МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 6 ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра(
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2}\cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM, если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO, равны 4 и 9.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12, \\ (|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y), удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geqslant 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + \left(3^{81} - 1\right)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1. Разложим число 16875 на делители, каждый из которых от 1 до 9 (0 - не может присутствовать в числе, т. к. тогда произведение всех цифр будет равно 0): $16875 = 5 \cdot 3375 = 5 \cdot 5 \cdot 675 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 135 = 5^4 \cdot 27 = \underline{5^4 \cdot 3 \cdot 9} = \underline{5^4 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}$

Есть два варианта восьмизначных чисел:

1) Число содержит четыре пятёрки, одну тройку, одну девятку и соответсвенно 2 единицы. Тогда кол-во таких восьмизначных чисел:

• выберем позиции для единиц: $\frac{8 \cdot 7}{2}$ вариантов расположения двух единиц.

для тройки: осталось 6 позиций

для девятки: осталось 5 позиций

остальные 4 пятёрки определятся однозначно. Всего вариантов: $\frac{8 \cdot 7}{2} \cdot 6 \cdot 5 = 28 \cdot 30 = 840$ вариантов

2) Число содержит четыре пятёрки, три тройки и соответсвенно 1 единицу. В таком случае вариантов расположения цифр: 8-позиций для единицы;

$\frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3}$ - позиций для 3 троек; Тогда оставшиеся пятёрки определятся однозначно. Всего вариантов: $8 \cdot \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 8 \cdot 7 \cdot 5 = 280$ вариантов

Складывая оба случая, получаем общее количество таких различных восьмизначных чисел: $840 + 280 = 1120$

Ответ: 1120

№3. $\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 \end{cases}$ Из первого ур-ния рассмотрим О.Д.З.:

$\begin{cases} y > 0 \\ -xy > 0 \end{cases} \iff \begin{cases} y > 0 \\ x < 0 \quad (-x > 0) \end{cases}$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Рассмотрим первое ур-ние ($x<0$; $y>0$):

$\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}$ Возьмём логарифм от обеих частей по основанию 10. (учитывая то, что $\frac{x^4}{y^2}>0$; $-x>0$)

$\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} \overset{x<0}{\Leftrightarrow} \lg\left(\frac{(-x)^{4\lg y}}{y^{2\lg y}}\right) = \lg(-x)^{\lg(-xy)} \underset{t>0\,(x<0)}{\overset{t\leftrightharpoons -x}{\Leftrightarrow}}$

$\Leftrightarrow \lg t^{4\lg y} - \lg y^{2\lg y} = \lg t^{\lg(ty)} \Leftrightarrow 4\lg y \lg t - 2\lg^2 y = \lg(ty)\lg t \underset{\lg ab = \lg a + \lg b}{\overset{\text{о.д.з.}}{\Leftrightarrow}}$

$\Leftrightarrow 4\lg y\lg t - 2\lg^2 y = \lg^2 t + \lg y \lg t \underset{b\leftrightharpoons \lg y}{\overset{a\leftrightharpoons \lg t = \lg(-x)}{\Leftrightarrow}} 4ab - 2b^2 = a^2 + ab \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow a^2 - 3ab + b^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=b \\ a=2b \end{array}\right. \underset{b=\lg y}{\overset{a=\lg(-x)}{\Leftrightarrow}} \left[\begin{array}{l} \lg(-x) = \lg y \\ \lg(-x) = 2\lg y \end{array}\right. \overset{\text{о.д.з.}}{\Leftrightarrow} \left[\begin{array}{l} -x=y \\ -x=y^2 \end{array}\right.$

Подставим первое решение во второе ур-ние:

$2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 \overset{-x=y}{\Leftrightarrow} 2y^2 + y^2 - y^2 + 4y - 8y = 0 \Leftrightarrow y(y-2) = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=0 \text{ – не подходит, т.к. } y>0 \\ y=2 \end{array}\right. \Rightarrow \begin{cases} y=2 \\ x=-2 \end{cases}$ в ответ: $\{(-2;2)\}$

Подставим второе решение во второе ур-ние: ($-x=y^2$)

$2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 \Leftrightarrow 2y^2 + y^3 - y^4 + 4y^2 - 8y = 0 \Leftrightarrow y^4 - y^3 - 6y^2 + 8y = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow y(y^3 - \cancel{8}y^2 - 6y + 8) = 0 \Leftrightarrow y(y-2)(y^2+y-4) = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=0 \text{ – не подходит, т.к. } y>0 \\ y=2 \\ y=\frac{-1\pm\sqrt{17}}{2} \end{array}\right.$ $\left(\frac{-1-\sqrt{17}}{2}<0\right.$ – не подходит $\overset{y>0}{\Leftrightarrow} \left[\begin{array}{l} y=2 \\ y=\frac{\sqrt{17}-1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} y=2 \\ x=-4 \end{cases} \\ \begin{cases} y=\frac{\sqrt{17}-1}{2} \\ -x=\frac{18-2\sqrt{17}}{4} \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} y=2 \\ x=-4 \end{cases} \\ \begin{cases} y=\frac{\sqrt{17}-1}{2} \\ x=-4{,}5+0{,}5\sqrt{17} \end{cases} \end{array}\right.$ Оба решения в ответ.

Ответ: $\{(-4;2); (-2;2); (-4{,}5+0{,}5\sqrt{17}; \frac{\sqrt{17}-1}{2})\}$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5. $\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12 \\ (|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a \end{cases}$ Заметим, что для второго ур-ния если $(x_0; y_0)$ - пара, являющаяся решением, то и пары $(x_0; -y_0), (-x_0; y_0), (-x_0; -y_0)$ - также являются решениями (если $x_0; y_0 \neq 0$). От двух таких пар надо избавиться (при помощи первого ур-ния). Рассмотрим первое ур-ние: видно, что если пара $(x_0; y_0)$ $(x_0, y_0 \neq 0)$ - решение, то и пара $(x_0; -y_0)$ - решение. Тогда будем искать такие решения первого ур-ния, что подходит лишь один x_0.

Сначала заметим, что $a \geq 0$. Отдельно рассмотрим $a = 0$:

$(|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 6 \\ y = \pm 8 \end{cases}$ - ниодна из 4 пар не является решением Iого уравнения.

В случае когда пары $(x_0; y_0)$ и $(x_0; -y_0)$ - решения Iого ур-ния - совпадают:

$y_0 = -y_0 \Rightarrow y_0 = 0 \Rightarrow x = 0 \vee x = 12 \Rightarrow a = 100$ - в ответ.

Итак, в первом ур-нии: 1)] $x-6 \geq y$; $x-6 \geq -y$:

$2x - 12 = 12 \Leftrightarrow x = 12 \Rightarrow y \in [-6; 6] \Rightarrow a \in [36+4; 36+64] = [40; 100]$

2) $x-6 < y$; $x-6 > -y \Leftrightarrow y > 6-x$:

$-(x-6-y) + x-6+y = 12 \Leftrightarrow -x+y+6+x+y-6 = 12 \Leftrightarrow y = 6 \Rightarrow x \in (0; 12) \Rightarrow$

$\Rightarrow (|x|-6)^2 + 4 = a \Rightarrow a \in [4; 40)$

3) $x-6 \geq y$; $x-6 < -y \Leftrightarrow y \leq 6-x$

$x-6-y-(x-6+y) = 12 \Leftrightarrow x-6-y-x+6-y = 12 \Leftrightarrow y = -6 \Rightarrow x \geq 0 \wedge x < 12$

Этот случай и есть ~~вторая~~ третья и четвёртая пара решений для $a \in [4; 40]$

4) $x-6 < y$; $x-6 < -y$:

$y - x + 6 + 6 - x - y = 12 \Leftrightarrow x = 0 \Rightarrow y > -6 \wedge y < 6$. ~~Этот случай и есть вторая~~

Тогда $36 + (|y|-8)^2 = a \Rightarrow a \in (40; 100)$ - т.е. это 3 и 4 пара решений для $a \in (40; 100)$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Тогда к возможным остаются $a \in \{4; 40; 100\}$. Проверим:

Из них лишь для $a=40$ — более двух решений: $(12;6), (12;-6), (0;6), (0;-6)$

Ответ: $a \in \{4; 100\}$

№4.

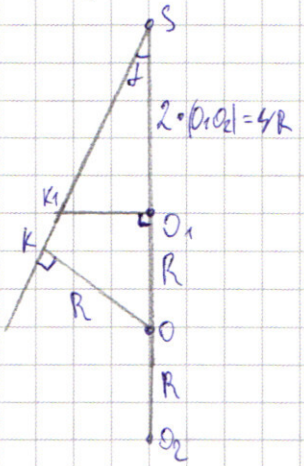
Обозначим $(\cdot) O_1 \in SO$ — точка касания плоскостью сферы, где плоскость $\perp SO$ и образует с трёхгранным углом сечение, площадью 4.

Аналогично $(\cdot) O_2 \in SO$ — образует сечение, площадью 9.

Эти две пл-ти параллельны (т.к. каждая из них $\perp SO$), а значит отсекают от угла (трёхгранного) пропорциональные отрезки. (Пространственная теорема Фалеса)

Тогда площади сечений относятся как k^2, где $k = \frac{SO_1}{SO_2} \Rightarrow k = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{SO_1}{SO_2} = \frac{2}{3}$

Т.к. $\overrightarrow{SO} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{SO_1} + \overrightarrow{SO_2})$ ($(\cdot)O$ — середина O_1O_2), то $SO = \frac{5}{4} SO_1$. Найдём угол KSO, для этого построим рисунок точек K, S, O_1, O, O_2; R — радиус сферы:



1) $\angle OKS = 90^\circ$ ($(\cdot)K$ — точка касания, радиус в эту точку $\perp$ касательной)

2) $SO_1 = \frac{2}{3} SO_2 \Rightarrow SO_1 = 4R$; $O_1O_2 = 2R$; $SO = 5R$

3) Тогда SK по т. Пиф.: $SK^2 = (5R)^2 - R^2 = 24R^2 \Rightarrow SK = R\sqrt{24}$

4) $\angle KSO$: ~~т. косинусов~~ $\sin\alpha = \sin\angle KSO = 0{,}2$ $\left(\frac{R}{5R}\right) \Rightarrow \angle KSO = \arcsin(0{,}2)$

5) Для нахождения площади сечения трёхгранного угла плоскостью KLM необходимо знать пропорцию $SK_1 : SK$ (Аналогично тому как $SO_1 : SO_2$)

Для этого: $\triangle SKO \sim \triangle SO_1K_1 \Rightarrow \frac{SK_1}{SO} = \frac{SO_1}{SK} \Leftrightarrow \frac{SK_1}{5R} = \frac{4R}{R\sqrt{24}} \Rightarrow SK_1 = R\frac{20}{\sqrt{24}}$

Тогда $\frac{SK_1}{SK} = \frac{20}{24} = \frac{5}{6} \Rightarrow k = \frac{5}{6}$ Тогда их площади (площади сечений плоскостями O_1K_1, у которой площадь по условию 4 и сечения пл-тью KLM) относятся как k^2. (Из того, что $(KLM) \perp SO$ также следует, что $(KLM) \parallel$ плоскостям, указанным в условии)

$S_{\text{сечения}(KLM)} = \frac{4}{k^2} = \frac{4}{\left(\frac{5}{6}\right)^2} = \frac{4 \cdot 36}{25} = \frac{144}{25} = 5\frac{19}{25}$

Ответ: $\angle KSO = \arcsin(0{,}2)$; площадь сечения $(KLM) = 5\frac{19}{25}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6. $\exists$ (·)O_1 – центр первой окружности ((·)$C \in S_{13}^{O_1}$)

а (·)O_2 – центр второй окружности ((·)$D \in S_{13}^{O_2}$)

1) Т.к. $BF \perp CD$, по Т. Пиф.: $CF^2 = CB^2 + BF^2$, $BF = BD$ $\Rightarrow CF^2 = CB^2 + BD^2$

2) Обозначим $\angle CO_1B$ как $\angle\alpha$; $\angle BO_2D$ как $\angle\beta$. Тогда $\angle BO_1A = \gamma = \angle BO_2A$

($\triangle ABO_1 = \triangle ABO_2$ – по трём сторонам)

№7. $\begin{cases} y \geq 3^x + y \cdot 3^{81} \\ y < 85 + x(3^{81} - 1) \end{cases}$ Заметим, что для $x<0$ нет решений (второе ур-ние <0 $\forall x<0, x\in\mathbb{Z}$) для $x=0$ – также нет решений.

$3^x + 4\cdot 3^{81} \leq y < 85 + x(3^{81}-1)$ Найдём для $\forall x$ мн-во целых решений, а так как $y \in \mathbb{Z}$, то кол-во подходящих y_0 для какого-либо x_0 и есть $85 + x(3^{81}-1) - 3^x - 4\cdot 3^{81} = f(x) = 85 + 3^{81}(x-4) - x - 3^x$

Заметим, что $f(4) = 0$ и что $f(85) = 0$

Тогда ответом будет $\sum(85+3^{81}(x-4) - x - 3^x)$, где x пробегает все целые числа от 5 до 84

$$\sum_{x=5..84}(85+3^{81}(x-4)-x-3^x) = \sum_{x=5..84}85 + \sum_{x=5..84}3^{81}(x-4) - \sum_{x=5..84}x - \sum_{x=5..84}3^x =$$

алгебраические прогрессии   геометрическая прогрессия.

$$= 85\cdot 80 + 3^{81}(81\cdot 40) - \frac{5+84}{2}\cdot 80 - \frac{3^5(3^{80}-1)}{2} = 6800 + 3240\cdot 3^{81} - 3560 -$$

$$- \frac{3^4\cdot 3^{81} - 3}{2} = 3240 - 1{,}5 + 3^{81}\cdot\left(\frac{3240\cdot 2 - 81}{2}\right) = 3238{,}5 + \frac{6399}{2}\cdot 3^{81} =$$

$$= 3238{,}5 + 3199{,}5\cdot 3^{81}$$ Ответ: $3238{,}5 + 3199{,}5\cdot 3^{81}$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2}\cos 10x = \sin 7x + \sin 3x \iff$

$// \cos 10x = \cos(7x+3x) = \cos 7x \cos 3x - \sin 7x \sin 3x //$

$\iff \cos 7x - \sqrt{2}\cos 7x \cos 3x + \cos 3x = \sin 7x - \sqrt{2}\sin 7x \sin 3x + \sin 3x$

Обозначим $\cos 7x = a$, $\sin 7x = \pm\sqrt{1-a^2}$

$\cos 3x = b$, $\sin 3x = \pm\sqrt{1-b^2}$

~~$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$~~ Тогда $a - \sqrt{2}\,ab + b = \sqrt{1-a^2} - \sqrt{2}\sqrt{1-a^2}\sqrt{1-b^2} + \sqrt{1-b^2}$

№3 $\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 \end{cases}$ $\quad \frac{x^{4\lg y}}{y^{2\lg y}} = (-x)^{\lg(-xy)}$ ОДЗ: $\begin{cases} x<0 \\ y>0 \end{cases}$

$2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 1{,}75y^2 + \underline{0{,}25y^2 - xy + x^2} - 2x^2 - 4x - 8y =$

$= (0{,}5y - x)^2 + 1{,}75y^2 = 2x^2 + 4x + 8y$

Или $2y(y-4) - x(x+4) - xy = 0$

$y^2 + y^2 - 2xy + x^2 + xy - 2x^2 - 4x - 8y = (y-x)^2 + y^2 + xy - 2x^2 - 4x - 8y$

$\frac{x^{4\lg y}}{y^{2\lg y}} = -x^{\lg(-xy)} \overset{a>0,\,b>0,\; a=b \iff \lg a = \lg b}{\iff} \lg x^{4\lg y} - \lg y^{2\lg y} = \lg -x^{\lg(-xy)} \iff$

$\iff 4\lg y \lg(-x) - 2\lg^2 y = \lg(-xy)\lg(-x) \overset{t=-x,\ t>0}{\iff} 4\lg y \lg t - 2\lg^2 y =$

$= \lg^2 t + \lg t \lg y \overset{\lg(-x)=\lg t = a,\ \lg y = b}{\iff} 4ab - 2b^2 = a^2 + ab \iff a^2 - 3ab + 2b^2 = 0 \iff$

$\iff a(a-b) + 2b(b-a) = 0 \iff (a-2b)(a-b) = 0 \iff \left[\begin{aligned} a &= 2b \\ a &= b \end{aligned}\right. \iff$

$\iff \left[\begin{aligned} \lg(-x) &= 2\lg y \\ \lg(-x) &= \lg y \end{aligned}\right. \overset{-x>0,\ y>0}{\iff} \left[\begin{aligned} -x &= y^2 \\ -x &= y \end{aligned}\right.$ Подставим во второе уравнение:

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

$-x>0\ (x<0);\ y>0;\quad 1)\ -x=y^2$

Тогда $2y^2-xy-x^2-4x-8y=0 \Leftrightarrow 2y^2+y^3-y^4+4y^2-8y=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow y^4-y^3-6y^2+8y=0 \Leftrightarrow y(y^3-y^2-6y+8)=0 \Leftrightarrow y(y-2)(y^2+y-4)=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow y(y-2)\left(y-\left(\frac{-1\pm\sqrt{17}}{2}\right)\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=0 \text{ — не подходит } (y>0) \\ y=2 \\ y=\frac{-1-\sqrt{17}}{2} \text{ — не подходит } (y>0) \\ y=\frac{-1+\sqrt{17}}{2} \end{array}\right.$ $\quad \overset{y>0}{\underset{-x=y^2}{\Leftrightarrow}}$

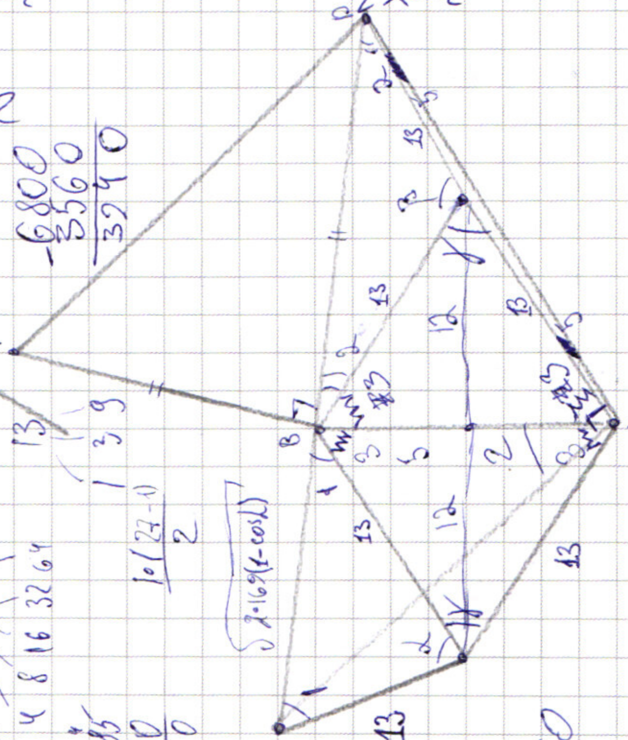
$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} y=2 \\ x=-4 \end{cases} \\ \begin{cases} y=\frac{\sqrt{17}-1}{2} \\ x=-\left(\frac{17-2\sqrt{17}+1}{4}\right) \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} y=2 \\ x=-4 \end{cases} \\ \begin{cases} y=\frac{\sqrt{17}-1}{2} \\ x=0{,}5\sqrt{17}-4{,}5 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=-4 \\ y=2 \end{cases} \\ \begin{cases} x=0{,}5\sqrt{17}-4{,}5 \\ y=0{,}5\sqrt{17}-0{,}5 \end{cases} \end{array}\right.$

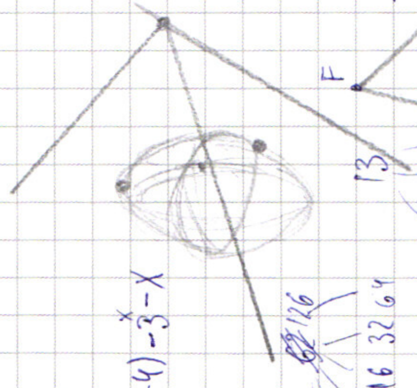
$2)\ -x=y$ Тогда $2y^2-xy-x^2-4x-8y=0 \Leftrightarrow 2y^2+y^2-y^2+4y-8y=0 \Leftrightarrow$

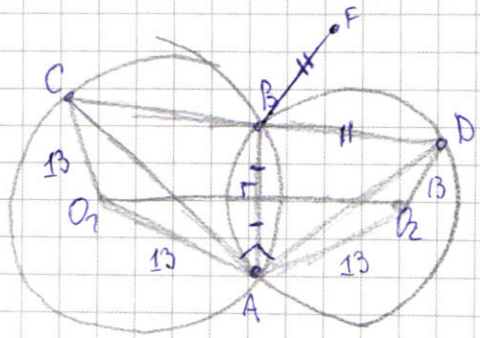
$\Leftrightarrow 2y^2-4y=0 \Leftrightarrow 2y(y-2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=0 \text{ — не подходит } (y>0) \\ y=2 \end{array}\right. \overset{y>0}{\Rightarrow} \begin{cases} y=2 \\ x=-2 \end{cases}$

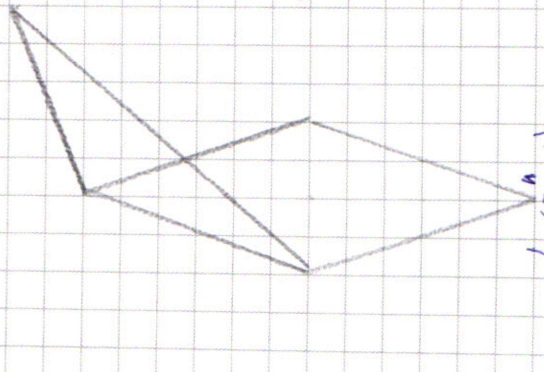
$|x-6-y|+|x-6+y|=12$

$y=0 \Rightarrow |2x-12|=12\ (x=0;\ x=12)$









$\sqrt{6}$

$x>0 \\ x=0 \Rightarrow x>0$

$85+3^{81}\cdot x-3-4\cdot3^{81}=85+3^{81}(x-4)-3-x$

$6800-3560=3240$

$85\cdot80=6800$

$89\cdot40=3560$

$6480-81=6399$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА