

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО М

11 класс

ВАРИАНТ 6

ШИФ]

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 4 и 9.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12, \\ (|x| - 6)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = f(x)^{\lg(-xy)} \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 \end{cases}$$

Заметим, что $(-x)^{\lg(xy)}$ — ~~показатель~~ ^{показатель} функции $\Rightarrow -x > 0 \Rightarrow x < 0$
кроме того $y > 0$

Преобразуем второе уравнение:

$$\begin{aligned} 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y &= 2y(y-4) - x(x+4) - 2xy + xy = \\ &= 2y(y-4-x) + x(y-x-4) = (2y+x)(y-x-4) = 0 \end{aligned}$$

Значит $y = -\frac{x}{2}$ и $y = x+4$

Преобразуем первое уравнение:

$$\left(\frac{x^2}{y}\right)^{2\lg y} = (-x)^{\lg(xy)}, \text{ т.к. оба числа положительны, то}$$

можно логарифмировать:

$$\lg\left(\frac{x^2}{y}\right)^{2\lg y} = \lg(-x)^{\lg(xy)} \Rightarrow 2\lg y \cdot \lg\left(\frac{x^2}{y}\right) = \lg(-xy) \cdot \lg(-x)$$

$$2\lg y (\lg(x)^2 - \lg y) = (\lg(-x) + \lg y) \lg f(x)$$

$$\begin{aligned} 4\lg y \lg f(x) - 2\lg^2 y &= \lg^2 f(x) + \lg f(x) \lg y \\ \lg^2 f(x) - 3\lg f(x) \lg y + 2\lg^2 y &= 0 \end{aligned}$$

$$\lg^2(-x) - \lg(-x) \lg y - 2\lg f(x) \lg y + 2\lg^2 y = 0$$

$$\lg(-x) (\lg(-x) - \lg y) + 2\lg y (\lg y - \lg(-x)) = 0$$

$$(\lg(-x) - \lg y) (\lg(-x) - 2\lg y) = 0$$

$$\begin{aligned} \lg f(x) &= \lg y \\ \downarrow \\ -x &= y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lg f(x) &= 2\lg y \\ \downarrow \\ -x &= y^2 \end{aligned}$$

$$1) \quad y = -\frac{x}{2}$$

$$\begin{cases} y = -\frac{x}{2} \\ -x = y \end{cases} \Rightarrow -x = -\frac{x}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \text{ - не подходит. ОДЗ.}$$

$$\begin{cases} y = -\frac{x}{2} \\ -x = y^2 \end{cases} \Rightarrow -x = \frac{x^2}{4} \Rightarrow x^2 + 4x = 0 \quad x = 0 \text{ не подходит} \quad x = -4 \quad \begin{cases} x = -4 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$2) \quad y = x + 4$$

$$\begin{cases} y = x + 4 \\ -x = y \end{cases} \Rightarrow -x = x + 4 \Rightarrow 2x + 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x + 4 \\ -x = y^2 \end{cases} \Rightarrow -x = x^2 + 8x + 16 \quad D = 81 - 64 = 17$$

$$x^2 + 9x + 16 = 0 \quad \downarrow \quad x_1 = \frac{-9 - \sqrt{17}}{2} \quad x_2 = \frac{-9 + \sqrt{17}}{2}$$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{-9 - \sqrt{17}}{2} \\ y_1 = \frac{-9 - \sqrt{17}}{2} + 4 = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 = \frac{-9 + \sqrt{17}}{2} \\ y_2 = \frac{-9 + \sqrt{17}}{2} + 4 = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \end{cases} \quad \sqrt{17} \approx 4, \dots$$

$$\text{Ответ. } (-4; 2); (-2; 2); \left(\frac{-9 + \sqrt{17}}{2}, \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \right)$$

✓1

Разложить число 16875 на простые множители:

$$\begin{array}{r|l} 16875 & 5 \\ 3375 & 5 \\ 675 & 5 \\ 135 & 5 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & 1 \end{array}$$

Значит искомое число состоит из цифр:

1) 5, 5, 5, 5, 3, 3, 3, 1 или 2) 5, 5, 5, 5, 3, 3, 3, 1, 1

1) Кол-во различных расположений пятерок равно $C_8^4 = \frac{8!}{4!} = 1680$. При этом в каждом варианте можно

расположить тройки $C_4^3 = 4! = 24$ различными способами, оставшаяся

цифра будет заполняться "1", Общее кол-во = $1680 \cdot 24$

2) Кол-во расположений пятерок аналогично равно 1680, учитывая мы можем расположить $C_4^2 = \frac{4!}{2!} = 12$ способами, при этом можно поменять "5" и "3" местами кол-во равно $1680 \cdot 12 \cdot 2 = 1680 \cdot 24$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Оба сумами количеств равна $1680 \cdot 24 \cdot 2 = 8064$
 Ответ 8064.

$\sqrt{2}$

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} \cos 10x = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - 2 \sin 5x \cos 2x - \sqrt{2} (\cos^2 5x - \sin^2 5x) = 0$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) - \sqrt{2} (\cos 5x - \sin 5x) (\cos 5x + \sin 5x) = 0$$

$$(\cos 5x - \sin 5x) (2 \cos 2x - \sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x)) = 0$$

$$\cos 5x = \sin 5x$$

$$2 \cos 2x = \sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x) \quad (1:2)$$

$$\tan 5x = 1$$

$$5x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi n}{5}, n \in \mathbb{Z}$$

$$\cos 2x = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 5x + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 5x$$

$$\cos 2x = \cos \left(\frac{\pi}{4} - 5x \right)$$

$$\cos 2x - \cos \left(\frac{\pi}{4} - 5x \right) = 0$$

$$-2 \cdot \sin \frac{-3x + \frac{\pi}{4}}{2} \cdot \sin \frac{7x - \frac{\pi}{4}}{2} = 0$$

$$\frac{\frac{\pi}{4} - 3x}{2} = \pi n, n \in \mathbb{Z} \quad \frac{7x - \frac{\pi}{4}}{2} = \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{\pi}{4} - 3x = 2\pi n$$

$$7x - \frac{\pi}{4} = 2\pi n$$

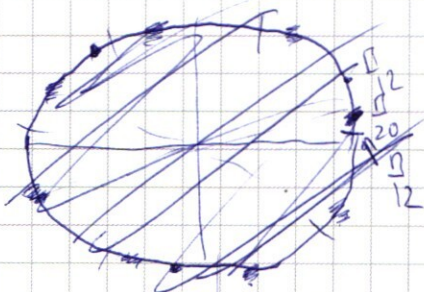
$$3x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n$$

~~7x~~

$$x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}$$

$$7x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n$$

$$x = \frac{\pi}{28} + \frac{2\pi n}{7}, n \in \mathbb{Z}$$



Ответ: $x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi n}{5}; \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{3}; \frac{\pi}{28} + \frac{2\pi n}{7}, n \in \mathbb{Z}$

№ 45

$$\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12 \\ (|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a \end{cases}$$

а: два решения

Рассмотрим второе уравнение:

1) $x \geq 0; y \geq 0$

$(x-6)^2 + (y-8)^2 = a$ окружность, центр $(6; 8)$, $R = \sqrt{a}$

2) $x < 0; y \geq 0$

$(x+6)^2 + (y-8)^2 = a$ окр. $(-6; 8)$, $R = \sqrt{a}$

Аналогично рассматриваем $x < 0; y < 0$ и

$x \geq 0; y < 0$ и получаем окруж. с радиусом $\sqrt{a}$ и центрами $(-6; -8)$ и $(6; -8)$ соответственно

$(6; -8)$ соответственно

Заметим, что при $a < 0$ система не имеет решений

Рассмотрим первое уравнение: График разбит на 4 области прямыми $y = x-6$ и $y = 6-x$: 1) Если $y \geq x-6$ и $y \geq 6-x$, то получаем: $-x+6+y + x-6+y = 12 \Rightarrow y = 6$.

2) Аналогично рассматривая область при $y \leq x-6$ и $y \geq 6-x$

получаем $y = -6$; 3) При $y < x-6$ и $y > 6-x$ получаем

$x-6-y + x-6+y = 12 \Rightarrow 2x = 24 \Rightarrow x = 12$, аналогично при

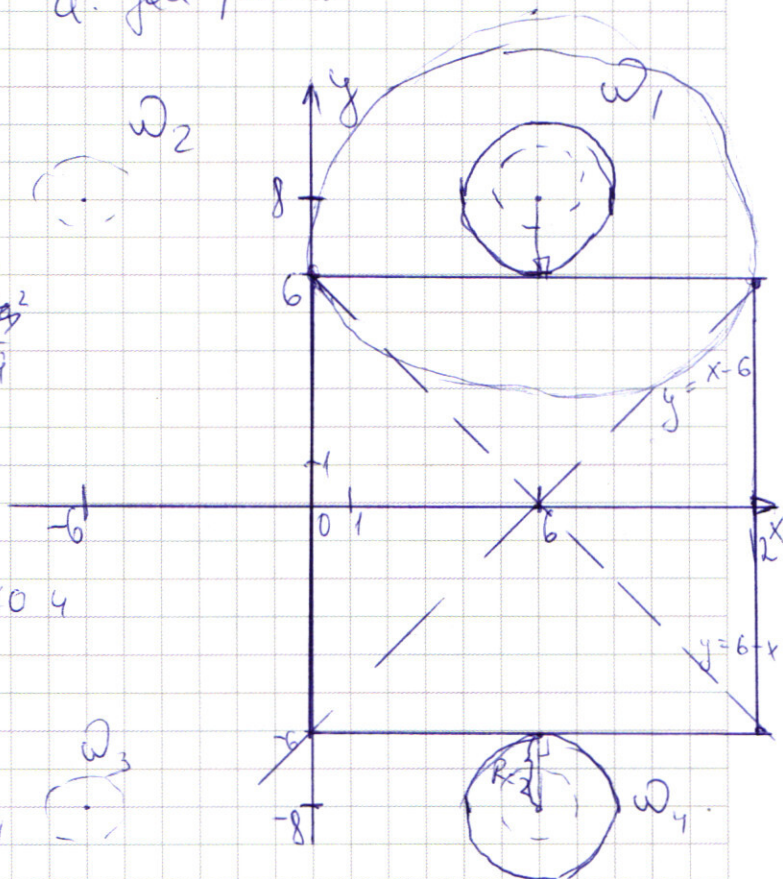
$y > x-6$ и $y < 6-x$ получаем $x = 0$. Значит данное уравне-

ние задаёт квадрат.

В силу симметрии, сколько пересечений будет у окружности ω_1 с квадратом, столько будет и у окр. ω_2

ω_1 и ω_2 будут касаться сторон квадрата и $R = 2 \Rightarrow$

$\Rightarrow a = 4$.



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Далее окружности будут пересекать каждую сторону в двух точках до момента, пока Ω_1 не пройдет через точки $(0;6)$ и $(12;6)$. Из-за того, что вектор окр. находится на одинаковом расстоянии от них, это будет при $a = 40$. Найдем значение: $(0-6)^2 + (6-8)^2 = a \Rightarrow a = 40$. При $a = 100$ окружность Ω_1 не пройдет через $(12;0)$. Тогда единственными решениями будут являться $(0;0)$ и $(12;0)$.

$$(6)^2 + (8)^2 = a \Rightarrow a = 100$$

Ответ: $a = 40; 100$

✓7

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$
 Заметим, что $3^x + 4 \cdot 3^{81} = 85 + (3^{81} - 1)x$ при $x = 4$ ($3^{81} + 4 \cdot 3^{81} = 81 \cdot 4 \cdot 3^{81}$).
 При таком x решение нет, т.к. не существует y , удовлетворяющей системе.

Сравним $3^x + 4 \cdot 3^{81}$ и $85 - x + 3^{81} \cdot x$; При целых значениях $x \leq 4$ $3^x + 4 \cdot 3^{81} > 85 - x + 3^{81} \cdot x$. Т.к. $4 \cdot 3^{81}$ будет значительно больше, чем $85 - x + x \cdot 3^{81}$. Аналогично при $x > 4$ $85 - x + 3^{81} \cdot x > 3^x + 4 \cdot 3^{81}$. Заметим, что при $x < 4$ y не существует, т.к. y больше, чем $3^x + 4 \cdot 3^{81}$ будет больше, чем $85 - x + 3^{81} \cdot x$. При $x \geq 4$ कोई y удовлетворяющей каждому целому значению x будет.

равно $85 - x + 3^{81} \cdot x - 3^x - 4 \cdot 3^{81}$, т.к. x — целое,
то каждый y тоже целый. Причем при большем x , бу-
дет ~~большее~~ кол-во y , стремящееся к бесконечности

Короче $x = 84$

~~Ответ бесконечное~~ кол-во пар

получим $85 - 84 + 3^{81} \cdot 84 - 3^{84} - 4 \cdot 3^{81} =$

$$= 1 + 3^{81} \cdot 84 - 3^{81} \cdot 81 - 4 \cdot 3^{81} = 1 + 3^{81} \cdot 80 - 3^{81} \cdot 4$$

$$= 1 - 3^{81} \Rightarrow \text{при таком значении } y \text{ слова не удастся}$$

Значит кол-во y равно ~~бу~~ $85 - 5 + 5 \cdot 3^{81} - 3^5 - 4 \cdot 3^{81} +$

$$+ 85 - 6 + 6 \cdot 3^{81} - 3^6 - 4 \cdot 3^{81} \dots + 85 - 84 + 84 \cdot 3^{81} - 3^{84} - 4 \cdot 3^{81} =$$

$$= (80 + 79 + \dots + 1) + (1 + 2 + \dots + 80) \cdot 3^{81} - 3^5 - 3^6 - \dots - 3^{84} =$$

$$= 3240 + 3240 \cdot 3^{81} - 3^5 - 3^6 - \dots - 3^{84} = 3240 + 3240 \cdot 3^{81} -$$

$$3^{81} - \left(\frac{3^5 \cdot (3^{80} - 1)}{2} \right) = 3240 + 3240 \cdot 3^{81} - \frac{3^{85}}{2} - \frac{3^5}{2} =$$

$$= 3240 - \frac{243}{2} + 3^{81} \left(3240 - \frac{3^4}{2} \right) = \frac{6237}{2} + 3^{81} \cdot \frac{6395}{2}$$

$$\text{Ответ } 3118,5 + 3^{81} \cdot 3197,5$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 5

$$\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12 \\ (|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = 9 \end{cases}$$

$x \geq 0, y \geq 0$

1) $(x-6)^2 + (y-8)^2 = 9$

$x < 0, y \geq 0$

$(x+6)^2 + (y-8)^2 = 9$

$x < 0, y < 0$

$(x+6)^2 + (y+8)^2 = 9$

$x > 0, y < 0$

$(x-6)^2 + (y+8)^2 = 9$

$R^2 = a$

$a = 5a$

$a \geq 0$

$a: 2 \text{ реш}$

$y = 6 - x$

$y = x - 6$

$(6; 8) R=2 \Rightarrow a=5$

$a=4$

$a=5$

$a=45$

$1) y > x-6, y > 6-x$

$-x+6+y \neq x-6+y=12$

$2y=12$

$y=6$

$2) y < x-6, y \geq 6-x$

$x-6-y$

$-x+6-y=12$

$y=-6$

$3) y > x-6, y < 6-x$

$-x+6+y - x+6-y=12$

$x=0$

$4) y < x-6, y \geq 6-x$

$x-6-y + x-6+y=12$

$2x=24$

$x=12$

$$36 \neq a \quad a = 36 \quad R = 6 \quad \sqrt{40}$$

$$36 + 4 = a \quad a = 40$$

$$a \in \{4\}; (40; 100]$$

$$36 + 64 = a \quad a = 100 \quad R = 10$$

✓ 2

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$2 \cos 5x \cdot \cos 2x - \sqrt{2} \cos 10x = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) - \sqrt{2} \cos 10x = 0 \quad (+1)$$

$$2 \cos 2x (\sin 5x - \cos 5x) + \sqrt{2} \cos 10x = 0$$

$$\cos 10x = \cos(2x + 8x) = \cos 2x \cos 8x - \sin 2x \sin 8x = 0$$

$$2 \cos 2x (\sin 5x - \cos 5x) + \sqrt{2} \cos 2x \cos 8x - \sqrt{2} \sin 2x \sin 8x = 0$$

$$\cos 2x (2(\sin 5x - \cos 5x) + \sqrt{2} \cos 8x) - \sqrt{2} \sin 2x \sin 8x = 0$$

$$\cos 3x - \sin 7x + \cos 3x - \sin 3x - \sqrt{2} \cos 10x = 0$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - (2 \sin 5x \cos 2x) - \sqrt{2} (\cos^2 5x - \sin^2 5x) = 0$$

$$-\sqrt{2} (\cos^2 5x - (1 - \cos^2 5x))$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - 2 \sin 5x \cos 2x - \sqrt{2} \cos^2 5x + \sqrt{2} = 0$$

$$\cos 5x \cos 2x - \sin 5x \cos 2x - \sqrt{2} \cos^2 5x + \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$\cos 5x (\cos 2x - \sqrt{2} \cos^2 5x) - \sin 5x$$

$$\cos 5x \cos 2x - \sin 5x \cos 2x - \sqrt{2} (\cos^2 5x - \sin^2 5x) = 0$$

$$\cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) - \sqrt{2} (\cos 5x - \sin 5x) (\cos 5x + \sin 5x) = 0$$

$$(\cos 5x - \sin 5x) (\cos 2x - \sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x)) = 0$$

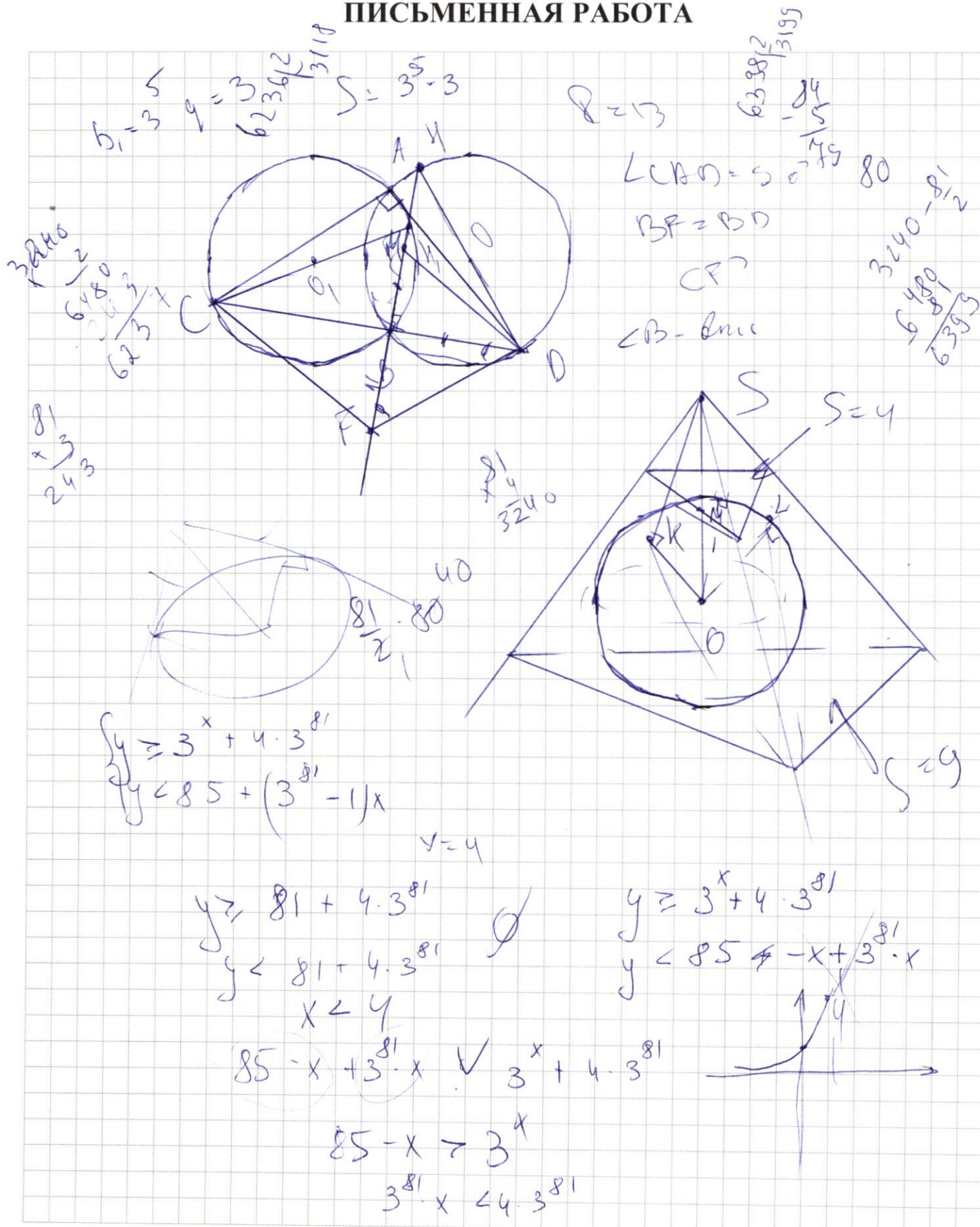
$$\cos 2x = \sqrt{2} \cos 5x + \sqrt{2} \sin 5x$$

$$\cos^2 x - \sin^2 x = \sqrt{2} \cos 5x + \sqrt{2} \sin 5x$$

$$\cos^2 x - \sqrt{2} \cos 5x = \sin^2 x + \sqrt{2} \sin 5x$$

$$\cos 5x = \cos (x + 4x) = \cos x \cos 4x - \sin x \sin 4x$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$85 + (3^{81} - 1) \times \cancel{3^x} + 4 \cdot 3^{81}$$

$$85 + x \cdot 3^{81} - x \cdot 3^x + 4 \cdot 3^{81}$$

$$85 - x - 3^x + x \cdot 3^{81} - 4 \cdot 3^{81} \leq 0$$

$$+ 8 \cdot 3^{81}$$

$$(x > 4)$$

$$x > 4$$

$$85 + (3^{81} - 1) x > 3^x + 4 \cdot 3^{81}$$

$$85 + x \cdot 3^{81} - x - 3^x - 4 \cdot 3^{81}$$

$$85 - x - 3^x + x \cdot 3^{81} - 4 \cdot 3^{81}$$

$$85 - x - 3^x + 3^{81}(x - 4)$$

$$(12)$$

$$\frac{8 \cdot 9}{12} = 6$$

$$\frac{12 \cdot \infty}{2} = \infty$$

$$2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 2y(y - 4) - x(x + 4) - 2xy + xy =$$

$$= 2y(y - 4 - x) + x(y - x - 4) =$$

$$= (y + x)(y - x - 4) = 0$$

$$y = -\frac{x}{2} \quad y = x + 4$$

$$1) \quad y = -\frac{x}{2}$$

$$\left(\frac{x}{y}\right)^{2 \lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}$$

$$2 \lg y \cdot (\lg x^2 - \lg y) =$$

$$= (\lg(-x) + \lg y) \lg(-x)$$

$$\lg\left(\frac{x^2}{y}\right)^{2 \lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} \lg(-x) \lg(-xy)$$

$$2 \lg y \cdot \lg \frac{x^2}{y} = \lg(-xy) \cdot \lg(-x)$$

$$4 \lg y \lg x - 2 \lg^2 y = \lg^2(-x) + \lg y \lg(-x)$$

$$\lg^2(-x) - 3 \lg y \lg(-x) + 2 \lg^2 y = 0$$

$$\lg^2(-x) - 3 \lg\left(-\frac{x}{2}\right) \lg(-x) - 2 \lg^2\left(-\frac{x}{2}\right) = 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\sqrt{1}$$

$$16815$$

$$55553331$$

$$55559311$$

$$720$$

$$\begin{array}{r} 720 \\ \times 7 \\ \hline 5040 \\ \times 8 \\ \hline 40320 \end{array}$$

$$12345678$$

8 чисел

$$87654321$$

$$8! = 40320$$

$$511$$

$$C_4^3 = \frac{4!}{1!} = 24$$

$$513535355$$

$$C_7^4 = \frac{7!}{3!} = 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 = 120 \cdot 7 = 840$$

$$C_7^3 = \frac{7!}{4!} = 5 \cdot 6 \cdot 7 = 210 \cdot 8 = 1680$$

$$C_8^3 = \frac{8!}{5!} = 6 \cdot 7 \cdot 8 = 48 \cdot 7 = 336$$

$$1680 \cdot 24$$

$$1680 \cdot 12 \cdot 2$$

$$C_4^2 = \frac{4!}{2!} = 12$$

$$1680 \cdot 24 \cdot 2 = 1680 \cdot 48$$

$$3360$$

$$\begin{array}{r} \times 168 \\ \times 48 \\ \hline 1344 \\ 672 \\ \hline 8064 \end{array}$$

$$8064$$

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - 2 \sin 5x \cos 2x - \sqrt{2} \cos^2 5x + \sqrt{2} \sin^2 5x = 0$$

$$\sqrt{2} (\sqrt{2} \cos^2 5x (\sqrt{2} \cos 2x - \sin 5x) - \sqrt{2} \sin^2 5x (\sqrt{2} \cos 2x - \sin 5x)) = 0$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) - \sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x) (\cos 5x - \sin 5x) = 0$$

$$(\cos 5x - \sin 5x) (2 \cos 2x - \sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x)) = 0$$

$$2 \cos 2x = \sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x)$$

$$2 \cos^2 x - 2 \sin^2 x = \sqrt{2} \cos 5x + \sqrt{2} \sin 5x$$

$$2\cos^2 x - \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 5x = 2\sin^2 x + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 5x$$

$$\cos 2x = \cos \frac{\pi}{4} \cos 5x + \sin \frac{\pi}{4} \sin 5x$$

$$\cos 2x = \cos \left(\frac{\pi}{4} - 5x \right) \quad \cos 2x - \cos \left(5x - \frac{\pi}{4} \right) = 0$$

$$2x = 5x - \frac{\pi}{4} \Rightarrow 3x = \frac{\pi}{4} \quad x = -2 \cdot \sin \frac{2x - \frac{\pi}{4}}{2} \sin \frac{\frac{\pi}{4} - 3x}{2} = 0$$

$$\frac{2x - \frac{\pi}{4}}{2} = \pi n \quad 2x - \frac{\pi}{4} = 2\pi n$$

$$2x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n$$

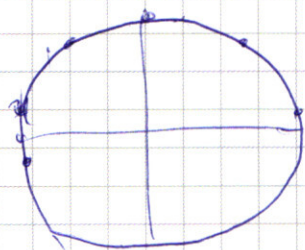
$$x = \frac{\pi}{28} + \frac{2\pi n}{7}$$

$$-3x + \frac{\pi}{4} = \pi n$$

$$3x = \frac{\pi}{4} + \pi n$$

$$x = \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{3} \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi n}{5}$$



$$\frac{\pi}{20} + \frac{\pi n}{5} = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{3} \quad \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{3} = \frac{\pi}{28} + \frac{2\pi n}{7}$$

$$\frac{\pi + 4\pi n}{20} = \frac{\pi + 8\pi n}{12} \quad \frac{514\pi n}{21} - 6\pi n = \frac{8\pi n}{21}$$

$$\frac{3\pi + 12\pi n - 4\pi - 40\pi n}{60} = 0 \quad \frac{\pi}{28} - \frac{\pi}{12} = -\frac{16}{28 \cdot 12}$$

$$-\pi - \pi + 28\pi n = 0$$

$$\pi(1 + 28n) = 0$$

$$n = -\frac{1}{28}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cos^2 x - \sin^2 x = \sqrt{2} \cos x \cos 4x - \sqrt{2} \sin x \sin 4x + \sqrt{2} \sin 5x \sin x - \sin(x+4x) = \sin x \cos 4x + \cos x \sin 4x$$

$$\cos^2 x - \sin^2 x = \sqrt{2} \sin x \cos 4x + \sqrt{2} \cos 4x \sin x + \sqrt{2} \cos x \cos 4x - \sqrt{2} \sin x \sin 4x$$

$$\cos 5x = \sin 5x$$

$$\operatorname{tg} 5x = 1 \Rightarrow 5x = \frac{\pi}{4} + \pi \quad x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi n}{5}, n \in \mathbb{Z}$$

$$\cos^2 x - \sqrt{2} \cos 5x = \sin^2 x + \sqrt{2} \sin 5x$$

$$\cos^2 x - \sqrt{2} \cos x \cos 4x - \sqrt{2} \sin x \sin 4x = \sin^2 x + \sqrt{2} \sin x \cos 4x + \sqrt{2} \sin 4x \cos x$$

$$\cos x (\cos x - \sqrt{2} \cos 4x - \sqrt{2} \sin 4x) = \sin x (\sin x + \sqrt{2} \cos 4x - \sqrt{2} \sin 4x)$$

$$\sqrt{2} \cos 4x = -\sqrt{2} \cos^2 2x + \sqrt{2} \sin^2 2x + \cos x$$

$$\sin x + \sqrt{2} \cos^2 x - \sqrt{2} \sin^2 2x$$

$$\begin{array}{r} 16875 \overline{) 5} \\ 3375 \overline{) 35} \\ 675 \overline{) 5} \\ 135 \overline{) 5} \\ 27 \overline{) 3} \\ 9 \overline{) 3} \\ 3 \overline{) 3} \\ 1 \overline{) 1} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16875 \overline{) 5} \\ 15 \overline{) 3375} \\ 18 \overline{) 37} \\ 15 \overline{) 35} \end{array}$$

$$3153355525$$

$$55553331$$

$$\begin{array}{r} 3375 \overline{) 5} \\ 30 \overline{) 675} \\ 37 \overline{) 5} \\ 35 \overline{) 17} \\ 25 \overline{) 15} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 135 \overline{) 5} \\ 10 \overline{) 27} \\ 35 \end{array}$$

$$33315555$$

$$4 \cdot 7 = 28$$

$$28 \cdot 7 = 196$$

$$196$$

$$+ 8$$

$$204$$

$$\begin{array}{l} \downarrow 3 \downarrow 3 \downarrow 3 \downarrow 5 \downarrow 5 \downarrow 5 \\ 3 \downarrow 1 \downarrow 3 \downarrow 3 \downarrow 5 \downarrow 5 \downarrow 5 \\ 3 \downarrow 3 \downarrow 3 \downarrow 5 \downarrow 5 \downarrow 5 \\ 8 = 4 \cdot 2 = 4 \cdot 7 = 28 \\ 4 \end{array}$$

$$28 \quad 13335555$$

$$33355551$$

$$C_8^1 = \frac{8!}{1!} = 8$$

$$5133555$$

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg x} = f(x)^{\lg f(xy)} & x < 0 \\ 2y^2 - xy - x^2 + 4x - 8y = 0 & y > 0 \\ (2y^2 - 8y + 8)^2 - 8 - (x^2 - 4x + 4 - 4) - xy = 0 \end{cases}$$

$$\sqrt{2} \cdot 2 \cdot x = 8$$

$$x = \frac{8}{2\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$

$$(2\sqrt{2})^2 = 8$$

$$2(y^2 - 2x - 4y) -$$

$$\begin{aligned} (\sqrt{2}y + 2\sqrt{2})^2 - 8 - (x+2)^2 + 4 - xy &= 0 \\ 2(y-2)^2 - (x+2)^2 &= xy + 4 \end{aligned}$$

$$\lg\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg x} = \lg(-x)^{\lg(-xy)}$$

$$\lg y \cdot \lg\left(\frac{x^2}{y}\right)^2 = \lg(-xy) \cdot \lg(-x)$$

$$(\sqrt{2}(y-2) - x - 2)(\sqrt{2}(y-2) + x + 2) = xy + 4$$

$$(\sqrt{2}y - x - 2\sqrt{2} - 2)(\sqrt{2}y - 2\sqrt{2} + x + 2) = xy + 4$$

$$-4(x+2y) - (x^2 - 2y^2 + xy) = 0$$

$$x+2y = \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{2y} \quad \left(\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{2yx} + \sqrt[3]{xy} \right) = 0$$

$$2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0$$

$$y(2y-x) - 4(x+2y) - x^2 = 0$$

$$2y(y-4) - x(x+4) - xy$$

$$2y(y-4) - x(x+4+y) = 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{aligned} \lg^2(-x) - 3(\lg(-x) - \lg 2) \lg(-x) - 2((\lg(-x) - \lg 2)^2) &= 0 \\ \lg^2(-x) - 3\lg^2(-x) - 3\lg 2 \lg(-x) - 2\lg^2(-x) + 4\lg(-x)\lg 2 - & \\ - 2\lg^2 2 &= 0 \\ -4\lg^2(-x) + \lg(-x)\lg 2 - 2\lg 2 &= 0 \\ 4\lg^2(-x) - \lg(-x)\lg 2 + 2\lg 2 &= 0 \\ \lg(-x) &= t \\ 4t^2 - \lg 2 \cdot t + 2\lg 2 &= 0 \\ D = \lg^2 2 - 16\lg 2 &= 0 \quad (< 0) \end{aligned}$$

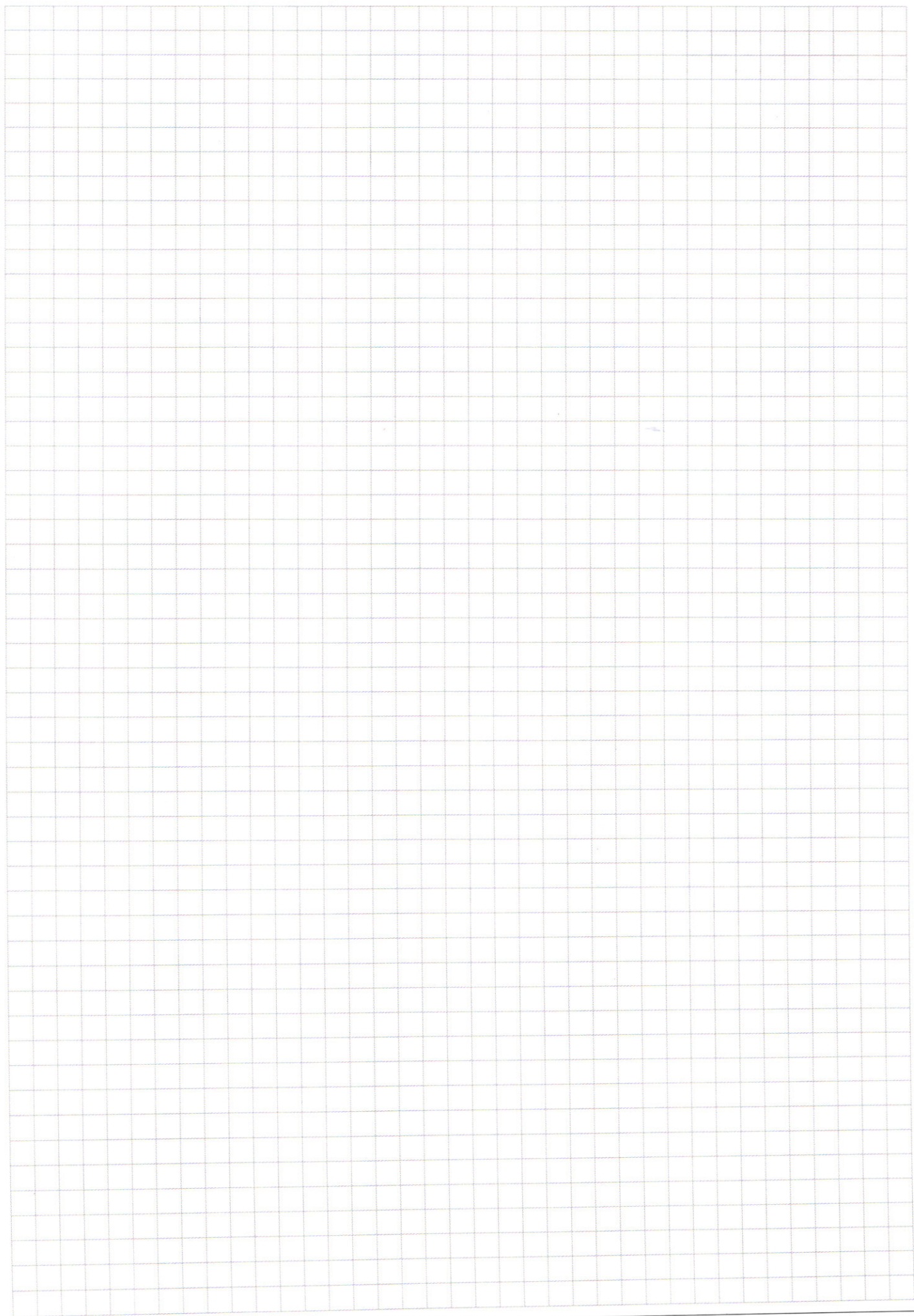
$$y = x + 4$$

$$\begin{aligned} \lg^2(-x) - 3\lg(x+4)\lg(-x) + 2\lg^2(x+4) &= 0 \\ \lg^2(-x) - \lg y \lg(-x) - 2\lg y \lg(-x) + 2\lg^2 y &= \\ = \lg(-x)(\lg(-x) - \lg y) - 2\lg y(\lg(-x) - \lg y) &= 0 \\ (\lg(-x) - \lg y)(\lg(-x) - 2) &= 0 \\ \lg(-x) &= 2 & \lg(-x) &= \lg y & -x &= y \\ -x &= 100 & & & +x &= \frac{x}{2} \\ x &= -100 & \lg(-x) &= \lg(-\frac{x}{2}) & 2x &= x \\ & & -x & & x &= 0 \end{aligned}$$

$$-x = x + 4$$

$$-2x = 4$$

$$x = -2$$



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)