

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 6

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 4 и 9.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12, \\ (|x| - 6)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N 2

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

преобразует суммы синусов и косинусов в произведения
и $\cos 10^\circ$ расписываем как косинус двойного угла

$$2 \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} (\cos^2 5x - \sin^2 5x) = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$2\cos 5x \cos 2x - 2\sin 5x \cos 2x - \sqrt{2}(\cos 5x - \sin 5x)(\cos 5x + \sin 5x) = 0$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) - \sqrt{2} (\cos 5x - \sin 5x) / (\cos 5x + \sin 5x) = 0$$

$$(\cos 5x - \sin 5x)(2 \cos 2x - \sqrt{2}(\cos 5x + \sin 5x)) = 0$$

$$\int \cos 5x = \sin 5x \underline{\underline{+ C}}$$

$$2 \cos 2x = \sqrt{2} \cos 5x + \sqrt{2} \sin 5x \quad | :2$$

$$[\cos 5x - \sin 5x = 0] : \sqrt{2}$$

$$[\cos 2x = \frac{1}{\sqrt{2}} \cos 5x + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 5x$$

$$\left[\frac{1}{\sqrt{2}} \cos 5x - \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 5x \right] = \left[\cos \frac{\pi}{4} - \sin \frac{\pi}{4} \right] = 0$$

$$\cos 2x = \cos\left(\frac{\pi}{4} - 5x\right)$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{4} + 5x\right) = 0$$

$$[\cos 2x - \cos(\frac{\pi}{4} - 5x)] = 0$$
 - преобразуем в произведение

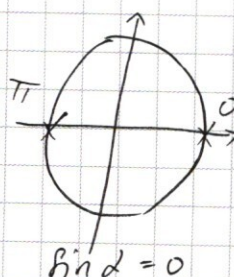
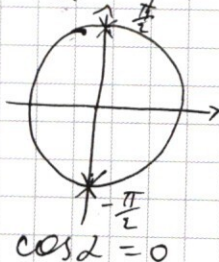
$$\cos\left(\frac{\pi}{4} + 5x\right) = 0$$

$$[-2 \sin\left(\frac{2x + \frac{\pi}{4} - 5x}{2}\right) \sin\left(\frac{2x - \frac{\pi}{4} + 5x}{2}\right)] = 0 \quad / \because -2$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{4} + 5x\right) = 0$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{3x}{2}\right) = 0$$

$$\left[\sin \left(\frac{7x}{2} - \frac{\pi}{8} \right) \right]' = 0$$



$$\begin{cases} \frac{\pi}{4} + 5x = \frac{\pi}{2} + \pi n \\ \frac{\pi}{8} - \frac{3x}{2} = \pi k \\ \frac{7x}{2} - \frac{\pi}{8} = \pi m \end{cases} \quad \begin{matrix} n \in \mathbb{Z} \\ k \in \mathbb{Z} \\ m \in \mathbb{Z} \end{matrix}$$

$$\begin{cases} 5x = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} + \pi n \quad | :5 & n \in \mathbb{Z} \\ \frac{3x}{2} = \frac{\pi}{8} - \pi k \quad | \cdot \frac{2}{3} & k \in \mathbb{Z} \\ \frac{7x}{2} = \frac{\pi}{8} + \pi m \quad | \cdot \frac{2}{7} & m \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi n}{5} & n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{2\pi}{24} - \frac{2\pi k}{3} & k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{2\pi}{56} + \frac{2\pi m}{7} & m \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi n}{5} \\ x = \frac{\pi}{12} - \frac{2\pi k}{3} \\ x = \frac{\pi}{28} + \frac{2\pi m}{7} \end{cases}$$

Ответ: $x = \left\{ \frac{\pi}{20} + \frac{\pi n}{5}, \frac{\pi}{12} - \frac{2\pi k}{3}, \frac{\pi}{28} + \frac{2\pi m}{7} \right\}, k \in \mathbb{Z}, m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{Z}.$

N1

$$\begin{array}{r} 16875 \overline{) 25} \\ \underline{150} \\ 187 \\ \underline{175} \\ 125 \\ \underline{125} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 675 \overline{) 25} \\ \underline{50} \\ 175 \\ \underline{175} \\ 0 \end{array}$$

$27 = 3^3$, т.е. $16875 = 5^4 \cdot 3^3$
Значит либо
1) /

16875 - проверка 7-ми простых чисел.

$5 \cdot 5 = 10$ - не цифра $3 \cdot 3 = 9$ - цифра, то число состоит из:

- 1) четырех пятёрок, трех троек и единицы
 - 2) четырех пятёрок, тройки, девяти и двух единиц
- рассмотрим 1-й случай:

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

расставим палочки и тройки по отношению друг к другу : Это число сочетаний из 7 по 3 (это если ~~мы~~ расставлять тройки, если ставить палочки, то будет то же самое, по аналогии при расстановке одной группы цифр, оставшиеся места ^{тоже} займут другие)

$$C_7^3 = \frac{7!}{3! \cdot (7-3)!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 4!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2} = \frac{7 \cdot 5}{1} = 35.$$

на каждом втором расхождении палочек и троек требуется 8 перестановок единиц (с 1 по 8 место), тогда таких чисел $35 \cdot 8 = 280$

рассмотрим 2^й случай :
расставим ^{единицы}, тройку и двоек между собой : это число сочетаний из 4 по 2 (расставление единиц) умноженное на 2, по аналогии как двоек может стоять после тройки, так и тройка после двоек.

$$2 \cdot C_4^2 = \frac{2 \cdot 4!}{2! \cdot (4-2)!} = \frac{2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{2 \cdot 2!} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{2} = 12$$

Теперь расставим палочки в числе : это число сочетаний из 8 по 4 (оставшиеся места займут группа из единиц, тройки и двоек)

$$C_8^4 = \frac{8!}{4! \cdot (8-4)!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 4!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{4 \cdot 3 \cdot 2} = 2 \cdot 7 \cdot 5 = 70$$

Теперь перемножим 70 и 12 (на палочку то комбинаций

ую и у ершиу, тройки и девятки принадлежат по одной 70
наименьший поворот)

$$70 \cdot 12 = 840$$

Сколько поочисло чисел у обоих случаев:

$$840 + 280 = 1120$$

Ответ: 1120.

N 7

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

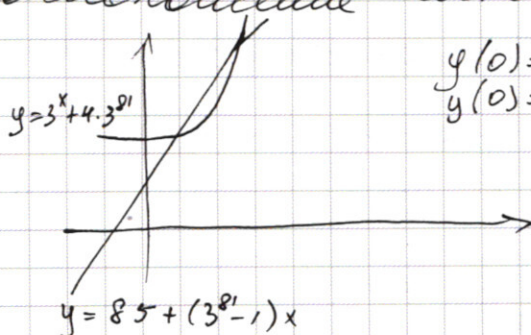
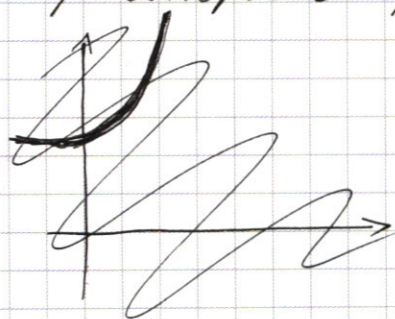
1) $y = 3^x + 4 \cdot 3^{81}$ - графиком является
показательная функция,

сдвинутая на $4 \cdot 3^{81}$ ершии вверх

2) $y = 85 + (3^{81} - 1)x$ - графиком является
прямая

~~примерный график функций~~

примерное расположение системы в координатах:



$$\begin{aligned} y(0) &= 3^0 + 4 \cdot 3^{81} = 1 + 4 \cdot 3^{81} \\ y(0) &= 85 + 0 = 85 \end{aligned}$$

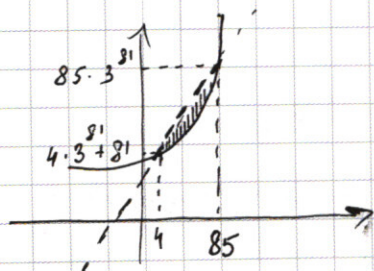
$$\begin{aligned} 85 &< 1 + 4 \cdot 3^{81} \\ 84 &< 4 \cdot 3^{81} \quad | :4 \\ 21 &< 3^{81} \\ 21 &< 3^{81} \\ 3 \cdot 7 &< 3^{81} \\ 7 &< 3^{80} \end{aligned}$$

Найдем точку пересечения, она четко определяется:

$$\begin{aligned} x=4: \quad 3^4 + 4 \cdot 3^{81} &= 85 + (3^{81} - 1)4 \\ 3^4 + 4 \cdot 3^{81} &= 85 + 4 \cdot 3^{81} - 4 \\ 81 &= 81 - \text{Верно} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x=85: \quad 3^{85} + 4 \cdot 3^{81} &= 85 + 85(3^{81} - 1) \\ 3^{81}(3^4 + 4) &= 85 - 85 + 85 \cdot 3^{81} \\ 3^{81}(81 + 4) &= 85 \cdot 3^{81} \\ 85 \cdot 3^{81} &= 85 \cdot 3^{81} \end{aligned}$$

т.е. решением системы будет область:



разность функций:

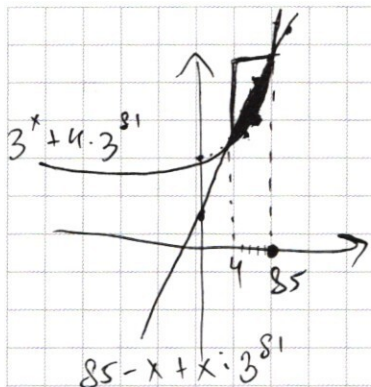
$$\begin{aligned} 85 + (3^{81} - 1)x - 3^x - 4 \cdot 3^{81} &= 85 - x + x \cdot 3^{81} - 3^x - 4 \cdot 3^{81} = \\ &= 3^{81}(x - 4) + 81 - 3^x = \\ &= (3^{81} - 1)(x - 4) + 81 - 3^x \end{aligned}$$

пол-во решений в номере 6 (от 5 до 84 включ.)

это арифметическая прогрессия

$$Q_n = (3^{81} - 1)(n - 4) + 81 - 3^n \quad \text{сразу видно:}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$y' = 3^x \ln 3$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{81} < 85 - x + x \cdot 3^{81}$$

$$5 \cdot 3^{81} < 4 + 81 \cdot 3^{81}$$

$$0 < 4 + 76 \cdot 3^{81}$$

прямая вверх

$$3^{85} + 4 \cdot 3^{81} < 85 - 85 + 85 \cdot 3^{81}$$

$$3^{85} < 81 \cdot 3^{81}$$

$$3^4 < 3^4$$

$$81 \cdot 3^{81} - 81 = 81(3^{81} - 1)$$

$$3^{85} - 3^4$$

$$85 - x + x \cdot 3^{81} - 81 - 4 \cdot 3^{81} = 4 - x + 3^{81}(x - 4) = (x - 4)(3^{81} - 1)$$

$$85 \cdot 3^{81} - 81 - 4 \cdot 3^{81} = 81 \cdot 3^{81} - 81 = 81(3^{81} - 1)$$

$$3^5 + 4 \cdot 3^{81} \quad 85 - 5 + 5 \cdot 3^{81} - 3^5 - 4 \cdot 3^{81} = 80 + 3^{81} - 81 \cdot 3$$

$$85 - 4$$

$$\begin{array}{r} 6560 \\ - 129 \\ \hline \end{array}$$

$$6440$$

$$\begin{array}{r} 6440 \\ - 159 \\ \hline \end{array}$$

$$6281$$

$$\begin{array}{r} 6440 \\ - 27 \\ \hline \end{array}$$

$$6413$$

6

5

4

3

2

1

0

-1

-2

-3

-4

-5

-6

-7

-8

-9

-10

$$a_n = (3^{81} - 1)(n - 4) + 81 - 3^n$$

$$2 \quad a_{n+1} = (3^{81} - 1)(n - 3) + 81 - 3 \cdot 3^n$$

$$81 \cdot (3^{81} - 1)(n - 3) + 81 - 3 \cdot 3^n - (3^{81} - 1)(n - 4) + 81 + 3^n =$$

$$= (3^{81} - 1)(n - 3 - n + 4) + 3^n(1 - 3) =$$

$$= (3^{81} - 1) \cdot 1 + 2 \cdot 3^n$$

$$\begin{array}{r} 81 \\ + 78 \\ \hline 159 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 80 \\ \hline 6560 \end{array}$$

$$Q_{n+1} - Q_n = (3^{81} - 1)(n+1-4) + 81 - 3^{n+1} - (3^{81} - 1)(n-4) - 81 + 3^n =$$

$$= (3^{81} - 1)(n+1-4 - n+4) + 3^n - 3 \cdot 3^n = 3^{81} - 1 + 3^n(1-3) = \cancel{3^{81} - 1} - 2 \cdot 3^n$$

$$= 3^{81} - 1 - 2 \cdot 3^n$$

$$\sum_{n=4}^{84} = \sum_{n=84} - \sum_4 = \frac{Q_1 + Q_{84}}{2} \cdot 84 - \frac{Q_1 + Q_4}{2} \cdot 4 = 42Q_1 + 42Q_{84} - 2Q_1 - 2Q_4 =$$

$$= 40Q_1 + 82Q_{84} - 2Q_4 = 40((3^{81} - 1)(1-4) + 81 - 3^1) + 82((3^{81} - 1)(84-4) + 81 - 3^{84}) -$$

$$- 2((3^{81} - 1)(4-4) + 81 - 3^4) = 40(3^{81} - 1)(-3) + 78 + 82(3^{81} - 1) \cdot 80 + 81 - 3^{84} -$$

$$= -120(3^{81} - 1) + 78 + 82 \cdot 80(3^{81} - 1) + 81 - 3^{84} =$$

$$= (6560 - 120)(3^{81} - 1) + 159 - 3^{84} = 6440 \cdot 3^{81} - 6440 + 159 - 3^{84} =$$

$$= 3^{81}(6440 - 27) - 6281 = 6413 \cdot 3^{81} - 6281$$

$$\text{Ответ: } 6413 \cdot 3^{81} - 6281$$

№5

$$\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12 & (1) \\ (|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = 2 & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12 & (1) \\ (|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = 2 & (2) \end{cases}$$

(2) - окружность, или ее часть, расположенная

в I четверти и охватывающая во II четверти

радиуса $\sqrt{2}$ и с центром в точке (6;8)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} (\cos 7x \cos 3x - \sin 7x \sin 3x) = \sin 7x + \sin 3x$$

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 7x \cos 3x = \sin 7x + \sin 3x + \sqrt{2} \sin 7x \sin 3x$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$+ \cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta) = -2 \sin \alpha \sin \beta$$

$$2 \cos \alpha \cos \beta = \cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)$$

$$\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$$

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$$

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{\cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta)}{-2}$$

$$a + b - \sqrt{2} ab = c + d + \sqrt{2} cd$$

$$a - c + b - d = \sqrt{2} (ab + cd)$$

$$ab + cd = ab - bc + bc + cd =$$

$$= b(a - c) + c(b + d)$$

$$(a - c)(b - d) = ab - bc - ad + cd =$$

$$= ab + cd - (bc + ad) =$$

$$\sin 7x \cos 3x + \cos 7x \sin 3x$$

$$= \cos 4x - \sin 10x$$

$$\cos 7x + \cos 3x = 2 \cos 5x \cos 2x$$

$$\sin 7x + \sin 3x = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} (\cos 10x + \cos 4x) = 2 \sin 5x \cos 2x + \sqrt{2} (\cos 10x - \cos 4x)$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) = \frac{2}{\sqrt{2}} (\cos 10x + \cos 4x - \cos 10x + \cos 4x)$$

$$= \sqrt{2} (\cos 4x)$$

$$2 \cos^2 2x - 1$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) = 2\sqrt{2} \cos^2 2x - \sqrt{2}$$

$$2\sqrt{2} t^2 - 2t (\cos 5x - \sin 5x) - \sqrt{2} = 0$$

$$2\sqrt{2} \cos^2 2x - 2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) - \sqrt{2} = 0$$

$$2\sqrt{2} \cos^2 2x + 2 \cos 2x (\sin 2x \cos 3x + \cos 2x \sin 3x - \cos 2x \cos 3x + \sin 2x \sin 3x) - \sqrt{2} = 0$$

$$\cos 3x = \cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x = (2 \cos^2 x - 1) \cos x - \sin x \cdot 2 \sin x \cos x =$$

$$= 2 \cos^3 x - \cos x - 2 \cos x (1 - \cos^2 x) =$$

$$= 2 \cos^3 x - \cos x - 2 \cos x + 2 \cos^3 x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$\sin 3x = \sin 2x \cos x + \sin x \cos 2x = 2 \sin x (1 - \sin^2 x) + \sin x (1 - 2 \sin^2 x) =$$

$$= 2 \sin x - 2 \sin^3 x + \sin x - 2 \sin^3 x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x \quad \begin{cases} \sin x = a \\ \cos x = b \end{cases}$$

$$2\sqrt{2} (b^2 - a^2)^2 + 2(b^2 - a^2)(2ab(4b^2 - 3b) + (b^2 - a^2)(3a - 4a^3) -$$

$$- (b^2 - a^2)(4b^3 - 3b) + 2ab(3a - 4a^3) - \sqrt{2} = 0 \quad C_4^2 = \frac{4!}{2!2!} = \frac{4 \cdot 3}{2} = 6$$

$$2\sqrt{2} (b^2 - a^2)^2 + 2(b^2 - a^2)(2ab(4b^2 - 3b) + (b^2 - a^2)(3a - 4a^3) -$$

$$x(2ab(3a - 4a^3 + 4b^3 - 3b) + (b^2 - a^2)(3a - 4a^3 - 4b^3 + 3b)) - \sqrt{2} = 0$$

$$3(a-b) - 4(a-b)(a^2 + ab + b^2) \quad 3(a+b) - 4(a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$-4a^2 - 4ab - 4b^2$$

$$\begin{array}{r} 1139 \quad 1391 \quad 9311 \\ 1193 \quad 1931 \quad 3911 \\ 1913 \quad 9113 \quad 3191 \\ 1319 \quad 3119 \quad 9131 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \quad 36 \\ 35 \quad + 56 \\ 8 \end{array}$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} \cos 10x = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2} (\cos^2 5x - \sin^2 5x)$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) / (1 - \sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x)) = 0$$

$$2 \cos 2x = 0$$

$$\cos 5x = \sin 5x$$

$$1 = \sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x)$$

$$70 \cdot 2 = 193 \cdot 7.5^3$$

$$140 \cdot 3 =$$

$$300 + 120 = 420$$

$$\begin{array}{r} 16875 \overline{) 25} \\ -150 \quad \underline{1675} \\ -187 \quad \underline{175} \\ 125 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6755 \overline{) 5} \\ -5 \quad \underline{1351} \\ -17 \quad \underline{15} \\ 25 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \overline{) 193} \\ -14 \quad \underline{53} \\ -65 \quad \underline{21} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 280 \\ 79 \quad \times 2 \\ 12 \quad \times 3 \\ 70 \quad \times 4 \\ 840 \quad \times 5 \\ \times 6 \\ \times 7 \\ \times 8 \\ \times 9 \\ + 280 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16875 \overline{) 5} \\ -15 \quad \underline{13375} \\ -18 \quad \underline{15} \\ -37 \quad \underline{35} \\ -25 \quad \underline{25} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3375 \overline{) 5} \\ -30 \quad \underline{675} \\ -37 \quad \underline{35} \\ -25 \quad \underline{25} \\ 0 \end{array}$$

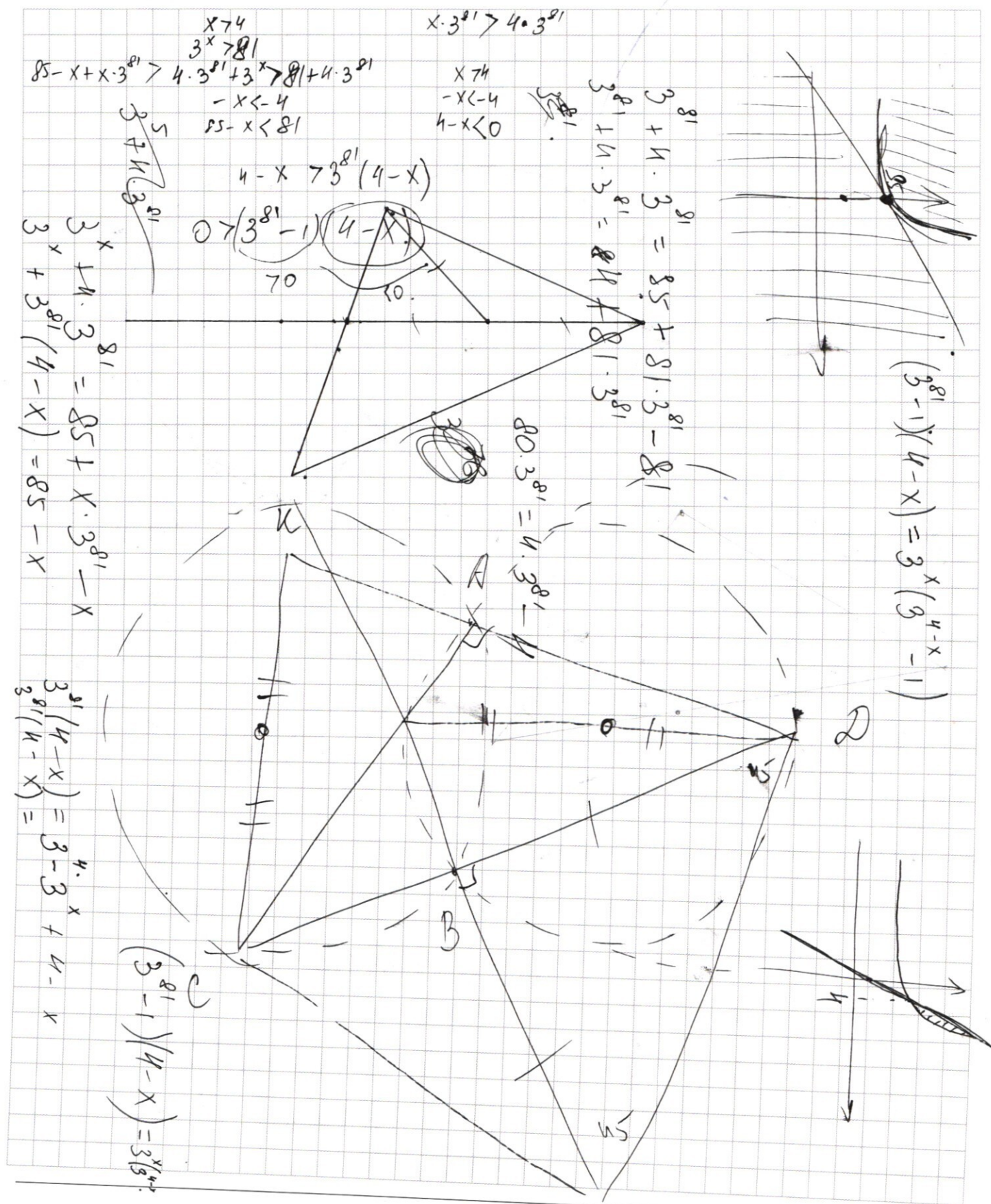
$$\begin{array}{r} 675 \overline{) 5} \\ -5 \quad \underline{135} \\ -17 \quad \underline{15} \\ -25 \quad \underline{25} \\ 0 \end{array}$$

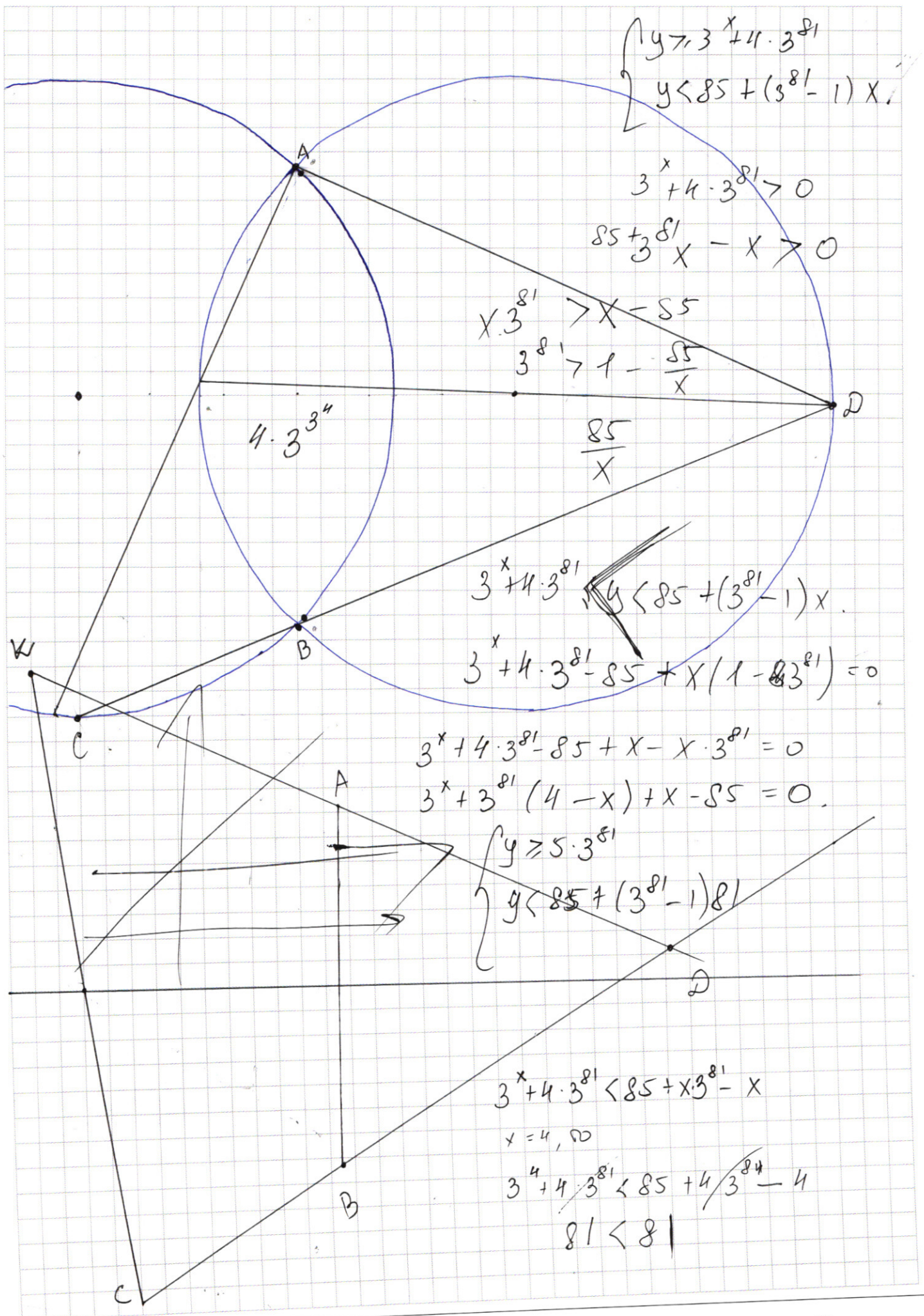
$$\begin{array}{r} 135 \overline{) 5} \\ -10 \quad \underline{27} \\ -35 \quad \underline{0} \end{array}$$

$$55555553 \cdot 5555333 = 28.5 = 35.8$$

$$16875 = 5^4 \cdot 3^3$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА





ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (1-x)^{\lg(1-xy)}$$

$$\lg xy = a$$

$$(10)^a = xy$$

$$\lg x + \lg y = \lg xy$$

$$a + b = \lg 10^a \cdot 10^b$$

$$\lg 10^{a+b} = a+b$$

$$\frac{x^4 \lg y}{y^2 \lg y} = (1-x)^{\lg y + \lg x}$$

$$2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0$$

$$2y^2 - 8y - x^2 - 4x = xy$$

$$2(y^2 - 4y) - (x^2 + 4x) = xy$$

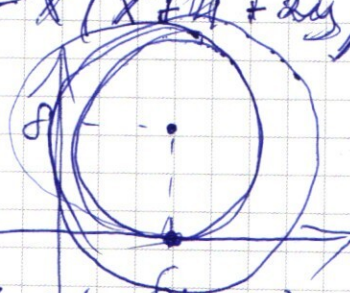
$$y(2y - x) - x^2 - 4(x + 2y) = 0$$

$$y(2y - x - 8) - x^2 - 4x = 0$$

$$2y^2 - 2xy - x^2 - 4x - 8y + xy = 0$$

$$y(2y - 8 + x) - x(x + 4 + 2y)$$

$$|f(x)| + |g(x)| = a$$



$$(x-6)^2 + y^2 - 2(x-6)y + (x-6)^2 + y^2 + 2(x-6)y = 14y$$

$$(x-6)^2 + y^2 = 22$$

$$\frac{4}{70} = \frac{4}{70}$$

$$\lg x = a$$

$$\lg y = b$$

$$x = 10^a$$

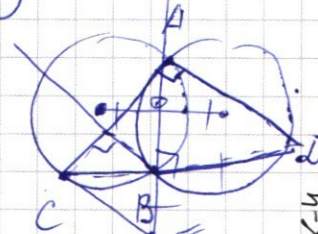
$$y = 10^b$$

$$2(y^2 - 4y + 4 - 4) - (x^2 + 4x + 4 - 4) = xy$$

$$2(y-2)^2 - 4 - (x+2)^2 + 4 = xy$$

$$2(y-2)^2 - 8 - (x+2)^2 + 4 = xy$$

$$2(y-2)^2 - (x+2)^2 - 4 = xy$$



$$x + 2y = a$$

$$x = a - 2y$$

$$x - 6 - y > 0$$

$$x - 6 + y > 0$$

$$x + y + 6$$

$$x > 6 - y$$

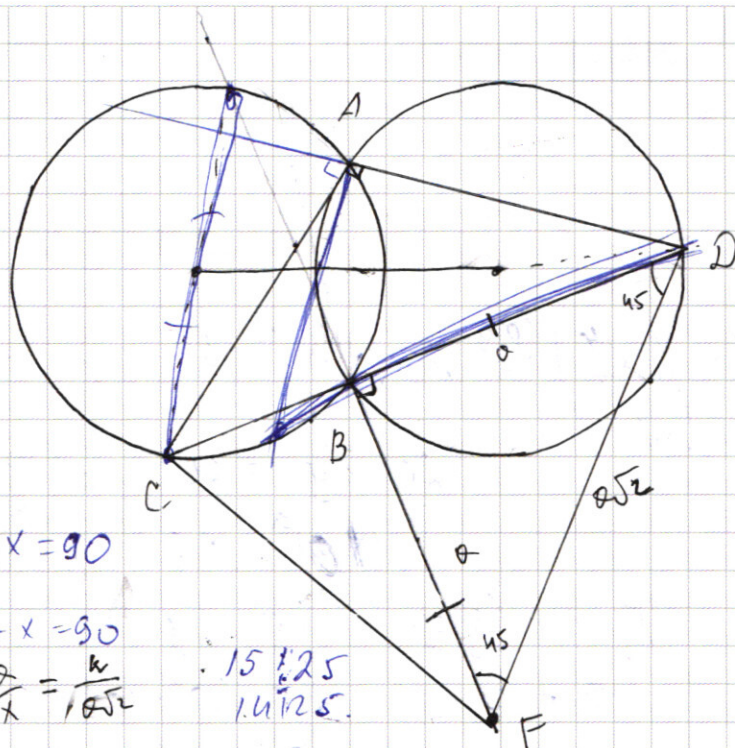
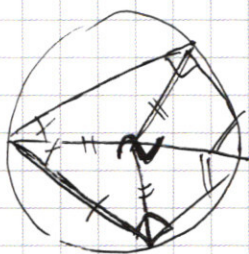
$$y + 6$$

$$2y$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{x-1} = 85 + 4 \cdot 3^{x-1} - x$$

$$5 \cdot 3^{x-1} = 4 + 81 \cdot 3^{x-1}$$

$$4 + 76 \cdot 3^{x-1} = 0$$



$$25 + 100 - 125 = \alpha + \gamma + \chi = 90$$

$$= 51 - 55$$

$$\alpha + \gamma + \chi = 90$$

$$\frac{\alpha}{\chi} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$15 : 25$$

$$14 : 25$$

$$AC \text{ повор} = L$$

$$FK \text{ повор} = M$$

$$\frac{x}{2} + \frac{180 + x}{2} = 180$$

$$x + 90 = 180$$

$$x = 90$$

