

Рег. №: ММ-ЖК-0011

ШЖ

(заполняется секретарём)

Класс участия:

Место проведения:

Дата проведения: 22 февраля 2020 г.

Время начала (местное):



Олимпиада школы

по Математике

Название предмета

Заключительный этап 2020 г.

Анкета участника

Данная анкета предъявляется участником вместе с документом, удостоверяющим личность, при входе на олимпиаду. По окончании написания олимпиады анкета обязательно вкладывается в работу. Работа без предоставления анкеты недействительна и не проверяется. Анкета без подписей недействительна.

АНИКЕЕВ	Виталий	ДЕНИСОВИЧ	08.01.2002	18
Фамилия	Имя	Отчество	Дата рождения	Возраст
РФ	Московская обл.	г. Королев		
Страна	Регион	Населенный пункт		
Паспорт	46 16	158079	24.02.2016	500-057
Документ, удостоверяющий личность	Серия	Номер	Дата выдачи	Код подразделения
РФ	Московская обл.	г. Королев		
Страна школы	Регион школы	Населенный пункт школы		
11	Государственное Автономное Общеобразовательное Учреждение "ЛНИП"			
Класс обучения	Полное название образовательного учреждения			
8-915-100-44-41	8-916-649-18-46	anikeev-vitalik@mail.ru		
Мобильный телефон	Доп. телефон	E-mail		

Согласие на обработку персональных данных

Я согласен(-на) на сбор, хранение, использование, распространение (передачу) и публикацию своих персональных данных, а также олимпиадных работ, в том числе в сети "Интернет". Я согласен(-на), что мои персональные данные будут ограничено доступны организаторам олимпиады для решения административных и иных рабочих задач. Я проинформирован(а), что под обработкой персональных данных понимаются действия (операции) с персональными данными в рамках выполнения Федерального закона №152 от 27 июля 2006 г., конфиденциальность персональных данных соблюдается в рамках исполнения Операторами законодательства Российской Федерации. Я согласен(-на) на получение информационных писем от организаторов олимпиады на E-mail, указанный при регистрации.

Я подтверждаю, что все указанные мной данные верны и в указанном виде будут использованы при печати дипломов олимпиад в случае их получения. Я согласен(-на) на передачу данных в государственный информационный ресурс о детях, проявивших выдающиеся способности, созданный во исполнение Постановления Правительства Российской Федерации № 1239 от 17 ноября 2015 г.

Я подтверждаю, что ознакомлен с Положением и Регламентом проведения олимпиады школьников «Физтех», а также с правилами оформления и условиями проверки работы.

«22» февраля 2020 г.

Подпись участника олимпиады

ФИО законного представителя

Степень родства

Подпись законного представителя

Анкета без подписи недействительна.

Анкета обязательно должна быть вложена в работу!

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс



ВАРИАНТ 6

ШИФР

Заполняется ответственным секретарём

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 4 и 9.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12, \\ (|x| - 6)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N 1

$$\begin{array}{r|l} 16875 & 3 \\ 5625 & 5 \\ 1125 & 5 \\ 225 & 15 \\ 15 & 15 \end{array}$$

$$\Rightarrow 16875 = 3 \cdot 5625 = 3 \cdot 1125 = 3 \cdot 375 = 3 \cdot 125 = 3 \cdot 25 = 3 \cdot 5 = 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 3 \cdot 5^5$$

$$\Rightarrow 16875 = 3 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 3^3 \cdot 5^4$$

$\Rightarrow$ 6 восьмизначных чисел будет либо:

а) 3 тройки, 4 пятёрки, 1 единица

б) 1 девятка, 4 пятёрки, 1 тройка, 2 единицы

а) Ну, рассмотрим сколько способов можно разместить 3 ^{одинаковых} шара на семи местах (тройки), а потом умножить это кол-во на 8 т.к. ещё единица может быть на восьмим месте

$$C_3^7 = \frac{7!}{4! \cdot 3!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7}{2 \cdot 5} = 35 \Rightarrow 35 \cdot 8 = 280 \text{ способов}$$

$$\text{б) } C_2^8 \cdot C_4^6 \cdot 6 \cdot 6 = 28 \cdot 15 \cdot 36 = 13920$$

единицы пятёрки тройки и девятки

$$\Rightarrow \text{а) + б) } = 14200$$

Ответ: 14200

N 2

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$\sin 7x - \cos 7x + \sin 3x - \cos 3x = -\sqrt{2} \cos 10x$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \sin(7x - \varphi) + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin(3x - \varphi) = -\sqrt{2} \cos 10x$$

$$\sin(7x - \varphi) + \sin(3x - \varphi) = -2 \cos 10x$$

$$\varphi = \frac{\pi}{4} \Rightarrow 2 \sin(5x - \varphi) \cdot \cos 2x = -2 \cos 10x \Rightarrow \sin(5x - \varphi) \cdot \cos 2x = -\cos 10x$$

$$-\cos(10x) = \sin(10x - \frac{\pi}{2}) = \sin(10x - 2\varphi) = 2\sin(5x - \varphi) \cdot \cos(5x - \varphi)$$

$$\Rightarrow \sin(5x - \varphi) \cdot \cos(2x) = 2\sin(5x - \varphi) \cos(5x - \varphi)$$

$$\Rightarrow \text{а) } \sin(5x - \varphi) = 0, \text{ ил) } 0$$

$$\text{б) } \cos 2x = 2\cos(5x - \varphi)$$

$$\text{а) } \sin(5x - \varphi) = 0 \Rightarrow 5x - \varphi = \pi \cdot n \quad n \in \mathbb{Z} \Rightarrow x = \frac{\pi n + \frac{\pi}{4}}{5} = \frac{\pi}{5}n + \frac{\pi}{20} \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\text{б) } \cos 2x = 2\cos(5x - \varphi)$$

$$\text{Ответ: } x = \left[\frac{\pi}{5}n + \frac{\pi}{20} \right] \quad n \in \mathbb{Z}$$

№3

$$\left\{ \begin{aligned} \left(\frac{x}{y^2}\right)^{\lg y} &= (-x)^{\lg(-xy)} \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y &= 0 \end{aligned} \right. \quad (1) \quad (2)$$

$$(1) \Rightarrow y > 0 \quad -xy > 0 \Rightarrow x < 0$$

$$(1): \text{возьмем } \lg: \lg(y) \cdot \lg\left(\frac{x}{y^2}\right) = \lg(-xy) \cdot \lg(-x)$$

$$2 \cdot \lg(y) \cdot (\lg(x^2) - \lg(y)) = (\lg(-x) + \lg y) \lg(-x)$$

$$2 \lg(y) (2 \lg(-x) - \lg(y)) = (\lg(-x) + \lg(y)) \lg(-x) \quad \text{т.к. } |x| = -x \quad (x < 0)$$

$$\text{пусть } \lg(y) = a \quad \lg(-x) = b \quad \Rightarrow$$

$$2a(2b - a) = b^2 + ab \Rightarrow b^2 + 2a^2 - 3ab = 0 \Rightarrow \frac{2a^2}{b^2} + 1 - 3\frac{a}{b} = 0$$

$$\frac{a}{b} = t \Rightarrow 2t^2 - 3t + 1 = 0 \Rightarrow t = \begin{bmatrix} 1 \\ 1/2 \end{bmatrix}$$

$$\text{а) } t = \frac{\lg(y)}{\lg(-x)} = 1 \quad y = -x \Rightarrow \text{из (2)} \Rightarrow 2x^2 + x^2 - x^2 - 4x + 8x = 0$$

$$2x^2 + 4x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 0 \\ x = -2 \Rightarrow y = 2 \end{cases}$$

$$x < 0 \quad y > 0 \Rightarrow \text{только } (x = -2; y = 2)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ прог. № 3

$$1) t = \frac{\lg(y)}{\lg(-x)} = \frac{1}{2} \Rightarrow y^2 = -x$$

$$(2) \Rightarrow 2y^2 + y^3 - y^4 + 4y^2 - 8y = 0 \Rightarrow \begin{cases} y=0 - \text{не годится} \\ -y^3 + y^2 + 6y - 8 = 0 \end{cases}$$

$$y^3 - y^2 - 6y + 8 = 0$$

заметьте, что $y=2$ - корень. (такой же как и b а) $\Rightarrow$ делить)

$$\begin{array}{r|l} y^3 - y^2 - 6y + 8 & y-2 \\ \hline y^3 - 2y^2 & \\ \hline y^2 - 6y + 8 & \\ y^2 - 2y & \\ \hline -4y + 8 & \\ -4y + 8 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$y^2 + y - 4 = 0$$

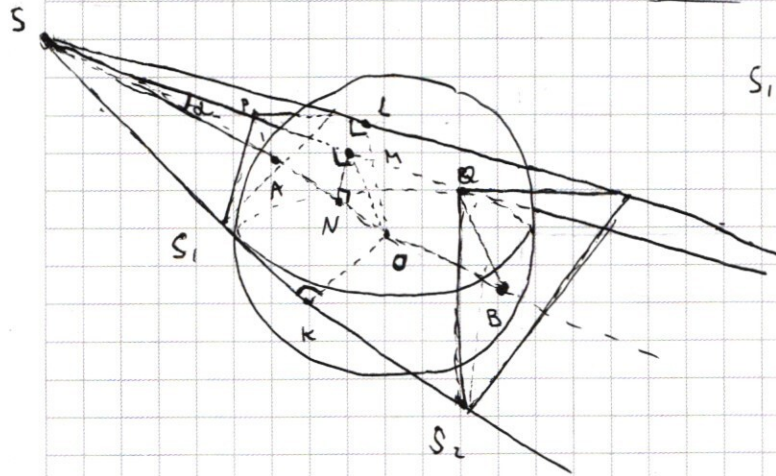
$$y_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+16}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2} \quad y > 0 \Rightarrow$$

$$\boxed{y = \frac{\sqrt{17}-1}{2} \quad x = -\frac{1-\sqrt{17}}{2}}$$

$$b) \begin{cases} a=0 \\ b=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=10 \\ x=10 \end{cases}$$

$x < 0 \Rightarrow$ нет.

Ответ: $\begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases}$ или $\begin{cases} x = \frac{1-\sqrt{17}}{2} \\ y = \frac{-1+\sqrt{17}}{2} \end{cases}$



$$S_1 = 4$$

$$S_2 = 9$$

Решение

Пусть $SA = H$, радиус = R

тогда $AB = 2R$

(A_1 и B - точки касания Δ -ков S_1 и S_2)

Плоскости Δ -ков $1''$ и $2''$ параллельны ($\perp$ одной прямой)

$\Rightarrow$ отрезки соединяющие точки касания с соотв. вершинами Δ -ков $1''$

$$\Rightarrow AP \parallel BR \quad \text{из подобия} \Rightarrow \frac{BR}{AP} = \frac{2R+H}{H}$$

аналогично для других вершин $\Rightarrow \Delta_1$ и Δ_2 подходят $\Rightarrow$

$\frac{S_1}{S_2} = k^2$ к от нас, это и для отрезков AP и BQ

$$k = \frac{H}{2R+H} \Rightarrow \frac{9}{4} = \left(\frac{2R+H}{H} \right)^2 \Rightarrow \frac{2R+H}{H} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{2R}{H} = \frac{1}{2} \quad \frac{H}{R} = 4$$

мыто $\angle PSA = \alpha = \angle MSO \Rightarrow \sin \alpha = \frac{R}{R+H} = \frac{1}{1+\frac{H}{R}} = \frac{1}{1+4} = \frac{1}{5}$

$$\boxed{\sin \alpha = \frac{1}{5}}$$

KLM: $SK = SM = SL \Rightarrow$ все грани при прямой SO с радиусы угла равны.

$\Rightarrow$ KLM и проекция Δ -ков Δ_1 и Δ_2

для них $k_2 = \frac{SN}{SA}$ $MN \perp SO$ $SN = (R+H - R \sin \alpha)$

$$\Rightarrow k_2 = \frac{R+H - R \sin \alpha}{H} = \frac{R}{H} (1 - \sin \alpha) + 1 = \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{5} + 1 = \frac{6}{5}$$

$$\Rightarrow S = S_1 \cdot k_2^2 = 4 \cdot \frac{36}{25} = \frac{120+24}{25} = \boxed{\frac{144}{25}}$$

Ответ: $\sin \alpha = \frac{1}{5}$ $S = \frac{144}{25}$
NS

$$\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12 \\ (x-6)^2 + (y-2)^2 = 25 \end{cases}$$

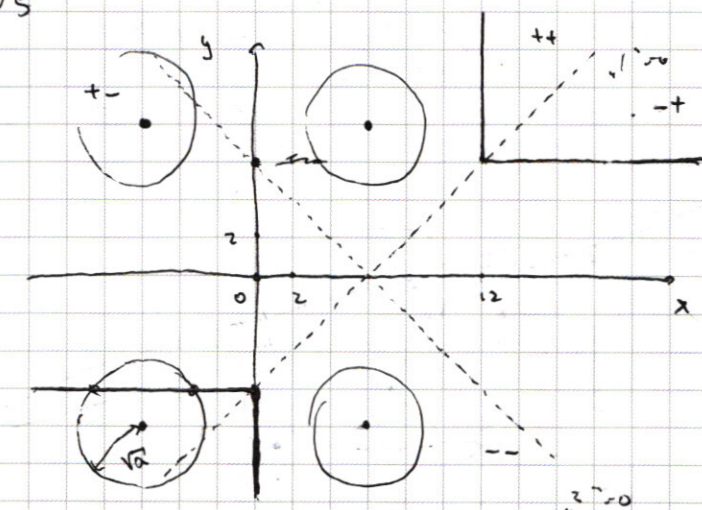
$$|x-6-y| + |x-6+y|$$

"1" "2"

характеристики
граничные прямые:
"1" = 0 "2" = 0

$$\begin{aligned} \Rightarrow y &= x-6 \\ y &= -x+6 \end{aligned}$$

знаки могут меняться



$$++ \cdot x-6-y + x-6+y = 12$$

$$-+ \cdot -x+6+y + x-6+y = 12$$

$$y = 6$$

$$-- \cdot -x+6+y - x+6-y = 12 \Rightarrow x = 0$$

$$+- \Rightarrow x-6-y - x+6-y = 12 \Rightarrow y = -6$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 5 продолжение.

рассмотрим второе ур-ие системы.

$$(x-6)^2 + (y-8)^2 = a$$

Окружность, с радиусом $\sqrt{a}$ если $\sqrt{a} \leq 6$
с центром в $(6; 8)$ при $x, y \geq 0$
или симметричных Ox, Oy точках.
 $\Rightarrow a \geq 0$

$\Rightarrow$ возможные $(6; 8); (-6; 8); (-6; -8); (6; -8)$

решения - пересечения с полулюбой прямой.

Ал. Видно, что 2 р-е. только тогда. окр. с центром в $(6; 8)$
пересекает $y = -6$.

$\Rightarrow R \geq 2$ но при $R = 6$ уже $3 + 1 + 1 = 1$ р-е. $\Rightarrow$

$\Rightarrow R > 2 \quad R < 6 \quad \Rightarrow a > 4 \quad a < 36$. // Других пар нет. для 2х
р-е. нету

Ответ: $a \in (4; 36)$

№ 6

$$BF = BD \quad R = 13$$

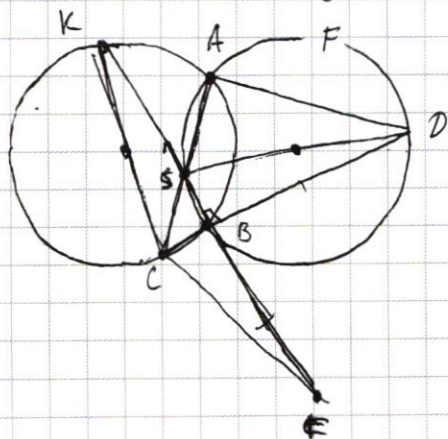
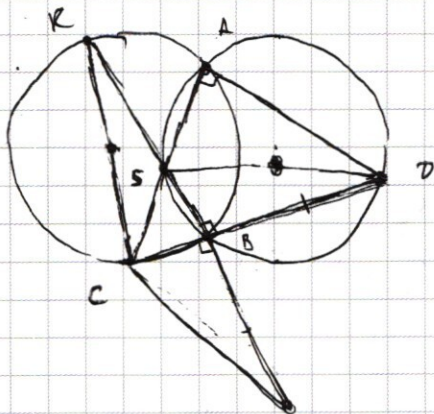
Решение

SD - диаметр. т.к. $\angle SAD = \angle SBD = 90^\circ$

CK - диаметр. $\angle CBK = 90^\circ$

$$SB = BC \Rightarrow \triangle SDB = \triangle CBF \Rightarrow CF = SD = 2R$$

$$\underline{CF = 26}$$



$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

заметьте, что

при $x=4$

$$\begin{aligned} 81 + 4 \cdot 3^{81} \\ 81 + 4 \cdot 3^{81} \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ при $x > 4$ выполняется условие.

пусть $4+a = x$

$$\Rightarrow 3^{a+4} + 4 \cdot 3^{81} = 85 + (3^{81} - 1)(a+4)$$

$$81 \cdot 3^a + 4 \cdot 3^{81} = 81 + 4 \cdot 3^{81} - a + a \cdot 3^{81}$$

$$81(3^a - 1) = a(3^{81} - 1) \quad \text{если } a=81 \text{ или } a=0 - \text{решение.}$$

$$a=81 = 81 \cdot (3^{81} - 1) = 81 \cdot (3^{81} - 1) \Rightarrow \underline{x=85}$$

$\Rightarrow$ все пары решений имеют $x \in [5; 85]$ $x \in \mathbb{Z}$

$$\text{для } x=5 \Rightarrow \begin{cases} y \geq 3^5 + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1) \cdot 5 \end{cases} \quad \text{и } y \geq 243 + 4 \cdot 3^{81} \quad y < 80 + 5 \cdot 3^{81}$$

кол-во y для каждого x :

$$85 + x \cdot 3^{81} - x - 3^x - 4 \cdot 3^{81} = x \cdot 3^{81} - x - 3^x + 85 - 4 \cdot 3^{81}$$

$$\Rightarrow \text{кол-во пар. решений: } N = \sum_{x=5}^{84} (x \cdot 3^{81} - x - 3^x + 85 - 4 \cdot 3^{81})$$

$$= \frac{(3^{81} - 1) \cdot 80 \cdot 89}{2} + 80 \cdot (85 - 4 \cdot 3^{81}) - \sum_{x=5}^{84} 3^x$$

геом. прогрессия с $q=3$
 $S = 3^5 \frac{q^n - 1}{q - 1}$
 $n=80$

$$= 40 \cdot 89 (3^{81} - 1) + 80 (85 - 4 \cdot 3^{81}) - \frac{3^5 \cdot (3^{80} - 1)}{2}$$

Ответ: $40 \cdot 89 (3^{81} - 1) + 80 (85 - 4 \cdot 3^{81}) - \frac{3^5}{2} (3^{80} - 1)$

то

$$xy < 0 \text{ и } y > 0 \Rightarrow x < 0.$$

$$\left(\frac{x}{y}\right)^4 \lg y = (-x) \lg(-xy)$$

$$|x| = -x \quad x < 0.$$

$$a = \lg y \quad b = \lg(-x).$$

$$2 \lg y \cdot \lg\left(\frac{x}{y}\right) = \lg(-xy) \cdot \lg(-x).$$

$$4 \lg y \cdot \lg(-x) - 2 \lg^2 y = \lg^2(-x) + \lg(y) \cdot \lg(-x)$$

$$8 - 4 - 12 + 8 = 0$$

$$4ab - 2a^2 = b^2 + ab.$$

$$2a^2 + b^2 - 3ab = 0.$$

$$\text{или } 2t^2 - 3t + 1 = 0$$

$$t = \frac{3 \pm \sqrt{9-8}}{4} = \frac{3 \pm 1}{4} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.5 \end{bmatrix} = \frac{a}{b}$$

$$1) \frac{\lg y}{\lg(-x)} = 1 \Rightarrow \lg(y) = \lg(-x) \Rightarrow y = -x.$$

$$2) 2 \lg y = \lg(-x) \Rightarrow y^2 = -x.$$

$$2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0$$

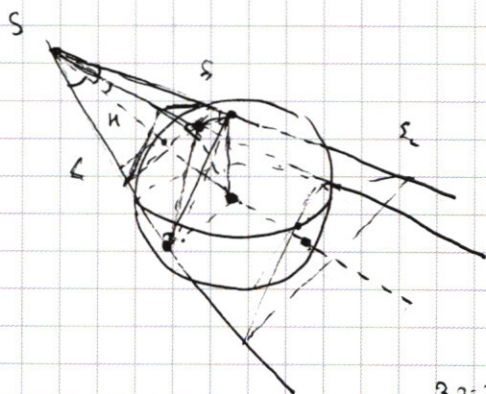
$$2(y-2)^2 \quad 1) \Rightarrow 2x^2 + x^2 - x^2 - 4x + 8x = 0.$$

$$2x^2 + 4x = 0 \Rightarrow x = 0 \quad x = -2. \Rightarrow \cancel{(0;0)}; \underline{\underline{(-2;2)}}$$

$$2) \cancel{2x^2 - 2x^2} \quad 2y^2 + y^3 - y^4 + 4y^2 - 8y = 0$$

$$-y^4 + 6y^2 + y^3 - 8y = 0. \quad y^3 - y^2 - 6y + 8 = 0.$$

или



$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{H}{R}. \quad k = \frac{H+R}{H} \Rightarrow \frac{S_2}{S_1} = k^2$$

$$\left(\frac{H+R}{H}\right)^2 = \frac{9}{4} \quad \frac{H+R}{H} = \frac{3}{2} \quad \boxed{\frac{R}{H} = \frac{1}{2}}$$

$$\text{или } \lg 2 = \frac{R}{H+R} \Rightarrow \frac{1}{\frac{H}{R} + 1} = \frac{2}{3} \quad \boxed{\lg 2 = \frac{2}{3}}$$

$$30 \cdot 24 + 9 = \dots$$

$$\text{или } 729$$



$$S_1 k_2^2 = \dots$$

$$k_2 = \frac{4R}{H} = \frac{L \cos \alpha}{H} = \frac{L}{\sqrt{1 + \frac{H^2}{R^2}} \cdot H} = \frac{(H+R) \cos \alpha}{H} = \left(1 + \frac{R}{H}\right) \frac{1}{1 + \frac{H}{R}} = \frac{9}{13} \cdot \frac{3}{2} = \frac{27}{26}.$$

$$\left(\frac{27}{26}\right)^2 \cdot 4 = \frac{27^2}{13^2} = \boxed{\frac{729}{169}}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5

$$\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12 \\ (x+6)^2 + (y-8)^2 = a \end{cases}$$

$++ \Rightarrow 2x - 12 = 12 \quad x = 12$

$-+ \Rightarrow -(x-6-y) + x-6+y = 12$

$2y = 12 \quad y = 6$

$-- \Rightarrow \cancel{x-6-y} - \cancel{x-6+y} = 12$
 $-2x = 0 \quad x = 0$

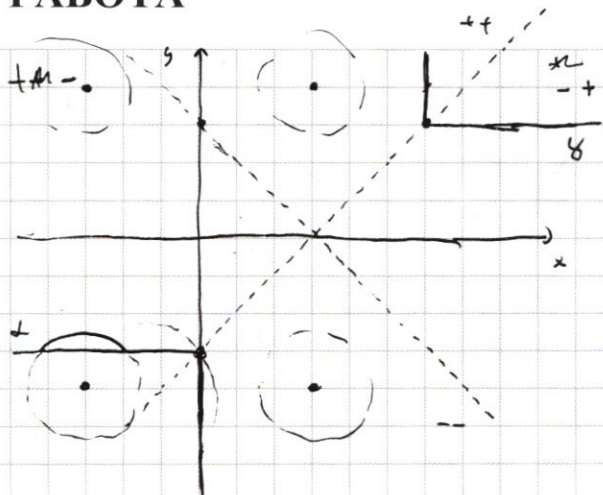
$+ - \Rightarrow \cancel{x-6-y} - \cancel{x-6+y} = 12$

$y = -6$

$(x-6)^2 + (y-8)^2 = a$

$a = R^2$

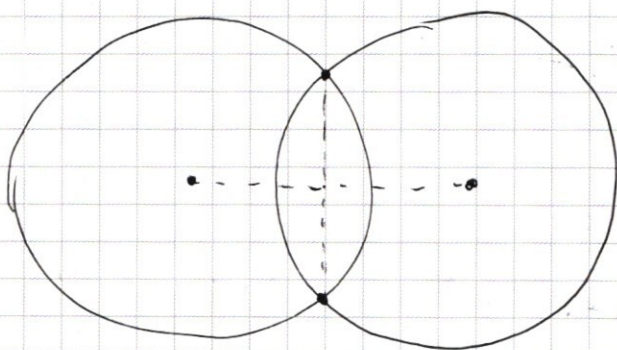
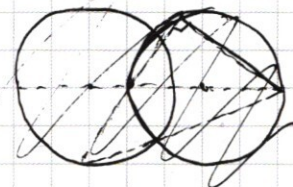
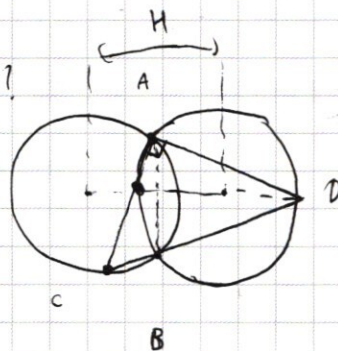
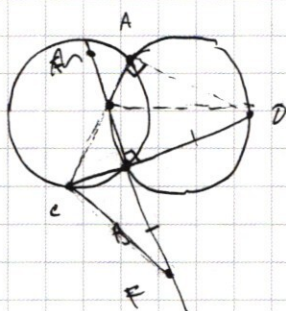
$y = x-6$
 $y = 8-x$



(6²)
1) $a \leq 36 \Rightarrow$ 2 рш на 2
при $a > 4$

№6

CF=?



$$y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81}$$

$$y < 85 + (3^{81} - 1)x$$

$$y < x \cdot (3^{81} - 1) + 85$$

~~xy < 8500~~

$$x=1 \Rightarrow \begin{cases} y \geq 3 + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 84 + 3^{81} \end{cases} \Rightarrow y \neq y \neq b$$

$$x=2 \Rightarrow \begin{cases} y \geq 9 + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 83 + 2 \cdot 3^{81} \end{cases}$$

$$x=4 \Rightarrow \begin{cases} y \geq 81 + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 81 + 4 \cdot 3^{81} \end{cases} \Rightarrow y \in \emptyset$$

$$x=5 \Rightarrow \begin{cases} y \geq 243 + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 80 + 5 \cdot 3^{81} \end{cases}$$

Ан

$$3^x + 4 \cdot 3^{81} = x(3^{81} - 1) + 85$$

$$3^x - x(3^{81} - 1) - (4 \cdot 3^{81} - 85) = 0$$

$$85 - x + x \cdot 3^{81}$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{81}$$

x =

Ан

Синус

$$\sin(7x + \varphi) + \sin(3x + \varphi) = -2 \cos 10x$$

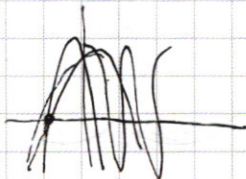
$$\cos(7x + \varphi) + \cos(3x + \varphi) = -\cos 10x$$

$$\cos 10x = 1 - 2 \sin^2 5x$$

$$\sin(10x + 2\varphi) = 2 \sin(5x + \varphi) \cos(5x + \varphi)$$

$$\cos 2x = 2 \cos^2 x$$

85 - 243058



a b

$$\cos 7x + \cos 3x = 2 \cos 3x \cdot \cos 7x = \sqrt{2} \sin 3x - \sin 7x \neq \sin 3x + \sin 7x$$

$$a + b - \sqrt{2} ab = \sqrt{1-a^2} + \sqrt{1-b^2} = \sqrt{2}$$

$$3^{a+4} + 4 \cdot 3^{81}$$

$$85 + 4 \cdot 3^{81} + a \cdot 3^{81} - a \cdot 3^{81}$$

$$81 = 3^4 + 4 \cdot 3^{81} = 81 + 4 \cdot 3^{81} + a \cdot 3^{81}$$

$$3 \neq 3-3 \neq 3-33$$

$$a, \frac{q^n - 1}{q - 1}$$