

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 6

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 4 и 9.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12, \\ (|x| - 6)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача № 1:

разложить число 16 875 на простые множители;
 $16\,875 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$;

это разлагается на 7 множителей.

возможно 2 варианта:

1) восьмизначное число состоит из цифр: 5, 5, 5, 5, 3, 3, 3, 1

2) восьмизнач. число состоит из цифр: 5, 5, 5, 5, 3, 9, 1, 1

возможные перестановки

Сколько чисел: в 1 случае количество чисел: $P(4; 3; 1) = \frac{8!}{4! \cdot 3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2} =$

$$= 280$$

$$\text{в 2 случае: } P(4; 2; 1; 1) = \frac{8!}{4! \cdot 2!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{2} = 840$$

$$\text{Итого: } 280 + 840 = 1120 \text{ чисел.}$$

$$\text{Ответ: } \underline{1120}$$

Задача № 5

$$\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12 & (1) \\ (|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a & (2) \end{cases}$$

Изобразим на плоскости $(x; y)$ множество точек, удовлетворяющих (1) и (2) уравнению системы;

$$(1): \begin{cases} 1) \begin{cases} y < x-6 \\ y > 6-x \\ x-6-y+x-6+y=12 \end{cases} & \begin{cases} y < x-6 \\ y > 6-x \\ x=12 \end{cases} \\ 2) \begin{cases} y < x-6 \\ y > 6-x \\ x-6-y-x+6-y=12 \end{cases} & \begin{cases} y < x-6 \\ y > 6-x \\ y=-12 \end{cases} \end{cases}$$

$$4) \quad \left\{ \begin{array}{l} y > x-6 \\ y < 6-x \\ -x+6+y-x+6-y=12 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} y > x-6 \\ y < 6-x \\ x=0 \end{array} \right.$$

A hand-drawn coordinate plane with x and y axes. The origin is labeled O. A rectangle ABCD is drawn with vertices at A(-6, -6), B(-6, 6), C(6, 6), and D(6, -6). The midpoints of the sides are labeled P(-6, 0), Q(0, 6), R(6, 0), and S(0, -6). Four circles are drawn, each centered at a midpoint: circle E is centered at P(-6, 0), circle F is centered at Q(0, 6), circle G is centered at R(6, 0), and circle H is centered at S(0, -6). The radius of each circle is 3 units. The x-axis is labeled with -6, 0, 6, and 12. The y-axis is labeled with -6, 0, 6, and 12.

В 1-й М и Е караване знамен (1) и 3-х человек $\rightarrow$ Гмача

2) $R = \sqrt{9 + 36} = \sqrt{45}$: $\text{определен в } \text{E}_{\text{опр}} \text{ с } 1/174 \text{ М}$

6 1.) K, E - 1.1 D, H ; ко нпр координатна

Квадрат ΔA_1 имеет стороны 4 и 3, а гипотенуза 5

Универсальность. Кольца R и S называются изоморфными, если существует биекция $\phi: R \rightarrow S$ такая, что $\phi(a+b) = \phi(a) + \phi(b)$ и $\phi(ab) = \phi(a)\phi(b)$.

Страница № 2
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3) при дальнейшем увеличении a - количество корней

4) при $a \in (0; 4)$ - 4 корня

$a = 4$ - 3 корня

$a \in (4; 40)$ - 4 корня

$a \in (40; 100)$ - 3 корня

$a = 100$ - 1 корень

$a \in (100; +\infty)$ - 0 корней

2 решения при:

$a \in \{4\} \cup (40; 100)$

Ответ: $a \in \{4\} \cup (40; 100)$

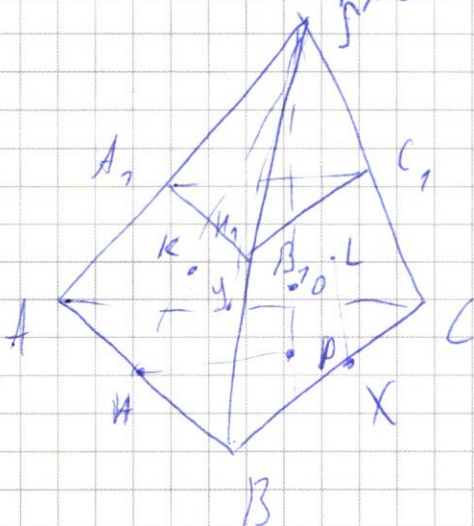
Задача № 4

1) т.к. сфера вписана в 3-х граничных углах и

отражена двумя плоскостями, каждая перпендикулярно

DO (по свойству касательных), то можно сказать,

что сфера вписана в усеченную пирамиду.



2) т.к. $(A_1B_1C_1) \parallel (ABC)$, то

$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$, то

коэффициент подобия:

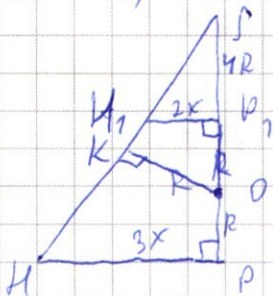
$$k = \sqrt{\frac{S_{A_1B_1C_1}}{S_{ABC}}} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$$

3) Найдем радиус сферы; и SR :

2 радиус сферы R ;

$$\frac{H_1P_1}{KR} = \frac{2}{3} \quad (\text{н.2})$$

из подобия: $\triangle H_1P_1R \sim \triangle KPR$
(1-й шаг)



$$4) \frac{SP_1}{SP_1 + 2R} = \frac{2}{3}; \quad 3SP_1 = 2SP_1 + 4R \Rightarrow SP_1 = 4R$$

$$4) \quad \angle KSO \sim \angle KPS \quad \text{т.к. гипотенуза:} \quad \frac{KO}{KP} = \frac{OS}{PS}$$

$$KO = R; \quad KP = 3x; \quad OS = 5R; \quad PS = \sqrt{9x^2 + 36R^2}$$

$$\frac{R}{3x} = \frac{5R}{\sqrt{9x^2 + 36R^2}}$$

$$\sqrt{9x^2 + 36R^2} = 15x$$

$$9x^2 + 36R^2 = 225x^2$$

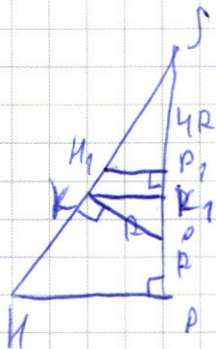
$$36R^2 = 216x^2$$

$$R^2 = x^2 \cdot 6; \Rightarrow R = x\sqrt{6}$$

$$5) \text{ в } \triangle H_1SP_1: \quad \tan \angle KSO = \frac{2x}{12} = \frac{2x}{4x\sqrt{6}} = \frac{1}{2\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{12}$$

$$\angle KSO = \arctan\left(\frac{\sqrt{6}}{12}\right)$$

6) Найти длину отрезка KL будет равносильно найти
 $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$ (т.к. $\frac{BK}{SH} = \frac{KL}{SX} = \frac{SM}{SY}$);



из подобия $\triangle KKL$ и $\triangle HPS$:

$$\frac{KL}{KP} = \frac{SK}{SH};$$

$$SK = \sqrt{25R^2 - R^2} = R\sqrt{24} = 2R\sqrt{6}$$

$$SH = \sqrt{HP^2 + PS^2} = \sqrt{\frac{9R^2}{6} + 36R^2} =$$

$$\frac{KL}{KP} = \frac{2R\sqrt{6}}{\frac{15R\sqrt{6}}{6}} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5} = k_2$$

$$\frac{l_{KLM}}{S_{KBC}} = (k_2)^2 = \frac{16}{25} \Rightarrow l_{KLM} = \frac{16}{25} \cdot 9 = \frac{144}{25}$$

$$\text{Ответ: } \angle KSO = \arctan\left(\frac{\sqrt{6}}{12}\right); \quad l_{KLM} = \frac{144}{25}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №3 $\left| \frac{x^4}{y^2} \right|^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}$ расширим
л-е ур-ие
сидомки

трансформируем обе части логарифма $(-x)$.

$$\log_{(-x)} \left(\frac{x^4}{y^2} \right)^{\lg y} = \log_{(-x)} (-x)^{\lg(-xy)}$$

$$\lg y \cdot \log_{(-x)} (x^4 \cdot y^{-2}) = \lg(-xy) \cdot \log_{(-x)} (-x)$$

$$\lg y (\log_{(-x)} (-x)^4 + \log_{(-x)} y^{-2}) = \lg(-x) + \lg(y)$$

$$\lg y (4 - 2 \log_{(-x)} y) = \lg(-x) + \lg y$$

$$3 \lg y - 2 \lg y \cdot \log_{(-x)} y - \lg(-x) = 0$$

предположим $\log_{(-x)} y$, тогда: $\frac{\log_{10} y}{\log_{10} (-x)} = \frac{\lg y}{\lg(-x)}$

$$3 \lg y - 2 \lg y \cdot \frac{\lg y}{\lg(-x)} - \lg(-x) = 0$$

обозначим $\lg(-x) = z$; $3w - 2 \frac{w^2}{z} - z = 0$
 $\lg y = w$

$$-z^2 - 2w^2 + 3wz = 0, \quad z \neq 0$$

$$z^2 - 3wz + 2w^2 = 0 \quad |:w^2$$

$$\left(\frac{z}{w} \right)^2 - 3 \left(\frac{z}{w} \right) + 2 = 0$$

$$\left(\frac{z}{w} - 1 \right) \left(\frac{z}{w} - 2 \right) = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} z = w \\ z = 2w \end{array} \right.$$

вернем обратно значения z, w :

$$\left[\begin{array}{l} \lg(-x) = \lg y \\ \lg(-x) = \lg y^2 \end{array} \right. \quad \left[\begin{array}{l} y = -x \\ y^2 = -x \end{array} \right.$$

Тогда получим систему $(-x) \quad y \text{ и } y^2$ то будет уравнение степени;

$$1) \begin{cases} y = -x; \\ 2y^2 + (-x) \cdot y - (-x)^2 + 4(-x) - 8y = 0 \end{cases} \quad \left| \begin{aligned} 2y^2 + y^2 - y^2 + 4y - 8y &= 0 \\ 2y^2 - 4y &= 0. \end{aligned} \right.$$

$$y(y-2)=0.$$

$$y=0$$

$$y=2$$

$$2) \begin{cases} y^2 = -x \\ 2y^2 + (-x)y - (-x)^2 + 4(-x) - 8y = 0 \end{cases} \quad \left| \begin{aligned} 2y^2 + y^3 - y^4 + 4y^2 - 8y &= 0. \end{aligned} \right.$$

$$6y^2 + y^3 - y^4 - 8y = 0.$$

$$y^4 - y^3 - 6y^2 + 8y = 0$$

$$y(y^3 - y^2 - 6y + 8) = 0$$

$$y(y-2)(y^2 + y - 4) = 0.$$

$$= y^2 + y - 4 = 0, \quad D = 1 + 16 = 17$$

$$y = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$\begin{cases} y=0 \\ y=2 \\ y = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2} \end{cases}$$

$$\text{то О.О.З: } \begin{cases} y > 0 \\ 1-x > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y > 0 \\ x < 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$y = \left\{ 2; \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \right\};$$

$$\text{при } y=2: \begin{cases} x = -2 \\ x = -4 \end{cases}$$

$$\text{при } y = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}: \begin{cases} x = -\frac{1}{4}(18 - 2\sqrt{17}) \\ x = \frac{\sqrt{17} - 9}{2} \end{cases}$$

$$\text{при } y = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2}: \begin{cases} x = -\frac{1}{4}(18 - 2\sqrt{17}) \\ x = \frac{\sqrt{17} - 9}{2} \end{cases}$$

$$x = -\frac{1}{4}(18 - 2\sqrt{17})$$

$$x = \frac{\sqrt{17} - 9}{2}$$

$$\text{Ответ: } [-2; 2] \cap (-4; 2); \left[\frac{\sqrt{17}-9}{2}; \frac{\sqrt{17}-1}{2} \right)$$

Задача №2

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 2x + \sin 3x$$

$$\cos 7x - \sin 7x + \cos 3x - \sin 3x = \sqrt{2} \cdot \cos 10x$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} (\cos 7x - \sin 7x) + \frac{\sqrt{2}}{2} (\cos 3x - \sin 3x) = \cos 10x$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{4} + 7x\right) + \cos\left(\frac{\pi}{4} + 3x\right) = \cos 10x$$

Сумма косинусов:

$$2 \cos\left(5x + \frac{\pi}{4}\right) \cdot \cos 2x = \cos 10x$$

$$2 \left(\cos 5x \cos \frac{\pi}{4} - \sin 5x \sin \frac{\pi}{4} \right) \cos 2x = \cos^2 5x - \sin^2 5x$$

$$\sqrt{2} \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} \sin 5x \cos 2x = (\cos 5x - \sin 5x) \cdot (\cos 5x + \sin 5x)$$

$$\sqrt{2} (\cos 2x) (\cos 5x - \sin 5x) = (\cos 5x - \sin 5x) (\cos 5x + \sin 5x)$$

1) 1)

$$\begin{cases} \cos 5x = \sin 5x \\ \sqrt{2} \cos 2x = \cos 5x + \sin 5x \end{cases}$$

$$\begin{cases} \operatorname{tg} 5x = 1 \\ \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 2x = \frac{\sqrt{2} \cos 5x}{2} + \frac{\sqrt{2} \sin 5x}{2} \end{cases}$$

$$= \cos 2x = \cos\left(\frac{\pi}{4} - 5x\right)$$

$$\cos 2x - \cos\left(\frac{\pi}{4} - 5x\right) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4} - 5x} \frac{2x + \frac{\pi}{4} - 5x}{2} \cdot \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4} - 5x} \frac{2x - \frac{\pi}{4} - 5x}{2} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{8} - \frac{3x}{2}} \frac{\pi}{8} - \frac{3x}{2} = 0$$

$$\begin{cases} \operatorname{tg} 5x = 1 \\ \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{8} - \frac{3x}{2}} \frac{\pi}{8} - \frac{3x}{2} = 0 \\ \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{8} - \frac{3x}{2}} \frac{2x - \frac{\pi}{4}}{2} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \\ \frac{\pi}{8} - \frac{3x}{2} = \pi k, k \in \mathbb{Z} \\ \frac{2x - \frac{\pi}{4}}{2} = \pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5}, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{12} - \frac{2}{3} \pi k, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{28} + \frac{2}{8} \pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } x = \left\{ \frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5}; \frac{\pi}{12} + \frac{2}{3} \pi k; \frac{\pi}{28} + \frac{2}{8} \pi k \right\}, k \in \mathbb{Z}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y \leq 85 + (3^{81} - 7)x \end{cases}$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{81} = 85 + 3^{81} \cdot x$$

$$\sqrt{2} \cos 2x (\cos x - \ln x) = (\cos x - \ln x) (\cos x - \ln x)$$

$$\cos x = \ln x$$

$$\sqrt{2} \cos 2x = \cos x + \ln x$$

$$\cos 2x = \cos\left(\frac{\pi}{4} + x\right)$$

$$\frac{\pi}{8} - \frac{3x}{2} = \pi k$$

$$\frac{3x}{2} = \frac{\pi}{8} - \pi k$$

$$x = \frac{\pi}{12} - \frac{2}{3}\pi k$$

$$\ln 5x (\ln 5x - \sqrt{2} \cos 2x) = \cos 5x (\cos 5x - \sqrt{2} \cos 2x)$$

$$\sqrt{2} \cos 2x (\cos x - \ln x) = (\cos x - \ln x) \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 2x - \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 2x \right) + \frac{\sqrt{2}}{2} (\cos 3x - \frac{\sqrt{2}}{2} \ln 3x) = \sqrt{2} \cos 10x$$

$$\frac{2x}{2} - \frac{\pi}{8} = \pi k$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{\pi}{8} + \pi k$$

$$x = \frac{\pi}{8} + \frac{2}{3}\pi k$$

$$\cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos 10x$$

$$2 \cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) \cdot \cos\left(\frac{7x}{2}\right) = \cos 10x$$

$$\cos 10x = 2 \cos^2 5x - 1$$

$$2 \left(\cos 5x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \ln 5x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \right) =$$

$$\sqrt{2} \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} \ln 5x \cos 2x =$$

$$= \cos^2 5x - \ln^2 5x$$

$$\sqrt{2} \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} \ln 5x \cos 2x - 2 \cos^2 5x = 1$$

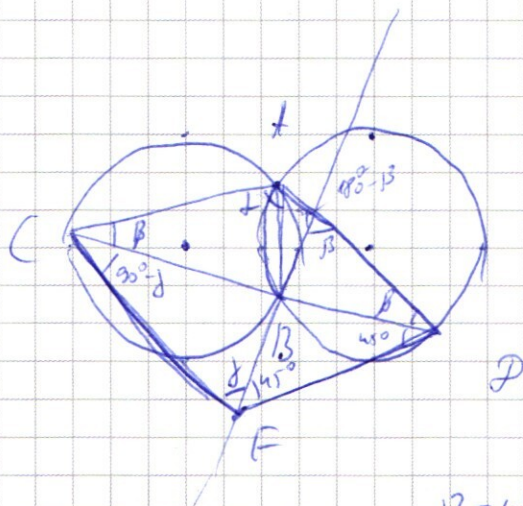
$$\cos 5x (\sqrt{2} \cos 2x - 2 \cos 5x) = 1 + \sqrt{2} \ln 5x \cos 2x$$

$$\ln^2 5x - \sqrt{2} \ln 5x \cos 2x =$$

$$= \cos^2 5x (\cos 5x - \sqrt{2} \cos 2x)$$

$$\cos 5x (\sqrt{2} \cos 2x - 2 \cos 5x) = \ln^2 5x (\ln 5x + \sqrt{2} \cos 2x) =$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\frac{CB}{\sin \alpha} = 2R$$

$$\frac{BD}{\sin(90^\circ + \alpha)} = 2R ; \frac{BD}{\cos \alpha} = 2R$$

$$\frac{CB \cdot \cos \alpha}{BD \cdot \cos \alpha} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$CB = \tan \alpha \cdot BD$$

$$CB = \frac{CB}{BD} \cdot BD$$

$$\frac{AB \cdot 2}{\sqrt{2}} = 2 \cdot 13$$

$$AB = 13\sqrt{2}$$

$$CB = \frac{CB}{BD} \cdot BD$$

$$\sin(90^\circ + 45^\circ) \cdot (F \cdot F) = BF \cdot CD$$

$$\sin(90^\circ + 45^\circ) \cdot \frac{BC}{\sin \alpha} \cdot BD \sqrt{2} = BD(13\sqrt{2} + BC)$$

$$\frac{\sin(90^\circ + 45^\circ)}{\sin \alpha} \cdot \tan \alpha \sqrt{2} = (1 + \tan \alpha)$$

$$26 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \cos \alpha + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \alpha = \frac{BD \sqrt{2}}{42} + \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{1 - \frac{BD^2}{26^2}}$$

$$\frac{BD \sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{26^2 - BD^2} = BD \sqrt{2}$$

$$2y^2 - xy + x^2 - 4x - 8y = 0$$

$$2y^2 - xy - 8y = x^2 + 4x$$

$$2y^2 - xy + 3x^2 - 8y = 4x^2 + 4x$$

$$\left(\frac{x^y}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}$$

$$\left(\frac{x^2}{y}\right)^{\lg y^2} = (-x)^{\lg(-xy)}$$

$$\frac{(x^2)^{\lg y^2}}{(y^{\lg y})^2} = (-x)^{\lg(-x) + \lg(y)}$$

$$x^{\lg y^4} = (y^{\lg y})^2 \cdot (-x)^{\lg(-x)}$$

$$(x^{\lg y})^4 = (y^{\lg y})^2 \cdot (-x)^{\lg(-x)}$$

$$\frac{(x^{\lg y})^4}{(-x)^{\lg y}} = (y^{\lg y})^2 \cdot (-x)^{\lg(-x)^2} \cdot (-x)^{\lg y}$$

$$(x^{\lg y})^3 = \frac{1}{100} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{1000}$$

$$x^{\lg y} = \frac{1}{10}$$

$$\log_x(\lg y) = \frac{1}{10}$$

$$\log_x \frac{1}{10} = \lg y$$

$$\frac{1}{- \log_{10} x} = \log_{10} y$$

$$y = 10^{- \log_{10} x}$$

$$y = x$$

$$\begin{array}{r} 169 \\ x \quad 2 \\ \hline 338 \end{array}$$

$a^{\lg a}$

$$\log_a x = \lg a$$

$$\log_a x = a$$

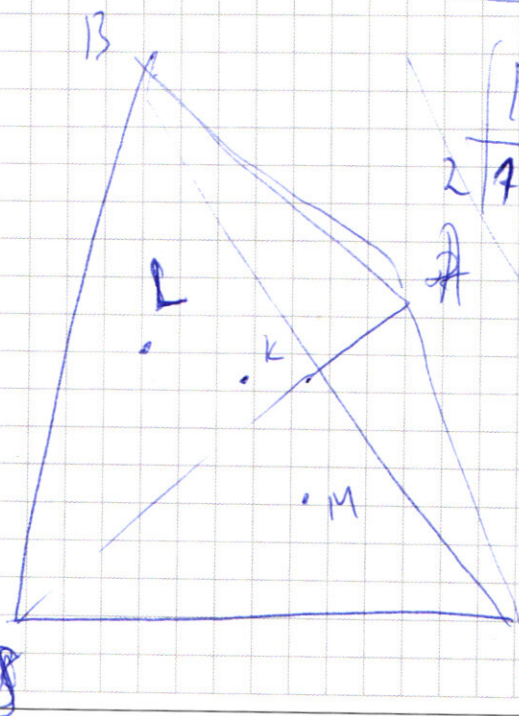
$$\frac{1}{\log_x a} = \lg a$$

$$\log_2 x = \frac{1}{\log_2 10}$$

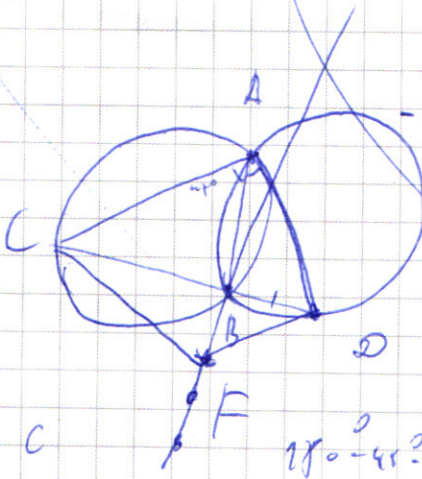
$$\log_2 x \cdot \log_2 10 = 1$$

$$x = a^{\frac{1}{\log_2 10}}$$

$$= a^{(\log_2 10)^{-1}} = \frac{1}{10}$$



1	-1	-6	8
2	7	1	-4
			0



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r} 16825 \overline{) 5} \\ -15 \\ \hline 18 \\ -15 \\ \hline 38 \\ -35 \\ \hline 25 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3375 \overline{) 5} \\ -32 \\ \hline 38 \\ -35 \\ \hline 25 \\ -25 \\ \hline 0 \end{array}$$

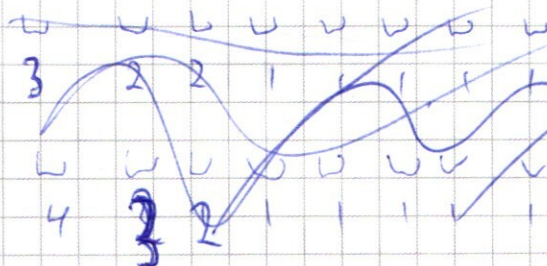
$$\begin{array}{r} 875 \overline{) 5} \\ -5 \\ \hline 17 \\ -15 \\ \hline 25 \\ -25 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 135 \overline{) 5} \\ -10 \\ \hline 35 \\ -35 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 27 \overline{) 5} \\ -25 \\ \hline 25 \\ -25 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 125 \\ \times 5 \\ \hline 625 \\ \times 5 \\ \hline 4375 \\ + 1250 \\ \hline 16825 \end{array}$$

$$16825 = \frac{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 1}{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 1}$$



$$3 \cdot 4 + 4 \cdot 6 = 24 + 24 = 48$$

$$1) P(4; 3; 1) = \frac{8!}{4! \cdot 3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2} = 56$$

$$2) P(4; 2; 1; 1) = \frac{8!}{4! \cdot 2!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{2} = 840$$

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$2 \cos 5x \cdot \cos 2x - \sqrt{2} \cos 10x = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2} \cos 10x$$

$$2 \cos 2x \left(\frac{\sqrt{2}}{2} (\cos 5x - \sin 5x) \right) = \cos 10x$$

$$2 \cos 2x \cdot \sin \left(\frac{\pi}{4} - 5x \right) = \cos 10x$$

$$2 \cdot \frac{1}{2} \left(\sin \left(\frac{\pi}{4} - 5x - 2x \right) + \sin \left(\frac{\pi}{4} - 5x + 2x \right) \right) = \cos 10x$$

$$\cos 7x - \sin 7x + \cos 3x - \sin 3x = \sqrt{2} \cos 10x$$

$$\sin \left(\frac{\pi}{4} - 7x \right) + \sin \left(\frac{\pi}{4} - 3x \right) = \cos 10x$$

2 sin

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12 \\ (|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a \end{cases}$$

$$\begin{cases} |(x-6)-y| + |(x-6)+y| = 12 \\ (|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a \end{cases}$$

$$\log_{(-x)} \left| \frac{|-x|}{y^2} \right|^{\log y} = \log_{(-xy)}$$

$$\log y \cdot \log_{(-x)} (-x)^y \cdot y^{-2} = \log_{(-xy)} (-6)$$

$$\log y (\log_{(-x)} (-x)^y + \log_{(-x)} y^{-2}) =$$

$$= \log_{(-x)} (-x) + \log_{(-x)} (y)$$

$$\log y (4 - 2 \log_{(-x)} y) = \log_{(-x)} (-x) + \log_{(-x)} (y)$$

$$3 \log y - 2 \log_{(-x)} y \cdot \log y = \log_{(-x)} (-x)$$

$$R = 13$$

$a = 1$

1) $\begin{cases} x-6-y > 0 \\ x-6+y > 0 \\ x-6-y+x-6+y = 12 \end{cases}$

$y < x-6$
 $y > 6-x$

$x = 12$

2) $\begin{cases} y < x-6 \\ y < 6-x \end{cases}$

$x-6-y-x+6-y = 12$
 $y = -6$

3) $\begin{cases} y > x-6 \\ y > 6-x \\ -x+6+y+x-6-y = 12 \end{cases}$
 $y = 6$

4) $\begin{cases} x > x-6 \\ y < 6-x \end{cases}$
 $-x+6+y-x+6-y = 12$
 $x = 1$

$$3 \log y - 2 \cdot \frac{\log_{10} y}{\log_{10} (-x)} \cdot \log y = \log_{(-x)} (-x)$$

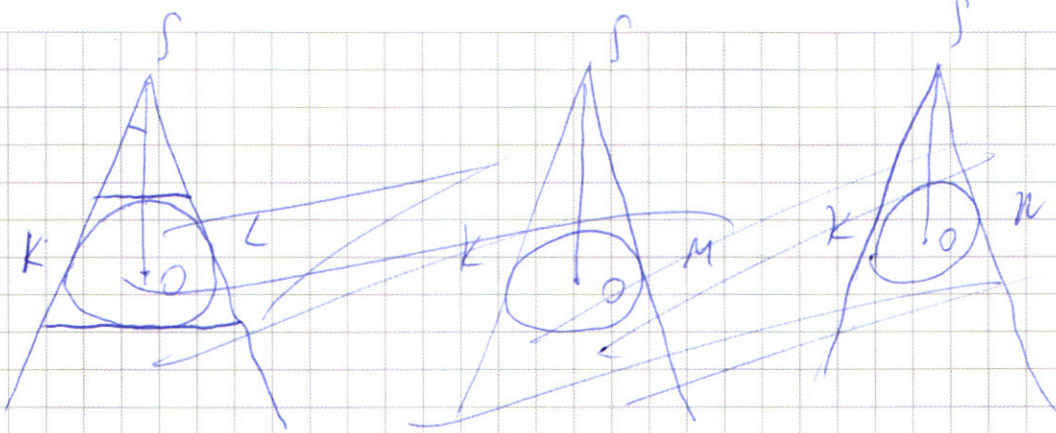
$$3 \log y - \frac{2 \log^2 y}{\log (-x)} = \log_{(-x)} (-x)$$

$$3 \log y \cdot \log_{(-x)} (-x) - 2 \log y$$

$$= \log^2 (-x)$$

$$\log (-x)$$

$$\log x \neq 0 \quad \log_{(-x)} (-x) \neq \log_{10} 10$$



$$\frac{\lg(-x)}{\lg(y)} = 1$$

$$\frac{\lg(-x)}{\lg(y)} = 2$$

$$\lg^2(-x) - 3 \lg y \lg(-x) + 2 \lg^2 y = 0$$

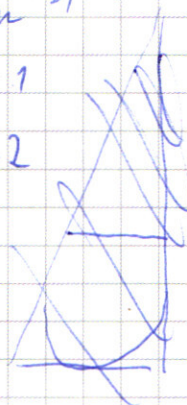
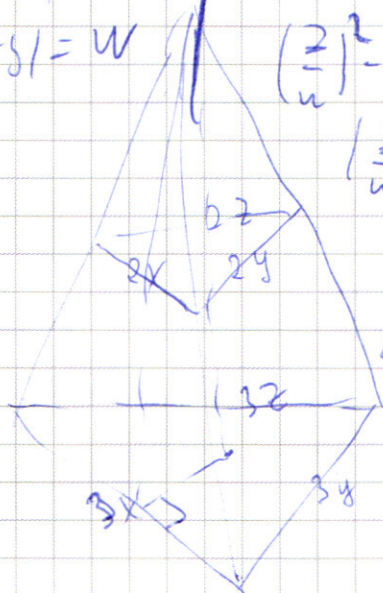
$$\lg(-x) = z \quad z^2 - 3z + 2 = 0 \quad z = 1, 2$$

$$\lg(-y) = w \quad \left(\frac{z}{w}\right)^2 - 3 \frac{z}{w} + 2 = 0$$

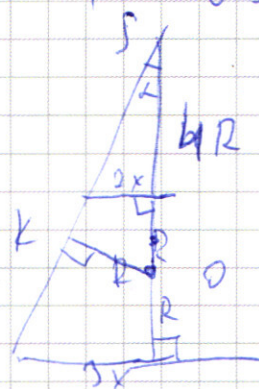
$$\left(\frac{z}{w} - 1\right) \left(\frac{z}{w} - 2\right) = 0$$

$$\frac{z}{w} = 1$$

$$\frac{z}{w} = 2$$



$$K = \sqrt{\frac{4}{3}} = \frac{2}{3}$$



$$\begin{array}{r} 216 \overline{) 36} \\ 216 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \lg x &= \frac{4R}{3\sqrt{5}} \\ \lg y &= \frac{2x}{12x\sqrt{6}} = \frac{1}{6\sqrt{6}} \\ &= \frac{\sqrt{6}}{36} \end{aligned}$$

$$\frac{R}{3x} = \frac{5R}{\sqrt{4R^2 + 9x^2}}$$

$$75x = \sqrt{4R^2 + 9x^2}$$

$$225x^2 = 4R^2 + 9x^2$$

$$216x^2 = 4R^2; \quad x = \frac{2R}{\sqrt{54}}$$

$$54x^2 = R^2$$

$$R = x \cdot 3\sqrt{6}$$

$$\begin{aligned} \frac{2x}{3x} &= \frac{h}{h+2R} \\ 2h+4R &= 3h \\ h &= 4R \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 216 \overline{) 36} \\ 216 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 216 \overline{) 36} \\ 216 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 9 \\ \hline 144 \end{array}$$