

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 6

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
боты без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 4 и 9.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12, \\ (|x| - 6)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
- б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2. $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$

$$2 \cos \frac{7x+3x}{2} \cos \frac{7x-3x}{2} - \sqrt{2} \cos 10x = 2 \sin \frac{7x+3x}{2} \sin \frac{7x-3x}{2}$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} \cos 10x = 2 \sin 5x \sin 2x$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) - \sqrt{2} (\cos^2 5x - \sin^2 5x) = 0$$

$$(\cos 5x - \sin 5x) (2 \cos 2x) - \sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x) (\cos 5x - \sin 5x) = 0$$

$$(\cos 5x - \sin 5x) (2 \cos 2x - \sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x)) = 0$$

$$\cos 5x - \sin 5x = 0 \quad \text{или} \quad 2 \cos 2x - \sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x) = 0$$

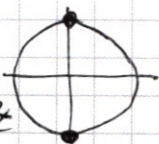
$$\sqrt{2} (\cos 45^\circ \cos 5x - \sin 45^\circ \sin 5x) = 0 \quad \text{или} \quad \sqrt{2} \cos 2x - \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} (\cos 45^\circ \cos 5x + \sin 45^\circ \sin 5x) = 0$$

$$\cos(5x + \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$5x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$5x = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi}{5} k, k \in \mathbb{Z}$$



$$\cos 2x = \cos(5x - \frac{\pi}{4})$$

$$2x = 5x - \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$2x = -5x + \frac{\pi}{4} + 2\pi l, l \in \mathbb{Z}$$

$$+3x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$2x = \frac{\pi}{4} + 2\pi l, l \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{12} + \frac{2}{3}\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

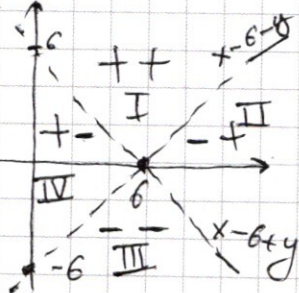
$$x = \frac{\pi}{28} + \frac{2}{7}\pi l, l \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi}{5} k, k \in \mathbb{Z}; x = \frac{\pi}{12} + \frac{2}{3}\pi n, n \in \mathbb{Z}; x = \frac{\pi}{28} + \frac{2}{7}\pi l, l \in \mathbb{Z}$

5. $\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12 & (1) \\ (|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a & (2) \end{cases} \quad a = ? \text{ при ком. 2 решения.}$

(1) Изобразим мн-во (1) на координатной плоскости.

поиск пересечений
линий координат
и осей координат.



$$x-6-y=0$$

$$x-6+y=0$$

$$I) x-6-y + x-6+y = 12$$

$$x = 12$$

$$II) -x+6+y + x-6+y = 12$$

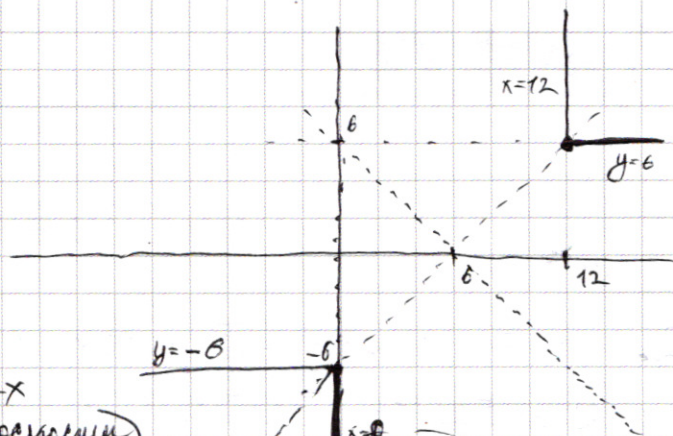
$$y = 6$$

$$\text{III) } -x+6+y-x+6-y=12$$

$$x=0$$

$$\text{IV) } x-6-y-x+6-y=12$$

$$y=-6$$



Мн-во (2) - серия окр. с рад. $\sqrt{a}$ (в 4-х квадрантах)

$$(2): \text{I) } x \geq 0, y \geq 0:$$

$$(x-6)^2 + (y-6)^2 = a$$

$$\text{II) } x \geq 0, y \leq 0:$$

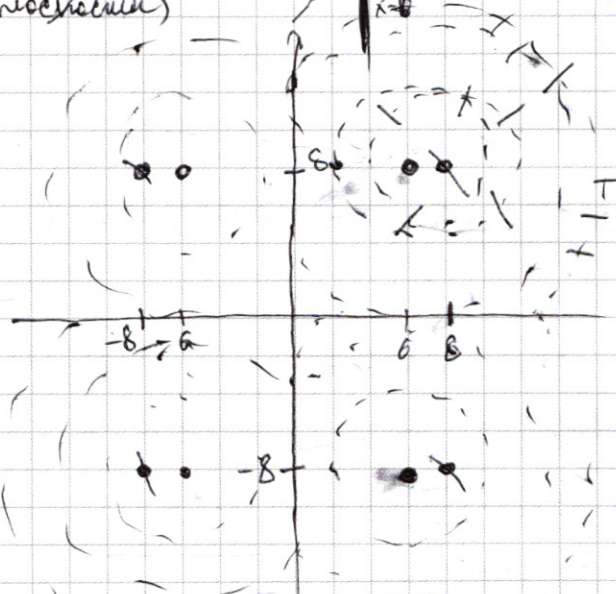
$$(x-6)^2 + (y+6)^2 = a$$

$$\text{III) } x \leq 0, y \geq 0:$$

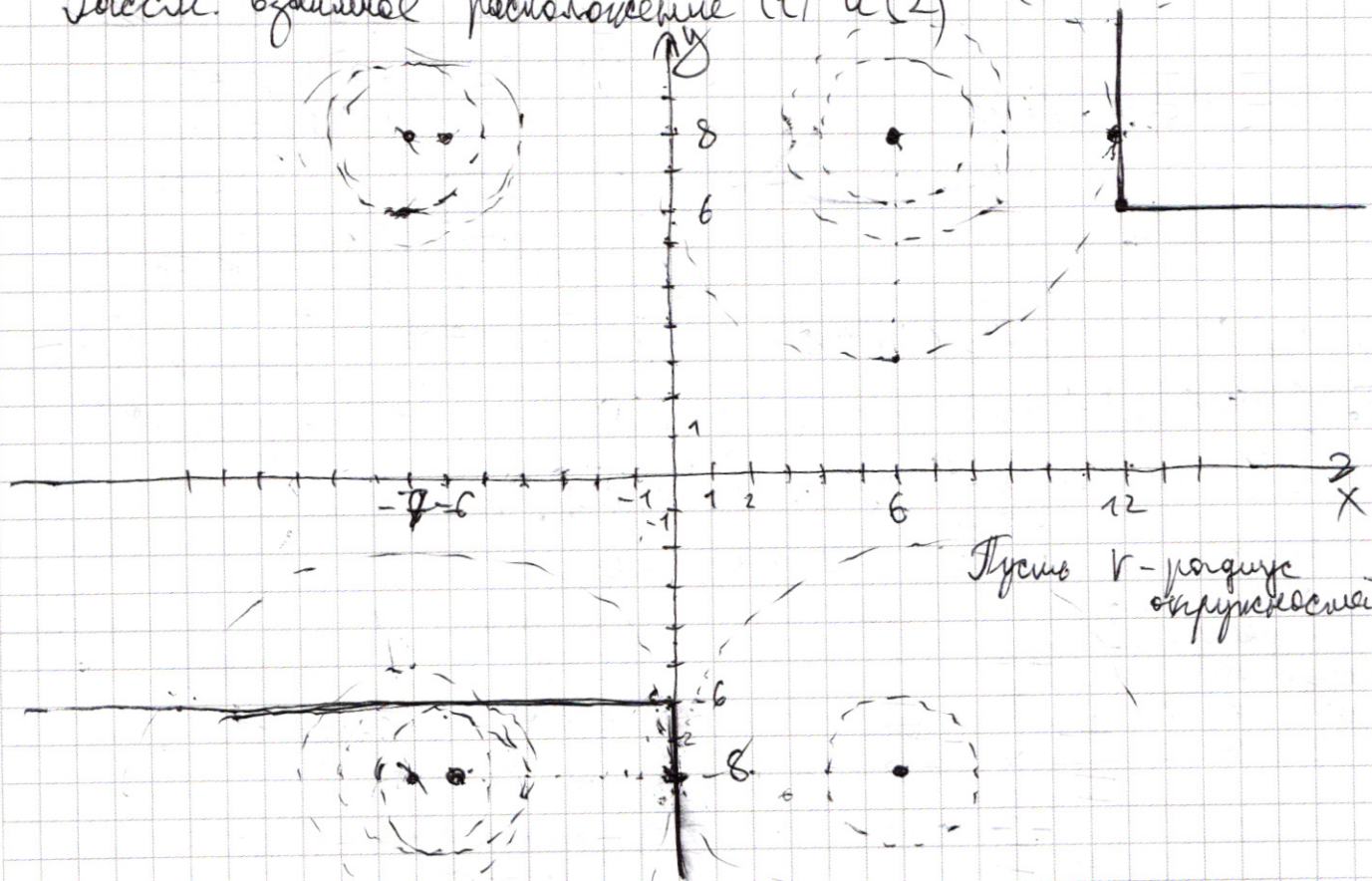
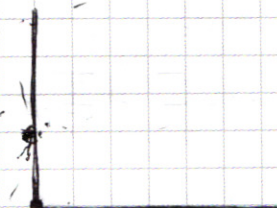
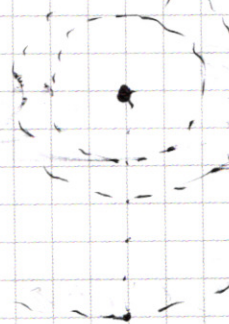
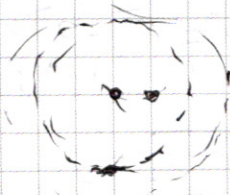
$$(x+6)^2 + (y-6)^2 = a$$

$$\text{IV) } x \leq 0, y \leq 0:$$

$$(x+6)^2 + (y+6)^2 = a$$



Рассм. взаимное расположение (1) и (2)



Рисунки 1-4 - радиус окружности

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

при $r \in [0; 2)$ - 0 реш., $r = 2$ - 1 реш.,
 $r \in (2; 6)$ - 2 реш.; $r = 6$ - ~~6~~ реш., 4 реш.,
 ~~$r \in (6; +\infty)$ - 5 реш.~~ $r \in (6; 2\sqrt{10}]$ - 4 реш., $r \in (2\sqrt{10}; +\infty)$ - 3 реш.
 $r \in (2; 6) \Rightarrow \text{~~а} \in (5; 15)~~ \text{ а} \in (4; 36)$
 Ответ: $a \in (4; 36)$

1. Заметим, что $16875 = 5^4 \cdot 3^3$. Рассмотрим случаи.

1) 4 раза цифра 5, 3 раза - 3, 1 раз - 1

$$\text{всего } \frac{8!}{4! \cdot 3! \cdot 1!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3} = 5 \cdot 7 \cdot 8 = 40 \cdot 7 = 280 \text{ вариантов}$$

2) 4 раза цифра 5, 1 раз цифра 9, 1 раз - 3, 2 раза - 1

$$\text{всего } \frac{8!}{4! \cdot 1! \cdot 1! \cdot 2!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 2} = 20 \cdot 6 \cdot 7 = 120 \cdot 7 = 840 \text{ вариантов}$$

$$840 + 280 = 1120$$

Ответ: 1120

$$3. \begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\log y} = (-x)^{\log(-xy)} & (1) \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 & (2) \end{cases}$$

(2): Решим квадратное отн. y .

$$2y^2 - y(x+8) - (x^2+4x) = 0$$

$$\Delta = (x+8)^2 + 8(x^2+4x) = x^2 + 16x + 64 + 8x^2 + 32x = 9x^2 + 48x + 64 = (3x+8)^2$$

$$\begin{cases} y = \frac{x+8+3x+8}{4} = \frac{4x+16}{4} = x+4 \\ y = \frac{x+8-3x-8}{4} = \frac{-2x}{4} = -\frac{x}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x+4 \\ y = -\frac{x}{2} \end{cases}$$

$$(2) \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x) \lg(-xy) \quad \begin{matrix} \text{ограничения на } x \text{ и } y \\ y > 0 \\ -xy > 0 \\ x \neq 0 \end{matrix} \quad \begin{cases} y > 0 \\ x < 0 \end{cases}$$

~~Л.ч. $y \lg \frac{x^4}{y^2} = y \lg$~~ Прологарифмируем обе части по $\lg$ десятичному исчислению

$$\lg(y \lg \frac{x^4}{y^2}) = \lg(\lg(-xy)) \cdot \lg(-x)$$

$$\lg y \cdot \lg \frac{x^4}{y^2} = \lg(-xy) \cdot \lg(-x)$$

$$\lg y (4 \lg(-x) - 2 \lg y) = (\lg(-x) + \lg y) \lg(-x)$$

Заменим $a = \lg y$ $b = \lg(-x)$

$$a(4b - 2a) = (b + a)b$$

$$4ab - 2a^2 = b^2 + ab$$

$$b^2 - 3ab + 2a^2 = 0$$

$$b^2 - 2ab - ab + 2a^2 = 0$$

$$b(b - a) - 2a(b - a) = 0$$

$$(b - 2a)(b - a) = 0$$

$$b = 2a$$

срешетно $\lg(-x) = 2 \lg y$

или

$$b = a$$

$$\lg(-x) = \lg y$$

1) ~~срешетно~~

$$\begin{cases} \lg(-x) = \lg y \\ y = x + 4 \\ y = -\frac{x}{2} \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} \lg(-x) = 2 \lg y \\ y = x + 4 \\ y = -\frac{x}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -x = y \\ y = x + 4 \\ -x = y \\ y = -\frac{x}{2} \end{cases} \quad \text{нет реш. на ОДЗ} \quad \begin{matrix} x \neq 0 \\ y \neq 0 \end{matrix}$$

$$\begin{cases} x = -2 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -x = y^2 \\ y = x + 4 \\ -x = y^2 \\ y = -\frac{x}{2} \end{cases} \quad \text{нет реш. на ОДЗ}$$

$$\begin{cases} -x = y^2 \\ y^2 + y - 4 = 0 \end{cases} \quad D = 1 + 16 = 17$$

$$y = \begin{bmatrix} \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \\ \frac{-1 - \sqrt{17}}{2} \end{bmatrix} \quad \emptyset$$

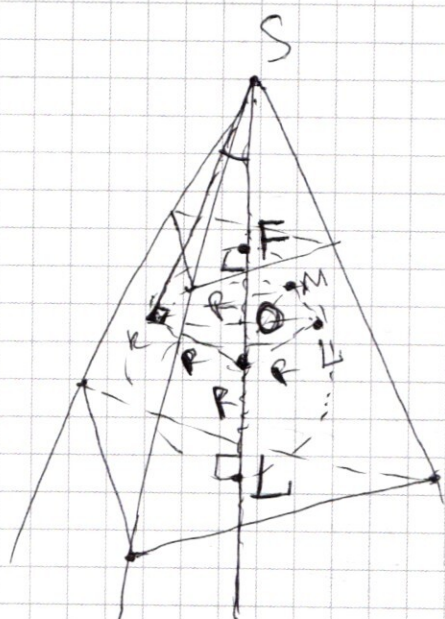
$$\begin{cases} x = -y^2 \\ y(y - 2) = 0 \end{cases} \quad y = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} \quad \emptyset$$

$$\begin{cases} x = -\frac{9 - \sqrt{17}}{2} = \frac{\sqrt{17} - 9}{2} \\ y = \frac{\sqrt{17} - 1}{2} \\ x = -4 \\ y = 2 \end{cases}$$

Ответ: $(-2; 2); (\frac{9 - \sqrt{17}}{2}; \frac{\sqrt{17} - 1}{2}); (-4; 2)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4.



Пусть SF - радиус от S до меньшего
данного сечения,
 SL - расстояние от S до большего
данного сечения, тогда
 $FO = OL = R$ - радиусы данной сферы

Thyemo SF = 2

~~Можно сказать, что~~
из года в год сечения с ~~плотностью~~
409.

$$\frac{40}{9} = \frac{e^2}{(2p+e)^2} \quad \frac{e}{2p+e} = \frac{2}{3}$$

$$4R + 2\ell = 3\ell \quad \ell = 4R$$

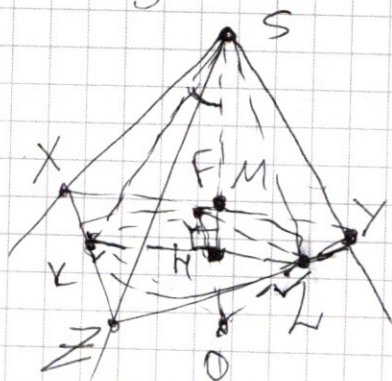
$$\Delta SKO \text{ -прямоугольный } (\angle SKO = 90^\circ) : \cos \angle KSO = \frac{KO}{SO} = \frac{R}{SF+FO} = \frac{R}{4R+R} = \frac{1}{5} \Rightarrow \angle KSO = \arccos \frac{1}{5}$$

$$\sin 45^\circ = \sqrt{\frac{1}{25}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$\sin \angle KSO = \frac{KO}{SO} = \frac{KO}{SF + FO} = \frac{R}{4R + R} = \frac{1}{5} \Rightarrow \angle KSO = \arcsin \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow \cos \angle KSO = \sqrt{1 - \frac{1}{5^2}} = \sqrt{\frac{24}{25}} = \frac{2\sqrt{6}}{5} = \frac{KS}{SO} \Rightarrow KS = \frac{2\sqrt{6}}{5} SO$$

$$V_S = \frac{2\sqrt{6}}{5} (4R + R) = 2\sqrt{6} R$$



Пусть OH - высота треугольника $OKML$,
т.е. K, M, L - точки касания ~~или равноудаленные~~
~~от OH $\Rightarrow$ O проектируется~~
~~на S B C~~

$$K_S = S_L = S_M = 2\sqrt{6}R$$

$$K_0 = L_0 = M_0 = \mathbb{R}, m_0$$

ОКС SO и сечение трехгранного угла пи-ю (KLM) также подобно данному сечению

$$\left(\frac{SH}{SF}\right)^2 = \frac{4}{S_{XYZ}} \quad S_{XYZ} = \frac{SH}{SF} \cdot 4 \left(\frac{SH}{SF}\right)^2$$

$$SH =$$

$$\left(\frac{SH}{SF}\right)^2 = \frac{S_{XYZ}}{4} \quad S_{XYZ} = 4 \left(\frac{SH}{SF}\right)^2$$

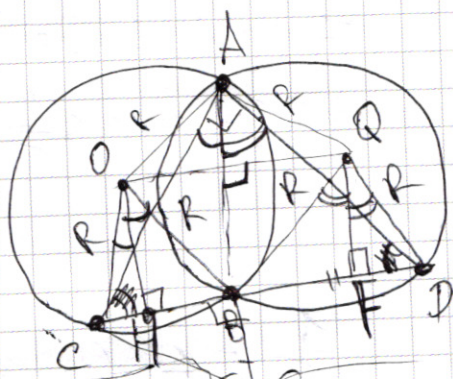
$$SF = 4R \quad SH = RS \cdot \cos \angle RSO = 2\sqrt{6}R \cdot \frac{2\sqrt{6}}{5} = \frac{24}{5}R$$

$$S_{XYZ} = 4 \left(\frac{4R}{\frac{24}{5}R}\right)^2 = 4 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2 = 4 \cdot \frac{25}{36} = \frac{25}{9}$$

$$S_{XYZ} = 4 \left(\frac{\frac{24}{5}R}{4R}\right)^2 = 4 \cdot \left(\frac{6}{5}\right)^2 = \frac{36 \cdot 4}{25} = \frac{144}{25}$$

Ответ: $\angle KSO = \arcsin \frac{1}{5}$, $S_{XYZ} = \frac{144}{25}$

6.



Пусть O и Q — центры сфер,
радиус $R = 13$ по условию

Пусть $\angle CAB = \alpha$, тогда
 $\angle DAB = 90^\circ - \alpha$

$$\Rightarrow \angle COB = 2\alpha$$

$$\angle DQB = 180^\circ - 2\alpha \text{ как } \text{вспомогательные}$$

OH, QF — высоты к CD , т.к. $\triangle COB$ и $\triangle BQD$ — равнобедренные

$$OH, QF \text{ — медианы } \Rightarrow CB = 2 \cdot R \sin \alpha$$

$$BD = 2R \cos \alpha \Rightarrow$$

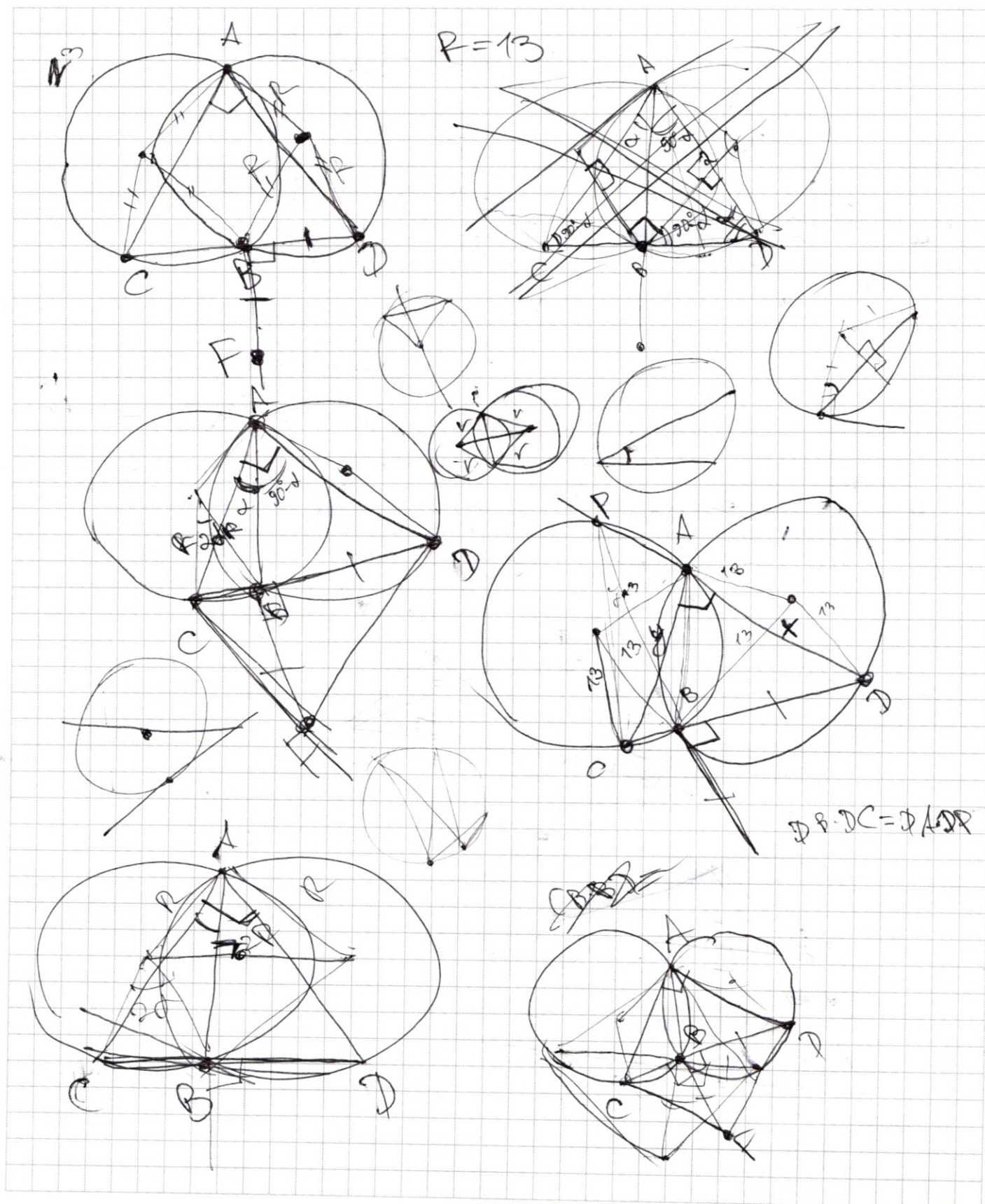
$$BF = 2R \cos \alpha$$

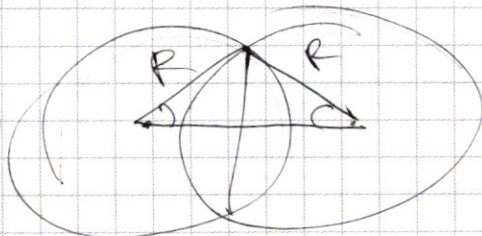
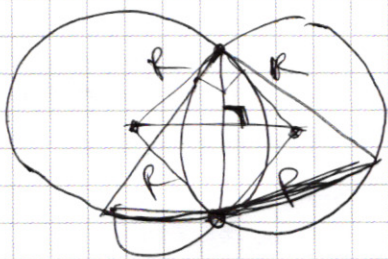
По т. Пифагора $CF = \sqrt{CB^2 + BF^2} = \sqrt{(2R \sin \alpha)^2 + (2R \cos \alpha)^2}$

$$CF = \sqrt{4R^2(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)} = 2R$$

Ответ: $CF = 26$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА





$$\beta = 90^\circ - \alpha$$

$$2\beta = 180^\circ - 2\alpha$$

$$BD^2 = 2R^2 - 2R^2 \cos(2\beta)$$

$$CB^2 = 2R^2 - 2R^2 \cos(2\alpha)$$

$$BD^2 = 2R^2 + 2R^2 \cos(2\alpha)$$

$$CB^2 = 2R^2 - 2R^2 \cos(2\alpha)$$

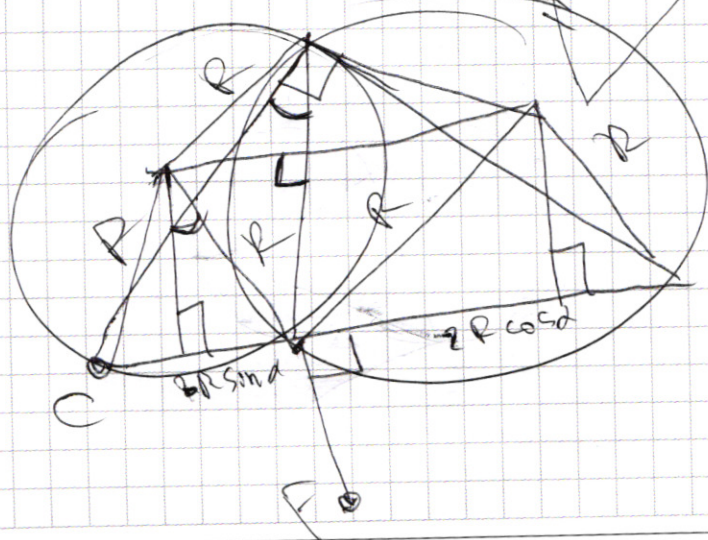
$$\frac{BD^2}{CB^2} = \frac{1 + \cos 2\alpha}{1 - \cos 2\alpha} = 1$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha = -1 + 2\cos^2 \alpha$$

$$\frac{BD^2}{CB^2} = \frac{1 - 1 + 2\cos^2 \alpha}{1 - 1 + 2\sin^2 \alpha} = \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha}$$

$$\frac{BD}{CB} = \cot \alpha$$

$$\frac{CB \cot \alpha}{\sin^2 \alpha}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$a(4b-2a) = (b+a)b$$

$$4ab - 2a^2 = b^2 + ab$$

$$b^2 - 3ab + 2a^2$$

$$b^2 - 2ab - ab + 2a^2 = 0$$

$$b(b-a) - a(b-a) = 0$$

$$(b-a)(b-a) = 0$$

$$2y = 4$$

$$y = 2$$

$$-x = x + 4$$

$$-2x = 4$$

$$x = -2$$

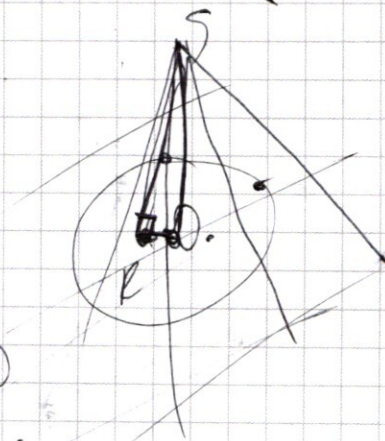
1. 2. 3. 5.

$$\frac{SF^2}{SH^2} = \frac{4}{5}$$

$$S = \left(\frac{SH^2}{SF}\right)^2 \cdot 5 \quad 4 - y = y^2 + 4 - 4 = 0$$

$$y = -y^2 + 4$$

$$y = 1 + \sqrt{4 - y^2}$$

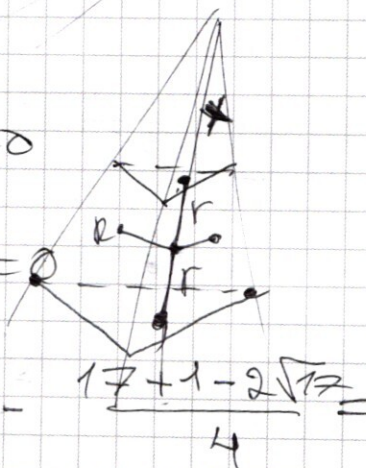


$$y = \frac{y^2}{2} - y$$

$$y\left(\frac{1}{2}y - 1\right) = 0$$

$$y(y - 2) = 0$$

$$x = \left(\frac{\sqrt{17} - 1}{2}\right)^2$$

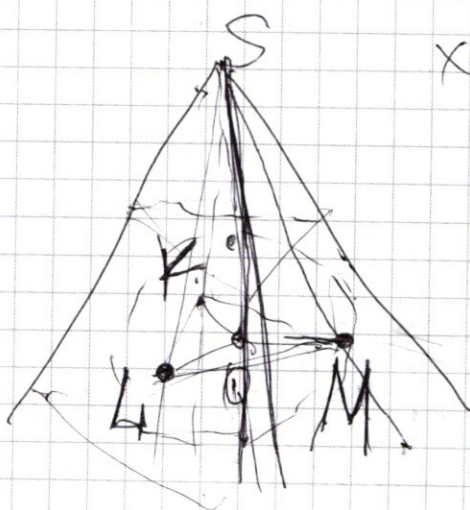


$$= \frac{9 - \sqrt{17}}{2}$$

$$K = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} (2r + x)$$

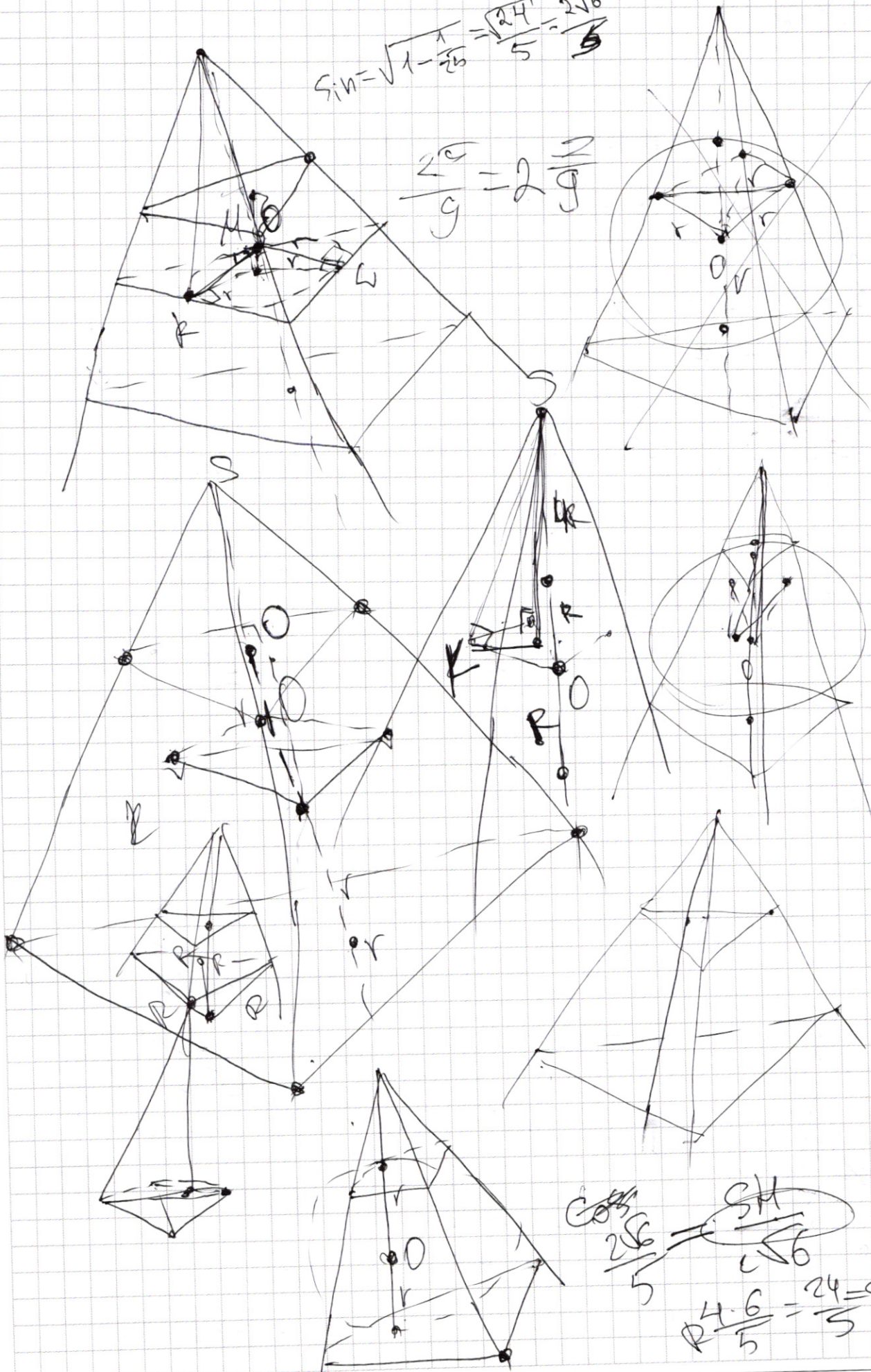
$$V_{\text{мн}} =$$

$$\frac{2r + x}{x} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$$



$$\sin = \sqrt{1 - \frac{1}{25}} = \frac{\sqrt{24}}{5} = \frac{2\sqrt{6}}{5}$$

$$\frac{2\sqrt{6}}{5} = 2 \frac{\sqrt{6}}{5}$$

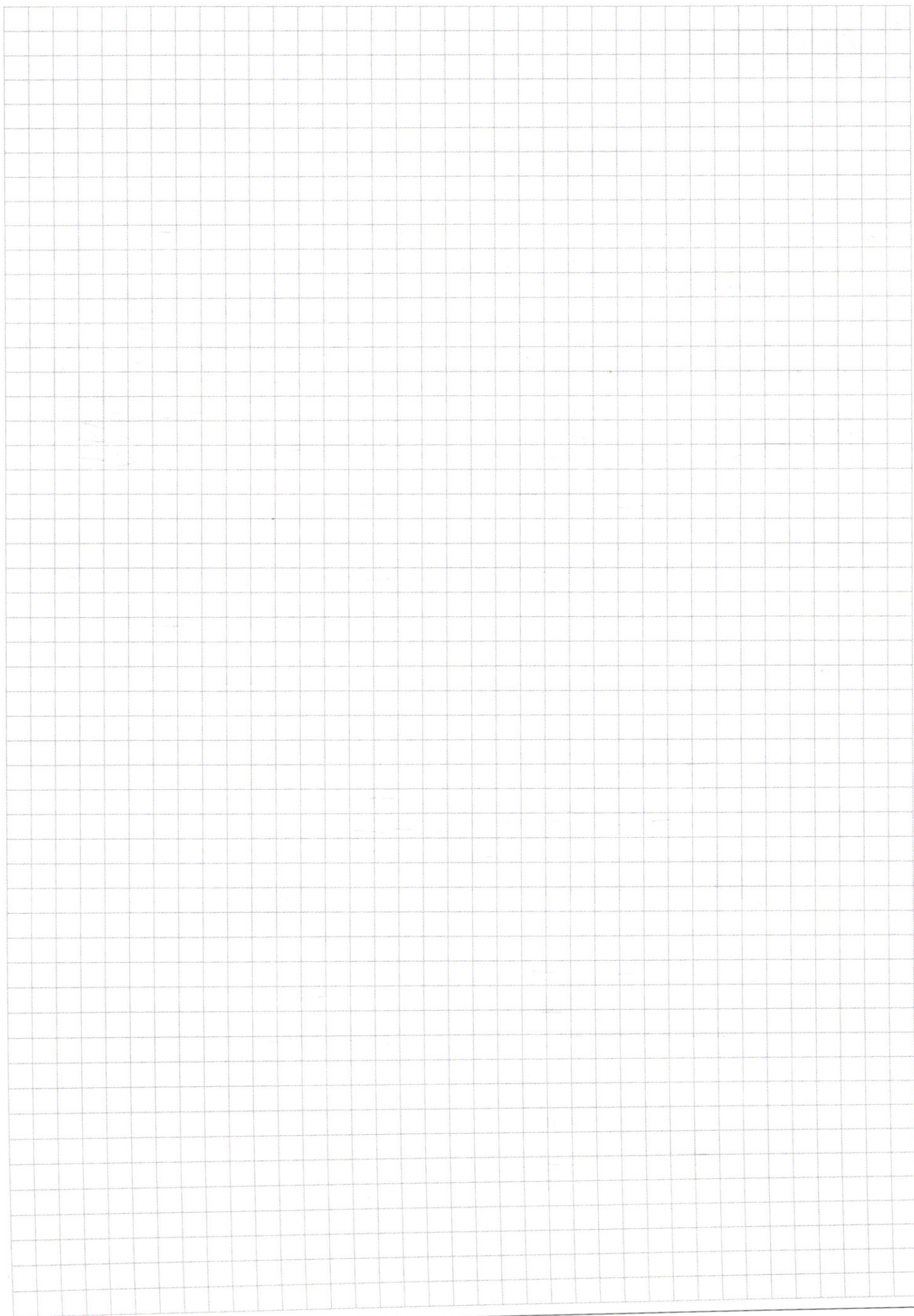


$$\frac{2\sqrt{6}}{5} = \frac{SH}{\sqrt{6}}$$

$$R \frac{4 \cdot 6}{5} = \frac{24}{5} = SH$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{aligned} \Rightarrow \begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{x-1} \\ y < 85 + (3^{x-1} - 1)x \end{cases} & \quad -x = y^2 \quad \textcircled{1} = 16 + 1 = 17 \\ & \quad y = x + 4 \\ & \quad y = -y^2 + 4 \\ & \quad y^2 + y - 4 = 0 \quad X = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2} \\ & \quad y = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2} \\ & \quad \cos 5 + 2\cos 5 - 2 = 2\cos 5 \cos 2 - \sin 5 \sin 2 \\ & \quad \sin 5 - 2 + \sin 5 + 2 = \sin 5 \cos 2 - \cos 5 \sin 2 \\ & \quad 2\cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2} (\sin 5x + \cos 5x) (\cos 5x - \sin 5x) \\ & \quad \sin 5x = \cos 5x \quad \sqrt{17} - 1 \\ & \quad 2\cos 2x - \sqrt{2} (\sin 5x + \cos 5x) = 0 \\ & \quad x \cos 2x - 2 \left(\cos \left(5x - \frac{\pi}{4} \right) \right) = 0 \\ & \quad \cos 2x = 5x - \frac{\pi}{4} + 2\pi k \\ & \quad 2x = \frac{\pi}{4} - 5x \\ & \quad -3x = -\frac{\pi}{4} \\ & \quad x = \frac{\pi}{12} \\ & \quad x = \frac{\pi}{28} \end{aligned}$$



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2. $\cos 7x + \cos 3x = \cos(5x+2x) + \cos(5x-2x) = \cos 5x \cos 2x - \sin 5x \sin 2x + \cos 5x \cos 2x + \sin 5x \sin 2x = 2 \cos 5x \cos 2x$

$\sin 7x + \sin 3x = \sin(5x-2x) + \sin(5x+2x) = 2 \sin 5x \cos 2x$

$\cos 5x + \sin 5x = \sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cos 5x + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 5x \right) = \frac{120}{840}$

3. $2y^2 - 2xy + xy - x^2 - 4x - 8y = 0$
 $2y(y-x) + x(y-x) = 0$

$|x-6-y| + |x-6+y| = 12$

$3+5+5+5+5+6+6$
 $2+20+12=34$

$x-6+y=0$

$x-6-y=0$

$x-6-y+x-6+y=12$

$x-6-y=0$

$x-6-y=0$

$4. \frac{5531}{5351} \frac{4!}{2 \cdot 1!} = \frac{24}{2}$

$3 \cdot 4 = 12$

1.5

$16875 = 5 \cdot 3375 = 5^2 \cdot 675 = 5^3 \cdot 135 = 5^4 \cdot 27 = 5^4 \cdot 3^3$

$2l+4r=3l$
 $l=4r$

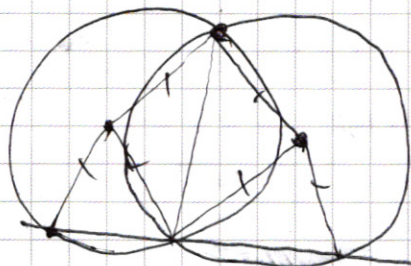
$36+4=250$

$16875 = 5^4 \cdot 3^3$

$n=8$

$8!$
 $1.$

$\frac{16875}{2} = \frac{84375}{2}$
 $\frac{84375}{2} = 42187.5$
 $\frac{42187.5}{2} = 21093.75$
 $\frac{21093.75}{2} = 10546.875$
 $\frac{10546.875}{2} = 5273.4375$
 $\frac{5273.4375}{2} = 2636.71875$
 $\frac{2636.71875}{2} = 1318.359375$
 $\frac{1318.359375}{2} = 659.1796875$
 $\frac{659.1796875}{2} = 329.58984375$
 $\frac{329.58984375}{2} = 164.794921875$
 $\frac{164.794921875}{2} = 82.3974609375$
 $\frac{82.3974609375}{2} = 41.19873046875$
 $\frac{41.19873046875}{2} = 20.599365234375$
 $\frac{20.599365234375}{2} = 10.2996826171875$
 $\frac{10.2996826171875}{2} = 5.14984130859375$
 $\frac{5.14984130859375}{2} = 2.574920654296875$
 $\frac{2.574920654296875}{2} = 1.2874603271484375$
 $\frac{1.2874603271484375}{2} = 0.64373016357421875$
 $\frac{0.64373016357421875}{2} = 0.321865081787109375$
 $\frac{0.321865081787109375}{2} = 0.1609325408935546875$
 $\frac{0.1609325408935546875}{2} = 0.08046627044677734375$
 $\frac{0.08046627044677734375}{2} = 0.040233135223388671875$
 $\frac{0.040233135223388671875}{2} = 0.0201165676116943359375$
 $\frac{0.0201165676116943359375}{2} = 0.01005828380584716796875$
 $\frac{0.01005828380584716796875}{2} = 0.005029141902923583984375$
 $\frac{0.005029141902923583984375}{2} = 0.0025145709514617919921875$
 $\frac{0.0025145709514617919921875}{2} = 0.00125728547573089599609375$
 $\frac{0.00125728547573089599609375}{2} = 0.000628642737865447998046875$
 $\frac{0.000628642737865447998046875}{2} = 0.0003143213689327239990234375$
 $\frac{0.0003143213689327239990234375}{2} = 0.00015716068446636199951171875$
 $\frac{0.00015716068446636199951171875}{2} = 7.8580342233180999755859375 \times 10^{-5}$
 $\frac{7.8580342233180999755859375 \times 10^{-5}}{2} = 3.92901711165904998779296875 \times 10^{-5}$
 $\frac{3.92901711165904998779296875 \times 10^{-5}}{2} = 1.964508555829524993896484375 \times 10^{-5}$
 $\frac{1.964508555829524993896484375 \times 10^{-5}}{2} = 9.822542779147624969482421875 \times 10^{-6}$
 $\frac{9.822542779147624969482421875 \times 10^{-6}}{2} = 4.9112713895738124847412109375 \times 10^{-6}$
 $\frac{4.9112713895738124847412109375 \times 10^{-6}}{2} = 2.45563569478690624237060546875 \times 10^{-6}$
 $\frac{2.45563569478690624237060546875 \times 10^{-6}}{2} = 1.227817847393453121185302734375 \times 10^{-6}$
 $\frac{1.227817847393453121185302734375 \times 10^{-6}}{2} = 6.139089236967265605926513671875 \times 10^{-7}$
 $\frac{6.139089236967265605926513671875 \times 10^{-7}}{2} = 3.0695446184836328029632568359375 \times 10^{-7}$
 $\frac{3.0695446184836328029632568359375 \times 10^{-7}}{2} = 1.53477230924181640148162841796875 \times 10^{-7}$
 $\frac{1.53477230924181640148162841796875 \times 10^{-7}}{2} = 7.67386154620908200740814208984375 \times 10^{-8}$
 $\frac{7.67386154620908200740814208984375 \times 10^{-8}}{2} = 3.836930773104541003704071044921875 \times 10^{-8}$
 $\frac{3.836930773104541003704071044921875 \times 10^{-8}}{2} = 1.9184653865522705018520355224609375 \times 10^{-8}$
 $\frac{1.9184653865522705018520355224609375 \times 10^{-8}}{2} = 9.5923269327613525092601776123046875 \times 10^{-9}$
 $\frac{9.5923269327613525092601776123046875 \times 10^{-9}}{2} = 4.79616346638067625463008880615234375 \times 10^{-9}$
 $\frac{4.79616346638067625463008880615234375 \times 10^{-9}}{2} = 2.398081733190338127315044403076171875 \times 10^{-9}$
 $\frac{2.398081733190338127315044403076171875 \times 10^{-9}}{2} = 1.1990408665951690636575222015380859375 \times 10^{-9}$
 $\frac{1.1990408665951690636575222015380859375 \times 10^{-9}}{2} = 5.9952043329758453182876110076904296875 \times 10^{-10}$
 $\frac{5.9952043329758453182876110076904296875 \times 10^{-10}}{2} = 2.99760216648792265914380550384521484375 \times 10^{-10}$
 $\frac{2.99760216648792265914380550384521484375 \times 10^{-10}}{2} = 1.498801083243961329571902751922607421875 \times 10^{-10}$
 $\frac{1.498801083243961329571902751922607421875 \times 10^{-10}}{2} = 7.494005416219806647859513759613037109375 \times 10^{-11}$
 $\frac{7.494005416219806647859513759613037109375 \times 10^{-11}}{2} = 3.7470027081099033239297568798065185546875 \times 10^{-11}$
 $\frac{3.7470027081099033239297568798065185546875 \times 10^{-11}}{2} = 1.87350135405495166196487843990325927734375 \times 10^{-11}$
 $\frac{1.87350135405495166196487843990325927734375 \times 10^{-11}}{2} = 9.36750677027475830982439219951629638671875 \times 10^{-12}$
 $\frac{9.36750677027475830982439219951629638671875 \times 10^{-12}}{2} = 4.683753385137379154912196099758148193359375 \times 10^{-12}$
 $\frac{4.683753385137379154912196099758148193359375 \times 10^{-12}}{2} = 2.3418766925686895774560980498790740966796875 \times 10^{-12}$
 $\frac{2.3418766925686895774560980498790740966796875 \times 10^{-12}}{2} = 1.17093834628434478872804902493953704833984375 \times 10^{-12}$
 $\frac{1.17093834628434478872804902493953704833984375 \times 10^{-12}}{2} = 5.85469173142172394364024512469768524169921875 \times 10^{-13}$
 $\frac{5.85469173142172394364024512469768524169921875 \times 10^{-13}}{2} = 2.927345865710861971820122562348842620849609375 \times 10^{-13}$
 $\frac{2.927345865710861971820122562348842620849609375 \times 10^{-13}}{2} = 1.4636729328554309859100612811744213104248046875 \times 10^{-13}$
 $\frac{1.4636729328554309859100612811744213104248046875 \times 10^{-13}}{2} = 7.3183646642771549295503064058721065521240234375 \times 10^{-14}$
 $\frac{7.3183646642771549295503064058721065521240234375 \times 10^{-14}}{2} = 3.65918233213857746477515320293605327606201171875 \times 10^{-14}$
 $\frac{3.65918233213857746477515320293605327606201171875 \times 10^{-14}}{2} = 1.829591166069288732387576601468026638031005859375 \times 10^{-14}$
 $\frac{1.829591166069288732387576601468026638031005859375 \times 10^{-14}}{2} = 9.147955830346443661937883007340133190155029296875 \times 10^{-15}$
 $\frac{9.147955830346443661937883007340133190155029296875 \times 10^{-15}}{2} = 4.5739779151732218309689415036700665950775146484375 \times 10^{-15}$
 $\frac{4.5739779151732218309689415036700665950775146484375 \times 10^{-15}}{2} = 2.28698895758661091548447075183503329753875732421875 \times 10^{-15}$
 $\frac{2.28698895758661091548447075183503329753875732421875 \times 10^{-15}}{2} = 1.143494478793305457742235375917516648769378662109375 \times 10^{-15}$
 $\frac{1.143494478793305457742235375917516648769378662109375 \times 10^{-15}}{2} = 5.717472393966527288711176879587583243846893310546875 \times 10^{-16}$
 $\frac{5.717472393966527288711176879587583243846893310546875 \times 10^{-16}}{2} = 2.8587361969832636443555884397937916219234466552734375 \times 10^{-16}$
 $\frac{2.8587361969832636443555884397937916219234466552734375 \times 10^{-16}}{2} = 1.42936809849163182217779421989689581096172332763671875 \times 10^{-16}$
 $\frac{1.42936809849163182217779421989689581096172332763671875 \times 10^{-16}}{2} = 7.14684049245815911088897109948447905480861663818359375 \times 10^{-17}$
 $\frac{7.14684049245815911088897109948447905480861663818359375 \times 10^{-17}}{2} = 3.573420246229079555444485549742239527404308319091796875 \times 10^{-17}$
 $\frac{3.573420246229079555444485549742239527404308319091796875 \times 10^{-17}}{2} = 1.7867101231145397777222427748711197637021541595458984375 \times 10^{-17}$
 $\frac{1.7867101231145397777222427748711197637021541595458984375 \times 10^{-17}}{2} = 8.9335506155726988886112138743555988185107707977294921875 \times 10^{-18}$
 $\frac{8.9335506155726988886112138743555988185107707977294921875 \times 10^{-18}}{2} = 4.46677530778634944430560693717779940925538539886474609375 \times 10^{-18}$
 $\frac{4.46677530778634944430560693717779940925538539886474609375 \times 10^{-18}}{2} = 2.233387653893174722152803468588899704627692699432373046875 \times 10^{-18}$
 $\frac{2.233387653893174722152803468588899704627692699432373046875 \times 10^{-18}}{2} = 1.1166938269465873610764017342944498523138463497161865234375 \times 10^{-18}$
 $\frac{1.1166938269465873610764017342944498523138463497161865234375 \times 10^{-18}}{2} = 5.5834691347329368053820086714722492615692317485809326171875 \times 10^{-19}$
 $\frac{5.5834691347329368053820086714722492615692317485809326171875 \times 10^{-19}}{2} = 2.79173456736646840269100433573612463078461587429046630859375 \times 10^{-19}$
 $\frac{2.79173456736646840269100433573612463078461587429046630859375 \times 10^{-19}}{2} = 1.395867283683234201345502167868062315392307937145233154296875 \times 10^{-19}$
 $\frac{1.395867283683234201345502167868062315392307937145233154296875 \times 10^{-19}}{2} = 6.979336418416171006727510839340311576961539685726165771484375 \times 10^{-20}$
 $\frac{6.979336418416171006727510839340311576961539685726165771484375 \times 10^{-20}}{2} = 3.4896682092080855033637554196701557884807698428630828857421875 \times 10^{-20}$
 $\frac{3.4896682092080855033637554196701557884807698428630828857421875 \times 10^{-20}}{2} = 1.74483410460404275168187770983507789424038492143154144287109375 \times 10^{-20}$
 $\frac{1.74483410460404275168187770983507789424038492143154144287109375 \times 10^{-20}}{2} = 8.72417052302021375840938854917538947120192460715770721435546875 \times 10^{-21}$
 $\frac{8.72417052302021375840938854917538947120192460715770721435546875 \times 10^{-21}}{2} = 4.362085261510106879204694274587694735600962303578853607177734375 \times 10^{-21}$
 $\frac{4.362085261510106879204694274587694735600962303578853607177734375 \times 10^{-21}}{2} = 2.1810426307550534396023471372938473678004811517894268035888671875 \times 10^{-21}$
 $\frac{2.1810426307550534396023471372938473678004811517894268035888671875 \times 10^{-21}}{2} = 1.09052131537752671980117356864692368390024057589471340179443359375 \times 10^{-21}$
 $\frac{1.09052131537752671980117356864692368390024057589471340179443359375 \times 10^{-21}}{2} = 5.45260657688763359900586784323461841950120287947356700897216796875 \times 10^{-22}$
 $\frac{5.45260657688763359900586784323461841950120287947356700897216796875 \times 10^{-22}}{2} = 2.726303288443816799502933921617309209750601439736783504486083984375 \times 10^{-22}$
 $\frac{2.726303288443816799502933921617309209750601439736783504486083984375 \times 10^{-22}}{2} = 1.3631516442219083997514669608086546048753007198683917522430419921875 \times 10^{-22}$
 $\frac{1.3631516442219083997514669608086546048753007198683917522430419921875 \times 10^{-22}}{2} = 6.8157582211095419987573348040432730243765035993419587612152099609375 \times 10^{-23}$
 $\frac{6.8157582211095419987573348040432730243765035993419587612152099609375 \times 10^{-23}}{2} = 3.40787911055477099937866740202163651218825179967097938060760498046875 \times 10^{-23}$
 $\frac{3.40787911055477099937866740202163651218825179967097938060760498046875 \times 10^{-23}}{2} = 1.703939555277385499689333701010818256094125899835489690303802490234375 \times 10^{-23}$
 $\frac{1.703939555277385499689333701010818256094125899835489690303802490234375 \times 10^{-23}}{2} = 8.519697776386927498446668505054091280470629499177448451519012451171875 \times 10^{-24}$
 $\frac{8.519697776386927498446668505054091280470629499177448451519012451171875 \times 10^{-24}}{2} = 4.2598488881934637492233342525270456402353147495887242257595062255859375 \times 10^{-24}$
 $\frac{4.2598488881934637492233342525270456402353147495887242257595062255859375 \times 10^{-24}}{2} = 2.12992444409673187461166712626352282011765737479436211287975311279296875 \times 10^{-24}$
 $\frac{2.12992444409673187461166712626352282011765737479436211287975311279296875 \times 10^{-24}}{2} = 1.064962222048365937305833563131761410058828687397181056439876556396484375 \times 10^{-24}$
 $\frac{1.064962222048365937305833563131761410058828687397181056439876556396484375 \times 10^{-24}}{2} = 5.324811110241829686529167815658807050294143436985905282199382781982421875 \times 10^{-25}$
 $\frac{5.324811110241829686529167815658807050294143436985905282199382781982421875 \times 10^{-25}}{2} = 2.6624055551209148432645839078294035251470717184929526410996913909912109375 \times 10^{-25}$
 $\frac{2.6624055551209148432645839078294035251470717184929526410996913909912109375 \times 10^{-25}}{2} = 1.331202777560457421632291953914701762573535859246476320549845695495605$



$$\S y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81}$$

$$y < 85 + (3^{81} - 1)x$$

$$\ln\left(\frac{x^4}{y^2}\right) \ln y = (-x) \ln(-xy)$$

$$x/y \neq 0: 40.7 \neq 280$$

$$-2y^2 + xy + x^2 + 4x + 8y = 0$$

$$\frac{8!}{4!3!} = \frac{5 \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot 2 \cdot 1}{1 \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{3}}$$

$$2g^3 \quad x^2 + (y+4)x + (8y-2y^2) = 0 \quad \frac{8!}{4!2!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{2}$$

$$Q = (y+4)^2 - 4(8y-2y^2) = y^2 + 8y + 16 - 16y + 8y^2$$

$$9y^2 - 8y + 16 \quad 2 \cdot \frac{3 \cdot 8}{2} = 24$$

$$\frac{8!}{4!2!} = \frac{5678}{2}$$

$$2 \cdot 3 \cdot 8 = 48$$

$$2y^2 - y(x+8) - (x^2 + 4x) = 0$$

$$40.3 \cdot 7 = 120.7 =$$

$$J = (x+8)^2 + 8(x^2+4x) = x^2 + 16x + 64 + 8x^2 + 32x = 9x^2 + 48x + 64$$

$$\begin{array}{r} 120 \\ 7 \\ \hline 140 \end{array}$$

$$\lg\left(\frac{x^4}{y^2}\right) \cdot \lg y =$$

$$2y^3 - 2xy + xy - x^2 - 4x - 8y = 0 \quad (840)$$

$$\begin{array}{r} + 860 \\ + 260 \\ \hline 1120 \end{array}$$

$$\begin{aligned} x+4 &> 0 \\ x &< -4 \end{aligned}$$