# МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

# ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО М.

## 11 класс

ВАРИАНТ 6

ШИФ:

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2}\cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром $O$ вписана в трёхгранный угол с вершиной $S$ и касается его граней в точках $K$, $L$, $M$ (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол $KSO$ и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью $KLM$, если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой $SO$, равны 4 и 9.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра $a$, при которых система

$$\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12, \\ (|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках $A$ и $B$. На первой окружности выбрана точка $C$, а на второй – точка $D$. Оказалось, что точка $B$ лежит на отрезке $CD$, а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к $CD$, проходящем через точку $B$, выбрана точка $F$ так, что $BF = BD$ (точки $A$ и $F$ расположены по разные стороны от прямой $CD$). Найдите длину отрезка $CF$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника $ACF$.

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел $(x, y)$, удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geqslant 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)\, x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

Разложим число на мн-ли:

$16875 = 3\cdot3\cdot3\cdot5\cdot5\cdot5\cdot5\cdot1$.

~~Всего может быть~~ для числа, нач-ся с 1: 13335555, 13353555, 13355355 ...

может быть $5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1$ вариантов.

8 а т.к единица занимает любую из 8 позиций, то

$\underbrace{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}_{120}\cdot8 = \cancel{960}$ – всего чисел.

$240 \cdot 8 = 1920$

Ответ: ~~960~~ 1920.

№3

преобр $2^{ое}$ ур-ние: $(2y+x)(y-4-x)=0$

если $2y=-x$, то прологарифмируем первое ур-ние и выполним подстановку.

то $y$а

$(16y^2)^{\lg y} = (2y)^{\lg 2y^2}$ прологарифмируем и получим

$\lg y(\lg 16+\lg y^2) = (\lg 2+\lg y^2)(\lg 2+\lg y)$

$\lg y = t$ то $t(\lg 16-3\lg 2) = \cancel{\log}\lg^2 2$

$t = \dfrac{\lg^2 2}{\lg\frac{16}{8}} = \lg 2 \Rightarrow \lg y = \lg 2 \Rightarrow y=2$, а $x=-4$

причем это уд-ет усл-ю сущ-ния логарифма

преобр. $1^{ое}$ ур-ние

$x^{4\lg y} = (-x)^{\lg(-x)}\cdot(-x)^{\lg y}\cdot \lg y^{2\lg y}$

$x^{4\lg y} = 10\cdot(-x)^{\lg y}\cdot100$, ~~$\lg y$~~ ~~т.к. $x^{4\lg y}>0$, при $(-x)^{\lg y}>0$, тогда~~

~~то $(-1)^{\lg y}\cdot x^{\lg y}>0$, то~~

~~м-дом подбора найдем $x=$~~

Если $y=4+x$, то $x^{4\lg(4+x)} = 1000(-x)^{\lg(4+x)}$. при ~~$x=0$~~ $x=-2$ (м-дом подбора)

имеем $(-2)^{4\lg 2} = 1000\cdot2^{\lg 2}$ а обе части равны 10000.

то $y$а $y=2$. Ответ: $(-4;2)$; $(-2;2)$.

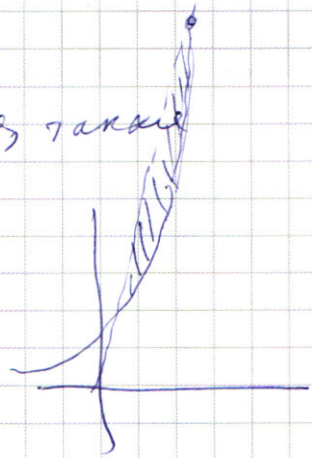
☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

№7.

Р-м м-дом подбора.

~~если~~ если $x=4$, то гр-ки пересекаются, также гр-ки пересекаются если $x=85$.

А при $x=4$ и $x=85$ целой пары не найдется т.к. $z$ $y<85+(3^{81}-1)x$, т.е. $y\neq 85+(3^{81}-1)4$ и $y\neq 85+(3^{81}-1)85$.



при $x=5$.

расм разность: $(85+3^{81}5-5)-(3^5+4\cdot 3^{81})=$

$=85+3^{81}\cdot 5-5-3^5-4\cdot 3^{81}$ ~~80+81~~ $\gg 1$, то найдется целое $y$.

при $x=84$: $85+3^{81}\cdot 84-84-3^{84}-4\cdot 3^{81}=1+80\cdot 3^{81}-3^{84}\gg 1$,

то найдется целое $y$. Тогда при всех $x$ в диапазоне $[5;84]$ найдется целое $y$

то

~~$85+3^{81}\cdot 5-5$~~ $85+3^{81}5-5+3^5-4\cdot 3^{81}=3^{81}+3^5+80$. $x=5$ $z=1$

$x=84$ $z=$

$85+3^{81}\cdot 6-6-3^6+3^{81}4=79+2\cdot 3^{81}-3^6$

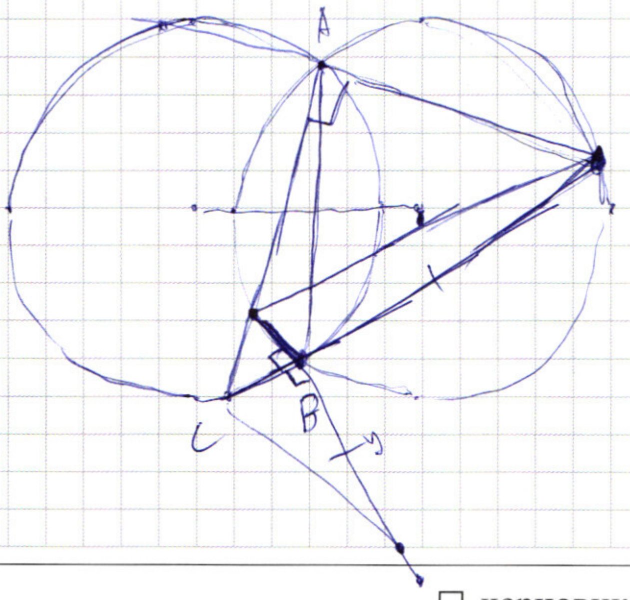
$S=3^{81}(1+\ldots 80)=3^{81}\cdot 81\cdot 40-3^5-3^6-3^7-\ldots-3^{84}$ $S=\frac{(1+80)}{80}\cdot 2$ $=40\cdot 81$

$=40\cdot 3^{85}-3^5-3^6-\ldots-3^{84}$

$S=\frac{(a_1+a_n)}{2}$

$3+9=12$

Ответ: $40\cdot 3^{85}-3^5-3^6-\ldots-3^{84}$.




# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N5.

$$\begin{cases} |(x-6)+y| + |(x-6)-y| = 12 \\ (|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a, \ a \geq 0 \end{cases}$$

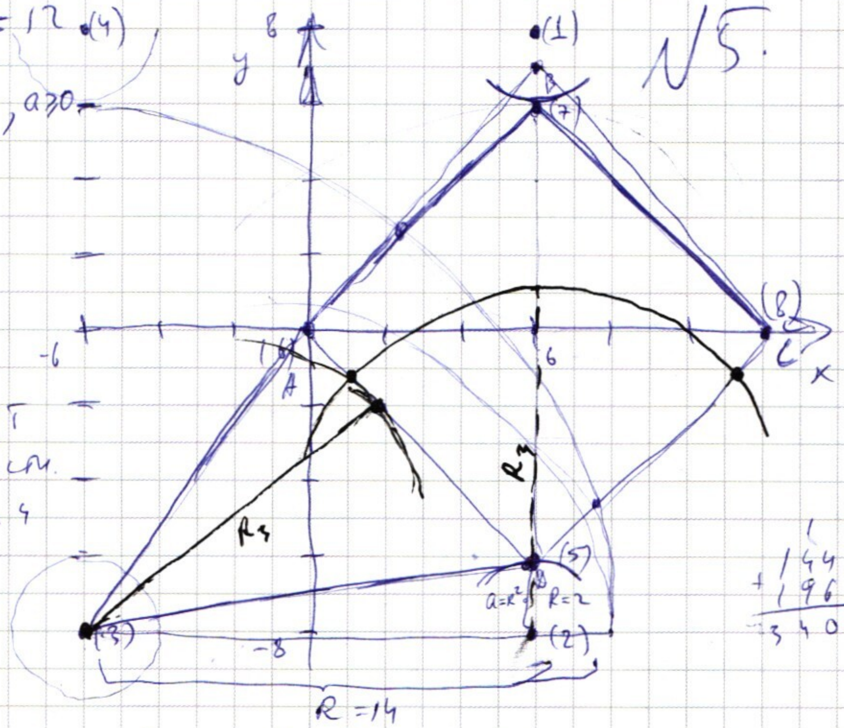
Р-м гр-ски.

~~если окр-сть 2 с~~

~~ее-ками~~

~~1ый график~~ ом

1ое ур-ние описывает квадрат, а 2ое 4 окр-сти. (с ц-ками в (·) 1, 2, 3 и 4 соотв (см. рис).




$144 + 196 = 340$

~~Если окр-сти кас-ся~~

Если $a = 4$, то ур-ние имеет 2 р-ния (окр-сть (1) проходит через (7), а окр (2) через (5).

если окр-сть (2) проходит через (·) (7) а окр (1) через (·) 5, то $a = (2+12)^2 = 196$, и $R = 14$, но то ук окр-сти (3) и (4) пересекают квадрат в 4х точках и => р-ний будет > 2.

если окр (3) и (4) кас-ся сторон AD и AB соотв, то окр-сти (2) и (1) будут пересекать квадрат в 4х точках и р-ний > 2.

если окр 1 и окр 2 проходят через (·) A и C, то

$R = \sqrt{6^2+8^2} = 10$. Найдем расст. от (·3) до AD, где

AD опис. ур-нием ~~y+x=0~~ $y+x=0$, $a=1$, $b=1$, $c=0$.

$\rho = \left|\frac{-6+-8}{\sqrt{1^2+1^2}}\right| = \frac{14}{\sqrt{2}} = \frac{14\sqrt{2}}{2} = 7\sqrt{2} < 10$, то окр-сти

(3) и (4) не пересекают квадрат, т.е. при $a = R^2 = 100$ р-ний будет 2.

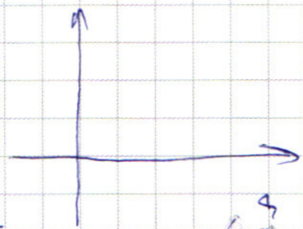
$|x-6|$

Если окр-сть (3) проходит через (·) (8), то $R = \sqrt{18^2+8^2} = \sqrt{324+64} = \sqrt{388}$

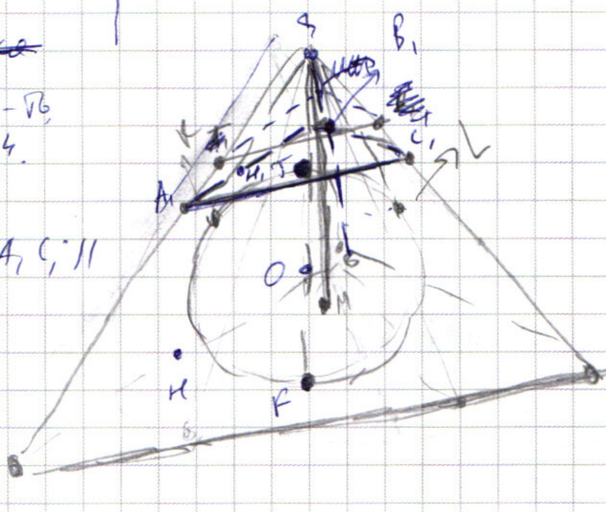
А если через (·) 7 то $R = \sqrt{12^2+14^2} = \sqrt{144+196} = \sqrt{340}$. т.е при $R = \sqrt{340}$

окр-сть 3 пересечет 4 стороны квадрат и окр-сть (·4) также пересечет 4 стороны. => > 2 р-ний, а при $R=\sqrt{388}$ окр-сти (3) и (4) пересекут квадрат в (·)(8) => 1 р-ние.
($\sqrt{388} > 14$ => окр-ти (2) и (1) не пересекут квадрат.
~~Тогда~~ при всех ост-ных случаях, очевидно, будет > 2 р-ний.
Тогда ответ: $\underline{a=100; 4.}$

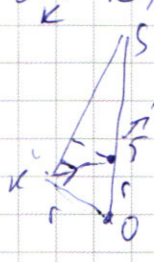
~~№2.~~ ~~№2.~~



№4.
Пусть пл(ABC) – пл-ть, ~~сечение~~ площадь с-ние к-рой ~~...~~ равна 9, а пл($A_1B_1C_1$) та пл-ть, площ с-ние к-рой равна 4.
Т.к они обе $\perp SO$, то они и параллельны, то ~~AA~~ $A_1C_1 \parallel AC$, $AB \parallel A_1B_1$ и $B_1C_1 \parallel BC$.
~~То~~ Также $\triangle A_1B_1C_1 \sim \triangle ABC$



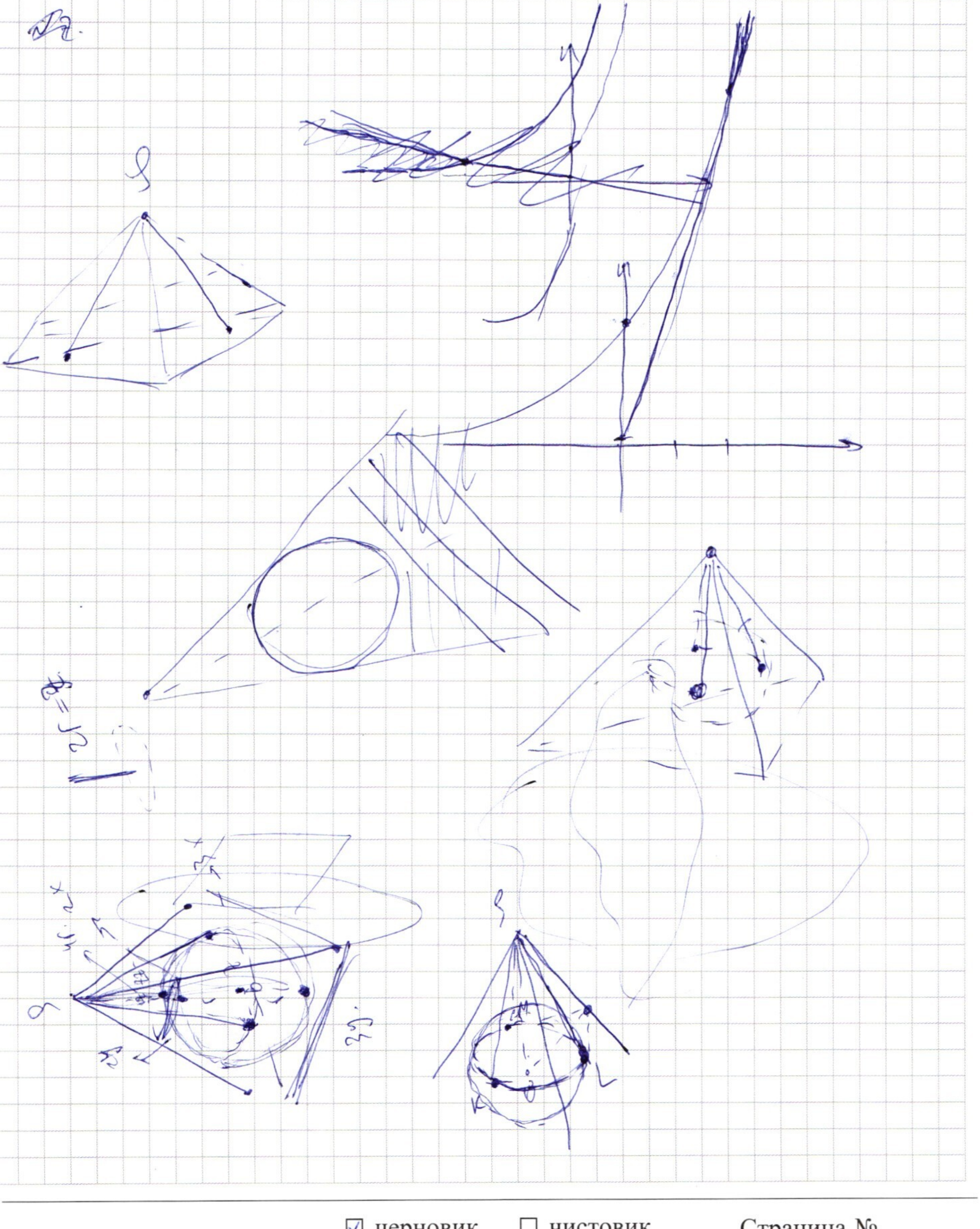
и к ~~$=\frac{S_{м}}{S_{б}}$~~ $k=\sqrt{\frac{4}{9}}=\frac{2}{3}$, к – коэф подобия.
~~То~~ Опустим $SH_1 \perp A_1B_1$ и $SH \perp AB$, тогда $\triangle A_1B_1S \sim \triangle ABS$ ($A_1B_1 \parallel AB$ и $\angle S$ общ.) то $\frac{SH_1}{SH}=\frac{2}{3}$, при этом $\triangle SH_1T \sim \triangle SHF$, где $T \in SF$, T и F – точки касания сферы пл-тей ($AB\cancel{C}$ и ($A_1B_1C_1$)).
то $\frac{ST}{SF}=\frac{2}{3}$, но $TF=2R$ ((·)$O \in SF$ по усл) тогда $TF=2R$, а $ST=4R$, т.к. $\frac{ST}{ST+2R}=\frac{2}{3}$ тогда в пл. ($SO\cancel{H}$ K); в $\triangle(SOK)$:
$\angle OKS=90°$, т.к сфера кас-ся пл-ти ($ASB$), $OK=R$, а $OS=4R+R=5r$. , то $\sin\angle KSO=\frac{r}{5r}=\frac{1}{5}$.



то $\angle KSO=\arcsin\frac{1}{5}$.
Также $SK^2=ST\cdot SF=4R\cdot 6R=24R^2 \Rightarrow SK=2\sqrt{6}R$.

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



продолжение №4

Док-м, что $SO \perp пл(KLM)$

$SK = SL = SM$, ~~отрез~~ как кас. к ~~отр~~ сфере из одн. точки.

Пл-м $SQ \perp пл(KLM)$ то

$SK^2 - SQ^2 = SL^2 - SQ^2 = SM^2 - SQ^2 =$

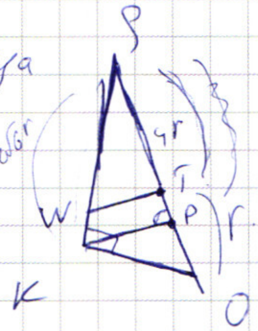
$= QK^2 = QL^2 = QM^2$ т. е.

высота проец.-ся в ц-р. оп-ной окр-сти около $\triangle KML$.

также из (.)O оп-м $OE \perp пл(KML)$.

$OE$ - общ высота и $OK = OM = OL = R$, то также ~~OE~~ (.)O проец-ся в ц-р. опис. около $KLM$ окр-сти, т.е. $\Rightarrow$ (.)E и (.)Q совпадают, а поэтому $SQ \perp пл(QLM)$ то $SO \perp пл(~~QL~~ KLM)$.

Тогда $\Rightarrow$ в $\triangle KSO$: пр-м $KP \perp SO$. тогда и из (.)T ~~на SK~~ ~~$\perp TW$~~ $TW \perp SK$.



то $\frac{SW}{SK} = \frac{ST}{SP}$, а ~~ST~~ $\frac{SW}{SK} = ~~k_1~~ ~~где~~ \frac{A_1B_1}{A_2B_2}$, k

где $A_2B_2$ - ~~ст~~ сторона $\triangle A_2B_2C_2$, ~~ко~~ на к-рой лежит (.)K, и $A_2B_2 \parallel A_1B_1$, т.е. $\triangle A_2B_2C_2 \in пл(KML)$.

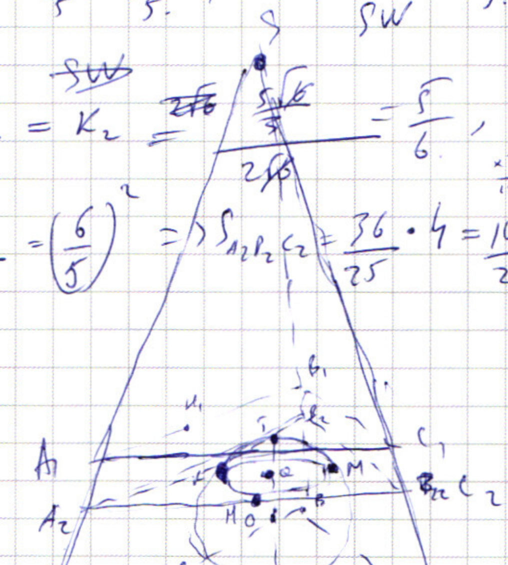
~~то в $\triangle SKP$: $\frac{KP}{2\sqrt6} = \sin\angle S \Rightarrow KP = 2\sqrt6 \cdot \frac15 = \frac{2\sqrt6}{5}$, пусть k — коэф подобия $\triangle A_2B_2$~~

~~$\frac{WT}{ST}$~~ = ~~cos~~ $\cos\angle S = \sqrt{1-\frac{1}{25}} = \frac{\sqrt{24}}{5} = \frac{2\sqrt6}{5}$, то ~~$\frac{WT}{ST}$~~ $\frac{4r}{SW} = \frac{2\sqrt6}{5} = \cos\angle S$

то $SW = \frac{4r \cdot 5}{2\sqrt6} = \frac{10\sqrt6\, r}{6} = \frac{5\sqrt6 \cdot r}{3}$

то $\frac{SW}{SK} = k_2 = \frac{~~SW~~ \; \frac{5\sqrt6}{3}}{~~2\sqrt6~~ \; 2\sqrt6} = \frac56$,

где $k_2 = \frac{A_1B_1}{A_2B_2}$, тогда $\frac{S_{A_2B_2C_2}}{S_{A_1B_1C_1}} = \left(\frac65\right)^2 \Rightarrow S_{A_2B_2C_2} = \frac{36}{25} \cdot 4 = \frac{144}{25}$.



Ответ: $\arcsin\frac15$; $S = \frac{144}{25}$.

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~$\cos 7x + \cos 3x$~~

№2.

преобр-ем. ур-ние

$2\cos 5x \cos 2x - \sqrt{2}(\cos 5x - \sin 5x)(\cos 5x + \sin 5x) = 2\sin 5x \cos 2x$

$2\cos 2x(\cos 5x - \sin 5x) - \sqrt{2}(\cos 5x - \sin 5x)(\cos 5x + \sin 5x) = 0.$

$(\cos 5x - \sin 5x)(2\cos 2x - \sqrt{2}\cos 5x - \sqrt{2}\sin 5x) = 0.$

$\cos 5x - \sin 5x = 0$, то $\operatorname{tg} 5x = 1 \Rightarrow 5x = \frac{\pi}{4} + \pi k \Rightarrow x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5}$, $k \in Z$.

или $2\cos 2x = \sqrt{2}\cos 5x + \sqrt{2}\sin 5x$ то обоз $\sqrt{2} = \cos\frac{\pi}{4}$.

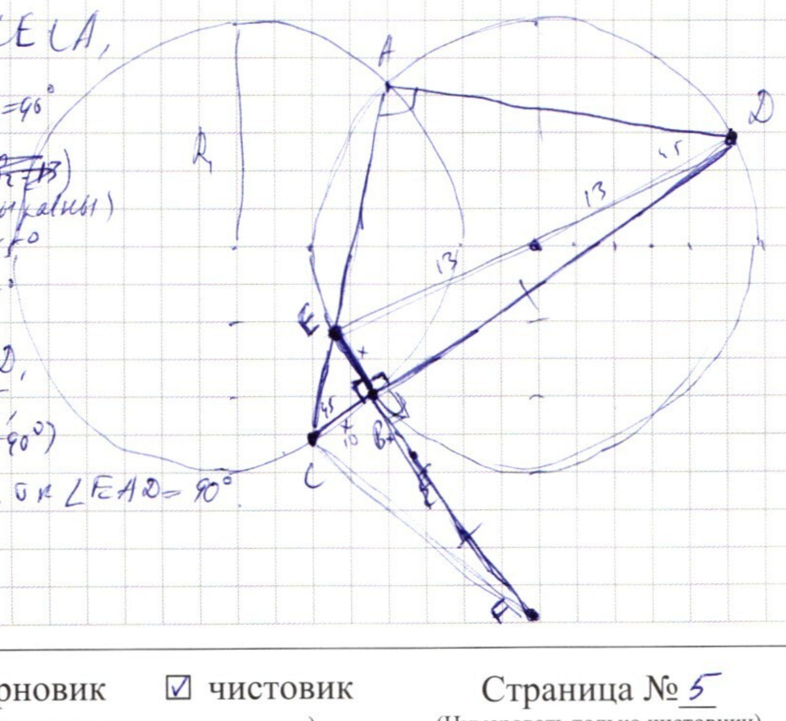
$\cancel{2}\cos 2x = \cancel{2}\cos(\frac{\pi}{4} - 5x)$.

$\cos 2x = \cos(\frac{\pi}{4} - 5x) \Rightarrow \left[\begin{array}{l} 2x = \frac{\pi}{4} - 5x + 2\pi k \\ 2x = -\frac{\pi}{4} + 5x + 2\pi k \end{array}\right. \left[\begin{array}{l} 7x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k \\ 3x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k. \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{28} + \frac{2\pi k}{7} \\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi k}{3} \end{array}\right., k \in Z.$

Ответ: $x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5}$ или $x = \frac{\pi}{28} + \frac{2\pi k}{7}$ или $x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi k}{3}$, где $k \in Z$

№6




а) т.к $\angle CAD = 90°$, и $CB \cdot CD = CE \cdot CA$,

то $\triangle CBE \sim \triangle CDA$, причем $\angle CBE = 90°$

$\angle ACB = \angle ADB = \frac{1}{2} \cup AB$ ($R_1 = R_2 = 13$) (равнорадиусны)

то в $\triangle CAD$: $\angle C = \angle D = \frac{180 - 90}{2} = 45°$

то и в $\triangle CBB$: $CB = BE$, $\angle C = \angle E = 45°$

то и $\triangle CBF = \triangle BED$ ($FB = BD$, $CB = BE$, $\angle B = 90°$)

то $CF = ED$, а $ED = 2R$, т.к $\angle EAD = 90°$

то $CF = 26$

а) Ответ: $CF = 26$.

б) $CB = BE = 10$, то

в $\triangle EBD$ по т. Пиф:

$BD = \sqrt{196-100} = \sqrt{96} =$

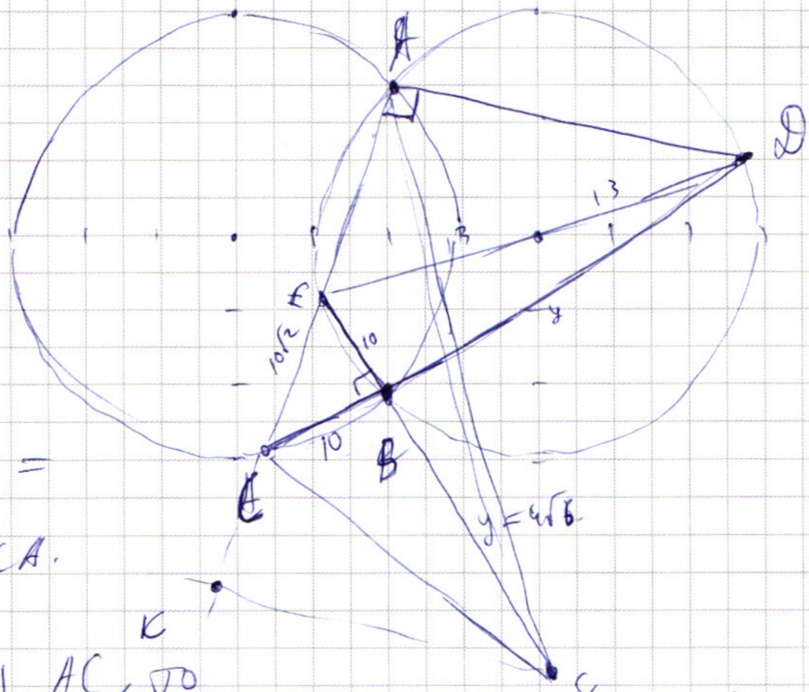
$= \sqrt{12\cdot 8} = 2\sqrt{3}\cdot 2\sqrt{2} = 4\sqrt{6}$

$\triangle CBE \sim \triangle CAD$, то

$\frac{CB}{CA} = \frac{CE}{CD} \Rightarrow$

$\Rightarrow \cancel{CB}\ CA = \frac{CD\cdot CB}{CE} =$

$= \frac{(10+4\sqrt{6})\cdot 10}{10\sqrt{2}} = CA.$




Опустим $FK \perp AC$, то

$\triangle KEF = \triangle ACD$ ($\angle A = \angle K = 90°$, $EF = CD = EB + BF = CB + BD$, $\angle E = \angle C = 45°$)

то $KF = AD = AC = \frac{(10+4\sqrt{6})10}{10\sqrt{2}}$.

то $S_{ACF} = \left(\frac{(10+4\sqrt{6})10}{10\sqrt{2}}\right)^2 \cdot \frac{1}{2} = \frac{100+80\sqrt{6}+96}{2}\cdot\frac{1}{2} =$

$= \frac{100+80\sqrt{6}+96}{4} = 25+20\sqrt{6}+24 = \underline{49+20\sqrt{6}}.$

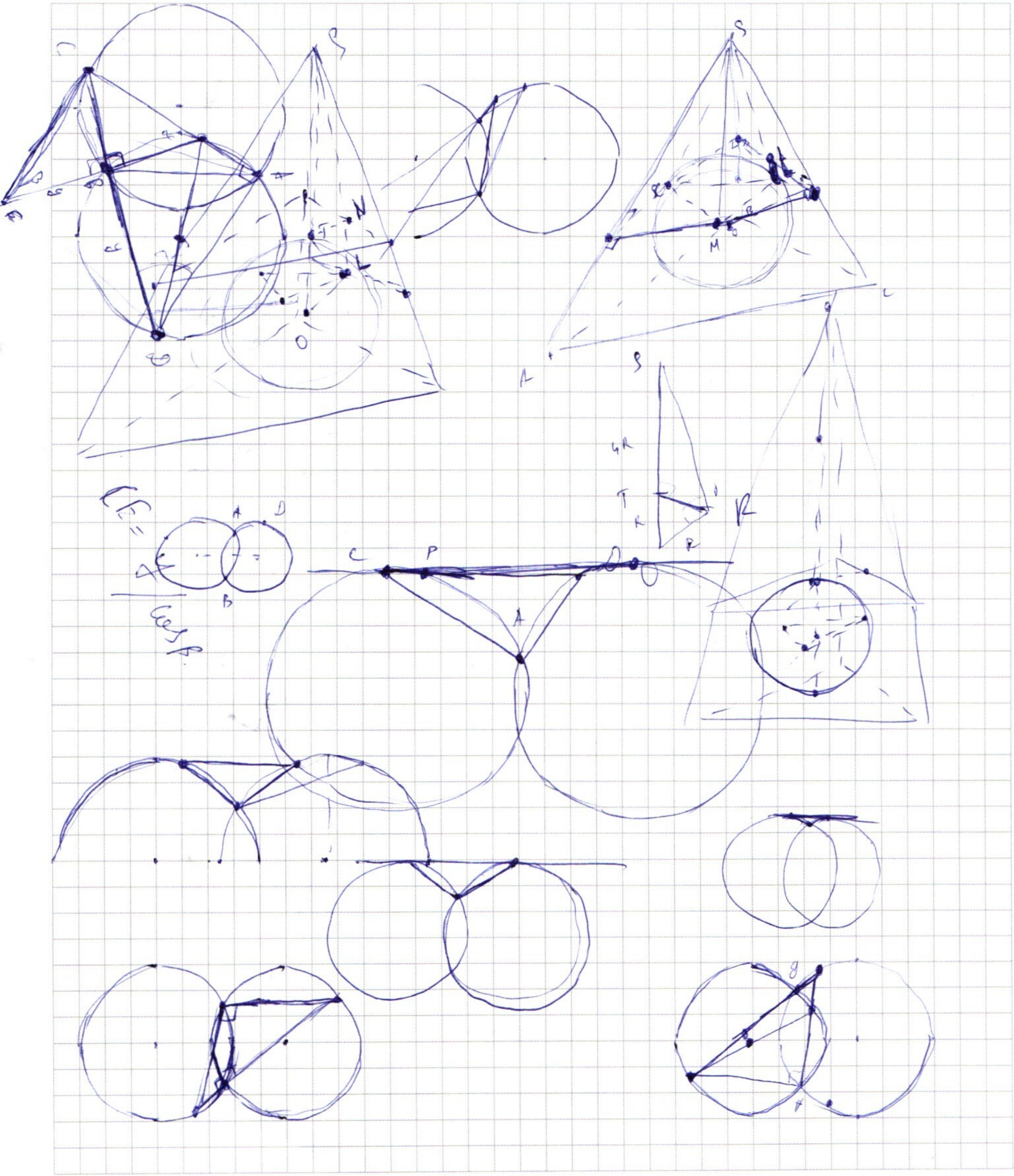
Ответ: а) 26.

б) $49+20\sqrt{6}$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

$85+3^{81}\cdot 5-5-3^{5}-4\cdot 3^{81}=$

$=3^{81}+80-3^{5}$

$85+3^{81}\cdot 6-6-3^{x}+4\cdot 3^{81}=$

$=2\cdot 3^{81}+79-3^{6}$

$3^{81}\cdot 81-81+85-3^{81}-4\cdot 3^{81}$

$3^{81}\cdot 81+4-5\cdot 3^{81}$

$85+3^{81}\cdot 185-185-3^{185}+4\cdot 3^{81}$

$3^{81}\cdot 181-100-3^{185}$

$85+3^{81}\cdot 120-120-3^{120}+4\cdot 3^{81}$

$3^{81}\cdot 116-35-3^{120}$

$85+3^{81}\cdot 100-100-3^{100}-4\cdot 3^{81}$

$\cancel{99\cdot 3^{81}-15-4\cdot 3^{81}}$

$85+100\cdot 3^{81}-100-3^{100}-4\cdot 3^{81}$

$96\cdot 3^{81}-3^{100}-15$

$85+3^{81}\cdot 90-90-3^{90}-4\cdot 3^{81}$

$86\cdot 3^{81}-5-3^{90}$

$3^{85}$

$\cancel{85}+3^{81}\cdot 85-\cancel{85}-3^{85}-4\cdot 3^{81}$

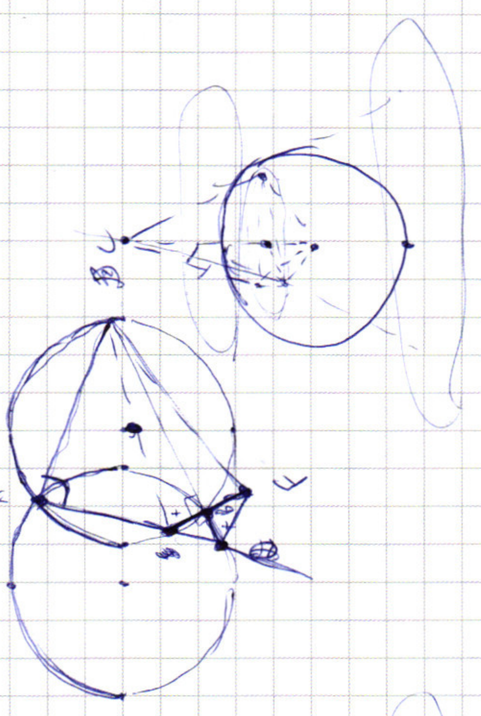
$81\cdot 3^{81}-3^{85}$

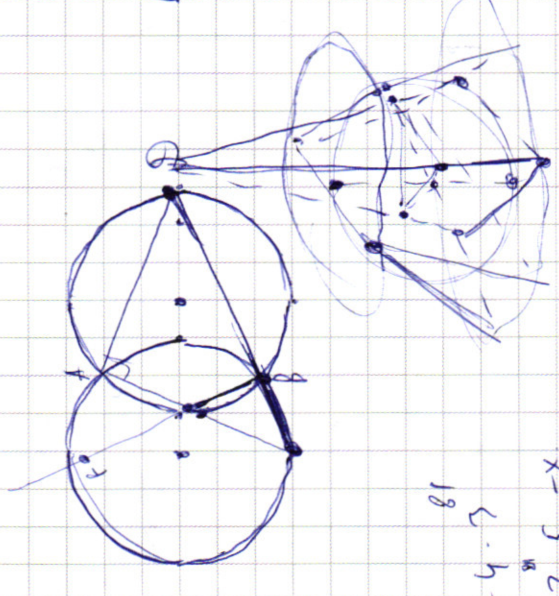
$85+3^{81}\cdot 5-5-3^{5}-4\cdot 3^{81}$

$80+3^{81}-3^{5}$

$85+3^{81}\cdot 85-85$

$85+3^{81}\cdot 85-85-3^{85}-4\cdot 3^{81}=81\cdot 3^{81}-3^{85}$



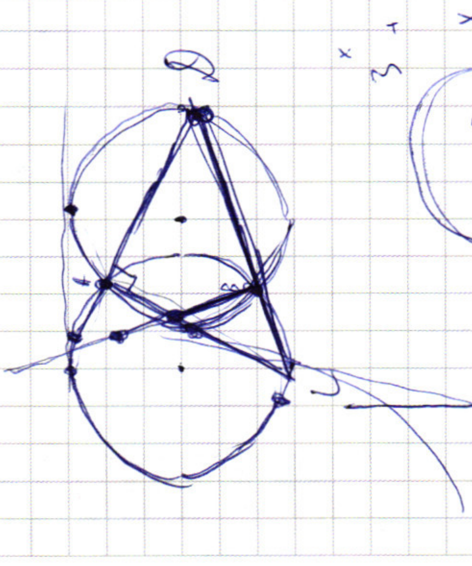


$3^{x}+$

$3^{x}+4\cdot 3^{81}$

$y>85+3^{x}-x$

$3^{x}-85-3^{81}>0$



$y=85+3^{x}+4\cdot 3^{81}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

Разложим на делители данное число. (однозначные числа).

$16875 = 5\cdot5\cdot5\cdot5\cdot3\cdot3\cdot3.$

$16875 : 5 = 3375$; $3375 : 5 = 675$; $675 : 5 = 135$; $135 : 5 = 27$; $27 = 3\cdot3\cdot3$

Всего число 16875 имеет 7 ~~од~~ однозначных делителей-цифр. Тогда восьмое число = 1. (цифра-делитель)

Найдем ~~вс~~ кол-во таких чисел.

$8\cdot7\cdot6\cdot\underbrace{5\cdot4}_{20}\cdot\underbrace{3\cdot2}_{6}\cdot1 = 40320.$

120; 720.

$720\cdot7 = 5040$; $5040\cdot8 = 40320$

Посчитаем кол-во вариантов, когда одно число повторяется несколько раз (если переставить, например, две одинаковые цифры, будет то же число)

$(1\cdot2\cdot3)\cdot(1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6)\cdot(5)\cdot(1\cdot2\cdot3\cdot4)$

$(1\cdot2\cdot3)\cdot(1\cdot2\cdot3\cdot4)\cdot8$

$$C_8^3\cdot C_5^4 = \frac{8!}{(8-3)!\,3!}\cdot\frac{5!}{1!\cdot4!} = \frac{8!}{\cancel{5!}\,3!}\cdot\frac{\cancel{5!}}{1!\cdot4!} = \frac{5\cdot6\cdot7\cdot8}{2\cdot3} = 280$$

$\underbrace{5\cdot4}_{20}\cdot\underbrace{3\cdot2\cdot1}_{6}\cdot8$ — 120. 960

$|x-y|+|y+x|=8$

$y = 3^x + 4\cdot3^{\,?}$ ; $3^x + 4\cdot3^{-x} = 5\cdot...$ ; $4\lg(4+x)\lg x = \lg(1000+\lg(4+x))\lg(4-x)$

№ 2.

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2}\cos 10x = \sin 7x + \sin 3x \qquad (2\cos^2 5x - 1)$$

$$2\cos 5x \cos 2x - \sqrt{2}\cos 10x = 2\sin 5x \cos 2x.$$

$(\cos 5x \cdot 2)$

$$2\cos 5x \cos 2x - \sqrt{2}(\cos^2 5x - \sin^2 5x) = 2\sin 5x \cos 2x$$

$$2\cos 2x(\cos 5x - \sin 5x) - \sqrt{2}(\cos 5x - \sin 5x)(\cos 5x + \sin 5x) = 0$$

$$\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y}$$

№ 3. $2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0.$ ~~$2\cos x$~~

Преобразуем: $(2y \quad +x)(y-4 \quad +x) = 0 \qquad 2y^2 - 8y - 2yx + xy - 4x - x^2 = 0$

$(2y+x)(y-4-x) = 0 \qquad 2y^2 - 8y - 2yx + xy - 4x - x^2$

если ~~$2y = -x$, то~~ $x = -2y$, то подставим в $1^{ое}$ ур-ние

$$\left(\frac{(-2y)^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (2y)^{\lg(2y^2)} \Rightarrow (16y^2)^{\lg y} = (2y)^{\lg(2y^2)}. \text{ то}$$

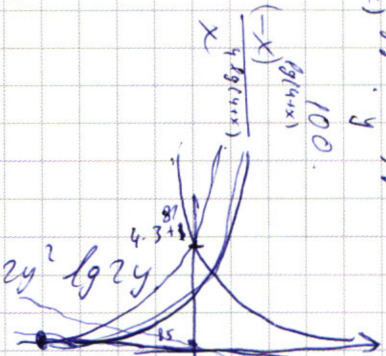
~~то $2(4y)^{2\lg y} = 2y^{\lg 2y^2}$~~

$$(4y)^{\lg y^2} = (2y)^{\lg 2 +} (2y)^{\lg y^2}.$$

$$y = -\frac{x}{2}. \quad \frac{x^{4 \cdot 4}}{x^2}\left(\frac{x^2}{4x}\right) \qquad (16y^2)^{\lg y} = (2y)^{\lg 2y^2}$$

$$(4y)^{\lg y^2} = 2y^{\lg} \qquad (16y^2)^{\lg y} = (2y)^{\lg 2y^2}.$$

$$(2^4 y^2)^{\lg y} = 2y^{\lg 2y^2}$$



$$\lg y \lg 16y^2 = \lg 2y^2 \lg 2y$$

$$\lg y \cdot (\lg 16 + \lg y^2) = (\lg 2 + \lg y^2)(\lg 2 + \lg y)$$

$\lg y = t$, то $t(\lg 16 + 2t) = \lg^2 2 + (\lg 2)t + 2\lg 2 \cdot t + 2t^2$

$$t\lg 16 + \cancel{2t^2} = \lg^2 2 + \lg 2\, t + 2\lg 2\, t + \cancel{2t^2}$$

$$t(\lg 16 - 3\lg 2) = \lg^2 2. \qquad y = 4 + x$$

$$t = \frac{\lg^2 2}{\lg 16 - \lg 8} = \frac{\lg^2 2}{\lg 2} = \lg 2. \Rightarrow \lg y = \lg t.$$

$$y = 2.$$

если. $y = 4 + x$ то.

$$\left(\frac{x^4}{(4+x)^2}\right)^{\lg(4+x)} = (-x)^{\lg(-x\cdot(4+x))} \qquad \frac{x^4}{y^2}$$

ОДЗ $y > 0$

$-xy > 0.$

$xy < 0.$

$x < 0.$

$$x^{4\lg(4+x)} = (-x)^{\lg x + \lg(4+x)}.$$

$$y^{4\lg y} = 10^2$$

$$x^{4\lg(4+x)} = -10 \cdot (-x)^{\lg(4+x)} \cdot y^2 \qquad y^{4\lg y} = -x^{\lg -x} \cdot -x^{\lg y} \cdot y^{2\lg y}$$

$$10 \cdot (-x)^{\lg y} \cdot 100 = x^{4\lg y}$$

$10 \cdot$