

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 6

ШИФР



Заполняется ответственным секретарём

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 4 и 9.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12, \\ (|x| - 6)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

У1.

$$\begin{array}{r} 168753 \\ 56253 \\ 18753 \\ 6255 \\ 1255 \\ 255 \\ 55 \\ 1 \end{array}$$

$$16875 = 5^4 \cdot 3^3$$

П.к. делителей 16875 является 5^4 , но в искомым числах должно встречаться ровно 4 пятёрки т.к. только цифра 0 и 5: 5, а если в числе встретится 0, то произведение цифр будет равно 0.

Также $16875 : 3^3$

цифра, кратные 3: 0, 6, 3, 9.

0 - не может присутствовать в числе по ранее доказанному.

6 не может присутствовать в числе т.к. $6:2$ $16875/2$

из 3 и 9 можно составить следующие наборы из цифр, произведение которых = 27:

$$\begin{array}{l} 1, 3, 3, 3 \\ 1, 1, 3, 9 \end{array}$$

Полные наборы цифр:

$$1, 3, 3, 3, 5, 5, 5, 5 - 8! : 4! : 3! = 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 : 2 \cdot 3 = 280$$

вариантов разложений чисел

$$1, 1, 3, 9, 5, 5, 5, 5 - 8! : 4! : 2! = 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 : 2 = 840$$

вариантов разложений чисел

$$280 + 840 = 1120$$

Ответ: 1120 чисел

$\sqrt{2}$

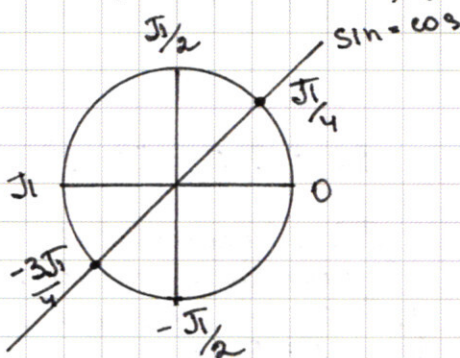
$$\begin{aligned}\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x &= \sin 7x + \sin 3x \\ 2 \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} \cos 10x &= 2 \sin 5x \cos 2x \\ 2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) &= \sqrt{2} \cos 10x \\ 2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) &= \sqrt{2} (\cos^2 5x - \sin^2 5x) \\ 2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) &= \sqrt{2} (\cos 5x - \sin 5x) (\cos 5x + \sin 5x)\end{aligned}$$

I. $\cos 5x - \sin 5x = 0$

$$\cos 5x = \sin 5x$$

$$5x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5} \quad k \in \mathbb{Z}$$



II. $2 \cos 2x = \sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x)$

$$\cos 2x = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 5x + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 5x$$

$$\cos 2x = \cos \left(5x - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\left[5x - \frac{\pi}{4} = 2x + 2\pi n \quad n \in \mathbb{Z} \right.$$

$$\left[5x - \frac{\pi}{4} = -2x + 2\pi m \quad m \in \mathbb{Z} \right.$$

$$\left[x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{3} \quad n \in \mathbb{Z} \right.$$

$$\left[x = \frac{\pi}{28} + \frac{2\pi m}{7} \quad m \in \mathbb{Z} \right.$$

Ответ: $\left\{ \frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5}, \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{3}, \frac{\pi}{28} + \frac{2\pi m}{7} \mid k, n, m \in \mathbb{Z} \right\}$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

УЗ.

$$\textcircled{1} \left\{ \begin{aligned} \left(\frac{x^2}{y^2}\right)^{\lg y} &= (-x)^{\lg(-xy)} \end{aligned} \right.$$

$$\textcircled{2} \left\{ \begin{aligned} 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y &= 0 \end{aligned} \right.$$

$\left\{ \begin{aligned} x < 0 \\ y > 0 \end{aligned} \right.$ При данных ограничениях каждый из примеров системы имеет решение (существует).

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad & 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 \\ & x^2 + xy - 2y^2 + 4x + 8y = 0 \\ & (x+2y)(x-y) + 4(x+2y) = 0 \\ & (x+2y)(x-y+4) = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{I.} \quad & x = -2y \\ \text{II.} \quad & x = y - 4 \end{aligned}$$

Подставим I в $\textcircled{1}$:

$$\begin{aligned} (16y^2)^{\lg y} &= (2y)^{\lg 2y^2} \\ 2^{4\lg y} \cdot y^{2\lg y} &= 2^{\lg 2 + 2\lg y} \cdot y^{\lg 2 + 2\lg y} \\ y^{\lg 2} &= 2^{\lg 2 - \lg 2} \end{aligned}$$

т.к. $y > 0$

$$2^{\lg 2 y} \cdot \lg 2 = 2^{\lg y} - \lg 2$$

$$\lg 2 y \cdot \lg 2 = 2 \lg y - \lg 2$$

$$\lg y = 2 \lg y - \lg 2$$

$$\lg y = \lg 2$$

$$\left\{ \begin{aligned} y &= 2 \\ y &> 0 \\ x &= -2y \end{aligned} \right.$$

$$\begin{aligned} y &= 2 \\ x &= -4 \end{aligned}$$

√3 (Экстремум)

$$\textcircled{1} \quad (x^4)^{\lg y} = y^{2 \lg y} \cdot (-x)^{\lg y + \lg |x|}$$

$$(-x)^{4 \lg y} = (-x)^{\lg y + \lg |x|} \cdot y^{2 \lg y}$$

т.к. $y > 0$, а $x < 0$

$$\frac{\lg(-x) \cdot 4 \lg y}{10} =$$

$$(-x)^{3 \lg y - \lg |x|} = y^{2 \lg y}$$

$$10^{\lg(-x) \cdot (3 \lg y - \lg(-x))} = 10^{\lg y \cdot 2 \lg y}$$

$$- \lg^2(-x) + 3 \lg(-x) \cdot \lg y = 2 \lg^2 y$$

$$(\lg(-x) - 2 \lg y) \cdot (\lg(-x) - \lg y) = 0$$

$$\begin{cases} \lg(-x) = 2 \lg y \\ \lg(-x) = \lg y \end{cases}$$

$$\begin{cases} -x = y^2 \\ -x = y \\ x < 0, y > 0 \end{cases}$$

Подставим $x = y - 4$

$$\begin{cases} 4 - y = y^2 \\ 4 - y = y \end{cases}$$

$$y = 2 \quad x = -2 \quad \checkmark$$

$$\begin{cases} y^2 + y - 4 = 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

$$D = 1 + 16 = 17$$

$$\begin{cases} y = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2} \\ y > 0 \end{cases}$$

$$y = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$$

$$x = \frac{-9 + \sqrt{17}}{2} < 0 \quad \checkmark$$

Ответ: $\left(\frac{-9 + \sqrt{17}}{2}, \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}\right); (-2, 2); (-4, 2)$



(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

55.

$$\begin{cases} \text{I. } |x-6-y|+|x-6+y|=12 \\ \text{II. } (|x|-6)^2+(|y|-6)^2=9 \end{cases}$$

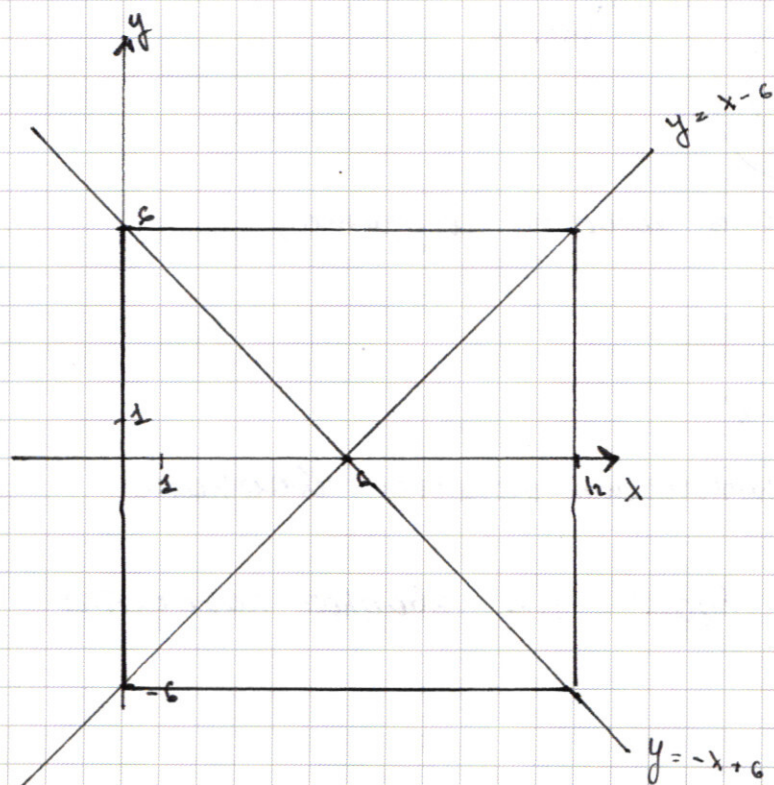
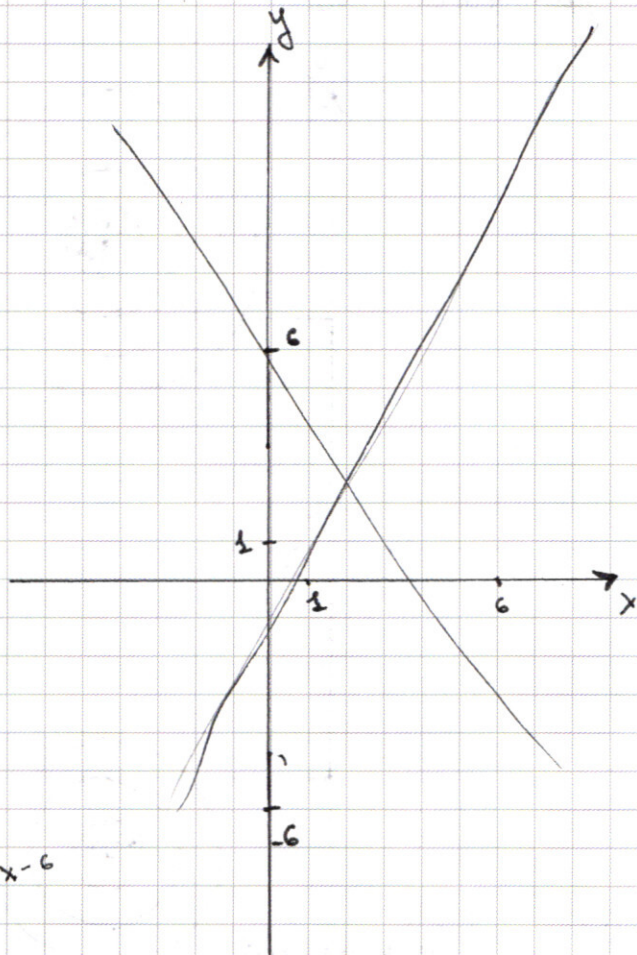
$$\begin{cases} \text{I. } |x-6-y|+|x-6+y|=12 \\ |y-(x-6)|+|y-(-x+6)|=12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{I. 1. } \begin{cases} y \geq x-6 \\ y \geq -x+6 \end{cases} \\ y-x+6+y+x-6=12; y=6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{I. 2. } \begin{cases} y \geq x-6 \\ y < -x+6 \end{cases} \\ y-x+6-y-x+6=12; x=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{I. 3. } \begin{cases} y < x-6 \\ y \geq -x+6 \end{cases} \\ -y+x-6+y+x-6=12; x=12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{I. 4. } \begin{cases} y < x-6 \\ y < -x+6 \end{cases} \\ -y+x-6-y-x+6=12; y=-6 \end{cases}$$



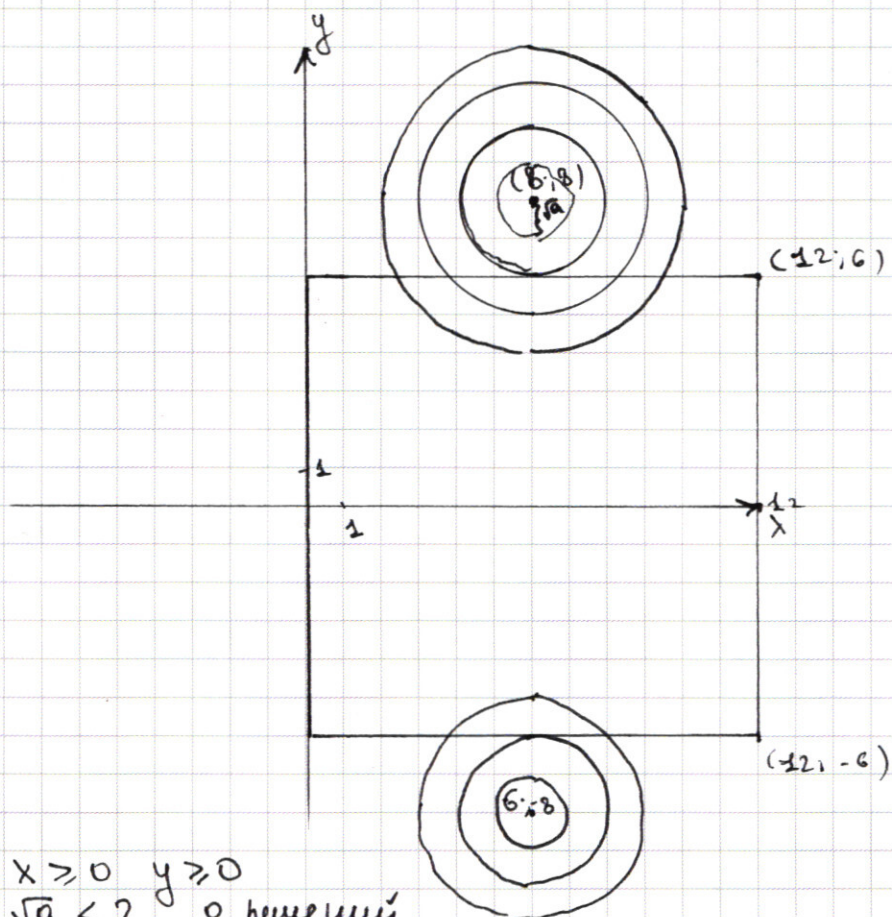
II. N 5- продолжение

Т.к. $|-x| = |x|$, то график симметричен относительно
по прямой Oy

Т.к. $|-y| = |y|$, то график симметричен относи-
тельно по прямой Ox

построим график в первой четверти, затем сим-
метрично отобразим в другие четверти.

при $x \geq 0$ $y \geq 0$:
 $(x-6)^2 + (y-8)^2 = a$ - окружность с центром $(6; 8)$ и
радиусом $\sqrt{a}$



$x \geq 0$ $y \geq 0$

$\sqrt{a} < 2$ 0 решений

$\sqrt{a} = 2$ 1 решение (окружность касается квадрата)

$2 < \sqrt{a} \leq 10$ 2 решения

$\sqrt{a} > 10$ 0 решений

при $x \geq 0$ $y < 0$

центр окр. в точке $(6; -8)$

$\sqrt{a} < 2$ 0 решений

$2 = \sqrt{a}$ 1 решение (окружность касается квадрата)

$2 < \sqrt{a} < 10$ 2 решения

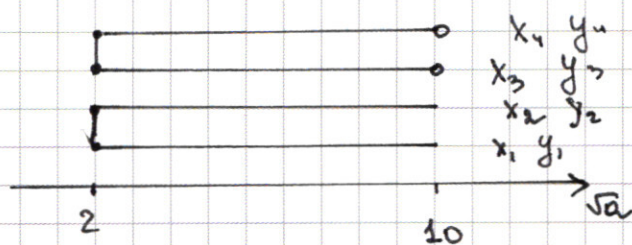
при $x < 0$ решений не будет т.к. квадрат находится
в полуплоскости $x \geq 0$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 5 - Продолжение.

Сделаем развёртку решений:



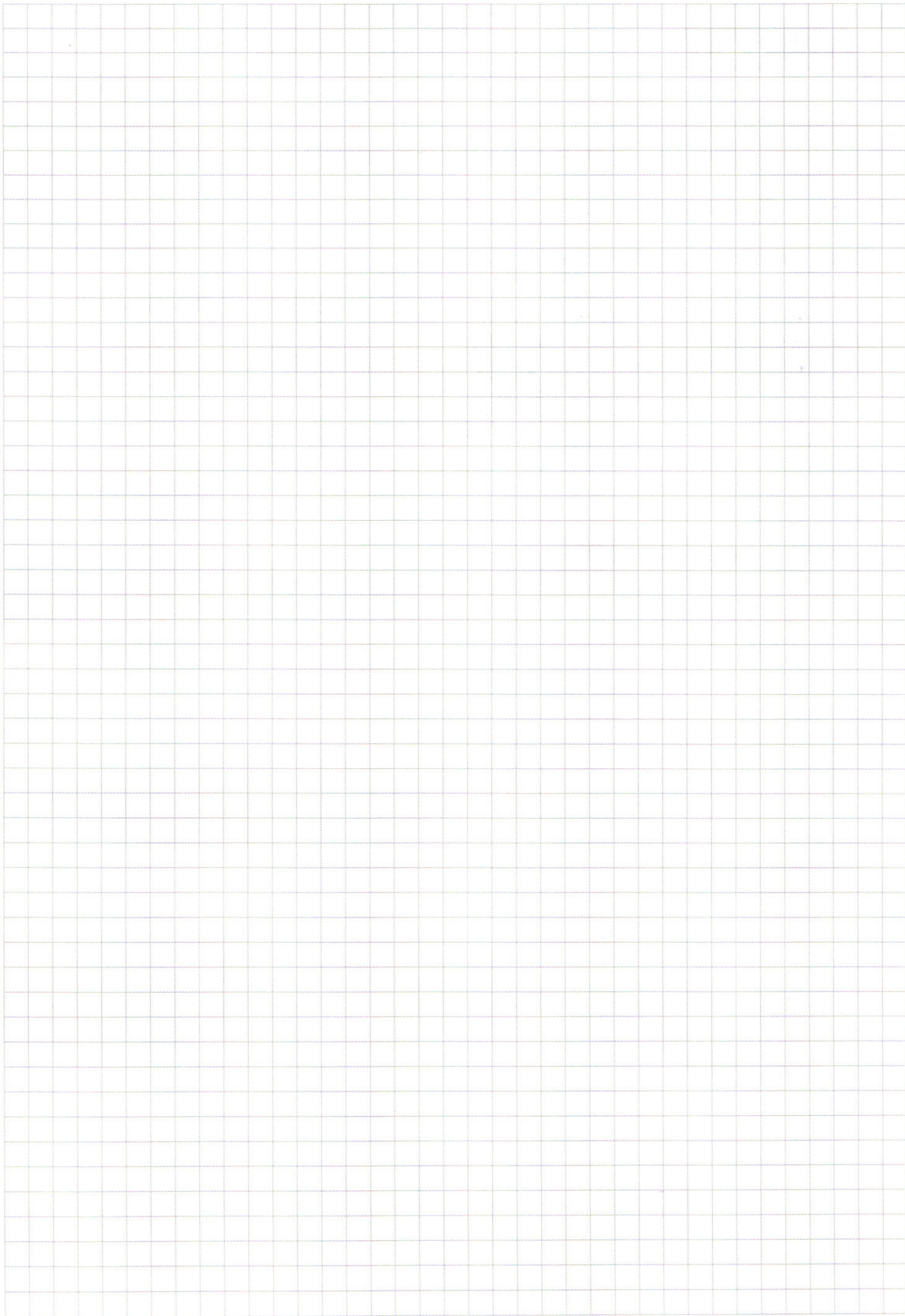
$$\begin{aligned} \sqrt{a} &< 2 \\ \sqrt{a} &= 2 \\ 2 < \sqrt{a} \leq 10 \\ \sqrt{a} &= 10 \end{aligned}$$

0 решений
2 решения
4 решения
2 решения

$$\begin{aligned} \sqrt{a} &= 2 \\ \sqrt{a} &= 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a &= 4 \\ a &= 100 \end{aligned}$$

Ответ: $a \in \{4; 100\}$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

решение в I четверти: при $x \geq 0, y \geq 0$

$$3^x + 4 \cdot 3^y \leq 85 + (3^y - 1)x$$

$$3^x \leq (3^y - 1)x + 85 - 4 \cdot 3^y$$

$\sqrt{a} < 2$ 0
 $\sqrt{a} = 2$ 1 реш.
 $2 < \sqrt{a} \leq 10$ 2 реш.
 $\sqrt{a} > 10$ 0

решение в II четверти: при $x \geq 0, y < 0$

$\sqrt{a} < 2$ 0
 $\sqrt{a} = 2$ 1 реш.
 $\sqrt{a} < \sqrt{a} < 10$ 2 реш.
 $\sqrt{a} = 10$ 2 реш.
 $\sqrt{a} > 10$ 0

$x = 0, y = 0, x = 12, y = 0$ совпадают
 с реш. в I четверти

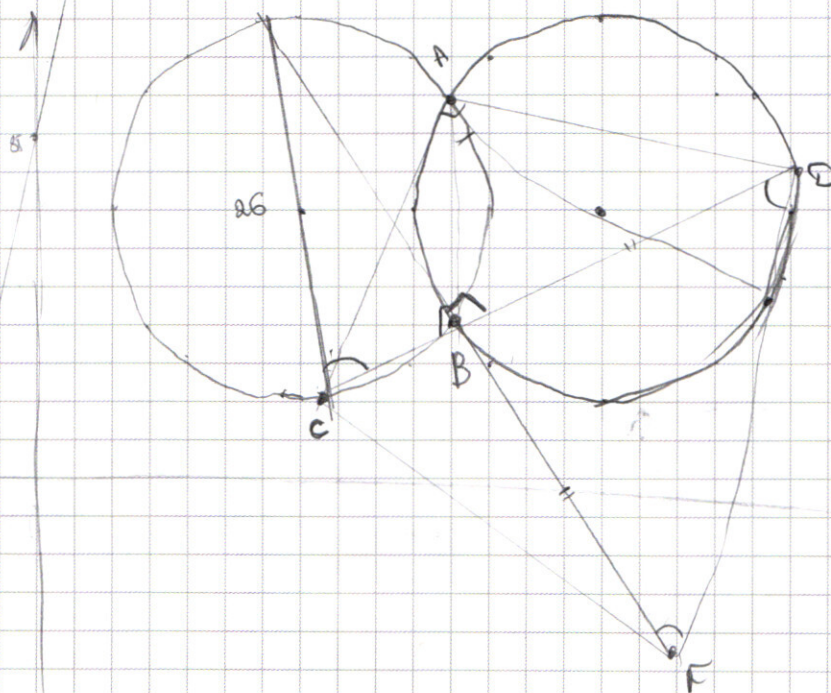
решение в III четверти: при $x < 0, y < 0$

$\sqrt{a} < \sqrt{40}$ 0
 $\sqrt{40} \leq \sqrt{a} \leq 10$ 1 реш. решение совпадает с решением в II четверти

решение в IV четверти: при $y \geq 0, x < 0$

$$3^x = 4 \cdot 3^y$$

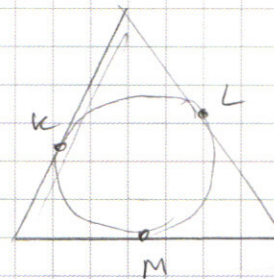
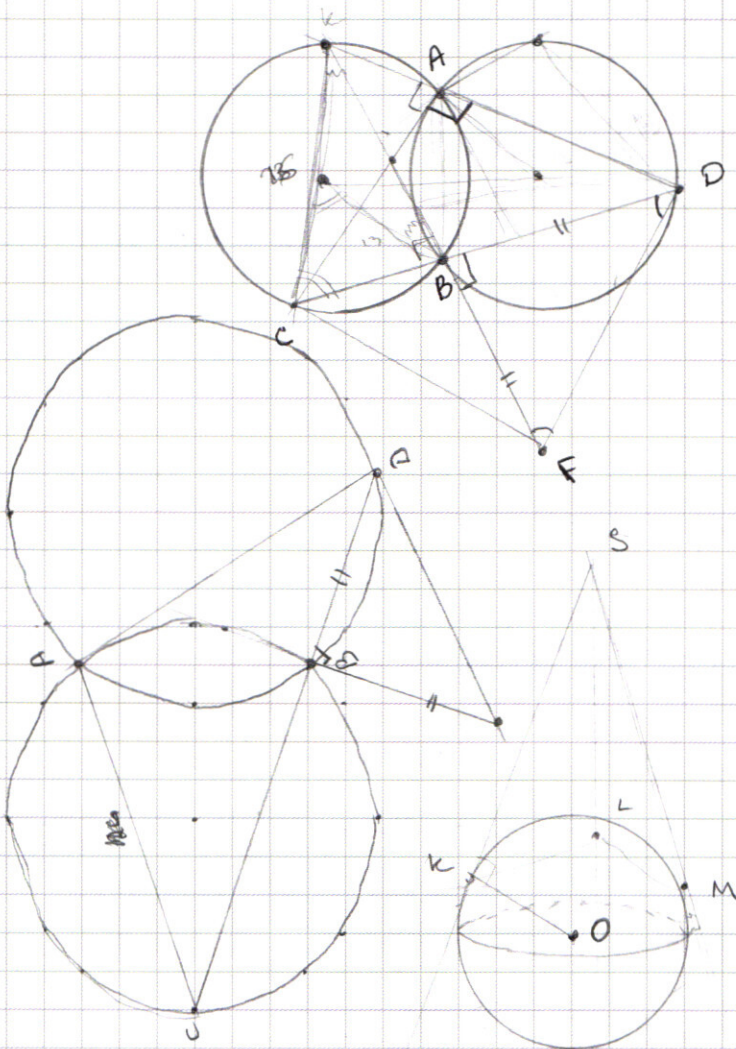
$$(1, 3^y + 84)$$



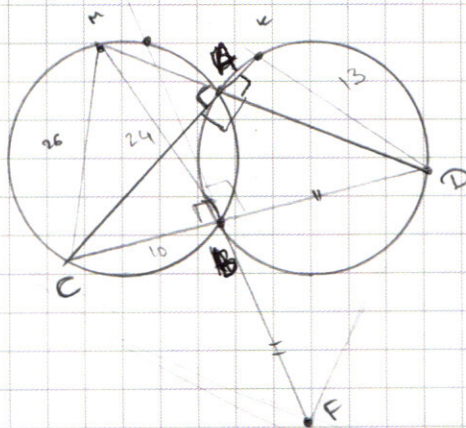
$$\frac{CF + FD}{CD} = FB$$

$$\frac{CA}{CD} = \frac{CB}{CA}$$

$$\frac{1}{2} 3^2 + k n^2 + CA^2 = (kA + nD)AD = BD(BD + DC)$$



$$\begin{aligned} 3^x + 4 \cdot 3^{81} &< 85 + (3^{81} - 1)x \\ 3^{81}(4 - x) &> -85 + x + 3^x \\ (3^{81} - 1)x - 4 \cdot 3^{81} + 85 &> 3^x \end{aligned}$$





ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r} 16875 \mid 3 \\ 5625 \mid 3 \\ \hline 1875 \mid 3 \\ 625 \mid 5 \\ 125 \mid 5 \\ 25 \mid 5 \\ 5 \mid 5 \\ 1 \end{array}$$

$$16875 = 3^3 \cdot 5^4$$

$$\begin{array}{r} 625 \\ \times 27 \\ \hline 4375 \\ 1250 \\ \hline 16875 \end{array}$$

Т.к. дивиденд 16875 является 5^4 , то в данном числе должна встречаться ровно 4 цифры т.к. только цифра 0 и 5 кратна 5, но если 6 чисел будет 0, то произведение цифр будет равно 0.

Также $16875 = 3^3$

Цифры: 3, 0, 3, 6, 9

0 - не может быть по ранее доказанному
6 - не может быть. Т.к. произведение было бы 2
Оставшиеся возможные наборы:

1 3 3 3

1 1 3 9

возможные наборы:

1, 3, 3, 3, 5, 5, 5, 5 -

1, 1, 3, 9, 5, 5, 5, 5 -

$$\begin{aligned} 8! : 3! : 4! &= 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 : 3 = 280 \text{ впр.} \\ 8! : 4! : 2! &= 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 : 2 = 35 \cdot 24 = 840 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 280 \\ + 840 \\ \hline 1120 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 35 \\ \times 24 \\ \hline 140 \\ 70 \\ \hline 840 \end{array}$$

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} \cos 10x = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$\sqrt{2} \cos 10x = \sqrt{2} \cos^2 5x - \sqrt{2} \sin^2 5x$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} \cos^2 5x + \sqrt{2} \sin^2 5x = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$\cos 5x (2 \cos 2x - \sqrt{2} \cos 5x) = \sin 5x (2 \cos 2x - \sqrt{2} \sin 5x)$$

$$\cos 5x = \sin 5x$$



$$5x = \frac{\pi}{4} + \pi k \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5}$$

$$2 \cos 2x = \sqrt{2}$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2} \cos 10x$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2} (\cos^2 5x - \sin^2 5x)$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2} (\cos 5x - \sin 5x) (\cos 5x + \sin 5x)$$

$$\cos 5x = \sin 5x$$

$$x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5}$$

$$2 \cos 2x = \sqrt{2} \cos 5x + \sqrt{2} \sin 5x$$

$$2 \cos 2x = 2 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 5x + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 5x \right)$$

$$2 \cos 2x = 2 \cos \left(5x - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\cos \left(5x - \frac{\pi}{4} \right) - \cos 2x = 0$$

$$-2 \sin \left(\frac{7x}{2} - \frac{\pi}{8} \right) \sin \left(\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{8} \right) = 0$$

$$\frac{7x}{2} - \frac{\pi}{8} = \pi k$$

$$x = \frac{\pi}{28} + \frac{2\pi k}{7}$$

$$\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{8} = \pi n$$

$$x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{3}$$

$$2x = 5x - \frac{\pi}{4} + 2\pi k$$

$$x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi k}{3}$$

$$2x = -5x + \frac{\pi}{4} + 2\pi n$$

$$x = \frac{\pi}{28} + \frac{2\pi n}{7}$$



(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3.

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} x & 0 \\ y & 8 \end{pmatrix}$$

$$2y^2 - xy - x^2 = (y-x)(2y+x)$$

$$x^2 + xy - 2y^2 + 4x + 8y = 0$$

$$(x-y)(x+2y) + 4(x+2y) = 0$$

$$(x-y+4)(x+2y) = 0$$

$$\begin{cases} x = y - 4 \\ x = -2y \end{cases}$$

Ⓘ

$$\begin{cases} x = -2y \\ \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} \end{cases}$$

$$(16y^2)^{\lg y} = (2y)^{\lg 2y^2}$$

$$\lg y - \lg 2y^2 = \lg 2y^2 - \lg y$$

$$(4y)^{2\lg y} = (2y)^{2\lg 2y^2}$$

$$\frac{x^2}{y} = \frac{4y}{5}$$

$$(4y)^{\lg y} = (2y)^{\lg 2y^2}$$

$$(4y)^{\lg y} = (2y)^{\lg 2 + 2\lg y}$$

$$2^{\lg y} \cdot (2y)^{\lg y} = (2y)^{\lg 2 + 2\lg y}$$

$$2^{\lg y} = (2y)^{\lg 2 + \lg y}$$

$$2^{\lg y} = 2^{\lg 2 + \lg y} \cdot y^{\lg 2 + \lg y}$$

$$\frac{-\lg 2}{2^{\lg 2}} = y^{\lg 2 + \lg y}$$

$$x = y - 4$$

$$-x = -y + 4$$

$$x^4 \lg y = y^{2 \lg y} \cdot (\lg y + \lg(y-4))$$

$$4 \lg y - \lg y - \lg(y-4) = 2 \lg y$$

$$|x| \cdot 3 \lg y - \lg(y+4) = y^{2 \lg y}$$

$$\lg_{10} |x| (3 \lg y - \lg |x|) = 10^{2 \lg y} \cdot \lg y$$

$$2 \lg^2 y - 3 \lg y \cdot \lg |x| + \lg^2 |x| = 0$$

$$\lg^2 |x| - 3 \lg y \lg |x| + 2 \lg^2 y = 0$$

$$(\lg |x| - 2 \lg y)(\lg |x| - \lg y) = 0$$

$$\text{т.к. } |x| = y^2$$

$$x < 0$$

$$-x = y^2$$

$$4 - y = y^2$$

$$y^2 + y - 4 = 0$$

$$|x| = y^2$$

$$4 - y = y^2$$

$$y = 2$$

$$x = -2$$

$$D = 17$$

$$y = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$y > 0$$

$$y = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$$

$$x = \frac{\sqrt{17} - 9}{2} < 0? \checkmark$$

$$\sqrt{17} < 9$$

$$17 < 81$$

$$y = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$$

$$x = \frac{\sqrt{17} - 9}{2}$$

$$\lg 2 = \lg 4$$

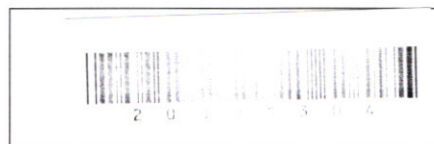
$$y = y^2$$

$$y = 2$$

$$y = y \quad y = 3$$

$$-x = y^2$$

$$y = 2$$



(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$(16y)^{\lg y} = (2y)^{\lg 2y}$$

$$2^{\lg y} \cdot y^{2\lg y} = (2y)^{\lg 2 + 2\lg y}$$

$$2^{\lg y} \cdot y^{2\lg y} = 2^{\lg 2 + 2\lg y} \cdot y^{\lg 2 + 2\lg y}$$

$$y^{\lg 2} = 2^{\lg y - \lg 2}$$

$$2^{\lg 2 y} \cdot \lg 2 = 2^{\lg y - \lg 2}$$

$$\lg 2 y \cdot \lg 2 = 2\lg y - \lg 2$$

$$\lg y = 2\lg y - \lg 2$$

$$\lg y = \lg 2$$

$$y = 2$$

$$x = -4$$

$$64^{\lg 2} = 4^{\lg 8}$$

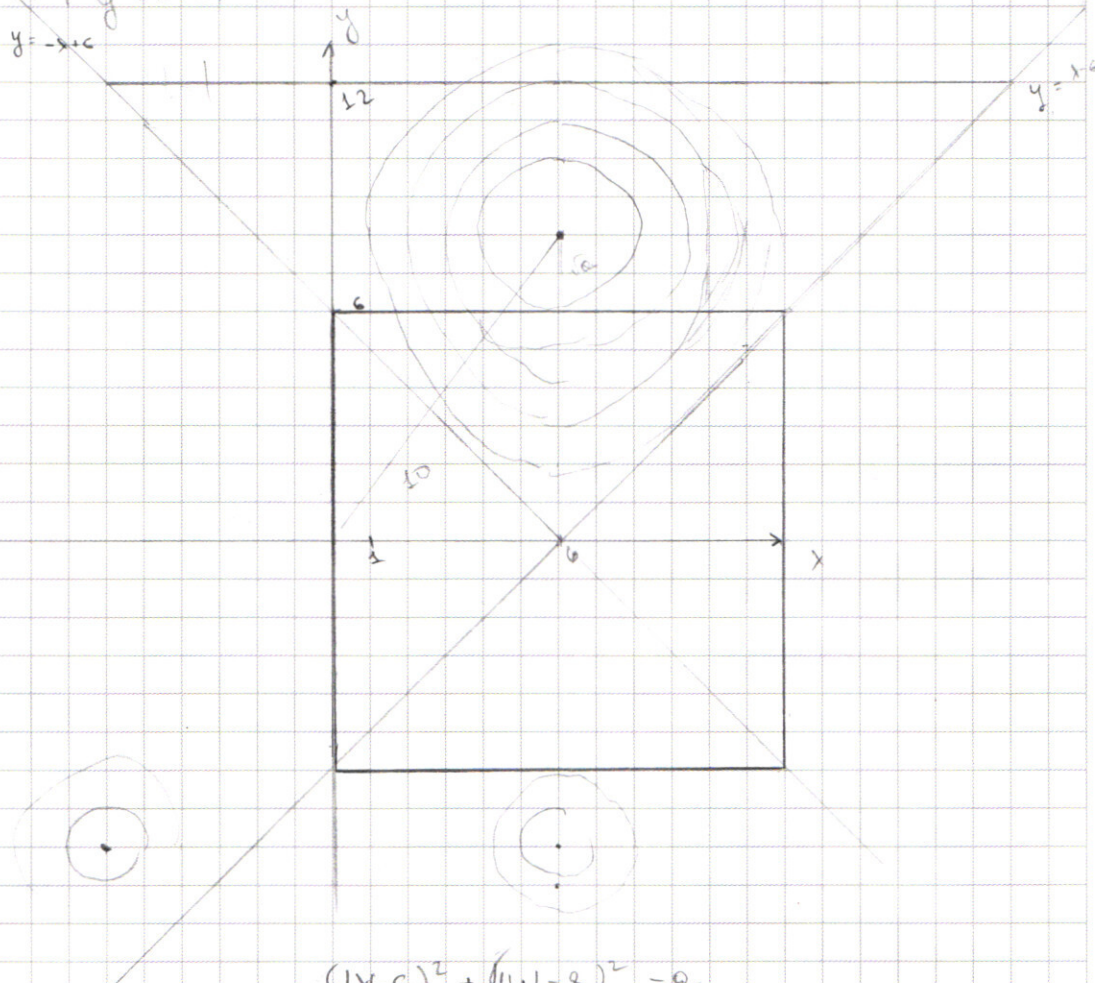
5.

$$\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12 \\ (|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a \end{cases}$$

$$|y-(x-6)| + |y-(-x+6)| = 12$$

$$\begin{aligned} & |y-x+6| + |y+x-6| = 12 \\ & \begin{cases} y \geq x-6 \\ y \geq -x+6 \end{cases} \\ & y = 12 \end{aligned}$$

$$y = -x + 6$$



$(|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a$
 Т.е. x и y по модулю
 являются радиусом в 1 от вершин
 и отобр. в гр.

$$(x-6)(y-8)^2 = a$$

$$\begin{aligned} \text{I} \quad & \begin{cases} y \geq x-6 \\ y \geq -x+6 \end{cases} \\ & -x+6 + y+x-6 = 12 \\ & y = 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{II} \quad & \begin{cases} y \geq x-6 \\ y < -x+6 \end{cases} \\ & y-x+6 - y-x+6 = 12 \\ & x = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{III} \quad & \begin{cases} y < x-6 \\ y \geq -x+6 \end{cases} \\ & y+x-6 + y+x-6 = 12 \\ & x = 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{IV} \quad & \begin{cases} y < x-6 \\ y < -x+6 \end{cases} \\ & y+x-6 - y-x+6 = 12 \\ & y = -6 \end{aligned}$$