

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО М.

11 класс

ВАРИАНТ 6

ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 4 и 9.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12, \\ (|x| - 6)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\sqrt[3]{\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y}} = (-x)^{\lg(-xy)} \quad (1)$$

$$2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 \quad (2)$$

Рассматриваем уравнение (1): Прологарифмируем

по $\log_{10}$: $\log_{10} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = \log_{10} (-x)^{\lg(-xy)}$

Тогда $\begin{cases} y > 0 \\ -xy > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \boxed{\begin{cases} y > 0 \\ x < 0 \end{cases}} \quad (3)$

$$\Rightarrow \lg y (4 \lg |x| - 2 \lg |y|) = \lg(-xy) \lg(-x)$$

П. р. $y > 0$, а $x < 0 \Rightarrow |x|$ — «минус», а $|y|$ — «+»:

$$\lg y (4 \lg(-x) - 2 \lg y) = \lg(-x) (\lg(-x) + \lg(y))$$

$$\text{Пусть } \lg y = \alpha \text{ и } \lg(-x) = \beta$$

$$\Rightarrow \alpha(4\beta - 2\alpha) = \beta(\beta + \alpha)$$

$$4\alpha\beta - 2\alpha^2 - \beta^2 - \alpha\beta = 0 \Rightarrow 3\alpha\beta - \beta^2 - 2\alpha^2 = 0$$

$$\beta^2 - 3\alpha\beta + 2\alpha^2 = 0; \Delta = 9\alpha^2 - 8\alpha^2 = \alpha^2$$

$$\beta = \frac{3\alpha \pm \alpha}{2} = 2\alpha; \alpha$$

Обратная замена: $\begin{cases} \lg(-x) = \lg(y) \\ \lg(-x) = 2 \lg(y) \end{cases} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -x = +y \\ -x = y^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -1 \\ x = -y^2 \end{cases} \text{ где } y > 0 \text{ и } x < 0$$

Под - см решение п/ во (2):

$$\begin{cases} y = -x \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} x = -y^2 \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 \end{cases} \quad (5)$$

(4): $2x^2 + x^2 - x^2 - 4x + 8x = 0 \quad 2x^2 + 4x = 0$
 $x(x+2) = 0 \Rightarrow x = 0; -2$

$\Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ x = -2 \\ y = 2 \end{cases}$ - решение 1-го уравнения

(5): ~~$x^2 = y^4$~~ $x^2 = y^4 \Rightarrow 2y^2 + y^3 - y^4 + 4y^2 - 8y = 0$
 $y(-y^3 + y^2 + 6y - 8) = 0$

$-y^3 + y^2 + 6y - 8 = 0$

$y^3 - y^2 - 6y + 8 = 0$

при $y = 2 \Rightarrow 8 - 4 - 12 + 8 = 0$ (верно)

$$\begin{array}{r} y^3 - y^2 - 6y + 8 \quad | y - 2 \\ \underline{y^3 - 2y^2} \\ y^2 - 6y \\ \underline{y^2 - 2y} \\ -4y + 8 \\ \underline{-4y + 8} \\ 0 \end{array}$$

$y^2 + y - 4 = 0$
 $D = 1 + 16 = 17$
 $y = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{2}$

$\Rightarrow y(y^3 - y^2 - 6y + 8) = y(y - 2)(y - \frac{1 + \sqrt{17}}{2}) \cdot (y - \frac{1 - \sqrt{17}}{2})$

$\Rightarrow y = 0; 2; \frac{1 \pm \sqrt{17}}{2}$

Вернемся к совокупности:

$\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ x = -2 \\ y = 2 \\ y = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{2} \\ x = \pm \sqrt{\frac{1 \pm \sqrt{17}}{2}} \end{cases}$

сопоставим с (3) и получим:

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 2 \\ y = 2 \\ x = -4 \\ y = \frac{1+\sqrt{14}}{2} \\ x = -\left(\frac{1+\sqrt{14}}{2}\right)^2 \end{cases}$$

Ответ:

$$\begin{cases} x = -2 \\ y = 2 \\ x = -4 \\ y = 2 \\ x = -\left(\frac{1+\sqrt{14}}{2}\right)^2 \\ y = \frac{1+\sqrt{14}}{2} \end{cases}$$

~~2~~

$$\cos 7x + \cos 3x = \sin 7x + \sin 3x + \sqrt{2} \cos 70x$$

$$\cos 70x = \cos(3x + 4x) = \cos 3x \cdot \cos 4x - \sin 3x \cdot \sin 4x$$

$$\Rightarrow \sqrt{2} \cos 3x \cdot \cos 4x - \sqrt{2} \sin 3x \cdot \sin 4x = (\cos 7x + \cos 3x) - (\sin 7x + \sin 3x)$$

Пусть $\cos 3x + \cos 4x = a$ тогда

$$\Rightarrow \cos 3x \cdot \cos 4x = \frac{a^2 - (\cos^2 3x + \cos^2 4x)}{2}$$

$$4b = \sin 3x + \sin 4x \quad \sin 3x \sin 4x = \frac{b^2 - (\sin^2 3x + \sin^2 4x)}{2}$$

~~2~~

5

$$|x-6-y| + |x-6+y| = 12 \quad (1)$$

$$(x-6)^2 + (y-8)^2 = a \quad (2)$$

Рассм. 1): $|x - (6+y)| + |x - (6-y)| = 12$

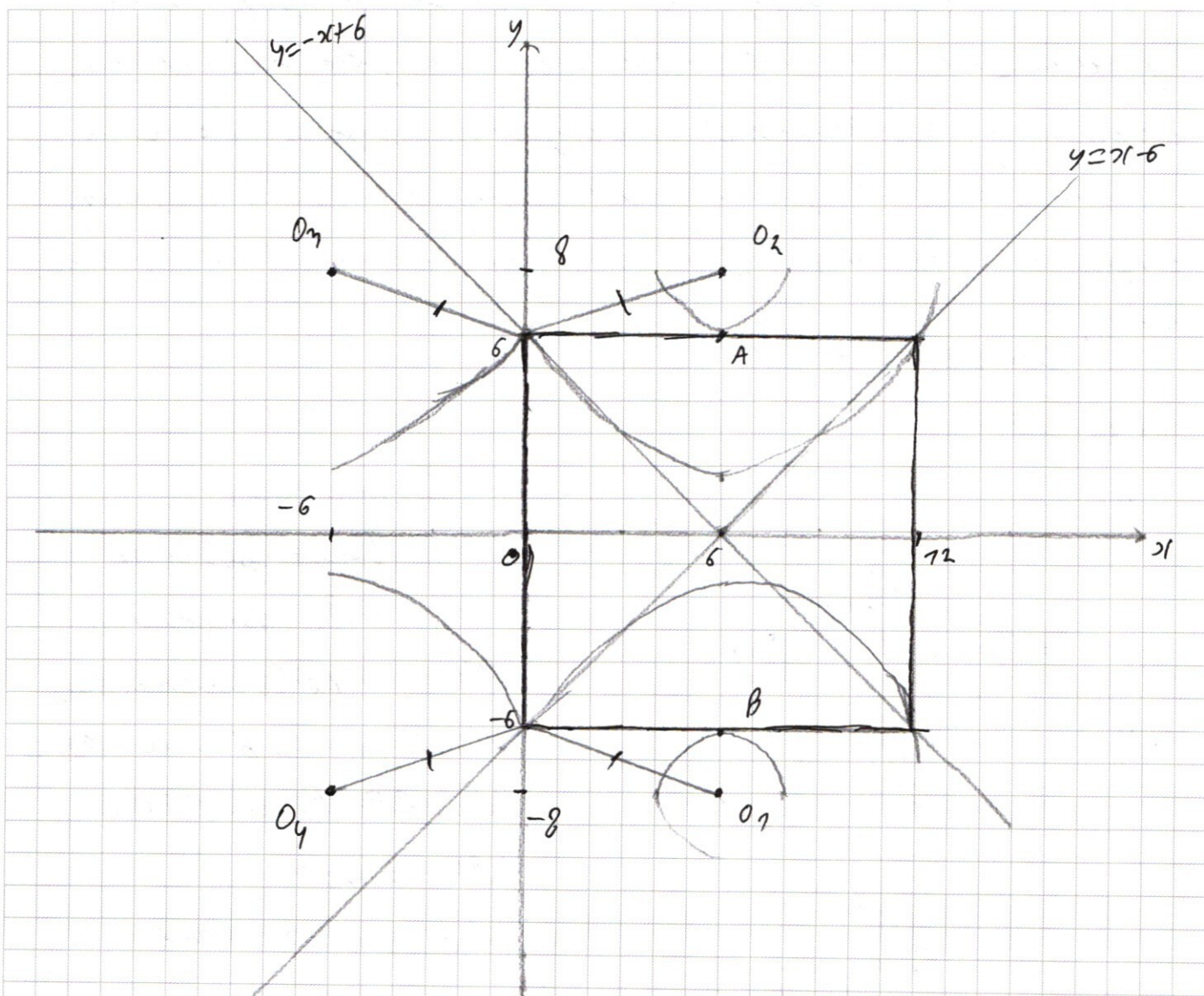
$$\begin{cases} x \geq 6+y \\ x \geq 6-y \\ x - 6 - y + x - 6 + y = 12 \\ x \geq 6+y \\ x \leq 6-y \\ x - 6 - y - x + 6 + y = 12 \\ x \geq 6-y \\ x \leq 6+y \\ x - 6 + y - x + 6 + y = 12 \\ x \leq 6+y \\ x \leq 6-y \\ -x + 6 + y - x + 6 - y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 6+y \\ x \geq 6-y \\ x = 12 \\ x \geq 6+y \\ x \leq 6-y \\ y = -6 \\ x \geq 6-y \\ x \leq 6+y \\ y = 6 \\ x \leq 6+y \\ x \leq 6-y \\ x = 0 \end{cases} \text{Рассм}$$

Рассм-м 2):

$$(4) \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ (x-6)^2 + (y-8)^2 = d^2 & \text{— центр — и (y — м (6; 8) и R = \sqrt{d}} \\ x \geq 0 \\ y \leq 0 \\ (x-6)^2 + (y+8)^2 = d^2 & \text{— центр — и (y — м (6; -8) и R = \sqrt{d}} \\ x \leq 0 \\ y \geq 0 \\ (x+6)^2 + (y-8)^2 = d^2 & \text{— центр — и (y — м (-6; 8) и R = \sqrt{d}} \\ x \leq 0 \\ y \leq 0 \\ (x+6)^2 + (y+8)^2 = d^2 & \text{— центр — и (y — м (-6; -8) и R = \sqrt{d}} \end{cases}$$

Нарисуем совокуп-и (3) и (4) в одной координатной плоскости:

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



В точках O_1, O_2, O_3, O_4 расположены окружности радиуса $r = \sqrt{a}$, а график совмещен с квадратом со стороной $y = x - 6$ и $y = 6 - x$.

Первый раз зрелище будет при касании $A \Rightarrow R = 2 \Rightarrow a = 4 = R^2$ — зрелище в точках A и B.

При увеличении $a \Rightarrow$ окружности O_3 и O_4 не будут

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Поскольку $AF \perp FK \Rightarrow FK = AC$, $\Delta (FK - \text{прямой угол})$
 $\Rightarrow (F = FK = AC \Rightarrow FK = AC = AF \Rightarrow K - \text{середина } AC$
 $\Rightarrow AF - \text{высота прямого } \Delta ABC \Rightarrow \angle CBA = 90^\circ$
 и мы можем считать на основании AC , т.е. $ACB - \text{вн-н}$
 $\text{в } \omega_1 \Rightarrow AC = 2R = 26 = AF = CF \Rightarrow CF = 26$.

Если $\angle C = 10^\circ \Rightarrow \text{то } AC = \frac{1}{\sin 10^\circ} \cdot AF$, а $AF = 2AB$, т.е.
 $\Delta (FK - \text{квадрат})$ и по теореме Пифагора:
 $AB = \frac{2R}{\sqrt{2}} = \frac{26}{\sqrt{2}} = 13\sqrt{2} \Rightarrow \text{то } AC = \frac{1}{\sin 10^\circ} \cdot 26\sqrt{2} =$
 $= 730\sqrt{2}$

Ответ: $CF = 26$; $\text{то } AC = 730\sqrt{2}$

✓ 2

$$\sqrt{2} \cos 10x = 2 \cos 5x \cos 2x - 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$\sqrt{2} (\cos^2 5x - \sin^2 5x) = 2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x)$$

$$\sqrt{\cos 5x - \sin 5x} / (\sqrt{2} \cos 5x + \sqrt{2} \sin 5x - 2 \cos 2x) = 0$$

(2) (1)

$$(1) \quad \sqrt{2} \cos 5x + \sqrt{2} \sin 5x = 2 \cos 2x$$

$$\cos 2x = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 5x + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 5x = \cos 5x \cos \frac{\pi}{4} + \sin 5x \sin \frac{\pi}{4} =$$

$$= \cos (5x - \frac{\pi}{4}) \Rightarrow \cos (2x) = \cos (5x - \frac{\pi}{4})$$

$$\cos (2x) - \cos (5x - \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$-2 \cos \sin (\frac{4x}{2} - \frac{\pi}{8}) \sin (\frac{\pi}{8} - \frac{3x}{2}) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{4x}{2} - \frac{\pi}{8} = \pi n \\ \frac{\pi}{8} - \frac{3x}{2} = \pi k \end{cases} \text{ или } \begin{cases} \frac{4x}{2} = \pi n + \frac{\pi}{8} \\ \frac{3x}{2} = \frac{\pi}{8} - \pi k \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{2}{7} \pi n + \frac{\pi}{4} \\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{2}{3} \pi k, n, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$(2) \cos x = \sin x \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi n}{5}, n \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow \text{Answer: } \begin{cases} x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi n}{5} \\ x = \frac{2}{7} \pi m + \frac{\pi}{28} \\ x = \frac{\pi}{12} - \frac{2\pi k}{3} \end{cases} \quad n, m, k \in \mathbb{Z}$$

~~а б с d e f g m - число~~

$$\text{a} \cdot \text{b} \cdot \text{c} \cdot \text{d} \cdot \text{e} \cdot \text{f} \cdot \text{g} \cdot \text{m} = 16845 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^3 \cdot 5^4$$

$\Rightarrow$ а, б, с, d, e, f, g, m могут быть "5", "3" или "1"

$$\text{с} = \frac{8!}{5!} = 64 \cdot 8 = 512$$

$$\text{для "5": } C_8^4 = \frac{8!}{4!} = 5 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 8 = 3360$$

$$\text{для "3": } C_8^3 = \frac{8!}{3!} = 526484 = 1680 \cdot 4 = 6420$$

$$\text{для "1": } C_8^8 = 8 \Rightarrow C_8^0 = 6420$$

$$\text{для "5": } C_8^4 = \frac{8!}{4! \cdot 4!} = \frac{725 \cdot 8 \cdot 4 \cdot 8^2}{725 \cdot 4} = 35 \cdot 2 = 70$$

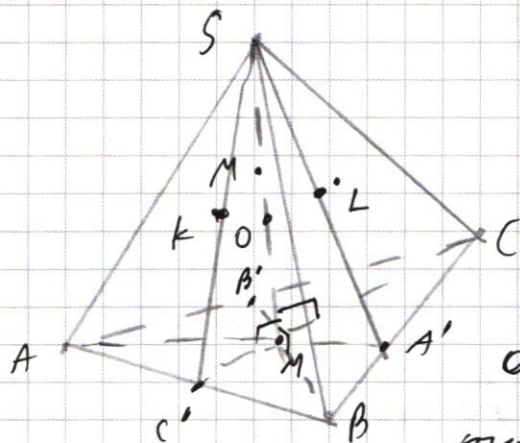
$$\text{для "3": } C_8^3 = \frac{8!}{3! \cdot 5!} = 56 \quad \text{и для "1": } C_8^2 = 8$$

$$\Rightarrow 56 \cdot 8 \cdot 70 = 31360$$

Answer: max число 31360

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

9



Temperatur:

1) м.к. 0-углевод окр-сов
 $\Rightarrow \angle KSO = \angle MSO = \angle LSO, \text{ м.к.}$

по целому вписанной
-сам лежит на бес-се
хотнюю угод.

→ m-Kd Kernenum Kasten & Hol SAl, 90

$(ABC) \perp SO \Rightarrow (ABC) \perp SM.$

$$\Rightarrow \angle KSO = \angle C'SM \quad \text{u} \angle LSO = \angle A'SM \Rightarrow \angle SA'M =$$
$$\Rightarrow \cancel{S} C' M = \angle S B' M \Rightarrow \Delta S C' M = \Delta S A' M = \Delta S B' M \sim \Delta$$

см - не а двумя углам. $S_{\triangle ABS} = S_{\triangle SBC} = 4,8$

So Asc = 9 $\Rightarrow$ LKSO - große Menge (ABS) u. (A(B))

$C \leq 50$ — м. ч. (9BC) и (ABC).

✓ 1

a, b, c, d, e, f, g, m — число

$$a \cdot b \cdot c \cdot d \cdot e \cdot f \cdot g \cdot m = 16845 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$$

⇒ a, b, c, d, e, f, g, m могут быть "5", "3" или "1" или

для "5":
$${}^8_8 = \frac{8!}{4! \cdot 3!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 5 \cdot 7 \cdot 8 = 280$$

$${}^3_4 = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 4 \quad \Rightarrow \quad {}^1_7 = 1$$

Первый набор: $(5, 5, 5, 5, 3, 3, 3, 1)$

второй: $(5, 5, 5, 9, 3, 1, 1)$

$$S_1 = 3360$$

$$\Rightarrow S_1 = 280 \cdot 4 \cdot 1 = 1120 = {}^4_8 + {}^3_4 + {}^1_3$$

$$2) (5, 5, 5, 5, 9, 3, 1, 1) \quad {}^1_4 = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24 \quad {}^2_2 = 1$$

$$\Rightarrow S_2 = {}^4_8 + {}^1_4 + {}^1_3 + {}^2_2 = 280 + 24 + 6 + 1 = 311$$

$$\Rightarrow S_{\text{об}} = S_1 + S_2 = 3360 + 311 = 3671$$

$$\Rightarrow S_2 = 280 \cdot 24 \cdot 6 = 40320$$

$$\Rightarrow S_1 = {}^4_8 \cdot {}^1_4 \cdot {}^1_3 = 280 \cdot 4 = 1120 \quad {}^1_4 = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$$

второй набор: $(5, 5, 5, 5, 3, 9, 1, 1)$

$$S_2 = {}^4_8 \cdot {}^1_4 \cdot {}^1_3 \cdot {}^2_2 = 280 \cdot 24 \cdot 3 = 210 \cdot 24 = 5040$$

$${}^4_8 = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 56 \cdot 5 = 280 \quad {}^4_8 = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8^2}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 40$$

$${}^3_4 = \frac{7 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 4 \quad {}^1_3 = \frac{7 \cdot 2 \cdot 3}{1 \cdot 2} = 3 \quad {}^2_2 = 1$$

$$\Rightarrow S_{\text{об}} = S_1 + S_2 = 40(42 + 4) = 40 \cdot 46 = 5320$$

Ответ: $S = 5320$ чисел

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\lg y / (\lg y x^4)$$

$$\begin{matrix} x < 0 \\ y > 0 \end{matrix}$$

$$\lg y / (4 \lg x - 2 \lg y) = \lg(-x y) \cdot \lg(-x)$$

$$\lg(4) = \alpha$$

$$\lg(-1) = \beta$$

$$\lg y (4 \lg(-x) - 2 \lg y) = \lg(-x) (\lg(-x) + \lg(4))$$

$$\alpha(4\beta - 2\alpha) = \beta(\beta + \alpha)$$

$$3\alpha\beta - 2\alpha^2 - \beta^2 = 0$$

$$4\alpha\beta - 2\alpha^2 - \beta^2 - \alpha\beta = 0$$

$$\beta^2 - 3\alpha\beta + 2\alpha^2 = 0$$

$$D = 9\alpha^2 - 8\alpha^2 = \alpha^2$$

$$\beta = \frac{3\alpha \pm \alpha}{2} = 2\alpha; \alpha$$

$$\Rightarrow \lg(-x) = \lg(4)$$

$$\lg(-x) = \lg(4)$$

$$\begin{cases} y = -x \\ y^2 = -x \end{cases}$$

$$\begin{matrix} x < 0 \\ y > 0 \end{matrix}$$

$$\text{или } y = -x \Rightarrow$$

$$2x^2 + x^2 - x^2 - 4x + 8x = 0$$

$$x \neq 2$$

$$\Rightarrow x = -2$$

$$x^2 = y^4 \quad x = -y^2$$

$$2x^2 + x^2 = 0 \Rightarrow x = 0; -2$$

$$\text{или } (y^2 = x - x) \Rightarrow y = \sqrt{-x}$$

$$280/$$

$$2y^2 + y^3 - y^4 + 4y^2 - 4y - 8y = 0$$

$$y^3 - y^2 - 6y + 8 = 0$$

$$y = 2: 8 + 8 - 4 - 12 = 0$$

$$y^3 - y^2 + 6y - 8 = 0$$

$$y^2 - y^3 + 6y - 8 = 0$$

$$\begin{array}{r} 216 \\ + 24 \\ \hline 184 \\ + 84 \\ \hline 5040 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} y^3 - y^2 - 6y + 8 \\ - y^3 + 2y^2 \\ \hline y^2 - 6y + 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} y^2 - 6y \\ - y^2 + 2y \\ \hline -4y + 8 \end{array}$$

$$x = -2$$

$$y = 2$$

$$y = 2$$

$$y = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$6 + x - y + 8 - 16 = 0$$

$$6 + 8 - 2 + 16 - 2 = 0$$

$$\begin{cases} x = -2 \\ y = 2 \\ y = 2 \\ x = -4 \\ y = \frac{\sqrt{17} + 1}{2} \\ x = -\left(\frac{\sqrt{17} + 1}{2}\right)^2 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 46 \\ + 40 \\ \hline 5320 \end{array}$$

✓5

$$(2) \sqrt{(x-6)^2 + (y-8)^2} = d$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

$$d_{\text{max}} = 64$$

$$\sqrt{d_{\text{max}}} = 8 = \sqrt{d_{\text{min}}} = 36$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ y < 0 \end{cases}$$

$$= \sqrt{(x-6)^2 + (y+8)^2} = d$$

$$\begin{array}{r} 9261 \overline{) 8} \\ 46 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9261 \overline{) 3} \\ 3084 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 4029 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 1343 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ 4009 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ 4117 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ 4117 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ 4117 \end{array}$$

$$4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$$

$$4, 3, 9$$

$$(1) |x-6-y| + |x-6+y| = 12 \quad x=4+y$$

$$\begin{array}{c} x-6-y \\ x-6+y \\ -6-y \\ +y+6 \\ +x-6+y \\ +x-6-y \end{array}$$

$$\begin{array}{c} x-6-y \\ x-6+y \\ x-6-y \\ x-6+y \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x-6-y + x-6+y = 12 \\ 2x = 24 \quad x = 12 \end{array}$$

$$-x + 6 + y + x + 6 + y = 12$$

$$2y = 12 \quad y = 6$$

$$\cos 3x \cos 4x = 8$$

$$\begin{array}{r} 46720 \\ 6 \\ 40320 \end{array}$$

$$d^2 =$$

$$d^2 = (\cos 4x)^2 - \sin^2 4x = 1 - 2 \cos 4x \sin 4x = 1 - \sin 8x$$

$$\cos 3x \cos 4x = \frac{d^2 - (\cos^2 3x + \cos^2 4x)}{2} \quad \sin 3x \sin 4x = \frac{8^2 + (\sin^2 3x + \sin^2 4x)}{2}$$

$$\frac{d^2}{2} - \cos^2 3x - \cos^2 4x + \sin^2 3x + \sin^2 4x$$

$$8 = \sin 3x - \sin 4x$$

$$\left(\frac{d^2}{2}\right) = (\cos(30+60)) = \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4} = 0 \quad \sqrt{2} \left(\frac{d^2}{2} + \frac{8^2}{2}\right)$$

$$(\cos 3x)(\sqrt{2} \cos 4x - 1)$$

$$\begin{array}{r} 280 \\ \times 24 \\ 112 \\ 56 \\ \hline 6720 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 280 \\ \times 4 \\ 1120 \\ 3360 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 8 \\ 5 \\ 4 \\ 7 \\ 4 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{array}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 2

$$\cos 4x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 70x = \sin 4x + \sin 3x$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} \cos 70x = 2 \cos 5x \sin 5x$$

$$\frac{\pi}{2} - 7 + \frac{\pi}{2} - 3 = \pi - 10$$

$$\frac{\pi}{4} - 7 - \frac{\pi}{2} + 3$$

$$\sqrt{2} \cos 70x = 4 \cos 5x \cos 2x$$

$$\cos 70x = 2 \cos^2 5x - 1$$

$$\sin(\alpha + \beta) =$$

$$= 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$2 \sqrt{2} \cos^2 5x - \sqrt{2} = 4 \cos 5x \cos 2x$$

$$\cos 4x - \sin 4x = \cos(\frac{\pi}{4} - 4x) - \cos(\frac{\pi}{4} + 4x) = 2 \sin(\frac{\pi}{4}) \sin(4x - \frac{\pi}{4})$$

$$\cos 60 - \cos 30 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1 - \sqrt{3}}{2}$$

$$\sqrt{2} \cos 70x = 2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x)$$

$$\cos 60 - \sin 60 = 2 \sin 45 \cos 60 - \cos(60) - \cos(30) = 2 \cdot \sin(45) \cdot \sin(75)$$

$$\cos 4x - \sin 4x =$$

$$\cos(720) - \sin 720 = \cos(720) - \cos(30) = 2 \sin(45) \cdot \sin(45) = \sqrt{2} \cdot \sin 45$$

$$\cos(60) - \sin(30) = \cos(60) - \cos(\frac{\pi}{6}) = 2 \sin(90) \sin(-30) = 2 \cdot 1 \cdot (-\frac{1}{2}) = -1$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

$$\cos 4x - \sin 4x = -2 \sin(\frac{\pi}{4}) \sin(4x - \frac{\pi}{4})$$

$$\cos 3x - \sin 3x = \cos 3x - \cos(\frac{\pi}{2} - 3x) = -2 \sin(\frac{\pi}{4}) \sin(3x - \frac{\pi}{4})$$

$$\sqrt{2} \cos 70x = -\sqrt{2} \sin(4x - \frac{\pi}{4}) - \sqrt{2} \sin(3x - \frac{\pi}{4})$$

$$\cos 70x = \cos(4x + 3x) = \cos 4x \cos 3x - \sin 4x \sin 3x$$

$$\cos 4x \cos 3x - \sqrt{2} \sin 3x \sin 4x = 2 \cos 2x \cos 5x - \cos 3x - \cos 4x$$

$$\cos 4x \cos 3x = t \quad \cos 4x \cos 3x = \frac{t^2 - 1}{2} \quad \sin 4x \sin 3x = \frac{1 - t^2}{2}$$

$$\frac{t^2 + 1}{2} - \sqrt{2} \frac{1 - t^2}{2} = t + \frac{1 - t^2}{2} - \sqrt{2} (1 - t^2)$$

$$\sqrt{2} - \sqrt{2} t^2 - \sqrt{2} + \sqrt{2} t^2 = 2 + 2t$$

$$\sqrt{2}(\theta + t | \theta - t) - 2(\theta + t) = 0$$

$$(\theta + t)(\sqrt{2}\theta - \sqrt{2}t - 2) = 0$$

$$\sin 3x = \cos 4x$$

$$\sqrt{2} \cos 4x \cos 3x - \sqrt{2} \sin 4x \sin 3x = \sin 4x + \sin 3x - 1 \quad \begin{matrix} = a \\ = b \end{matrix}$$

$$\sqrt{2} \frac{a^2 - 1}{2} - \sqrt{2} \frac{b^2 - 1}{2} = a - b$$

$$\sqrt{2}a^2 - \sqrt{2} - \sqrt{2}b^2 + \sqrt{2} = 2(a - b)$$

$$a + b = \sqrt{2} \cos 70x$$

$$\sqrt{2}(a - b)(a + b) = 2(a - b)$$

$$\frac{(a - b)}{1} (\sqrt{2}a + \sqrt{2}b - 2) = 0$$

$$f) \sqrt{2}(\sin 2x + \sin 3x) \quad 2 \cos 70x = 3$$

$$\cos 70x = 1$$

$$2 \cos 2x \sin 5x - 2 \cos 5x \cos 2x = 0$$

$$\begin{cases} \cos 2x = 0 \\ \sin 5x = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} & (1) \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y > 0 \\ xy < 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y > 0 \\ xy < 0 \end{cases}$$

$$x^{\lg(xy)} = x^{\lg x + \lg y}$$

$$(2) (y^2 + x^2 - xy) + xy - 2x^2 - y^2 - 4x - 8y = 0$$

$$x^{\lg y} = \left(\frac{x^2}{y}\right)^{\lg y} (-x)^{\lg(-xy)}$$

$$x^{\lg y} =$$

$$t = \lg y$$

$$\frac{4 \lg y}{2 \lg y} = 2$$

$$t = \lg y$$

$$10 = y^t \quad (10^{1/t})^t$$

$$y = 10^t$$

$$(10^t)^t$$

$$y^2 = 10^{2t}$$

$$y^{2 \lg y} = \frac{x^{4 \lg y}}{(-x)^{\lg(-xy)}}$$

$$y = \frac{(x^{4 \lg y})^{1/2 \lg y}}{((-x)^{\lg(-xy)})^{1/2 \lg y}} = \frac{x^2}{(-x)^{\frac{\lg(-xy)}{2 \lg y}}} > 0$$

$$2 \frac{x^{\frac{3}{2}}}{(-x)^{\frac{\lg(-xy)}{\lg y}}} - \frac{x^{\frac{3}{2}}}{(-x)^{\frac{\lg(-xy)}{2 \lg y}}} - x^2 - 4x - \frac{8x^2}{(-x)^{\frac{\lg(-xy)}{2 \lg y}}} = 0$$

$$2x^{\frac{3}{2}}(-x)^{\frac{\lg(-xy)}{\lg y}}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$A \quad 2(\cos 4x) \neq \cos 3x - 2 \sin 3x \sin 4x$$

$$2 \sin^2 3x \sin^2 4x + \sin^2 4x + \sin^2 3x - 2 \sin 3x \cos 3x =$$

$$\sin^2 3x - \cos^2 3x$$

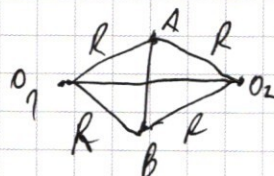
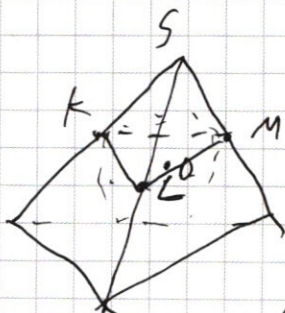
$$\frac{1}{2} (\cos 4x + \cos 70x)$$

$$\cos 5x - \cos \left(\frac{\pi}{2} - 5x \right) = -2 \sin \frac{\pi}{4} \sin \left(5x - \frac{\pi}{4} \right)$$

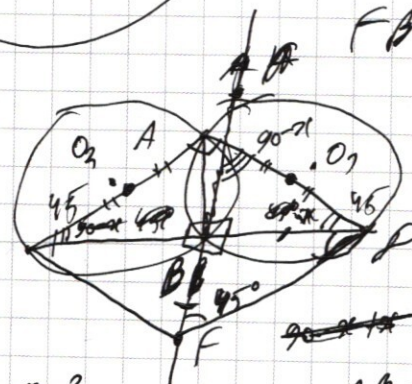
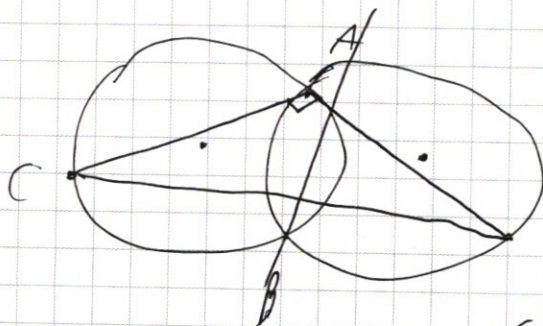
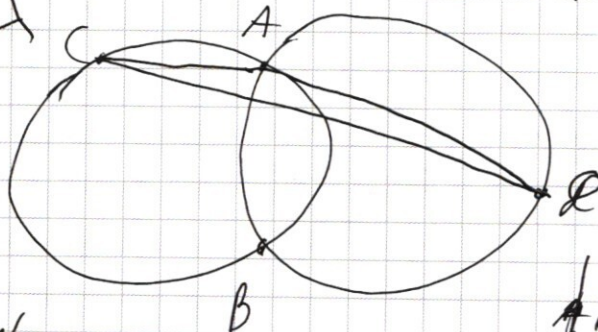
$$\cos 70x = 2 \cos 5x \cos 2x - 2 \sin 5x \cos 2x = \sqrt{2} \cos 70x$$

$$\cos 70x = \cos 2x \cdot \sin \left(5x - \frac{\pi}{4} \right) =$$

$$= -2 \cos 5x \sin \left(5x - \frac{\pi}{4} \right)$$



$$\frac{\pi}{4} \cdot \frac{\pi}{4}$$



$$FB = BR$$

$$R = 73$$

$$AC = AR = 26$$

$$\cos 70x = \cos^2 5x - \sin^2 5x$$

$$AP = BP = \frac{26}{\sqrt{2}} = 26\sqrt{2}$$

$$B'F$$

$$2x = 5x - \frac{\pi}{4}$$

$$\sqrt{2} \cos 70x = 2 \cos 5x \cos 2x - 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 70x = \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} 110$$

abcdefgm

$a.b.c.d.e.f.g.m = 10845$

$10845 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

$$\begin{array}{r}
 10845 \\
 \underline{18} \\
 34 \\
 \underline{35} \\
 25 \\
 \underline{15} \\
 645 \\
 \underline{15} \\
 135 \\
 \underline{15} \\
 27 \\
 \underline{3} \\
 9 \\
 \underline{3} \\
 3
 \end{array}$$

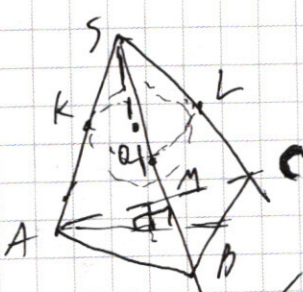
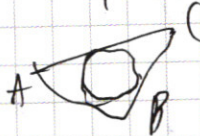
$$\begin{array}{ccccccc}
 1 & & & & & & \\
 \hline
 1 & & & & & & \\
 & 1 & & & & & \\
 & & 1 & & & & \\
 & & & 1 & & & \\
 & & & & 1 & & \\
 & & & & & 1 & \\
 & & & & & & 1
 \end{array}
 \quad \left(\frac{2}{3} = 3\right)$$

$$\begin{array}{ccccccc}
 3 & - & 3 & - & - & - & 5 \\
 & & & & & & 6+5+4+3+3 = 21 \\
 3 & - & - & 3 & - & - & 4 \\
 & & & & & & 9 3 \\
 3 & - & - & 3 & - & - & 3 \\
 & & & & & & 5+4+3+3+1 = 15 \\
 3 & - & - & - & 3 & - & 2 \\
 & & & & & & 36 46 20 \\
 3 & - & - & - & - & 3 & - & 1 \\
 & & & & & & 21+15+10+6+3+1 = 56
 \end{array}$$

$$\frac{8!}{3!5!} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = 4 \cdot 8 = 32$$

$\begin{cases} y > 3^2 + 4 \cdot 3^1 \\ y < 85 + 3^1 \cdot x - x \end{cases}$

$a = 4$



$$\begin{array}{r}
 2+7 \\
 \times 56 \\
 \hline
 560 \\
 +336 \\
 \hline
 280 \\
 \hline
 3736
 \end{array}$$

$\angle KSO = \angle OSM = \angle OSL$

$\angle SAA = 4 = \angle SAA$
 $\angle AAC = 9$