

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 6

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра-
боты без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 4 и 9.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12, \\ (|x| - 6)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1. Заметим, что $16875 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$. Очевидно, что тогда в 8-ми значном числе ровно 4 пятёрки (т.к. 5^2 уже 25, $5 \cdot 3 = 15$)

Значит, ками 8-ми значные числа принимают вид: 5555 3331 или 5555 3111 с точностью до перестановки.

Используя формулу перестановок с повторениями находим количество 8-ми значных чисел, удовлетворяющих условию:

$$N_{\text{пол}} = \frac{8!}{4! \cdot 3! \cdot 1!} + \frac{8!}{4! \cdot 1! \cdot 1! \cdot 2!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2} + \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 3}{2} = 8 \cdot 7 \cdot 5 (1+3) = 280 \cdot 4 = 1120$$

Ответ: 1120.

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} \\ 2y^2 - y(x+8) - x^2 - 4x = 0 \end{cases}$$

$$2y^2 - y(x+8) - x^2 - 4x = 0 \quad D = (x+8)^2 + 8(x^2 + 4x) = (3x+8)^2$$

$$y = \frac{x+8-3x-8}{2 \cdot 2} = -\frac{x}{2}$$

$$y = \frac{x+8+3x+8}{2 \cdot 2} = x+4$$

$$1) y = -\frac{x}{2} : \left(\frac{4x^4}{x^2}\right)^{\lg(-\frac{x}{2})} = (-x)^{\lg \frac{x^2}{2}} \Leftrightarrow (4x^2)^{\lg(-\frac{x}{2})} = (-x)^{\lg \frac{x^2}{2}}$$

$$(-x)^{\lg \frac{x^2}{2}} = \left(\frac{x^2}{2}\right)^{\lg(-x)} \quad (\text{по св-ву логарифма}), \text{ тогда: } y^{\lg(-\frac{x}{2})} \cdot x^2 \cdot \lg(-\frac{x}{2}) = \frac{(x^2)^{\lg(-x)}}{2^{\lg(-x)}}$$

$$2^{2 \lg(-\frac{x}{2})} \cdot (x^2)^{\lg(-\frac{x}{2}) - \lg(-x)} = 1 \cdot 2^{-\lg(-x)} \Leftrightarrow 2^{\lg \frac{x^2}{4} + \lg(-x)} \cdot x^2 \cdot \lg \frac{1}{2} = 1$$

$$\frac{2}{x} \cdot 2^{\lg \frac{x^2 \cdot (-1)}{4}} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\lg x^2} = 1 \Leftrightarrow 2^{\lg(-\frac{x}{4})} = 1 \Leftrightarrow \lg(-\frac{x}{4}) = 0 \Leftrightarrow x = -4$$

$$y = 2$$

$$2) y = x+4. \text{ Из усл. суи } \lg: \begin{cases} y > 0 \\ -xy > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y > 0 \\ x < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x+4 \\ y > 0 \\ x < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -4 < x < 0 \\ 0 < y < 4 \end{cases}$$

$$\left(\frac{(y-4)^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (4-y)^{\lg(4-y)y} \Leftrightarrow \frac{(y-4)^{4 \lg y}}{y^{2 \lg y}} = (4-y)^{\lg(4-y)} \cdot y^{\lg(4-y)}$$

$$\frac{(4-y)^4 \lg y - \lg(4-y)}{y^2 \lg y + \lg(4-y)} = 1 \Leftrightarrow \frac{(4-y)^4 \lg \frac{y^4}{4-y}}{y^2 \lg y^2 \cdot (4-y)} = 1 \Leftrightarrow \frac{(4-y)^4 \lg \frac{y^4}{4-y}}{y^2 \lg y (4-y)^2 \lg y} = 1$$

$$\frac{(4-y)^4 \lg \frac{y^4}{4-y}}{y^2 \lg y} = 1 \Leftrightarrow \frac{y^3 \lg(4-y)}{(4-y)^2 \lg(4-y) \cdot y^2 \lg y} = 1 \Leftrightarrow \frac{y \lg \frac{(4-y)^3}{y^2}}{(4-y)^2 \lg(4-y)} = 1$$

$$\frac{y \lg \frac{-x^3}{y^2}}{(-x)^2 \lg(-x)} = 1$$

$$x = y - 4$$

$$(-x)^2 \frac{\lg y}{\lg(-x)} \cdot \lg\left(-\frac{x^3}{y^2}\right) - \lg(-x) = 1$$

$$\frac{\lg y}{\lg(-x)} \cdot \lg\left(-\frac{x^3}{y^2}\right) = \lg(-x)$$

$$\frac{\lg y}{\lg^2(-x)} \cdot \lg\left(-\frac{x^3}{y^2}\right) = 1$$

$$\text{т.к. } 0 < y < 4 \\ -4 < x < 0,$$

то это ур-е не имеет решений.

Ответ: $(-4; 2)$

$$\text{N5. } \begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12 \\ (|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a \end{cases}$$

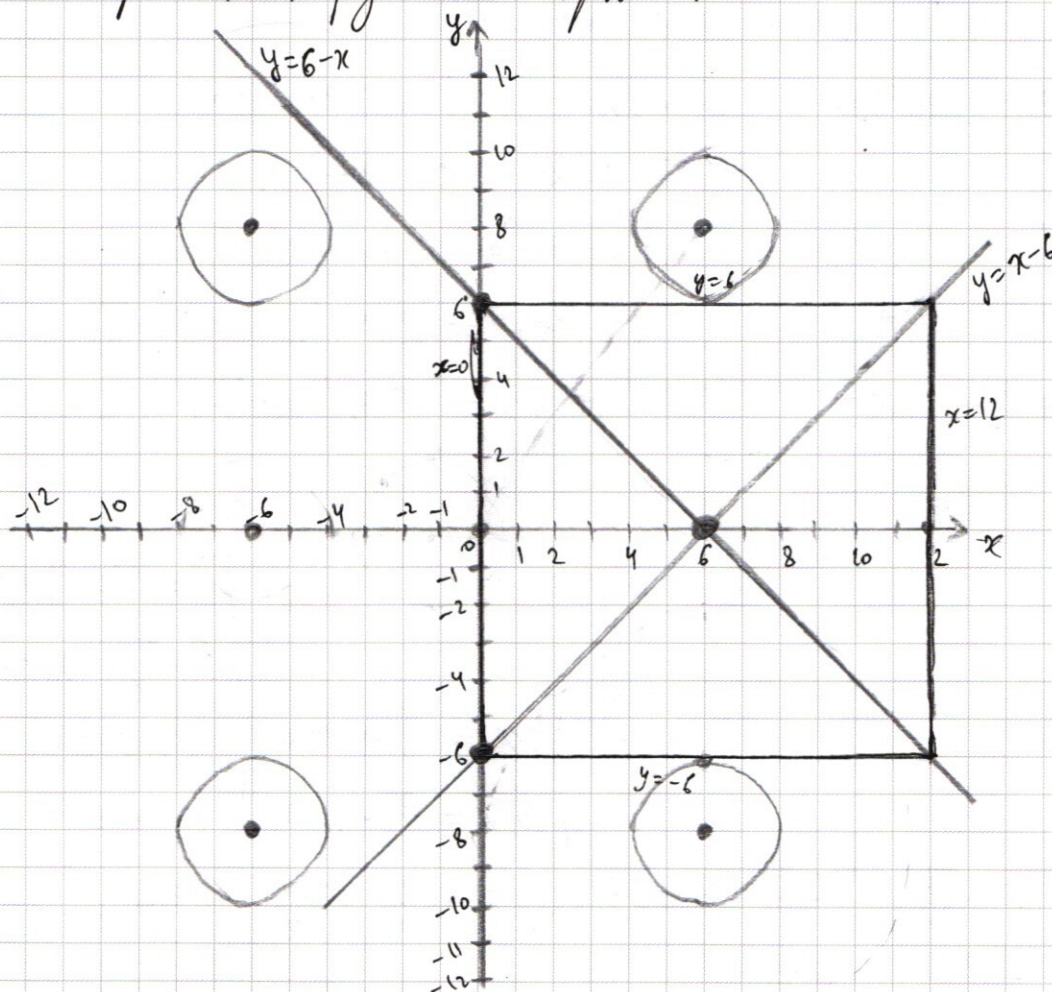
$$\left\{ \begin{array}{l} x = 12 \\ y \leq x-6 \\ y \geq 6-x \\ y \leq x-6 \\ y < 6-x \\ y = -6 \\ y > x-6 \\ y \geq 6-x \\ y = 6 \\ y > x-6 \\ y < 6-x \\ x = 0 \end{array} \right.$$

Рассмотрим сначала верхнее выражение:

$$\left\{ \begin{array}{l} x-6-y + x-6+y = 12 \\ y \leq x-6 \\ y \geq 6-x \\ y \leq x-6 \\ y < 6-x \\ x-6-y - x+6-y = 12 \\ y > x-6 \\ y \geq 6-x \\ -x+6+y + x-6+y = 12 \\ y > x-6 \\ y < 6-x \\ -x+6+y - x+6-y = 12 \end{array} \right.$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5. Рассмотрим на координатной прямой:



$$(x-6)^2 + (y-8)^2 = a \quad - \text{ „окружности“ с 4-мя центрами: } (6;8)$$

Из графика понятно, что когда $a=4$,

то система имеет 2 решения: $(6;6)$, $(-6;-6)$

$$\begin{aligned} &(-6;8) \\ &(6;-8) \\ &(-6;-8) \\ &r = \sqrt{a} \end{aligned}$$

Вспомогательная окружность $r = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$ система будет иметь 4 решения. Если $r=10$, $a=100$, то система имеет 2 решения: $(0;0)$, $(12;0)$ если $a > 100$, то система не имеет решений

Ответ: $a=4$, $a=100$

№2. $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$

Используем формулы суммы косинусов и суммы синусов.

$$2 \cdot \cos 5x \cdot \cos 2x - \sqrt{2} \cdot \cos 10x = 2 \cdot \sin 5x \cdot \cos 2x$$

$$2(\cos 5x - \sin 5x) \cdot \cos 2x = \sqrt{2} \cdot (\cos^2 5x - \sin^2 5x)$$

$$(\cos 5x - \sin 5x) 2 \cdot \cos 2x - \sqrt{2}(\cos 5x - \sin 5x)(\cos 5x + \sin 5x) = 0$$

$$(\cos 5x - \sin 5x)(2 \cos 2x - \sqrt{2}(\cos 5x + \sin 5x)) = 0$$

$$\cos 5x - \sin 5x = 0 \quad ; \quad \cos 5x \neq 0$$

$$1 - \operatorname{tg} 5x = 0$$

$$\operatorname{tg} 5x = 1$$

$$5x = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5}, k \in \mathbb{Z}$$

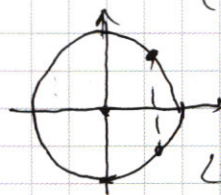
$$2 \cos 2x = \sqrt{2}(\cos 5x + \sin 5x)$$

$$\sqrt{2} \cdot \cos 2x = \cos 5x + \sin 5x$$

$$\sqrt{2} \cos 2x = \cos 5x + \cos\left(\frac{\pi}{2} - 5x\right)$$

$$\sqrt{2} \cdot \cos x = 2 \cdot \cos \frac{\pi}{4} \cdot \cos\left(5x - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\cos x = \cos\left(5x - \frac{\pi}{4}\right)$$



$$\cos x = \cos\left(5x - \frac{\pi}{4}\right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 5x - \frac{\pi}{4} + 2\pi n \\ 5x - \frac{\pi}{4} = -x + 2\pi m \end{cases}$$

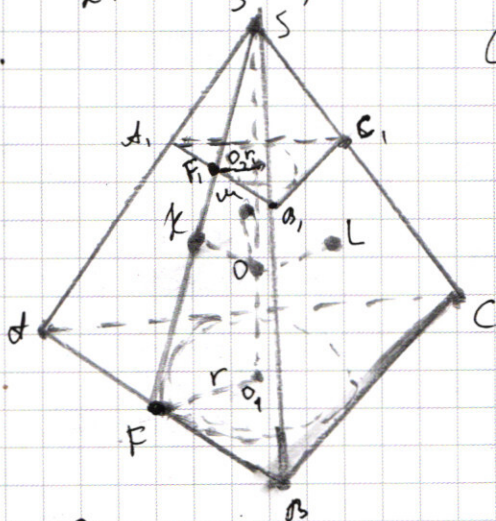
$$\begin{cases} 4x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ 6x = \frac{\pi}{4} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ 6x = \frac{\pi}{4} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Ответ: $x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5}, k \in \mathbb{Z}, x = \frac{\pi}{16} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z},$

$$x = \frac{\pi}{24} + \frac{\pi m}{3}, m \in \mathbb{Z}.$$

нч.



$$S_{ABC} = 9$$

$$S_{A,B,C} = 4$$

Сфера вписана в 3-гранный угол, ~~принадлежит~~
и касается (ABC) и (A,B,C_1)

значит O_1 и O_2 центры

$\triangle ABC$ и $\triangle A,B,C_1$ - соответственно.

Из соображений подобия и равенства $\triangle SKO = \triangle SLO = \triangle SMO$ (т.к. сфера вписана в 3-гранный угол) вытекает, что $F \in SK$, где $O_1F = r$ (r - радиус впис. окр. $\triangle ABC$)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

нч. $O, F \perp AB$

~~нч.~~ O, F — проекция SF на (ABC) $\Rightarrow SF \perp AB$ (т. O — $3^x \perp$)

$\triangle ABC \sim \triangle A_1 B_1 C_1$ по очевидным углам.

$$\frac{S_{ABC}}{S_{A_1 B_1 C_1}} = k^2 = \frac{9}{4} \quad k = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{A_1 B_1}{AB} = \frac{2}{3}$$

$\triangle S A_1 B_1 \sim \triangle S AB$ ($A_1 B_1 \parallel AB$; по 2 углам)

$$\frac{SF_1}{SF} = \frac{A_1 B_1}{AB} = \frac{2}{3} \quad SF_1 = \frac{2}{3} SF$$

$\triangle S O_2 F_1 \sim \triangle S O_1 F$ ($O_1 F \parallel O_2 F_1$; по 2 углам)

$$\frac{SO_2}{SO_1} = \frac{SO_2}{SO_2 + 2R} = \frac{SF_1}{SF} = \frac{2}{3} \quad R - \text{радиус сферы.}$$

$$\frac{1}{1 + \frac{2R}{SO_2}} = \frac{2}{3} \quad 3 = 2 + \frac{4R}{SO_2} \quad \frac{4R}{SO_2} = 1$$

$$\triangle SKO: \sin \angle KSO = \frac{KO}{SO} = \frac{R}{SO_2 + R} = \frac{1}{\frac{SO_2}{R} + 1} = \frac{1}{5}$$

$$\angle KSO = \arcsin \frac{1}{5}$$

Очевидно, что $(KLM) \parallel (ABC)$.

$\triangle SKO:$

$$F_1 O_2 = r_1 = KF_1 \text{ (определены кас.)}$$

$$SK = SF_1 + r_1$$

$$\text{из } \triangle SF_1 O_2: O_2 F_1 = r_1 \quad \frac{r_1}{SF_1} = \sin \angle F_1 S O_2 = \frac{1}{5} \quad SF_1 = 5r_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow SK = 6r_1, \quad KH = \frac{1}{5} SK = \frac{6}{5} r_1$$

$$\frac{S_{A_1 B_1 C_1}}{S_{\text{сеч.}(KLM)}} = \left(\frac{O_2 F_1}{KH} \right)^2 = \frac{25}{36}$$

(из подобия)

$$S_{\text{сеч.}(KLM)} = \frac{36}{25} \cdot S_{A_1 B_1 C_1} = \frac{4 \cdot 36}{25} = \frac{144}{25}$$

$$\text{Ответ: } \angle KSO = \arcsin \frac{1}{5}, \quad S_{\text{сеч.}(KLM)} = \frac{144}{25}.$$

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

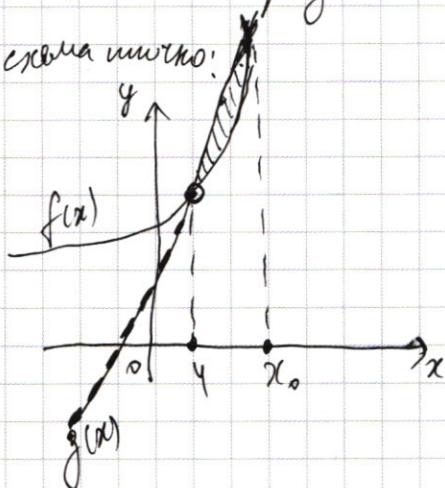
Заметим, что при $x=4$

$$3^4 + 4 \cdot 3^{81} = 85 + (3^{81} - 1)4$$

$$81 + 4 \cdot 3^{81} = 81 + 4 \cdot 3^{81}$$

Значит $f(x) = 3^x + 4 \cdot 3^{81}$ и $g(x) = 85 + (3^{81} - 1)x$ пересекаются 1 раз в точке $(4; 81 + 4 \cdot 3^{81})$

Изобразим схематично:



или

Заметим, что $f(85) = 3^{85} + 4 \cdot 3^{81}$

$$g(85) = 85 \cdot 3^{81}$$

$$g(85) < f(85)$$

$$3^{85} + 4 \cdot 3^{81} < 85 \cdot 3^{81}$$

$$3^4 + 4 < 85$$

$$85 = 85$$

$$f(85) = g(85) \Rightarrow$$

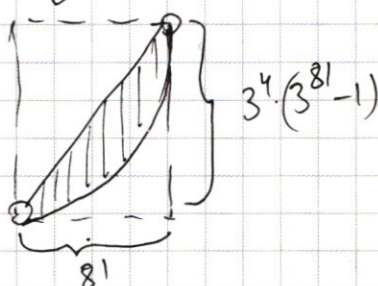
$$f(85) - f(4) = 3^{85} + 4 \cdot 3^{81} - 3^4 - 4 \cdot 3^{81} = 3^4 (3^{81} - 1)$$

$$85 - 4 = 81$$

$(x; y)$

лежат на:

Получаем, что целочисленные пары



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

М. $16875 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \rightarrow$ *маленькая цифра*

$$\begin{array}{r} 16875 \\ - 150 \\ \hline 187 \\ - 185 \\ \hline 125 \\ - 125 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 675 \\ - 50 \\ \hline 125 \\ - 125 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 16875 \\ - 150 \\ \hline 187 \\ - 185 \\ \hline 125 \\ - 125 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 55533311 \\ - 55593111 \\ \hline 1200+120 \\ \hline 1200 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8! \\ 3! \cdot 3! \cdot 2! \\ \hline 800 + 320 = 1120 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8! \\ 3! \cdot 3! \cdot 1! \cdot 1! \\ \hline \end{array}$$

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \sin \beta \cdot \cos \alpha$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \sin \beta \cdot \cos \alpha$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin \alpha \cdot \cos \beta = \frac{\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)}{2}$$

$$\cos \alpha \cdot \cos \beta = \frac{\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)}{2}$$

$$\sin \alpha \cdot \sin \beta = \frac{\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cdot \cos \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}$$

$$\sin x + \sin y = 2 \cdot \sin \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}$$

$$\begin{aligned} \cos 5x - \sin 5x &= \cos 5x + \sin(-5x) = \cos 5x + \cos\left(\frac{\pi}{2} + 5x\right) = \\ &= 2 \cdot \cos\left(5x + \frac{\pi}{4}\right) \cdot \cos \frac{\pi}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2 \cos 2x \cdot \sqrt{2} \cdot \cos\left(5x + \frac{\pi}{4}\right) - \sqrt{2} \cos 10x &= 0 \\ 2 \cos 2x \cdot \cos\left(5x + \frac{\pi}{4}\right) &= \cos 10x \\ \cos\left(7x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) &= \cos 10x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos 7x + \cos 3x &= \\ &= 2 \cdot \cos 5x \cdot \cos 2x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin 7x + \sin 3x &= \\ &= 2 \cdot \sin 5x \cdot \cos 2x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2 \cos 5x \cdot \cos 2x - \sqrt{2} \cos 10x &= \\ &= 2 \sin 5x \cdot \cos 2x \end{aligned}$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) - \sqrt{2} \cos 10x = 0$$

$$\begin{array}{r} 16875 \\ - 150 \\ \hline 187 \\ - 185 \\ \hline 125 \\ - 125 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\cos 5x +$$

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x) \lg(-xy) \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{var. equs. } \lg \cdot y > 0 \\ -xy > 0 \\ -x > 0 \\ x < 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2(y^2 - xy + 1) - 8 - xy(x^2 + 4x + 4) &= 0 \\ 2(4y - 2)^2 - (x + 2)^2 &= 4 + xy \\ \cancel{2y^2 - xy - 8y - x^2 + 4x} & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2(4y - 2)^2 - (x + 2)^2 &= 4 + xy \\ 2(16y^2 - 16y + 4) - (x^2 + 4x + 4) &= 4 + xy \\ 32y^2 - 32y + 8 - x^2 - 4x - 4 &= 4 + xy \\ 32y^2 - 32y - x^2 - 4x &= 0 \end{aligned}$$

$$2y^2 - y(x+8) - x^2 - 4x = 0$$

$$D = x^2 + 16x + 64 + 8(x^2 + 4x) \geq 9x^2 + 48x + 64 = (3x + 8)^2$$

$$y = \frac{x+8+3x+8}{4} = x+4$$

$$y = \frac{x+8-3x-8}{4} = -\frac{x}{2}$$

$$y = x+4$$

$$y = -\frac{x}{2}$$

$$-4 < x < 0 \quad 0 < y < 4$$

$$x = y - 4$$

$$\left(\frac{(y-4)^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (4-y) \lg(4-y)y$$

$$\left(\frac{4x^4}{x^2}\right)^{\lg(-\frac{x}{2})} = (-x) \lg \frac{x^2}{2}$$

$$(4x^2)^{\lg(-\frac{x}{2})} = (-x) \lg \frac{x^2}{2}$$

$$(x^2)^{\lg(-\frac{x}{2})} = (x^2)^{\lg(x)} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\lg(x^2)} \lg(-x)$$

$$2 \lg(-\frac{x}{2}) + \lg(x) \cdot (x^2)^{\lg(-\frac{x}{2}) - \lg(x)} = 1$$

$$2 \lg(-\frac{x}{2}) + \lg(x) \cdot (x^2)^{\lg(-\frac{x}{2})} = 1$$

$$2 \lg(-\frac{x}{2}) + \lg(x) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\lg x^2} = 1$$

$$2 \lg(-\frac{x}{2}) + \lg(x) - \lg x^2 = 1$$

$$2 \lg \frac{x^2 + x}{4 \cdot x^2} = 1$$

$$2 \lg(-\frac{x}{4}) = 1$$

$$\lg(-\frac{x}{4}) = 0$$

$$-\frac{x}{4} = 1$$

$$x = -4$$

$$y = 2$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~4.

$S_{A,B,C} = 4$
 $S_{ABSC} = 9$
 $\frac{S_{A,B,C}}{S_{ABSC}} = k^2 = \frac{4}{9}$
 $k = \frac{2}{3}$

$\sin \angle ASO = \frac{R}{R+SO_1}$
 $\cos \angle ASO = \frac{SO_1}{R+SO_1}$
 $\frac{SF}{SF} = \frac{2}{3} = \frac{r_1}{r}$
 $\frac{SO_1}{SO_1 + 2R} = \frac{2}{3}$

$85 + (3^{81} - 1)x - 3^x - 4 \cdot 3^{81} =$
 $3^{81}(x-4) + 85 - x - 3^x$
 $3^{81} - 3^x \cos 5 = 0$
 $3^x \cos 5 = 3^{81}$
 $3^x \cos 5 = 3^{81}$
 $3^x \cos 5 = 3^{81}$
 $3^x \cos 5 = 3^{81}$

$y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} > 4 \cdot 3^{81}$
 $x=1$
 $y = 4 \cdot 3^{81} + 3$
 $x=4$
 $y = 3^4 + 4 \cdot 3^{81}$
 $y = 343 + 4 \cdot 3^{81}$

$y < 85 + (3^{81} - 1)x$
 $x=1$
 $y = 3^{81} + 84$
 $x=4$
 $y = 4 \cdot 3^{81} + 81$
 $y = 5 \cdot 3^{81} - 80$

$3^x + 4 \cdot 3^{81} = 85 + 3^{81}x - x$
 $3^{81}(x-4) = x - 85 + 3^x$

gsm

$$y > 6 - x$$

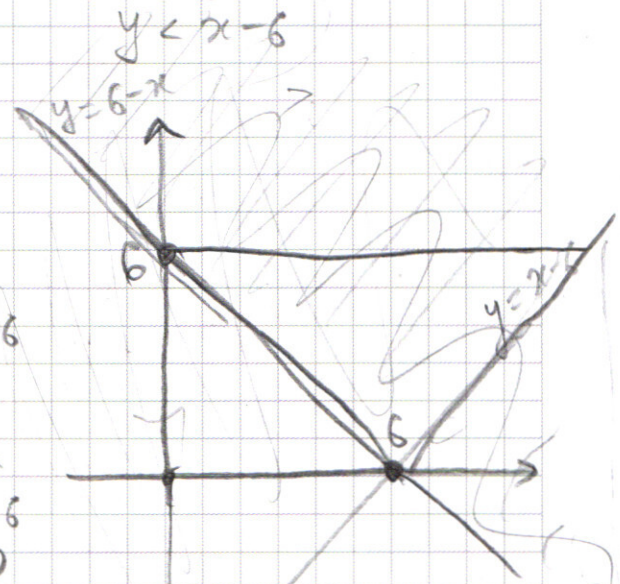
$$x - 6 - y > 0$$

$$\begin{cases} y > 6 - x \\ y < x - 6 \end{cases}$$

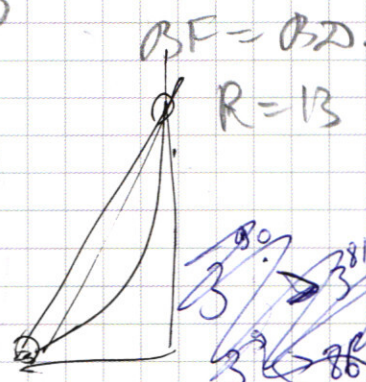
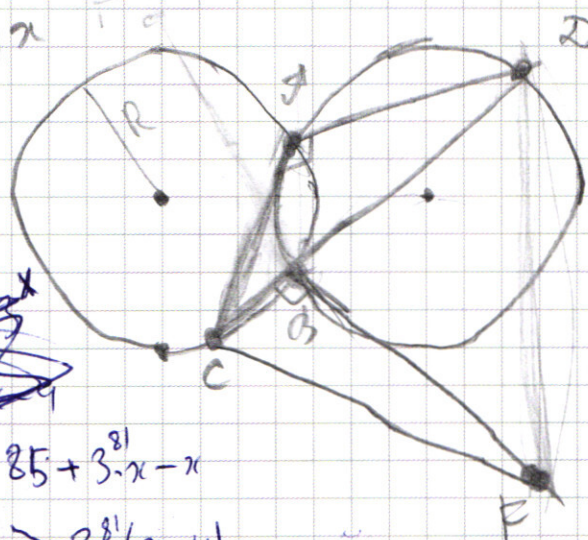
$$\begin{cases} y > 6 - x \\ y > x - 6 \\ y = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y < 6-x \\ y > x-6 \\ x = 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & \int y \cdot 6 - x \\ & y < x - 6 \\ & x + 6 + y + x + y - 6 = 12 \\ & y = 5 \end{aligned}$$



CF-?



$$\begin{aligned} 3^{80} &> 3^{786} \\ 3^{81} &> 86 \\ 3^{84} &> 3^{81} \cdot 80 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3^2 &> 20 \\ 3^4 &> 3^2 \cdot 23 \\ 3^6 &> 23 \\ 3^{85} &> 3^{81} \cdot 81 \\ 3^{86} &> 3^{81} \cdot 82 \end{aligned}$$

$$3^{81} = (3^{3^{27}})^{27} = 27^{27}$$

$$x + 4 \cdot 3^{81} > 85 + 3^{81} x - x$$
$$3^x - 85 + x > 3^{81}(x-4)$$

~~$3^8 - 85 = 207$~~

~~$3^{81} - 85 = 207$~~

$$\underline{3^{81} - 85 + 81} > 77 \cdot 3^{81}$$
$$3^x > 3^{81}(x-4)$$

~~$3^{81} \cdot 2$~~

~~$3^{81} \cdot 158$~~

~~$3^{81} > 158$~~