МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

# ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

## 11 класс

ВАРИАНТ 6 ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром $O$ вписана в трёхгранный угол с вершиной $S$ и касается его граней в точках $K$, $L$, $M$ (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол $KSO$ и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью $KLM$, если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой $SO$, равны 4 и 9.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра $a$, при которых система

$$\begin{cases} |x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12, \\ (|x| - 6)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках $A$ и $B$. На первой окружности выбрана точка $C$, а на второй – точка $D$. Оказалось, что точка $B$ лежит на отрезке $CD$, а $\angle CAD = 90°$. На перпендикуляре к $CD$, проходящем через точку $B$, выбрана точка $F$ так, что $BF = BD$ (точки $A$ и $F$ расположены по разные стороны от прямой $CD$). Найдите длину отрезка $CF$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника $ACF$.

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел $(x, y)$, удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geqslant 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)\, x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

МФТИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

**№1.** $16875 = 5^4 \cdot 3^3$

Т.к. $\begin{cases} 5\cdot 3 = 15 > 9 \\ 5\cdot 5 = 25 > 9 \\ 4+3 = 7 < 8 \end{cases}$ Существуют следующие варианты расстановки цифр:

1) 4 пятёрки, 3 тройки, 1 единица

2) 4 пятёрки, 1 девятка, 1 тройка, 2 единицы

Для 1 случая кол-во вариантов: $\frac{8!}{4!\cdot 3!\cdot 1!} = \frac{6\cdot 5\cdot 7\cdot 8}{6} =$

$= 5\cdot 7\cdot 8 = 280$

Для 2: $\frac{8!}{4!\cdot 1!\cdot 1!\cdot 2!} = \frac{6\cdot 5\cdot 7\cdot 8}{2} = 3\cdot 5\cdot 7\cdot 8 = 840$

Итого: $280 + 840 = 1120$ вариантов

Ответ: 1120.

**№2.** $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2}\cos 10x = \sin 7x + \sin 3x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2\cos 5x \cos 2x - \sqrt{2}\cos 10x = 2\sin 5x \cos 2x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \cos 2x(\cos 5x - \sin 5x) - \frac{\sqrt{2}}{2}\cos 10x = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \cos 2x(\cos 5x - \sin 5x) - \frac{\sqrt{2}}{2}(\cos 5x - \sin 5x)(\cos 5x + \sin 5x) = 0$

$\Leftrightarrow \left(\cos 2x - \frac{\sqrt{2}}{2}(\cos 5x + \sin 5x)\right)(\cos 5x - \sin 5x) = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \left(\cos 2x - \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\cos 5x + \frac{1}{\sqrt{2}}\sin 5x\right)\right)(\cos 5x - \sin 5x) = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \left(\cos 2x - \cos\left(5x - \frac{\pi}{4}\right)\right)(\cos 5x - \sin 5x) = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos 2x = \cos\left(5x - \frac{\pi}{4}\right) \\ \cos 5x = \sin 5x \end{array}\right.$  $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x = \pm\left(5x - \frac{\pi}{4}\right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ 5x = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \end{array}\right. \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \frac{\pi}{4} - 2\pi k = 3x, k \in \mathbb{Z} \\ 7x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ 5x = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi}{3}k, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{28} + \frac{2\pi}{7}k, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi}{5}k, k \in \mathbb{Z} \end{array}\right.$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Ответ: $\left\{\frac{\pi}{12}+\frac{2\pi}{3}k,\ k\in Z;\ \frac{\pi}{18}+\frac{2\pi}{7}k,\ k\in Z;\ \frac{\pi}{20}+\frac{\pi}{5}k,\ k\in Z\right\}$

№3. $\begin{cases}\left(\dfrac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} & (1)\\ 2y^2-xy-x^2-4x-8y=0 & (2)\end{cases}$ Заметим, что $\begin{cases}x<0\\ y>0\end{cases}$

$(2) \Leftrightarrow y^2-x^2+y^2-xy-4x-8y=0 \Leftrightarrow (y-x)(x+y)+y(y-x)-$

$-4(x+2y)=0 \Leftrightarrow (y-x)(x+2y)-4(x+2y)=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (y-x-4)(x+2y)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=x+4\\ x+2y=0\end{array}\right.$ (3)

$(1) \Leftrightarrow \dfrac{(-x)^{4\lg y}}{y^{2\lg y}} = (-x)^{\lg(-x)}\cdot(-x)^{\lg y} \Leftrightarrow (-x)^{3\lg y-\lg(-x)} = y^{2\lg y} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \lg(-x)\left(3\lg y-\lg(-x)\right)=2\lg^2 y \Leftrightarrow$ $f(x)=\lg x$ - инъек

$\Leftrightarrow \lg^2(-x)-3\lg(-x)\lg y+2\lg^2 y=0 \Leftrightarrow$ выделим полный квадрат

$\Leftrightarrow \left(\lg(-x)-\frac{3}{2}\lg y\right)^2 = \dfrac{\lg^2 y}{4} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\lg(-x)-\frac{3}{2}\lg y = \frac{\lg y}{2}\\ \lg(-x)-\frac{3}{2}\lg y = -\frac{\lg y}{2}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\lg(-x)=2\lg y=\lg y^2\\ \lg(-x)=\lg y\end{array}\right. \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow$ $f(x)=\lg x$ - инъекция $\left[\begin{array}{l}-x=y^2\\ -x=y\end{array}\right.$ (4)

ОДЗ. $\begin{cases}(1)\\(2)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}(3)\\(4)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\left[\begin{array}{l}y=x+4\\ x+2y=0\end{array}\right.\\ \left[\begin{array}{l}-x=y^2\\ -x=y\end{array}\right.\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}y=x+4\\ -x=y^2\end{cases}\\ \begin{cases}y=x+4\\ -x=y\end{cases}\\ \begin{cases}x=-2y\\ x=-y^2\end{cases}\\ \begin{cases}x=-2y\\ -x=y\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow$

$\underset{\substack{y>0\\ x<0}}{\Leftrightarrow} \left[\begin{array}{l}\begin{cases}y=\frac{-1+\sqrt{17}}{2}\\ x=\frac{-9+\sqrt{17}}{2}\end{cases}\\ \begin{cases}y=2\\ x=-2\end{cases}\\ \varnothing\\ \varnothing\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}y=\frac{\sqrt{17}-1}{2}\\ x=\frac{\sqrt{17}-9}{2}\end{cases}\\ \begin{cases}x=-2\\ y=2\end{cases}\end{array}\right.$

Ответ: $\left\{(-2;2),\ \left(\frac{\sqrt{17}-9}{2};\frac{\sqrt{17}-1}{2}\right)\right\}$.

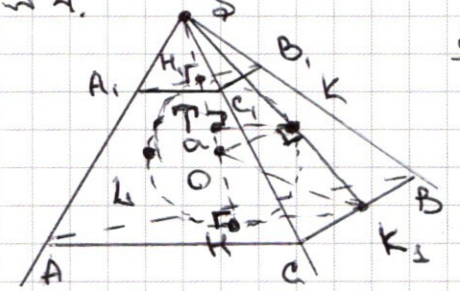
☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4.




$\frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = \frac{9}{4} \Rightarrow \frac{SH}{SH_1} = \frac{9}{4} \Leftrightarrow \frac{SH_1+2r}{SH_1} = \frac{9}{4} \Leftrightarrow$

т. о подоб. пирамиде

$\Leftrightarrow 4SH_1 + 8r = 9SH_1 \Leftrightarrow r = \frac{8}{5}SH_1 \Rightarrow$

$\exists K_1 = (AB) \cap (SK)$

$\begin{cases} \text{По св-ву вписс. шара } K_1O \text{ - бисс. } \angle HK_1S \\ SH \perp (ABC) \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} SO = OH_1 + H_1S = r + SH_1 = \frac{13}{5}r \\ OK = r \\ \angle OKS = 90° \end{cases} \Big| \Rightarrow \cos\angle KSO = \frac{SK}{SO} =$

$= \frac{\sqrt{\frac{13^2-5^2}{5^2}}\,r}{13/5\,r} = \frac{12}{13}$

Ответ: $\angle SKO = \arccos\left(\frac{12}{13}\right)$.

Из т. Пифр. $\begin{cases} SK = SL = SM \\ \angle OSK = \angle OSL = \angle OSM \end{cases} \Rightarrow (KLM) \parallel (ABC)$

$\exists KT$ - перп. на $SH$; $\exists OT = a$; $TK = h$

Тогда по Т. Пифр. $\begin{cases} h^2 + (SO-a)^2 = SK^2 \\ h^2 + a^2 = OK^2 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (SO-a)^2 - a^2 = SK^2 - OK^2 \Leftrightarrow \left(\frac{13}{5}r - a\right)^2 - a^2 = \frac{12^2}{5^2}r^2 - r^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{169}{25}r^2 - \frac{26}{5}ra + a^2 - a^2 = \frac{119}{25}r^2 \Leftrightarrow \frac{26}{5}ra = 2r^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{13}{5}ra = r^2 \underset{r\neq 0}{\Leftrightarrow} a = \frac{5}{13}r$

$ST = SO - OT = \frac{13}{5}r - \frac{5}{13}r = \frac{144}{65}r$

$S_{сеч} = S_{ABC} \cdot \frac{ST}{SH_1} = \frac{144r \cdot 5r \cdot 4}{65 \cdot 8r} =$

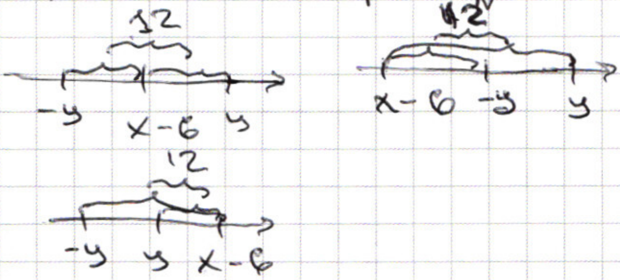
$= \frac{72}{13}$ Ответ: $S_{сеч} = \frac{72}{13}$.

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

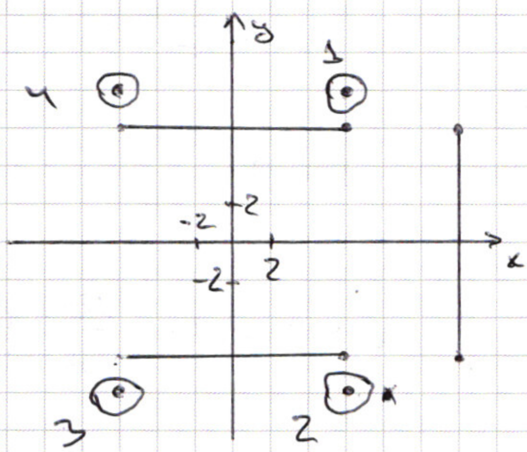
Страница №3 (Нумеровать только чистовики)

№5. $\begin{cases} |x-6-y|+|x-6+y|=12 \quad (1) \\ (|x|-6)^2+(|y|-8)^2=a \end{cases}$ — 4 окр. с радиусом $\sqrt{a}$

(1) $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} y=\pm 6 \\ x\in[-6;6] \end{cases} \\ \cancel{x=12} \\ \begin{cases} y\in[-6;6] \\ x=12 \end{cases} \end{array}\right.$




ДСК:




При $a<4$ реш. нет.

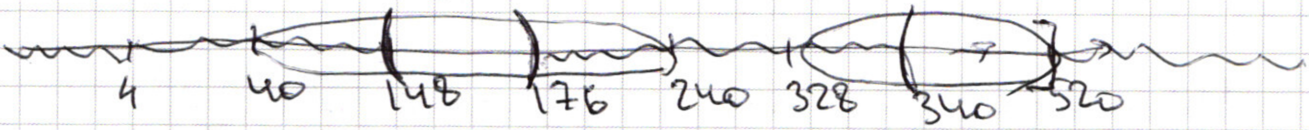
при $a\in[4;148]$ каждая окр-ть пересекает ближайшую к себе гориз прямую — $>2$ корней

при $a\in[176;340]$ —//— —//— дальнюю от себя гориз. пр.: $>2$ корней

при $a\in[40;240]$ окр 1 и 2 перес. верт отр-ок; если нет лишних — 2 корня.

при $a\in[328;520]$ окр 3 и 4 перес. верт. отр-ок; если нет др. корней — 2 корня.

при $a>520$ реш. нет.




Ответ: при $a\in(148;176)\cup(340;520]$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$16875 = 5^4 \cdot 3^3$

$16875 : 125 = 135$, $135 : 5 = 27$

125, 437, 375, 625; 10, 35

$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$

$\begin{cases} 4 & 5 \\ 3 & 3 \\ 1 & 1 \end{cases}$ $\dfrac{8!}{4! \cdot 3! \cdot 1!} = \dfrac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{6} =$

$= 5 \cdot 7 \cdot 8 = \underline{\underline{280}}$

12

$-y \quad x-6 \quad y$

$-y \quad y \quad x-6$

$x-6 \quad -y \quad 0 \quad y$

$\begin{cases} y = \pm 6 \\ x \in [6; +6] \end{cases}$

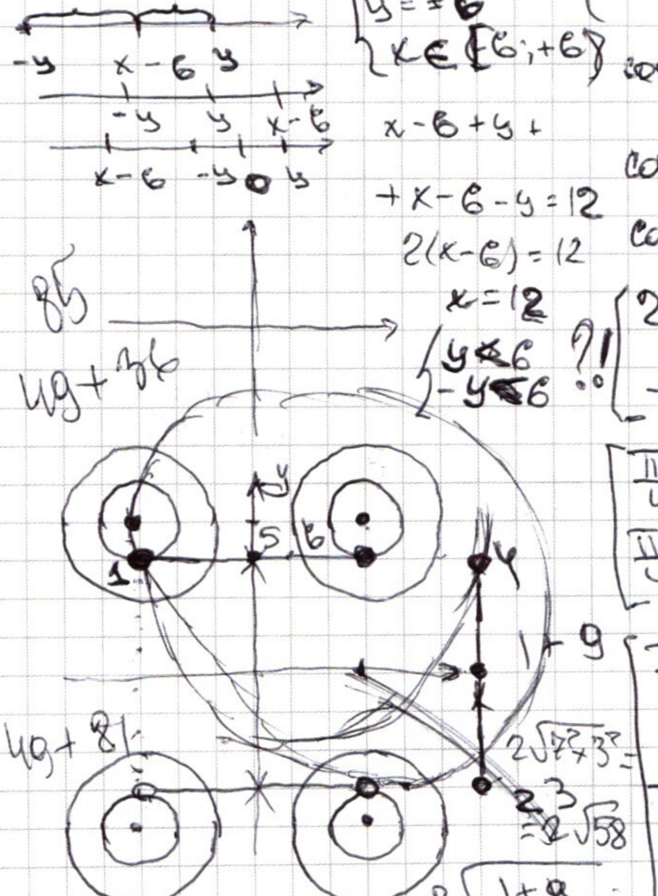
$x - 6 + y +$

$+ x - 6 - y = 12$

$2(x-6) = 12$

$x = 12$

$\begin{cases} y \leq 6 \\ -y \leq 6 \end{cases}$ ?!



$8y$

$49 + 36$

$49 + 81$

$1+9$

$2\sqrt{7^2+3^2} = 2\sqrt{58}$

$2\sqrt{1+9} = 2\sqrt{10}$

1: $a = \sqrt{4+36} = \sqrt{40}$

2: $a = \sqrt{14^2+36} = 2\sqrt{7^2+3^2} = 2\sqrt{58}$

3: $a = \sqrt{4^2+18^2} = 2\sqrt{1+9^2} = 2\sqrt{82}$

$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2}\cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$

$\cos 7x + \cos 3x - \cancel{\sqrt{2}}$

$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$

$\cos\alpha\cos\beta = 1/2(\cos$

$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$

$2\cos 5x\cos 2x - \frac{\sqrt{2}}{2}\cos 10x = 2\sin 5x\cos 2x$

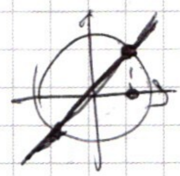
$\cos 2x(\cos 5x - \sin 5x) - \frac{\sqrt{2}}{2}(\cos^2 5x - \sin^2 5x) = 0$

$\left(\cos 2x - \frac{\sqrt{2}}{2}\cos 5x - \frac{\sqrt{2}}{2}\sin 5x\right)(\cos 5x - \sin 5x) = 0$

$\cos 2x - \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\cos 5x + \frac{1}{\sqrt{2}}\sin 5x\right) = 0$

$\cos 2x - \cos\left(5x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$

$\cos 2x = \cos\left(5x - \frac{\pi}{4}\right)$



$\left[\begin{array}{l} 2x = 5x - \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ -2x = 5x - \frac{\pi}{4} + 2\pi k \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} \frac{\pi}{4} + 2\pi k = 3x \\ \frac{\pi}{4} + 2\pi k = 7x \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi}{3}k \\ \frac{\pi}{28} + \frac{2\pi}{7}k \\ \frac{\pi}{20} + \frac{\pi}{5}k \end{array}\right.$

$\cos 5x = \sin 5x$

$5x = \frac{\pi}{4} + \pi k$

$x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi}{5}k$

$2\sqrt{1+6^2} = 2\sqrt{37}$

4: $a = \sqrt{18^2+14^2} = 2\sqrt{9^2+7^2} =$
$= 2\sqrt{130}$

$2\sqrt{130}$

5: $a = 14$

6 $a = \sqrt{14^2+12^2} = 2\sqrt{7^2+9^2}$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$|a| \le 2$ 0 ×

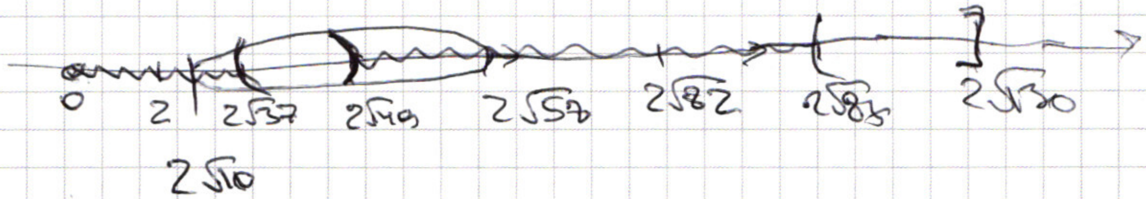
$|a| \in [2; 2\sqrt{37})$ $>2$ × ближ. гор.

$|a| \in [2\sqrt{10}; 2\sqrt{58}]$ ✓ ближ. верт.

$|a| \in [2\sqrt{82}; 2\sqrt{130}]$ ✓ дальняя верт

$|a| \in [2\sqrt{49}; 2\sqrt{85}]$ × дальняя гориз

~~$|a| \in [2\sqrt{10}$~~




Ответ: $a \in [-2\sqrt{130}; -2\sqrt{85}) \cup (-14; -2\sqrt{37}) \cup (2\sqrt{37}; 14) \cup (2\sqrt{85}; 2\sqrt{130}]$.

$y^2 - x^2 + y^2 - xy - 4x - 8y$

$(y-x)(x+y) + y(y-x) - 4(x+2y) = 0$

$(y-x)(x+2y) - 4(x+2y) = 0$

$(y-x-4)(x+2y) = 0$

$\left[\begin{array}{l} y-x=4 \\ x=-2y \end{array}\right.$

$\lg y$ $\boxed{\begin{cases} y>0 \\ x<0 \end{cases}}$

$\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-x)+\lg(y)} = 10 + (-x)^{\lg y}$

$\frac{x^{4\lg y}}{y^{2\lg y}} = 10 + (-x)^{\lg y}$

$\frac{(-x)^{4\lg y}}{100} = 10 + (-x)^{\lg y}$

$(\underbrace{(-x)^{\lg y}}_{t})^4 = 10^3 + 10^2\underbrace{(-x)^{\lg y}}_{t}$

$t^4 = 10^3 + 10^2 t$

$t^4 - 10^2 t - 10^3 = 0$

~~$t(t^3 - 10^2) = 10^3$~~

$10^{4k} - 10^{2+k} - 10^3 = 0$

$(-x)^{\lg y} = 10^{\lg_x 10 \cdot \lg y}$ $\boxed{= 10^{\frac{\lg y}{\lg x}}}$ $= k$

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{x^{4\lg y}}{y^{2\lg y}} = x^{\lg x} \cdot x^{\lg y}$$

$$x^{3\lg y - \lg x} = y^{2\lg y}$$

$$\lg x(3\lg y - \lg x) = \lg y \cdot \lg y \cdot 2$$

$$2\lg^2 y - 3\lg x \lg y + \lg^2 x = 0$$

$$\lg^2 x - 3\lg x \lg y + 2\lg^2 y = 0$$

$$\lg^2 x - 2 \cdot 1 \cdot \frac{3}{2}\lg y \lg x + \frac{9}{4}\lg^2 y - \frac{\lg^2 y}{4} = 0$$

$$\left(\lg x - \frac{3}{2}\lg y\right)^2 = \frac{\lg^2 y}{4}$$

$$\left[\begin{array}{l} \lg x - \frac{3}{2}\lg y = \frac{\lg y}{2} \\ \lg x - \frac{3}{2}\lg y = -\frac{\lg y}{2} \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} \lg x = 2\lg y \\ \lg x = \lg y \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = y^2 \\ x = y \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x = y + 4 \ (2) \\ x = -2y \ (1) \end{array}\right.$$

(1) $2y = y^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y = 0 \ ?! \\ y = 2 \end{array}\right.$

$2y = y \Leftrightarrow y = 0$ ?!

(2) $4 - y = y^2 \Leftrightarrow y^2 + y - 4 = 0$

$$y = \frac{-1 + \sqrt{1 + 16}}{2} = \frac{\sqrt{17} - 1}{2}$$

$y - 4 = y$ ?!

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} y = 2 \\ x = -2 \end{cases} \\ \begin{cases} x = \frac{\sqrt{17} - 9}{2} \\ y = \frac{\sqrt{17} - 1}{2} \end{cases} \end{array}\right.$$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\left(\frac{16y^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (2y)^{\lg(2y^2)}$

$(16y^2)^{\lg y} = 10 \cdot 2y^{\lg y}$

$(4y)^{2\lg y} = 10 \cdot 2y^{\lg y}$

$\begin{cases} \lg y \lg(-x) = 1 \\ \begin{cases} 4+x = y \\ x = -2y \end{cases} \end{cases}$

$\lg y \lg(2y) = 1$

$(10^{\lg y})^{\lg(2y)} = 10$

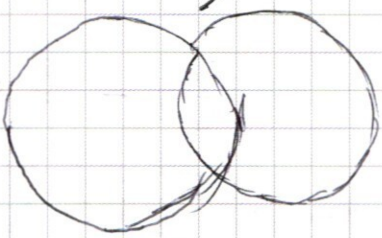
$\boxed{y^{\lg(2y)} = 10}$

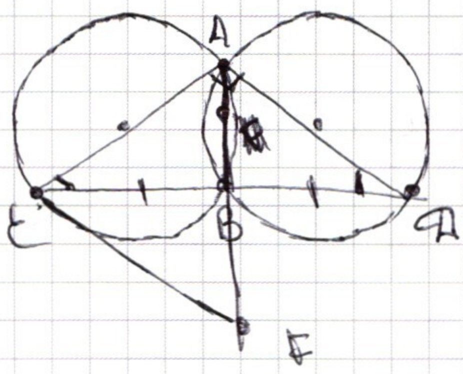
$z^{4\lg y} \cdot y^{-2\lg y} =$

$= z^{\lg z} \cdot z^{\lg y}$

$z^{3\lg y - \lg z} \cdot y^{-2\lg y} = 1$

$\left(10^{z^{\lg y - \lg z}}\right)^{y^{-2\lg y}} = 10$






$\frac{x^{4\lg y}}{y^{2\lg y}} = (-x)^{\lg(-x)} \cdot (yx)^{\lg y}$

$(-x)^{4\lg y} = 10^3 \cdot (-x)^{\lg y}$

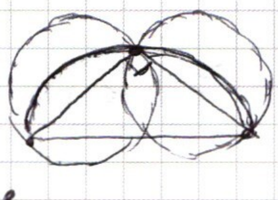
$(-x)^{3\lg y} = 10^3$

$\left((-x)^{\lg y}\right)^3 = 10^3$

$(-x)^{\lg y} = 10$

$x^{\boxed{\lg_{10} x}}$

$\boxed{-x = y}$



$\lg(-x)^{\lg y} = 1$

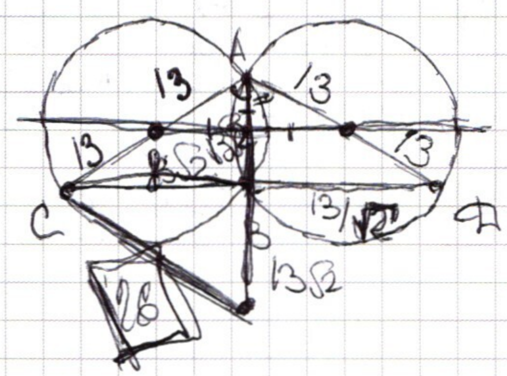
$\lg y \lg(-x) = 1$

$\lg y = \frac{1}{\lg(-x)}$

$\left(\frac{x^2}{y}\right)^{2\lg y} = (-x)^{\lg x} \cdot (\sqrt{x})^{2\lg y}$

$\left(\frac{x^{3/2}}{y}\right)^{2\lg y} = (-x)^{\lg x}$

$\left(\frac{(-x)^3}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg x}$

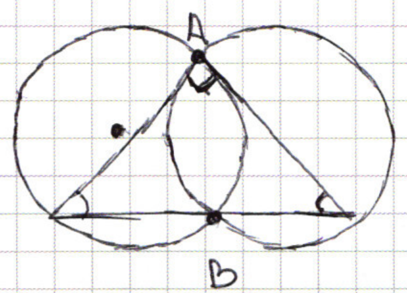



☑ черновик ☐ чистовик

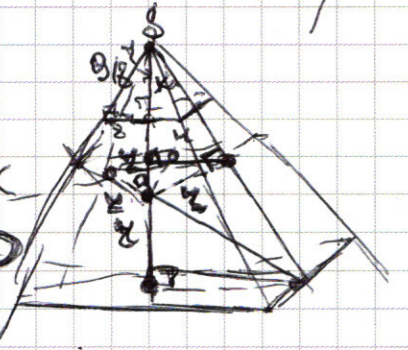
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)







$3^x + 4\cdot 3^{81} < 85 + 3^{81}\cdot x - x$

$3^x + (4-x)3^{81} - 85 + x < 0$

$\frac{17^2-64}{8} = \frac{15}{8}$

$\frac{x}{2r} = \frac{4}{9}$

$9x = 8r$

$r = \frac{9}{8}x$

$\frac{17}{8}r$

$\arccos\left(\frac{8}{17}\right)$

$\cancel{\sqrt{\frac{17^2+8^2}{17^2}} = \frac{\sqrt{353}}{17}}$

$\cancel{\frac{\left(\frac{17}{8}r-a\right)h}{2} + \frac{ah}{2} = \frac{\sqrt{353}}{17}r^2}$

$\begin{cases} h^2 + a^2 = r^2 \\ h^2 + \left(\frac{17}{8}r - a\right)^2 = \frac{353}{17}r - \frac{225}{64}r^2 \end{cases}$

$144 - 25 = 119$

$\frac{17}{119}$, $\frac{17}{289}$, $289 - 64 = 225$, $289 + 64 = 353$

1 2 3 4 5 6 7 8 9

9 4 1 3

5

4 8 6

6 2

1 9 6

1 9 , 2 5 10

$\frac{161}{64}r^2 = \frac{17^2}{64}r^2 - 2a\frac{17}{8}r$

$289 - 161 = 128$

$\frac{225}{64} - 64 = 161$

$ar\frac{17}{4} = \frac{128}{64} = 2r^2$

$a = \frac{2r^2\cdot 4}{17r} = \frac{8}{17}r$

$h = \frac{17}{8}r - \frac{8}{17}r = \frac{17^2-8^2}{8\cdot 17} = \boxed{\frac{225}{8\cdot 17}}$

$\cancel{h = \sqrt{\frac{17^2+8^2}{17^2} - \frac{17^2-8^2}{17^2}} = \frac{15}{17}r}$

$S = 4\cdot\frac{225}{8\cdot 17}\cdot\frac{17}{8} = \cancel{\frac{225}{289}} = 4\cdot\frac{225}{64} = \boxed{\frac{225}{16}}$

$\lg y(4\lg(-x) - 2\lg y) = (\lg(-x) + \lg y)\lg(-x)$

$\frac{\lg y}{\lg x} = 2\,\frac{2\lg x - \lg y}{\lg x + \lg y} = 2\frac{\lg x^2/y}{\lg xy} = 2\log_{xy}\frac{x^2}{y} = \log_x y$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)