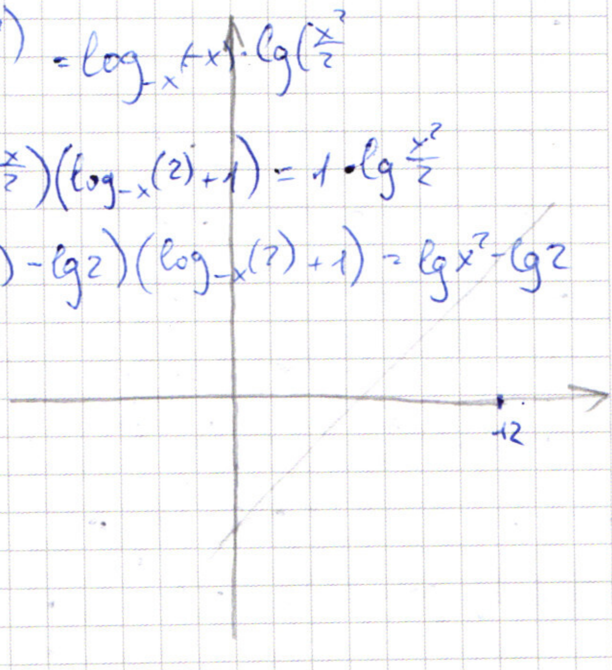
$\lg(-\frac{x}{2})\log_{-x}(4x^2) = \log_{-x}(-x)\cdot\lg(\frac{x^2}{2})$

№5 ✓

$$\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12 \\ (|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2\lg(-\frac{x}{2})(\log_{-x}(2)+1) = 1\cdot\lg\frac{x^2}{2} \\ 2(\lg(-x)-\lg 2)(\log_{-x}(2)+1) = \lg x^2 - \lg 2 \end{cases}$$

1) $\begin{cases} x-6-y \geq 0 \\ x-6+y \geq 0 \end{cases}$ $\begin{cases} y \leq x-6 \\ y \geq -x+6 \\ x = 12 \end{cases}$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

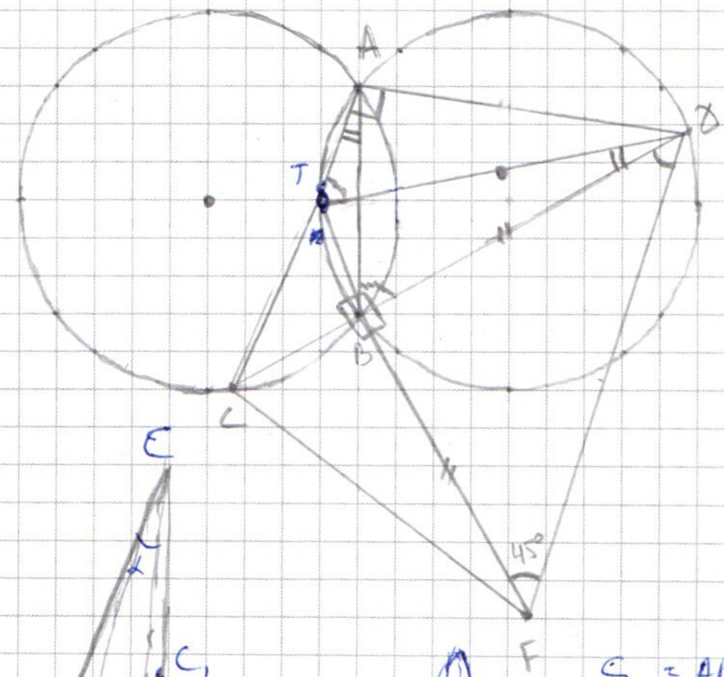
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

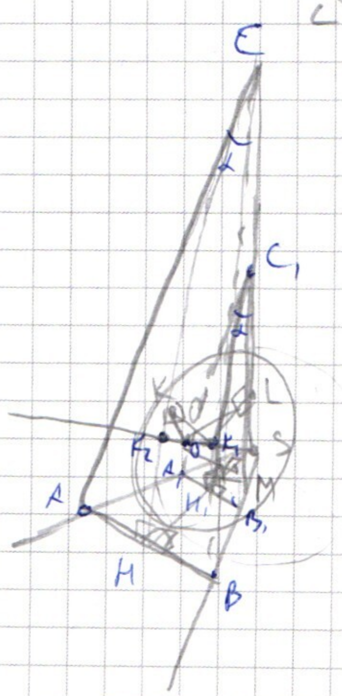
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

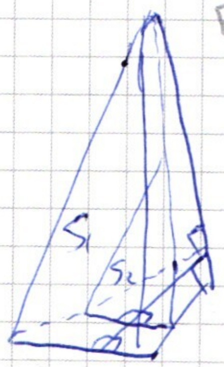
$R = 13$, $CF = ?$

1) $\angle TA\delta = 90^\circ \Rightarrow T\delta$ - диаметр

A







$S_1 = AB \cdot CH = \frac{AC \cdot CB \cdot \sin\alpha}{2}$

$S_2 = A_1B_1 \cdot C_1H_1 = \frac{A_1C_1 \cdot C_1B_1 \cdot \sin\alpha}{2}$

отн. $\triangle ACB \sim \triangle A_1B_1C_1$, $k = \frac{3}{2}$

$\frac{SK_1}{K_1K_2} = \frac{2}{5} \Rightarrow SK_2 = 7x \Rightarrow SO = 4,5x$

$OK = R = \frac{K_1K_2}{2} = 2,5x$

$\Rightarrow tg\angle KSO = \frac{2,5x}{4,5x} = \frac{5}{9}$

$\angle KSO = arctg\left(\frac{5}{9}\right)$

☒ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

N7

$y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81}$

$y < 85 + (3^{81} - 1)x$

$\vdots 80$

$\begin{cases} y < \alpha \\ y \geq \beta \end{cases}$ $\alpha < \beta \xrightarrow{1} \alpha \geq \beta \xrightarrow{2} \alpha < \beta$

β α

найти при каких x происходят переходы (1) и (2).

$(a^x)' = a^x \cdot \ln a$?

$f(x) = 85 + (3^{81} - 1)x$

$g(x) = 3^x + 4 \cdot 3^{81}$

$f(x) - g(x) = 85 + 3^{81}x - x - 3^x - 4 \cdot 3^{81} =$

$= (3^{81} - 1)x - 3^x - 4 \cdot 3^{81} + 85 = h(x)$

$h'(x) = 3^{81} - 1 - 3^x \cdot \ln 3 = \boxed{-3^x \cdot \ln 3 + 3^{81} - 1 = h'(x)}$

$3^x \cdot \ln 3 = 3^{81} - 1$;

$3^x = \frac{3^{81} - 1}{\ln 3}$

$x = \log_3\left(\frac{3^{81} - 1}{\ln 3}\right)$

h': $+$, $-$; h: $\nearrow$ $\log_3()$ $\searrow$

$h_{max} = h\left(\log_3\left(\frac{3^{81}-1}{\ln 3}\right)\right)$

$= \cancel{3^{81} - 1 - \left(\frac{3^{81} - 1}{\ln 3}\right)}$

$= 85 + (3^{81} - 1)\log_3\left(\frac{3^{81} - 1}{\ln 3}\right) - \left(\frac{3^{81} - 1}{\ln 3}\right) - 4 \cdot 3^{81} =$

$= \log_3\left(\frac{(3^{81} - 1)^{(3^{81} - 1)}}{\ln 3}\right) - \frac{3^{81} - 1}{\ln 3} - 4 \cdot 3^{81} + 85 \approx$

$\approx \log_3 (3^{81} - 1)^{(3^{81} - 1)} - 0 - 3^{81} - 1 - 4 \cdot 3^{81} + 85 \approx$

$\approx (3^{81} - 1) \cdot 81 - 5 \cdot 3^{81} + 84 = \boxed{76 \cdot 3^{81} + 3}$

☒ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)