

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 6

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 4 и 9.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12, \\ (|x| - 6)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
- б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Чистовик

№1

Итого $A = \overline{a_1 a_2 \dots a_8} \quad | \quad a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_8 = 16875$

разложим 16875 на множители

$$\begin{array}{r|l} 16875 & 5 \\ 3375 & 5 \\ 675 & 5 \\ 135 & 5 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad 16875 = 5^4 \cdot 3^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$$

$\Rightarrow$ число A может состоять из цифр 5 и 3

найдем другие вар-ты цифр: $5 \cdot 3 = 15$ - не может быть 1 из цифр A
 $5 \cdot 5 = 25$ - аналогично
 $3 \cdot 3 = 9$ - может быть одной из цифр числа

$$3^3 \cdot 5^4 = 16875$$

7 множителей, а цифр - 8 $\Rightarrow$ недостающими цифрами явл. единицы

Тогда есть 2 набора цифр, составляющих A :

а) 5, 5, 5, 5, 3, 3, 3, 1

б) 5, 5, 5, 5, 9, 3, 1, 1

Найдем кол-во вариантов составить число A из каждого набора:

$$a) N_1 = \frac{8!}{4! \cdot 3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{2 \cdot 3 \cdot 1} = 8 \cdot 7 \cdot 5 = 40 \cdot 7 = 280$$

$$б) N_2 = \frac{8!}{4! \cdot 2} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{2} = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 3 = 40 \cdot 21 = 400 \cdot 2 + 40 = 840$$

$$N_{\text{итого}} = 280 + 840 = 320 + 800 = 1020$$

Ответ: 1020

№2

ОДЗ: $x \in \mathbb{R}$

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$\underset{=}{2} \cos 5x \cos \frac{2}{2}x - \sqrt{2} (\cos^2 5x - \sin^2 5x) = \underset{=}{2} \sin 5x \cos 2x$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) - \sqrt{2} (\cos 5x - \sin 5x) (\cos 5x + \sin 5x) = 0$$

$$\sqrt{2} (\cos 5x - \sin 5x) (\sqrt{2} \cos 2x - (\cos 5x + \sin 5x)) = 0$$

$$\nabla 2 \cos(5x + \frac{\pi}{4}) (\sqrt{2} \cos 2x - \sqrt{2} \cos(5x - \frac{\pi}{4})) = 0$$

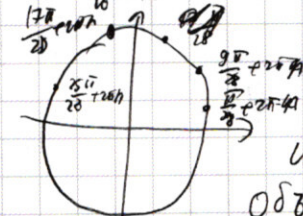
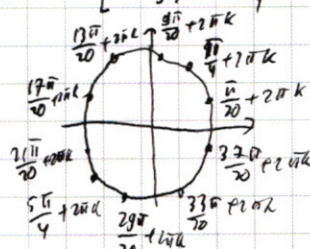
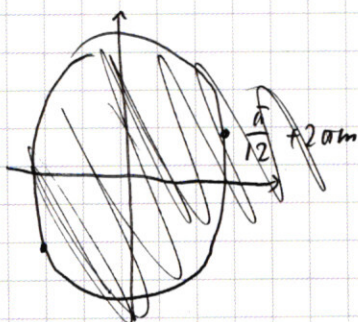
$$\cos(5x + \frac{\pi}{4}) (\cos 2x - \cos(5x - \frac{\pi}{4})) = 0$$

$$\nabla -2 \cos(5x + \frac{\pi}{4}) \sin(\frac{7x - \frac{\pi}{4}}{2}) \sin(\frac{-3x + \frac{\pi}{4}}{2}) = 0$$

$$\nabla \cos(5x + \frac{\pi}{4}) \sin(\frac{7x - \frac{\pi}{4}}{2}) \sin(\frac{3x - \frac{\pi}{8}}{2}) = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} \cos(5x + \frac{\pi}{4}) = 0 \\ \sin(\frac{7x - \frac{\pi}{4}}{2}) = 0 \\ \sin(\frac{3x - \frac{\pi}{8}}{2}) = 0 \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} 5x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \\ \frac{7x - \frac{\pi}{4}}{2} = \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ \frac{3x - \frac{\pi}{8}}{2} = \pi m, m \in \mathbb{Z} \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{l} 5x = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \\ 7x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ 3x = \frac{\pi}{4} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z} \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5}, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{28} + \frac{2\pi n}{7}, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi m}{3}, m \in \mathbb{Z} \end{array} \right.$$



и т.д.
Объединить
результаты
невозможно

$$\text{Ответ: } \left\{ \frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5}, \frac{\pi}{28} + \frac{2\pi n}{7}, \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi m}{3} \right\}, m, n, k \in \mathbb{Z}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} & (*) \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 2y = 0 & (2) \end{cases}$$

$$(2) 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 2y = 0$$

$$2y^2 - 2xy + xy - x^2 - 4x - 2y = 0$$

$$2y(y-x) + x(y-x) - 4(x+y) = 0$$

$$(2y+x)(y-x) - 4(x+y) = 0$$

$$(2y+x)(y-x-4) = 0$$

$$\begin{cases} y = x+4 \\ y = -\frac{1}{2}x \end{cases}$$

$$(1) \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} \Rightarrow \text{обз: } \begin{cases} y > 0 \\ x < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} \\ \begin{cases} y = x+4 \\ y = -\frac{1}{2}x \end{cases} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} y = x+4 \\ \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} \end{cases} & (II) \\ \begin{cases} y = -\frac{1}{2}x \\ \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} \end{cases} & (I) \end{cases}$$

$$(I) \begin{cases} y = -\frac{1}{2}x \\ \textcircled{+} \\ x < 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

$$*i \left(\frac{x^4}{\frac{1}{4}x^2}\right)^{\lg(-\frac{1}{2}x)} = (-x)^{\lg(-x \cdot (-\frac{1}{2}x))}$$

$$4x^2 \lg(-\frac{1}{2}x) = (-x)^{\lg(\frac{1}{2}x^2)}$$

$$4(-x)^{2\lg(-\frac{1}{2}x)} = (-x)^{2\lg(-\frac{1}{2}x)}$$

$$4(-x)^{2\lg(-\frac{1}{2}x)} = (-x)^{2\lg(-\frac{1}{2}x)}$$

$$(-x)^{2\lg(-\frac{1}{2}x)} = 0$$

II: $\begin{cases} \textcircled{*} \\ y = x+4 \\ x < 0 \\ y > 0 \end{cases}$

$$\left(\frac{x^4}{(x+4)^2} \right)^{\lg(x+4)} = (-x)^{\lg(x) + \lg(x+4)}$$

$$x^{4\lg(x+4)} = (-x)^{\lg(-x)\lg(x+4)} \cdot (x+4)^{2\lg(x+4)}$$

$$(-x)^{\lg(x+4)} \left((-x)^{3\lg(x+4)} - (-x)^{\lg(-x)} \cdot (x+4)^{2\lg(x+4)} \right) = 0$$

~~$$(-x)^{\lg(x+4)} \left((-x)^{3\lg(x+4)} - (-x)^{\lg(-x)} \cdot (x+4)^{2\lg(x+4)} \right) = 0$$~~

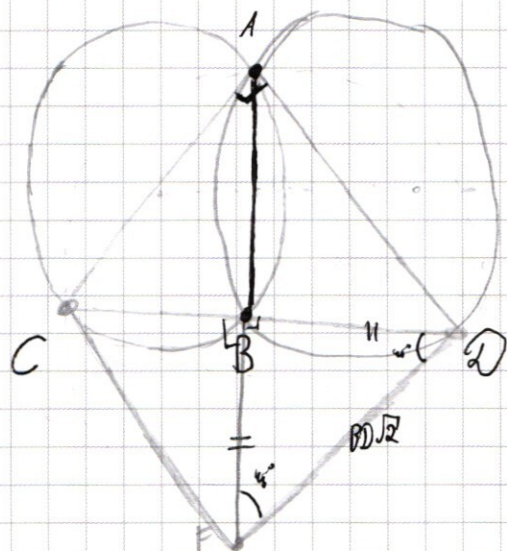
$$\begin{aligned} 10^{3\lg(-x)\lg(x+4)} - 10^{\lg^2(-x)} \cdot 10^{\lg^3(x+4)} &= 0 \\ (x+4)^{3\lg(-x)} - (x+4)^{2\lg(x+4) + \lg_{(x+4)}(-x)\lg(-x)} &= 0 \end{aligned}$$

$$(x+4-1) (3\lg(-x) - 2\lg(x+4) - \lg_{(x+4)}(-x)\lg(-x)) = 0$$

$$(x+4-1) (\lg(-x))$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Nº 6



$$r_1 = r_2 = 13$$

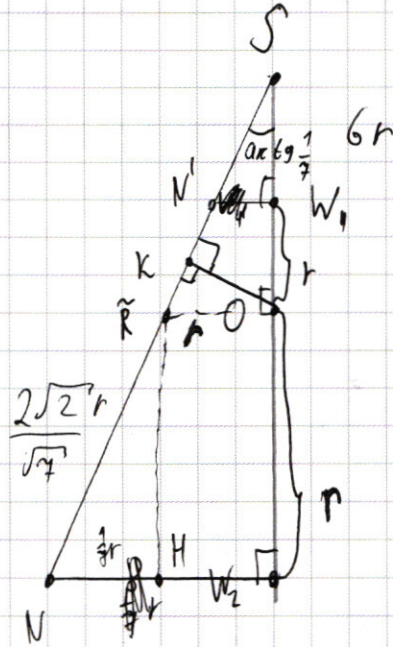
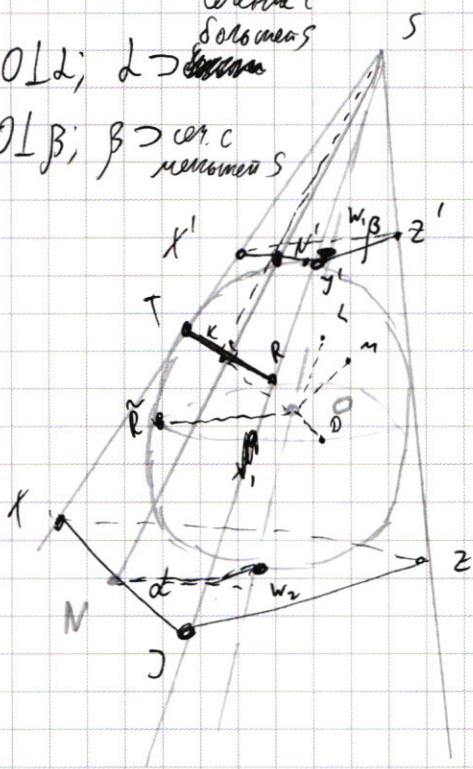
$\angle CAD = 90^\circ$

$$BF = FD, \text{ Haudu: } CF$$

BFLBD

Nº 9

$\alpha \text{I} \text{SO} \text{L} \alpha$; $\alpha \rightarrow$ ^{серия с} ~~большой~~ ^{большой} ~~маленькой~~ ^{маленькой} S



$$\begin{array}{l} \alpha \perp \beta \\ \beta \perp \gamma \end{array} \mid \Rightarrow \alpha \parallel \gamma$$

$$\ln 572 = 72$$

$$\beta \cap \text{SYZ} = \gamma' z'$$

$$L \parallel \beta$$

$$2 \cap Sxy = xy$$

$$\beta \cap \sigma \tau = \beta' \gamma'$$

$$2) \wedge xz = xz$$

$$\beta \cap \Sigma X Z = X' Z'$$

$$\Rightarrow yz \parallel y'z'$$

$$X \cup X'$$

$$XZ \parallel X'Z'$$

$$\begin{array}{l} yz \parallel y'z' \\ \angle ysz \cong \angle y'sz' \end{array} \quad \Rightarrow \quad \triangle ysz \sim \triangle y'sz'$$

$$\Rightarrow \frac{S y'}{S y} = \frac{S x'}{S x} = \frac{S z'}{S z} = \frac{J' z'}{J z} = \frac{x' y'}{x y} = \frac{y' z}{y z}$$

Аналоги: $\Delta SKZ \sim \Delta SKZ'$
 $\Delta SKX \sim \Delta SKX'$

$$\Delta xyz \sim \Delta x'y'z'$$

$$\Rightarrow \frac{S_{4'1'2}}{S_{4'1'2'}} = \frac{g}{4} = k^2 \Rightarrow k = \frac{3}{2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{l} SW_2 \perp L \\ W_2 N \perp XY \end{array} \Bigg| \Rightarrow SN \perp XY \quad (\text{аналог: } SN' \perp X'Y')$$

$$\begin{array}{l} SN \perp XY \\ W_2 N \perp XY \end{array} \Bigg| \Rightarrow XY \perp SW_2 N$$

~~$OK \perp SN$~~
 $OK \perp SN$
 $TR \perp XY \Rightarrow TR \perp SN$

$$OK: \quad \begin{array}{l} OK \subset NSW_2 \Rightarrow OK \perp TR \Rightarrow \underline{OK \perp XYS} \\ OK \perp SN \end{array} \quad \underline{k \in SN}$$

~~$SW_2 = SW_1 + 2r$~~
 $SW_2 = SW_1 + 2r$
 $\frac{SW_1}{SW_2} = \frac{1}{k} \Rightarrow \frac{SW_1}{SW_1 + 2r} = \frac{2}{3}, \quad \underline{SW_1 = 6r}$

ΔSRO прам.
 $(\tilde{R}O \perp SO)$
 $(RO \perp L)$

$$\begin{array}{l} \angle SRO = \angle KSO \\ SO = SW_1 + r = 7r \Rightarrow \operatorname{tg}(\tilde{\angle} SO) = \frac{\tilde{RO}}{SO} = \frac{r}{7r} = \frac{1}{7} \\ OR = r \end{array}$$

$$\Rightarrow \underline{\angle KSO = \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{7}\right)}$$

$$\triangle SNW \text{ н.п.} \\ NW_2 = SW_2 \cdot \operatorname{tg}(N\hat{S}W_2) = 8r \cdot \frac{1}{7} = \frac{8}{7}r$$

$$\tilde{R}H \perp NW_2$$

$$\triangle \tilde{R}NH: N\tilde{R} = \sqrt{r^2 + \frac{1}{7}r^2} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{7}}r$$

$$\triangle S\tilde{R}O: \sin \hat{S}\tilde{R}O = \frac{SO}{S\tilde{R}} = \frac{7r}{5\sqrt{2}r} = \frac{7\sqrt{2}}{10}; \cos \hat{S}\tilde{R}O = \frac{\sqrt{2}}{10}$$

$$S\tilde{R} = \sqrt{49r^2 + r^2} = \sqrt{50r^2} = 5\sqrt{2}r$$

$$\triangle K\tilde{R}O: K\tilde{R} = O\tilde{R} \cdot \cos(K\hat{R}O) = \frac{r\sqrt{2}}{10}$$

$$KN = K\tilde{R} + \tilde{R}N = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{7}}r + \frac{r\sqrt{2}}{10}$$

$$\triangle ABC \sim \triangle XYZ \text{ (по кос. } \angle X'Z'Y' \sim \angle XYZ)$$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{XYZ}} = \left(\frac{SK}{SN}\right)^2 = \left(\frac{SN-KN}{SN}\right)^2 \Rightarrow S_{ABC} = S_{XYZ} \left(\frac{SN-KN}{SN}\right)^2$$

$$= S_{XYZ} \left(\frac{\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{7}}r + \frac{r\sqrt{2}}{10} - \frac{16\sqrt{2}}{\sqrt{7}}r}{\frac{16\sqrt{2}}{\sqrt{7}}r} \right)^2 = 9 \left(\frac{\frac{14\sqrt{2}}{\sqrt{7}}r - \frac{r\sqrt{2}}{10}}{\frac{16\sqrt{2}}{\sqrt{7}}r} \right)^2$$

$$SN = \sqrt{8r^2 + \left(\frac{8r}{7}\right)^2} = \sqrt{64r^2 + \frac{64r^2}{49}} = \sqrt{\frac{64 \cdot 49r^2}{49}} = 8\sqrt{\frac{49}{7}} = \frac{16r\sqrt{2}}{\sqrt{7}}$$

$$\Rightarrow 9 \left(\frac{140\sqrt{2} - \sqrt{14}}{160\sqrt{2}} \right)^2 = 9 \left(\frac{140 - \sqrt{7}}{160} \right)^2 = \frac{140^2 - 2 \cdot 140 \cdot \sqrt{7} + 7}{160^2}$$

$$= 9 \cdot \left(\frac{7}{8} - \frac{\sqrt{7}}{160} \right)^2 = 9 \cdot \left(\frac{49}{64} - \frac{7\sqrt{7}}{160} + \frac{7}{160^2} \right) = 9 \cdot \left(\frac{\sqrt{7}(20\sqrt{7} - 1)}{160} \right)^2$$

$$= 63 \frac{400 \cdot 7 + 1 - 2 \cdot 20\sqrt{7}}{160^2} = \frac{63}{160^2} (2801 - 40\sqrt{7})$$

$$\text{Ответ: } \begin{cases} a) \arccos\left(\frac{7}{10}\right) \\ b) \frac{63}{160^2} (2801 - 40\sqrt{7}) \text{ ед}^2 \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

$$\Rightarrow 3^x + 4 \cdot 3^{81} < 85 + (3^{81} - 1)x$$

$$3^x + 4 \cdot (3^{81} - 1) < 87 + (3^{81} - 1)x$$

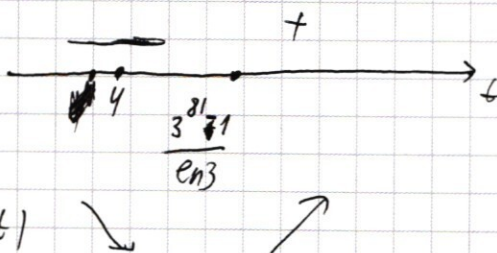
$$3^x - (3^{81} - 1)x < 87 - 4(3^{81} - 1)$$

$$f(t) = 3^t - (3^{81} - 1)t$$

$$f(x) < f(4)$$

$$f'(t) = 3^t \ln 3 - 3^{81} + 1$$

$$\ln 3 \left(3^t - \frac{3^{81} - 1}{\ln 3} \right)$$



$$\frac{3^{81} - 1}{\ln 3} \gg 4$$

$$1 < \ln 3 < 2$$

$$f(4) = 81 - 4(3^{81} - 1)$$

$$3^{81} - 1$$

$$f\left(\frac{3^{81} - 1}{\ln 3}\right) = 3^{\frac{3^{81} - 1}{\ln 3}} - \frac{(3^{81} - 1)^2}{\ln 3} = e^{\ln 3 \cdot \frac{3^{81} - 1}{\ln 3}} - e^{\frac{(3^{81} - 1)^2}{\ln 3}} = e^{3^{81} - 1} - (e^{\ln 3})^{\frac{(3^{81} - 1)^2}{\ln 3}} =$$

$$\frac{3^{81} - 1}{\ln 3}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = 5$$

$$\Rightarrow \exists t_2 \mid f(t_2) = f(4)$$

$$\underline{4 < x < t_2}$$

ногдем t_2 :

$$f(t) = 3^t - (3^{81} - 1)t$$

$$\exists t_2 = 81$$

~~$$f(t_2) - f(4) = 3^{81} - 81 \cdot 3^{81} + 81 - 81 + 3^{81} \cdot 4 - 4 =$$~~

$$f(t_2) - f(4) = 3^{81} - 81 \cdot 3^{81} + 81 - 81 + 3^{81} \cdot 4 - 4 =$$

$$= 3^{81} (1 - 81 + 4) - 4 > 0$$

$$\exists t_2 = 82 \quad 3 \cdot 3^{81} - 82 \cdot 3^{81} + 82 - 81 + 3^{81} \cdot 4 - 4 =$$

$$= 3^{81} (3 + 1 - 82) + 81 - 4 < 0$$

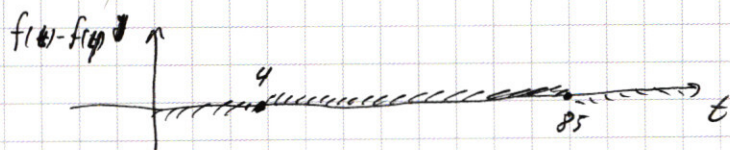
$$\exists t = 85$$

$$\frac{81 \cdot 3^{81}}{3} - \frac{85 \cdot 3^{81}}{3} + 85 - 81 + \frac{3^{81}}{3} \cdot 4 - 4 = 0$$

$$\underline{f(85) = 0}$$

$$\Downarrow$$

$$f(85) = f(4)$$

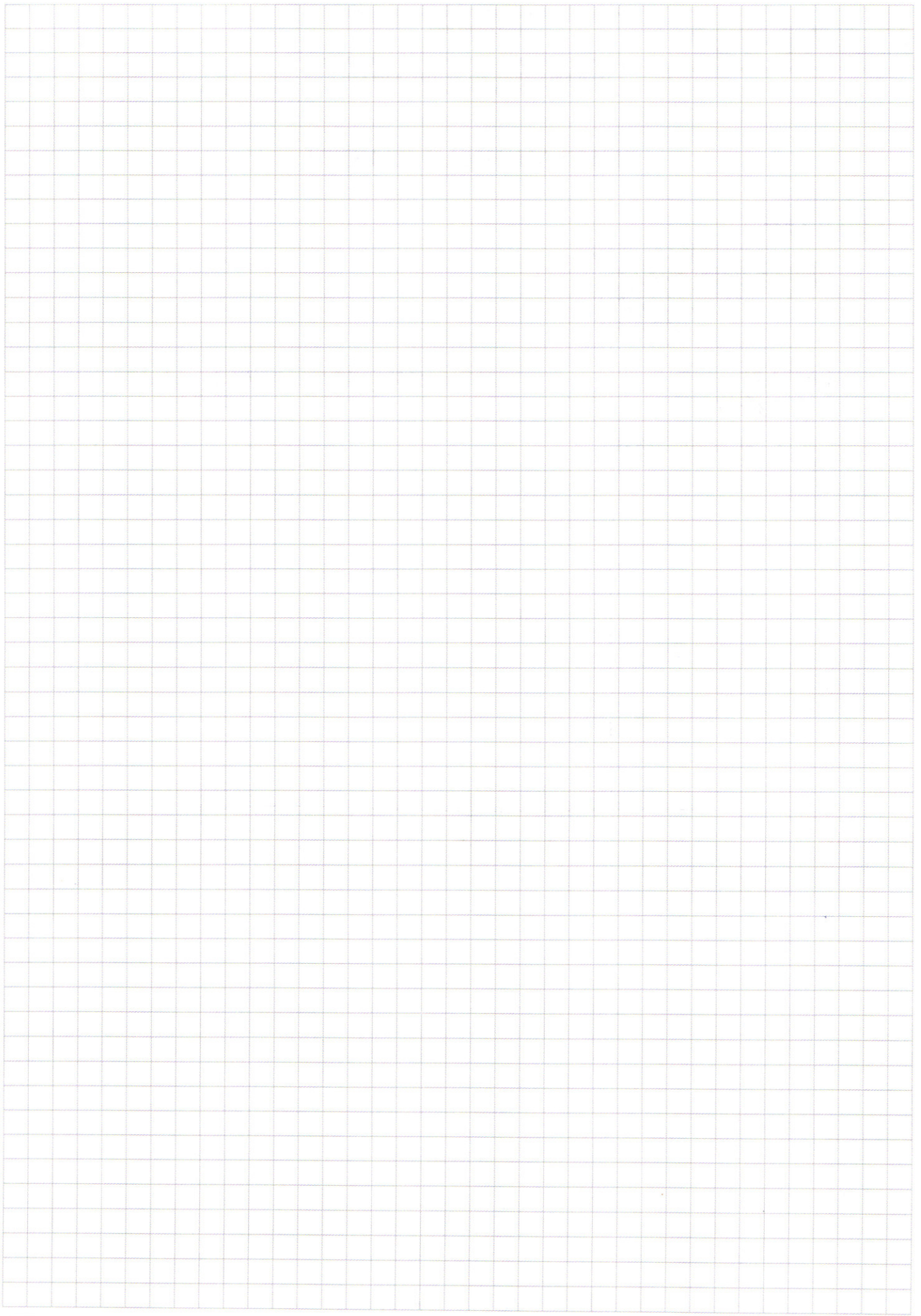


$$f(x) < f(4) \Rightarrow$$

$$\underline{4 < x < 85}$$

$$\exists x = 4 \quad \begin{cases} y \geq 81 + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + 4 \cdot 3^{81} - 4 \end{cases} \quad \begin{cases} y \geq 84 \cdot 3^{81} + 81 \\ y < 4 \cdot 3^{81} + 81 \end{cases} \quad \emptyset$$

$$\exists x = 85 \quad \begin{cases} y \geq 3^{85} + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)85 \end{cases} \quad \emptyset$$



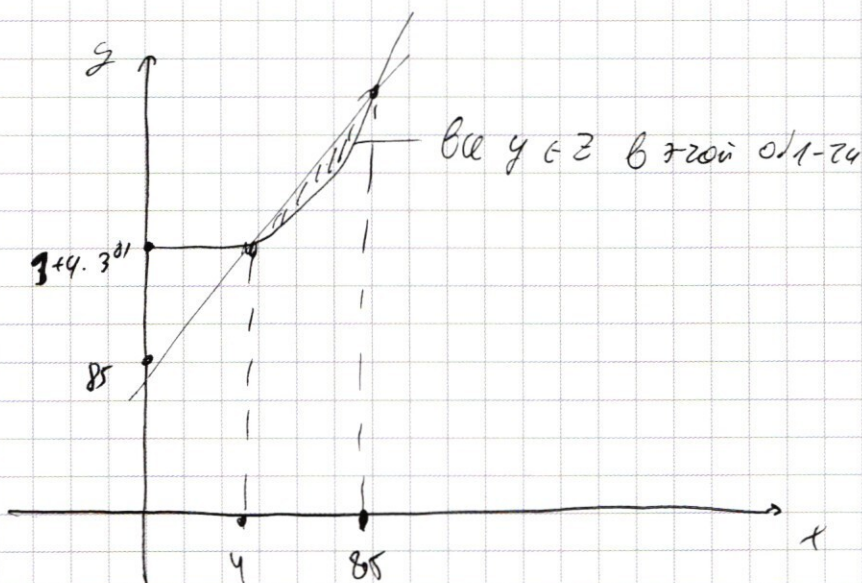
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$4 < x < 85$$

~~$$y \geq 3x + 4 \cdot 3$$~~

$$\begin{cases} 4 < x < 85, x \in \mathbb{Z} \\ y \geq 3x + 4 \cdot 3 \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

Остается найти $y \in \mathbb{Z}$, удовл.
системе



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1) y > 0 \\ 2) x < 0 \end{cases}$$

~~$$\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = \frac{x^{4\lg y}}{y^{2\lg y}} = \frac{x^{4\lg y}}{y^{2\lg y}}$$~~

~~$$(-x)^{\lg(-xy)} = (-x)^{\lg(-x) + \lg y}$$~~

~~$$\frac{x^{4\lg y}}{y^{2\lg y}} = (-x)^{\lg(-x) + \lg y}$$~~

$$\frac{x^{4\lg y}}{y^{2\lg y}} = (-x)^{\lg(-x) + \lg y}$$

$$x^{4\lg y} = (-x)^{\lg(-x) + \lg y} \cdot y^{2\lg y}$$

$$x^{4\lg y} = ((-x)y^2)^{\lg y} \cdot (-x)^{\lg(-x)}$$

$$(x)^{3\lg y} = y^{2\lg y} \cdot (-x)^{\lg(-x)}$$

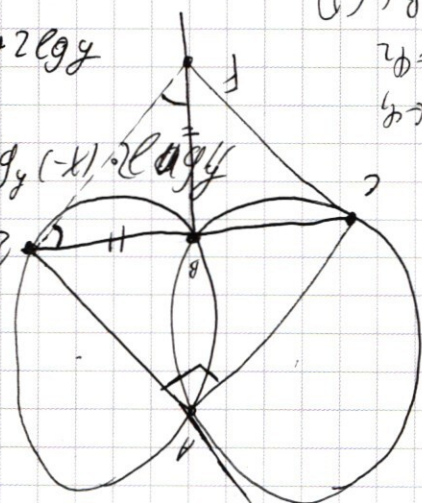
$$(-x)^{3\lg y - \lg(-x)} = y^{2\lg y}$$

$$(-x)^{3\lg y - \lg(-x)} = (-x)^{\lg y + 2\lg y}$$

$$3\lg y - \lg(-x) = \lg y + 2\lg y$$

$$\lg y = \lg(-x)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{5} \quad \frac{5}{1} \\ & \frac{1}{5} \quad \frac{5}{1} \\ & \frac{1}{5} \quad \frac{5}{1} \\ & \frac{1}{5} \quad \frac{5}{1} \\ & \frac{1}{5} \quad \frac{5}{1} \\ & \frac{1}{5} \quad \frac{5}{1} \\ & \frac{1}{5} \quad \frac{5}{1} \\ & \frac{1}{5} \quad \frac{5}{1} \\ & \frac{1}{5} \quad \frac{5}{1} \\ & \frac{1}{5} \quad \frac{5}{1} \end{aligned}$$



$$2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0$$

~~$$2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0$$~~

$$-x(x+4)$$

$$2y^2 - xy - x^2 = 2y^2 - 2xy + xy - x^2 = 2y(y-x) + x(y-x) = (2y+x)(y-x)$$

$$(2y+x)(y-x) - 4(2y+x) = 0$$

$$4x^{2\log(-\frac{1}{2}x)} = (x^{-})^{2\log(\frac{1}{2}x)}$$

$$b+x=h$$

$$\frac{\log_{(-x)}(x+4)}{\log_{(-x)}10} = \frac{3\log(x+4)}{\log(-10) - 3\log(x+4)}$$

$$\frac{\log_{(-x)}10 \cdot 3\log(x+4)}{\log_{(-x)}10} = 10$$

$$= 10 \cdot 10 = 100$$

$$\log_{(-x)}(-x) \cdot 2\log_{(-x)}(x+4) = 2\log_{(-x)}(x+4)$$

$$= (x+4) - (x+4) = 0$$

$$\sim (x+4-1) (3\log_{(-x)}(-1) - 2\log_{(-x)}(x+4) \cdot \log_{(-x)}(-x))$$

5555 3333

$$= (x+3) (3\log_{(-x)}(-1) - 2\log_{(-x)}(x+4) \cdot \log_{(-x)}(-x))$$

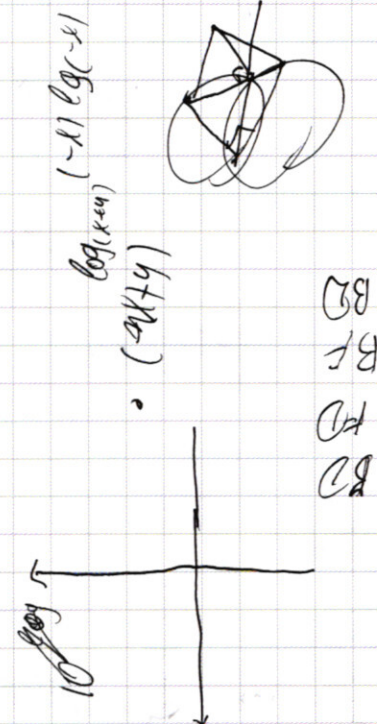
$$\frac{8!}{4! \cdot 4!} =$$

$$= \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{2 \cdot 2} =$$

$$= 8 \cdot 7 \cdot 5 = 350 - 70 = 280$$

$$\frac{8!}{2 \cdot 2} =$$

$$1x-6-g1 \quad 1x-6-g-x1 \quad 1x-6-g-x1$$



BD
BF
FD
BD

$$x \mid f(x) < f(4)$$

$$81 - 4 \cdot 3^{81} - 1$$

$$81 - 4 \cdot 81 \cdot 3^{77} - 1 = 81(1 - 4 \cdot 3^{77}) - 1$$

$$1 < x < \frac{3^{81} - 1}{\ln 3}$$

$$3^{81} + (3^{81} - 1)x$$

$$3^x + 3^{81}x - x = 81 - 3$$

$$3^x - 3^{81}x + x - 3^4 + 3^{81} \cdot 4 - 4 =$$

$$1x = 81$$

$$3^{81} - 81 \cdot 3^{81} + 81 - 3^4 + 3^{81} \cdot 4 - 4 =$$

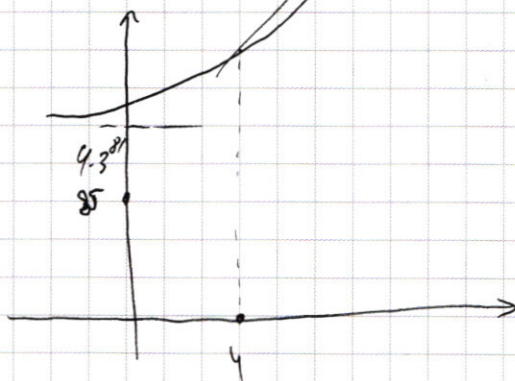
$$= 3^{81}(4 - 80) + 3^8$$

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

$$y < 85 + (3^{81} - 1)x = 85 + 3^{81}x - x$$

$$(3^{81} - 1)x + 85$$

$$f'(x) = 3^{81} - 1$$



черновик



чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$|x-6-y| + |x-6+y|$$

$$\begin{cases} y \leq 3 \\ y \geq 3 \end{cases}$$

$$y \in \mathbb{Z}$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{81} \leq 85 + (3^{81} - 1)x$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{81} \leq 85 + 3^{81}x - x$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{81} - 4 \leq 81 + (3^{81} - 1)x$$

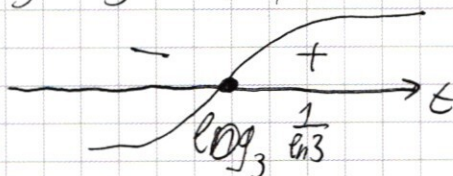
$$3^x + 4(3^{81} - 1) \leq 81 + (3^{81} - 1)x$$

$$3^x + (3^{81} - 1)(4 - x) + 81 \leq 0$$

$$3^x - x(3^{81} - 1) \leq 81 - 4(3^{81} - 1)$$

$$f(t) = 3^t - t(3^{81} - 1)$$

$$f'(t) = \ln 3 \cdot 3^t - 1$$



$$x - y - 6$$

$$y = x - 6$$

$$y \leq x + 6$$

$$\begin{cases} y \leq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y \leq 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y \leq 85 + (3^{81} - 1)x \\ y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y \leq 85 \cdot (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3^x + 4 \cdot 3^{81} < 85 + (3^{81} - 1)x \\ 85 + (3^{81} - 1)x > 3^x + 4 \cdot 3^{81} \end{cases}$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$= \ln a \cdot a^x$$

$$\left(t - \log_3 \frac{1}{\ln 3} \right)$$

$$85 + (3^{81} - 1)x \leq 3^x + 4 \cdot 3^{81}, x \in (4, 85)$$

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases} \quad \left[\begin{cases} y = 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \\ y > 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases} \right]$$

$$(1) \begin{cases} y = 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases} \quad \begin{cases} 3^x + 4 \cdot 3^{81} < 85 + 3^{81} \cdot x - x \\ (3^{81} - 1)x - 85 + 3^x + 4 \cdot 3^{81} \end{cases}$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - 2 \sin 5x \cos 2x = \sqrt{2} (\cos 5x - \sin 5x) (\cos 5x + \sin 5x)$$

$$2 (\cos 5x - \sin 5x) \cos 2x = \sqrt{2} (\cos 5x - \sin 5x) (\cos 5x + \sin 5x)$$

$$\sqrt{2} (\cos 5x - \sin 5x) (\sqrt{2} \cos 2x - (\cos 5x + \sin 5x)) = 0$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - 5x\right)$$

$$2 \cos\left(\frac{5x + \frac{\pi}{2} - 5x}{2}\right) \cos\left(\frac{5x - \frac{\pi}{2} + 5x}{2}\right) = 2 \cos \frac{\pi}{4} \cos\left(\frac{10x - \frac{\pi}{2}}{2}\right) =$$

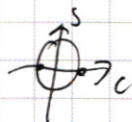
$$= \sqrt{2} \cos\left(5x - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\sqrt{2} \cos\left(5x + \frac{\pi}{4}\right) (\sqrt{2} \cos 2x - \sqrt{2} \cos\left(5x - \frac{\pi}{4}\right)) = 0$$

$$\cos\left(5x + \frac{\pi}{4}\right) (\cos 2x - \cos\left(5x - \frac{\pi}{4}\right)) = 0$$

$$2 \cos\left(5x + \frac{\pi}{4}\right) (\cos$$

$$- \frac{\cos a}{\cos b} = -2 \sin$$



$$\begin{aligned} \cos(x+y) &= \cos x \cos y - \sin x \sin y \\ \cos(x-y) &= \cos x \cos y + \sin x \sin y \end{aligned}$$

$$\cos a + \cos b = 2 \cos\left(\frac{a+b}{2}\right) \cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$$

$$\cos a - \cos b = -2 \sin\left(\frac{a+b}{2}\right) \sin\left(\frac{a-b}{2}\right)$$

$$\left(\frac{2x+5x-\frac{\pi}{4}}{2}\right) \left(\frac{2x-5x+\frac{\pi}{4}}{2}\right) = \begin{aligned} \sin(x+y) &= \sin x \cos y + \sin y \cos x \\ \sin(x-y) &= \sin x \cos y - \sin y \cos x \end{aligned}$$

$$\sin a \cos b = 2 \sin\left(\frac{a+b}{2}\right) \cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$$

$$= \left(\frac{7x - \frac{\pi}{4}}{2}\right)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

формулы

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\cos(x-y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$$

$$\cos(a) + \cos(b) = 2 \cos\left(\frac{a+b}{2}\right) \cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$$

$$\sin(a) + \sin(b) = 2 \sin\left(\frac{a+b}{2}\right) \cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$$

$$\sin(x-y) = \sin x \cos y - \sin y \cos x$$

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \sin y \cos x$$

1	6	8	7	5	5
3	3	7	5	5	
	6	7	5	5	
	1	3	5	5	
		2	7	3	
			9	3	
			3	3	
			1		

$$16875 = 3375 \cdot 5 = 675 \cdot 5^2 = 135 \cdot 5^3 = 27 \cdot 5^4 = 3 \cdot 5^4$$

$a_1, \dots, a_5$

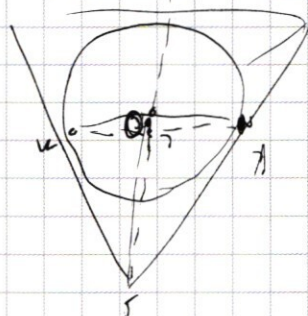
$$\begin{array}{ccccc} 3 & 3 & 3 & 5 & 5 & 5 & 5 \\ 3 & 9 & 5 & 5 & 5 & 5 & \end{array}$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} (2 \cos^2 5x - 1) = 2 \sin 5x \cos 2x$$

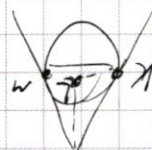
$$2 \cos 5x \cos 2x - 2\sqrt{2} \cos^2 5x + \sqrt{2}$$

$$2 \cos 5x (\cos 2x - \sqrt{2} \cos 5x) = 2 \sin 5x \cos 2x - \sqrt{2}$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - 2 \sin 5x \cos 2x$$



$$\frac{1}{8} + \frac{2}{11} = \frac{11 + 16}{88} = \frac{27}{88}$$



$$\frac{1}{10} + \frac{1}{11} = \frac{11 + 10}{110} = \frac{21}{110}$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - 2\sqrt{2} \cos^2 5x + \sqrt{2} - 2 \sin 5x \cos 2x = 0$$

$$(\cos 7x - \sin 7x) + (\cos 3x - \sin 3x) - \sqrt{2} \cos 10x = 0$$

$$-\sqrt{2} (\cos^2 5x - \sin^2 5x) = -\sqrt{2} (\cos 5x - \sin 5x) (\cos 5x + \sin 5x)$$

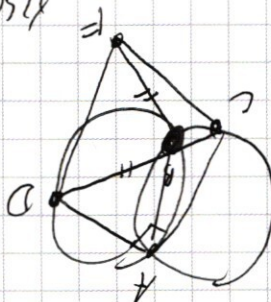
$$2 \cos 5x \cos 2x - 2\sqrt{2} \cos^2 5x + \sqrt{2} = 2 \sin 5x \cos 2x$$

8!

$$4:5$$

$$CB + CD = 10$$

$$CB + CD = 10$$



$$\frac{1}{10} + \frac{1}{11} = \frac{11 + 10}{110} = \frac{21}{110}$$