

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МА

11 класс

ВАРИАНТ 6

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 4 и 9.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12, \\ (|x| - 6)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1.

Разложим число 16875 на простые множители, получим $16875 = 5^4 \cdot 3^3$; т.к. исконое число восьмизначное, тогда есть 2 варианта получения искомого произведения:

а) Цифры числа 5, 5, 5, 5, 3, 3, 3, 1. Попробуем подсчитать количество вариантов. Поставим 4 пятерки 5, 5, 5, 5, заметим, что поставить первую цифру у нас 5 позиций, пусть первой цифрой будет 3, второй цифрой 5, 3, 5, 5, 5, уже 6 позиций, пусть это тоже будет 3, аналогично получаем для третьей цифры 7 позиций, 4 цифры - 8 позиций. Если перемножим $5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8$, мы получим кол-во комбинаций, где каждая тройка различна, тогда получим исконое число мы должны разделить на $3!$, т.к. именно такое кол-во комбинаций мы считаем по 1 раз. $A_1 = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{3!} = 280$

б) Также же произведение мы получим если возьмем цифры 5, 5, 5, 5, 9, 3, 1, 1. Считая кол-во изначальных комб. мы также получим $5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8$, но в этот раз мы должны делить на $2!$, т.к. только единицы можно переставлять и их всего две. $A_2 = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2!} = 21 \cdot 40 = 840$

Других вариантов цифр быть не может, иначе произведение изменится или множителем не будут цифрами. Тогда кол-во восьмизначных чисел как раз и будет суммой этих случаев $280 + 840 = 1120$ Ответ: 1120.

Задача 5.
$$\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12 & (1) \\ (|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a & (2) \end{cases}$$

Рассмотрим отдельно первое и второе уравнения.

$$|x-6-y| + |x-6+y| = 12$$

1) $x-6-y \geq 0$ и $x-6+y \geq 0$

$$y \leq x-6$$

$$y \geq 6-x$$

$$x-6-y + x-6+y = 12$$

$$2x = 24$$

$$x = 12$$

$$, y \leq 6 \text{ и } y \geq -6$$

Прямая $x=12$ на $y \in [-6; 6]$

2) $x-6-y \geq 0$ и $x-6+y < 0$

~~$$x-6-y \geq 0$$~~

~~$$x-6+y < 0$$~~

$$x \geq y+6$$

$$x < 6-y$$

$$x-6-y - x+6-y = 12$$

$$y = -6, x \geq 0 \text{ и } x \leq 12$$

Прямая $y=-6$ на $x \in [0; 12]$

3) $x-6-y < 0$ и $x-6+y \geq 0$

$$x < y+6$$

$$x \geq 6-y$$

$$-x+6+y + x-6+y = 12$$

$$y = 6, x < 12 \text{ и } x \geq 0$$

Прямая $y=6$ на $x \in [0; 12]$

4) $x-6-y < 0$ и $x-6+y \leq 0$

$$y > x-6$$

$$y < 6-x$$

$$-x+6+y - x+6-y = 12$$

$$x = 0, y > -6 \text{ и } y < 6$$

Прямая $x=0$ на $y \in (-6; 6)$

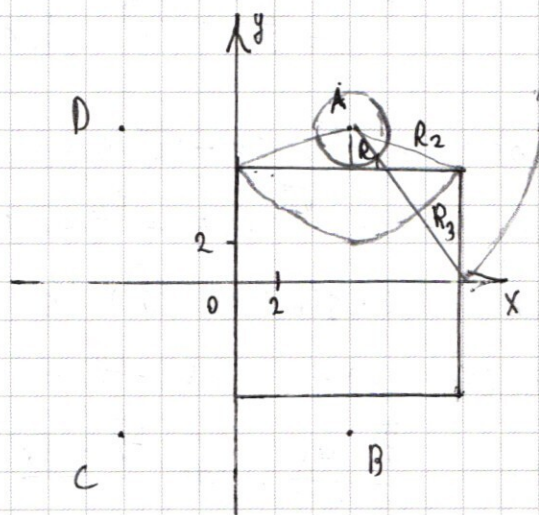
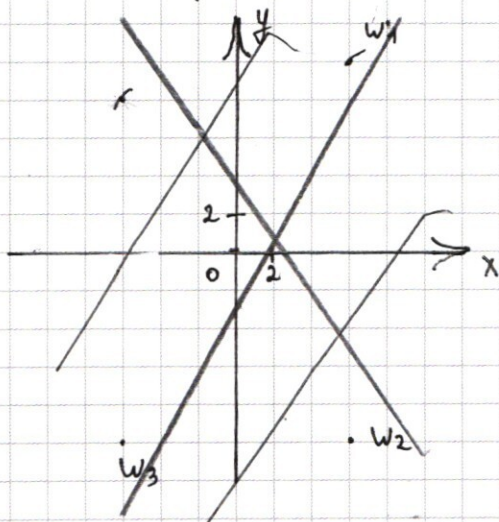
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$(|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a$$

П.к. модуль и при x , и при y , то график будет симметричен относительно двух координатных осей, значит достаточно, решив уравнение при $x \geq 0$ и $y \geq 0$

$(x-6)^2 + (y-8)^2 = a$, график будет окружностью с центром в точке $(6; 8)$ и радиусом $\sqrt{a}$, на остальных промежутках график будет симметричен.

Построим получившиеся графики.



A, B, C, D — центры окружностей.

По чертежу видно 5 случаев. а) $\sqrt{a} = R_1$ — случай, когда окружности с центрами в A и B касаются квадрата $R_1 = 2$, тогда $a = 4$

б) $R_1 < \sqrt{a} \leq R_2$, тогда корней будет 4

в) $R_2 < \sqrt{a} < R_3$, тогда корней будет 2, найдём R_2 и R_3

по значениям $R_2 = 2\sqrt{10}$, $R_3 = 10$, тогда $a \in (40; 100)$

2) $R_3 = \sqrt{a}$, тогда корней 1

3) $\sqrt{a} > R_3$, тогда корней нет

Ответ: $a \in \{4\} \cup (40; 100)$.

Задача 2. $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$

$$2 \cdot \cos 5x \cdot \cos 2x - \sqrt{2} (\cos^2 5x - \sin^2 5x) = 2 \cdot \sin 5x \cdot \cos 2x$$

$$2 \cos 2x \cdot (\cos 5x - \sin 5x) - \sqrt{2} (\cos 5x - \sin 5x) (\cos 5x + \sin 5x) = 0$$

$$(\cos 5x - \sin 5x) (2 \cos 2x - \sqrt{2} \cos 5x - \sqrt{2} \sin 5x) = 0$$

$$\begin{cases} \cos 5x - \sin 5x = 0 & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 \cos 2x - \sqrt{2} \cos 5x - \sqrt{2} \sin 5x = 0 & (2) \end{cases}$$

$$\cos 5x = \sin 5x$$

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} 5x &= 1 \\ x &= \frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5}, k \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

$$2 \cos 2x - \sqrt{2} \cos 5x - \sqrt{2} \sin 5x = 0$$

$$2 \cos 2x - 2 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 5x + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 5x \right) = 0$$

$$2 \cos 2x - 2 \cdot \sin \left(5x + \frac{\pi}{4} \right) = 0$$

$$\sin \left(\frac{\pi}{2} - 2x \right) - \sin \left(5x + \frac{\pi}{4} \right) = 0$$

$$2 \cdot \sin \frac{\frac{\pi}{4} - 7x}{2} \cdot \cos \frac{\frac{3\pi}{4} + 3x}{2} = 0$$

$$\sin \frac{\frac{\pi}{4} - 7x}{2} = 0 \quad \text{или} \quad \cos \frac{\frac{3\pi}{4} + 3x}{2} = 0$$

$$\frac{\frac{\pi}{4} - 7x}{2} = \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{\pi}{4} - 7x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{\pi}{28} - \frac{7\pi n}{7} = x, n \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{\frac{3\pi}{4} + 3x}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi m, m \in \mathbb{Z}$$

$$3x = \frac{\pi}{4} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi m}{3}, m \in \mathbb{Z}$$

Соединим ответ.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Ответ: $x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5}, k \in \mathbb{Z}$

$x = \frac{\pi}{28} - \frac{\pi n}{7}, n \in \mathbb{Z}$

$x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi m}{3}, m \in \mathbb{Z}$

Задача 3.
$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} & (1) \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 & (2) \end{cases}$$

Попробуем решить (2) уравнение относительно x

$$x^2 + (y+4)x + 8y - 2y^2 = 0$$

$$D = (y+4)^2 - 4 \cdot (8y - 2y^2) = 9y^2 - 24y + 16 = (3y-4)^2 \geq 0$$

$$x_1 = \frac{-y-4 + 3y-4}{2} = y-4 \quad x_2 = \frac{-y-4 - 3y+4}{2} = -2y$$

Подставим в первое уравнение вместо x , $-2y$.

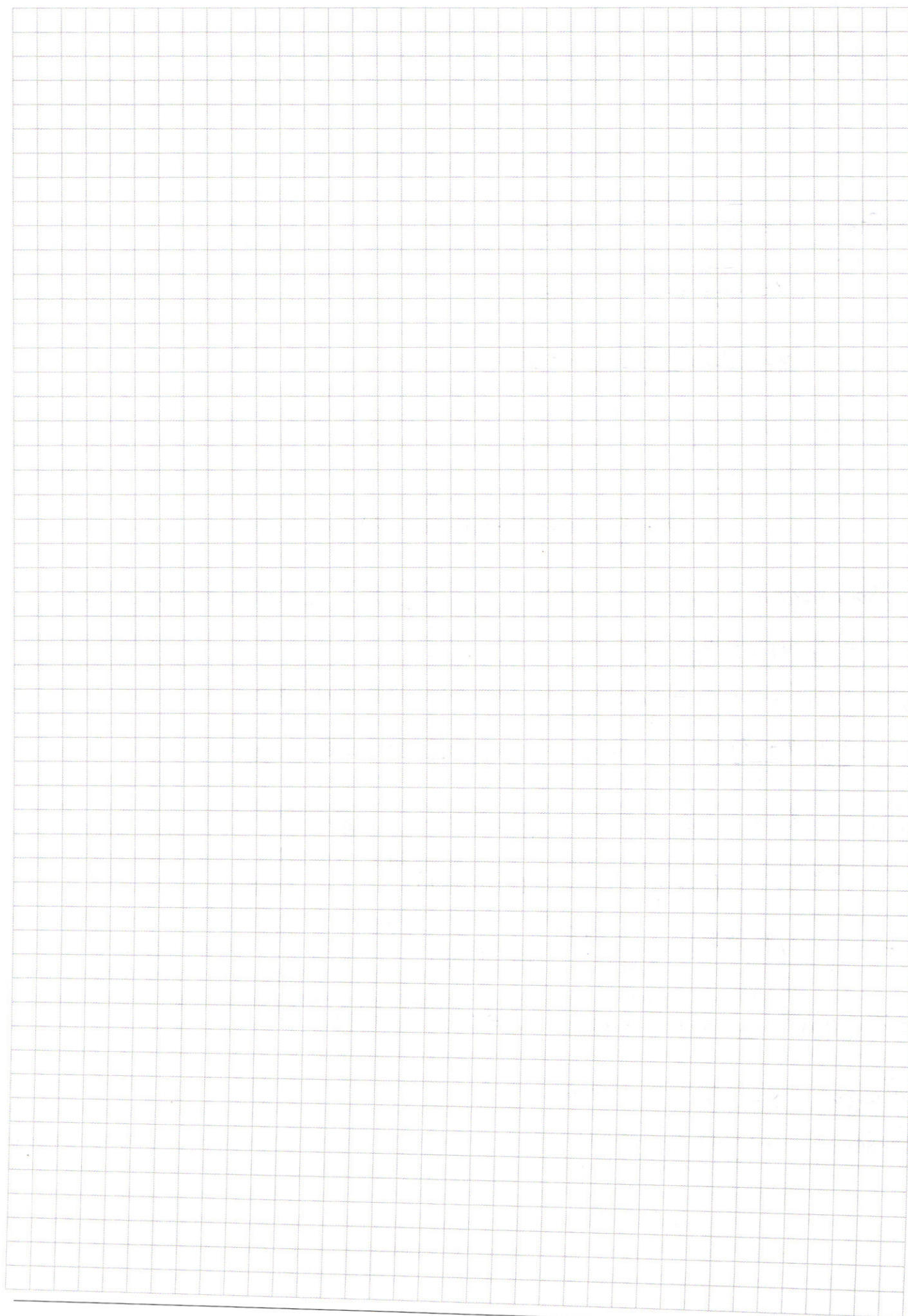
и получим $\left(\frac{(-2y)^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-(-2y))^{\lg(-(-2y)y)}$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{16y^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (2y)^{\lg 2y^2} \Leftrightarrow (4y)^2)^{\lg y} = (2y)^{\lg 2y^2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (4y)^{\lg y^2} = (2y)^{\lg y^2} \cdot (2y)^{\lg 2} \Leftrightarrow 2^{\lg y^2} = (2y)^{\lg 2} \Leftrightarrow y = 1$$

Тогда $x = -3$ и $x = -2$

Ответ: $(-3; 1); (-2; 1)$.



☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № ____
(Нумеровать только чистовики)

$$\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}$$

$$x = -2y$$

$$\left(\frac{16y^4}{y^2}\right)^{\lg y} = 2y^{\lg 2y^2}$$

$$16y^2 \lg y = 2y^{2\lg y + \lg 2}$$

$$\lg y = a$$

$$16y^2$$

$$16y^{\lg y^2} = 2y^{\lg y^2 + \lg 2}$$

$$16y^{\lg y^2} = 2y^{2\lg 2y^2}$$

$$x = -2y$$

$$\left(\frac{16y^4}{y^2}\right)$$

$$(4y)^2 \lg y = (2y)^{\lg 2y^2}$$

$$4y^{\lg y^2} = 2y^{\lg 2y^2}$$

$$(2y^{\lg 2}) = \cancel{2y} 1$$

$$\left(\frac{16y^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (2y)^{\lg 2y^2}$$

$$(4y)^2 \lg y = (2y)^{\lg 2} \cdot (2y)^{2\lg y}$$

$$2^{2\lg y} = 2y^{\lg 2}$$

$$2^{\lg y^2} = (2y)^{\lg 2}$$

$$2^{\lg y^2} = (2y)^{\lg 2}$$

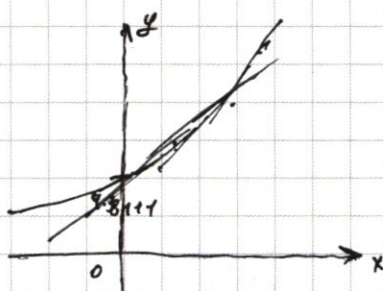
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1 + 5 3 5 3 5 3 5 1
2 +
3
4 3 5 3 5 3
5 +
6 5 5 5 5
7

$$\frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{6} = 280$$

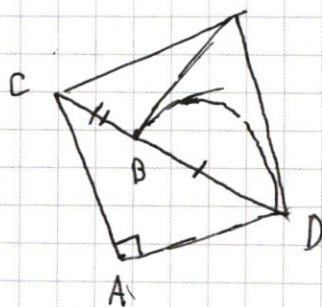
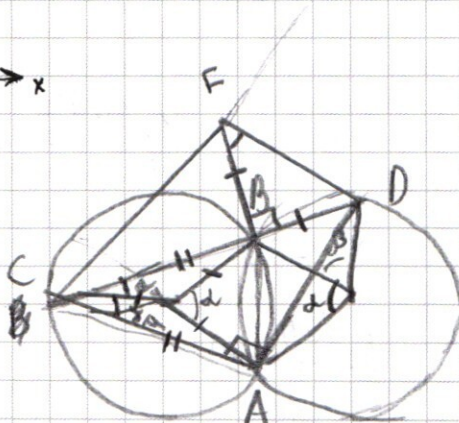
$$\frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2} = 134 \cdot 10 \cdot 21 = 840$$

13120

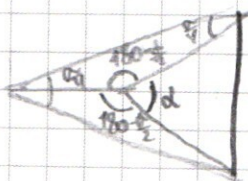


$$3^x + 4 \cdot 3^{81} = 85 + (3^{81} - 1)x$$

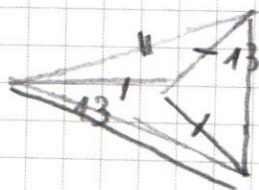
$$3^x - 85 + x = 3^{81} \cdot (x - 4)$$



$2BC^2 +$



$$= \frac{1}{2} BC^2 \cdot \sin \frac{\pi}{2}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r} 16 \ 8 \ 7 \ 5 \mid 5 \\ 3 \ 3 \ 7 \ 5 \mid 5 \\ 6 \ 7 \ 5 \mid 5 \\ 1 \ 3 \ 5 \mid 5 \\ 2 \ 7 \ 3 \mid \\ 9 \mid 3 \\ 3 \mid 3 \\ 1 \mid \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \ 8 \ 7 \ 5 \mid 5 \\ \underline{15} \\ 1 \ 8 \\ \underline{15} \\ 3 \ 7 \\ \underline{35} \\ 2 \ 0 \\ \underline{25} \\ 0 \end{array}$$

$$5, 5, 5, 5, 3, 3, 3, 1$$

$$5, 5, 5, 5, 5, 9, 3, 1, 1$$

$$\begin{array}{r} 6 \ 7 \ 5 \mid 5 \\ 5 \\ \underline{17} \\ 15 \\ \underline{25} \\ 25 \\ \underline{25} \\ 0 \end{array}$$

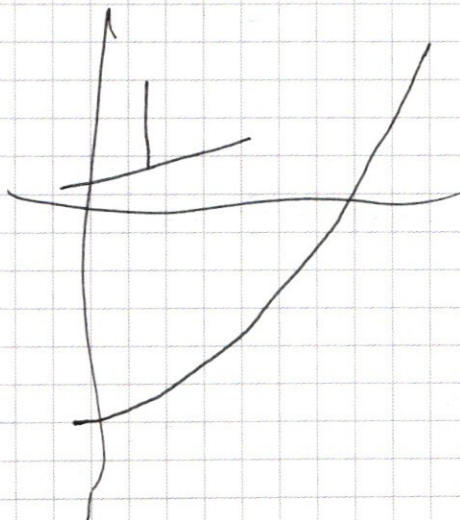
$$\cos(10x) = \cos 7x \cdot \cos 3x - \sin 3x \cdot \sin 7x$$

$$\cos 7x - \sqrt{2} \cos x \cdot \cos 7x + \cos 3x = \sin 7x - \sqrt{2} \sin 3x \sin 7x + \sin 3x$$

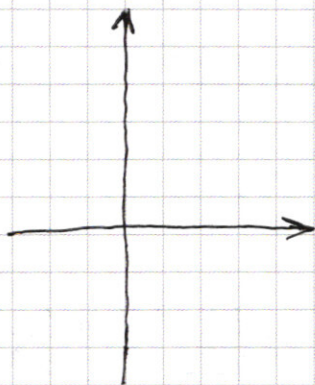
$$y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81}$$

$$y \leq 85 + 3^{81} \cdot x - x$$

$$\begin{aligned} 85 + 3^{81} \cdot x - x - 3^x - 4 \cdot 3^{81} &= \\ = 85 - x - 3^x + 3^{81} \cdot (x - 4) &\geq 0 \end{aligned}$$



$$\cos 7x - \sin 7x + \cos 3x - \sin 3x - \sqrt{2} \cos 3x \cdot \cos 7x + \sqrt{2} \sin 3x \cdot \sin 7x$$



$$|x-6-y| + |x-6+y| = 12$$

$$x-6-y \geq 0$$

$$x-6+y \geq 0$$

$$y \leq 6-x$$

$$y \geq 6-x$$

$$y = 6-x$$

$$\frac{\log_3 2}{2}$$

$$\log_2 8 = 3$$

^

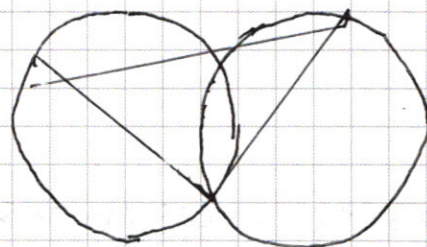
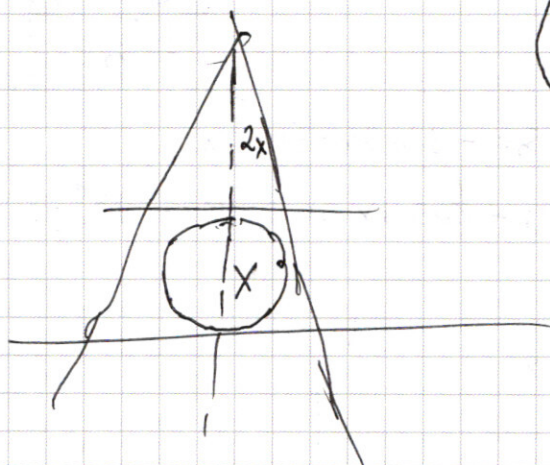
$$\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}$$

$$\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-x) + \lg(y)}$$

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$\frac{2}{3}$$

$$2y^2 - xy - x^2 - 4x$$

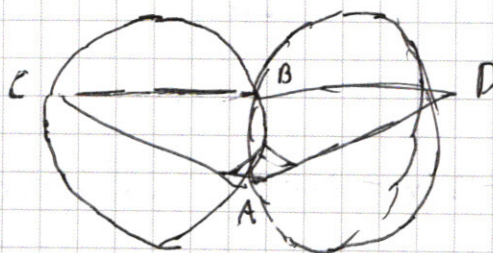


$$\cos 7x - \sin 7x + \cos 3x - \sin 3x - \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 3x (\cos 7x - \sin 7x) - \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 7x$$

cos

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$\cos 7x -$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0$$

$$x^2 + x(y+4) + 8y - 2y^2 = 0$$

$$D = (y+4)^2 - 4 \cdot (8y - 2y^2) = 9y^2 - 24y + 16 = (3y - 4)^2$$

$$x_1 = \frac{-y-4+3y-4}{2} = y-4$$

$$x_2 = \frac{-y-4-3y+4}{2} = -2y$$

$$\left(\frac{(y-4)^4}{y^2} \right)^{\lg y} = (1-y+4)^{\lg(1-y(y-4))}$$

$$\left(\frac{16y^4}{y^2} \right)^{\lg y} = 2y^{\lg 2y^2}$$

$$16y^2 \lg y = 2y^{\lg 2y^2}$$

$$a^{\lg_b a} = a^{\frac{1}{\lg_a b}} = a^{\frac{1}{\lg_a b}} =$$

$$a^{\frac{1}{\lg_a b}} = \frac{a}{b}$$

$$9^{\frac{1}{\lg_9 3}} = \frac{9}{3} = 2$$

$$\lg_m$$

$$\frac{\lg_a c}{\lg_b c}$$

$$\frac{\lg_c a}{\lg_c b} = \lg_b a$$

$$\lg_{10} 2y^2 = \frac{\lg_{2y} 2y^2}{\lg_{2y} 10} =$$

$$\frac{\lg_2 4}{\lg_2 8} = \lg_3 4$$

$$10^{\frac{4}{3}} =$$

$$X = y - 4$$

$$\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\log y} = (-x)^{\log(y) + \log(-x)}$$

$$y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81}$$

$$y < 85 + 3^{81}x - x$$

$$x = 2y$$

$$\log_2 8 =$$

$$\log_2 4 + \log_2 8 = \log_2 32$$

$$8^{\log_2 8} = 8^{\frac{1}{\log_8 2}} = \sqrt[\log_8 2]{8} =$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{81} = 85 - x + 3^{81} \cdot x$$

$$3^{81}(4 - x) = 85 - x - 3^{81}x$$

$$x = 5 \quad - 3^{81} = 80 - 3^5$$

$$x = 81 \quad -$$

$$\frac{81}{-4}$$

$$8^x = 2$$

$$8^{\log_8 2} = 2$$

$$8^{\frac{1}{\log_8 2}} = \cancel{512}$$

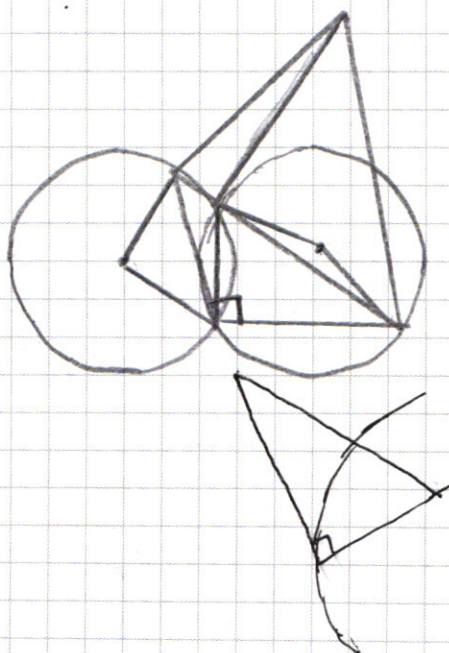
$$\log_2 2 = x$$

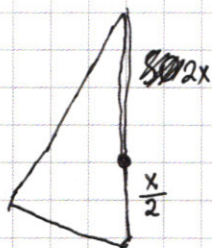
$$\sqrt[x]{8} = 8$$

$$8^x = 8$$

$$8^{\log_8 2} = 8$$

$$8 = 8^{\log_2}$$





$$y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81}$$

$$y < 85 + 3^{81} \cdot x - x$$

$$\sin(5x + \frac{\pi}{4})$$

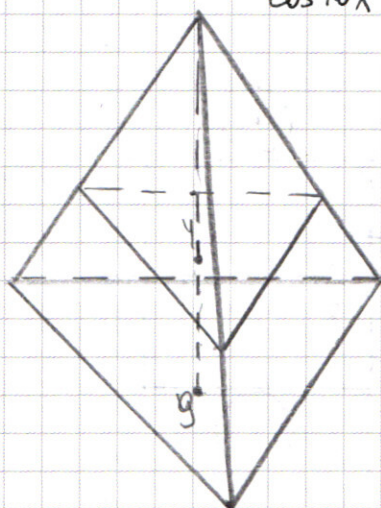
$$\sin 5x + \cos 5x$$

$$3^x \cdot 2(\sin 5x + \cos 5x) \cdot \cos 2x - \sqrt{2} \cos 10x = 0$$

$$\cos 7x + \cos 3x$$

$$2 \cos 5x \cdot \cos 2x + \sqrt{2} \cos 10x = 2 \sin 5x \cdot \cos 2x$$

$$\cos 10x = 2\cos^2 5x - 1$$



$$\sin 3x = \cos(3x -$$

$$\cos(3x - \frac{\pi}{2})$$

$$y \quad 2 \frac{\frac{\pi}{2} + 10x}{2}$$

$$2\sqrt{2}\cos^2 5x - \sqrt{2}$$

$$\cos 7x - \sqrt{2} \cos 3x \cdot \cos 7x + \cos 3x = \sin 7x - \sqrt{2} \sin 3x \cdot \sin 7x + \sin 3x$$

$$\cos \frac{1}{\sqrt{2}} \cos 8x + \frac{1}{7}$$

$$\arcsin = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \cos +$$

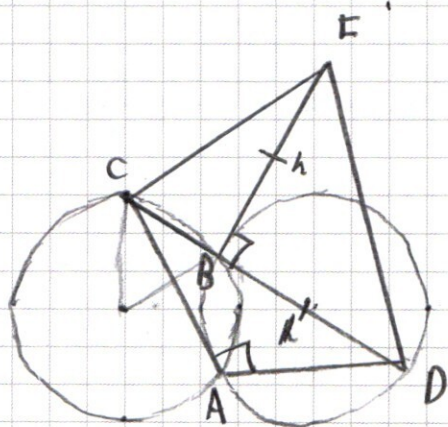
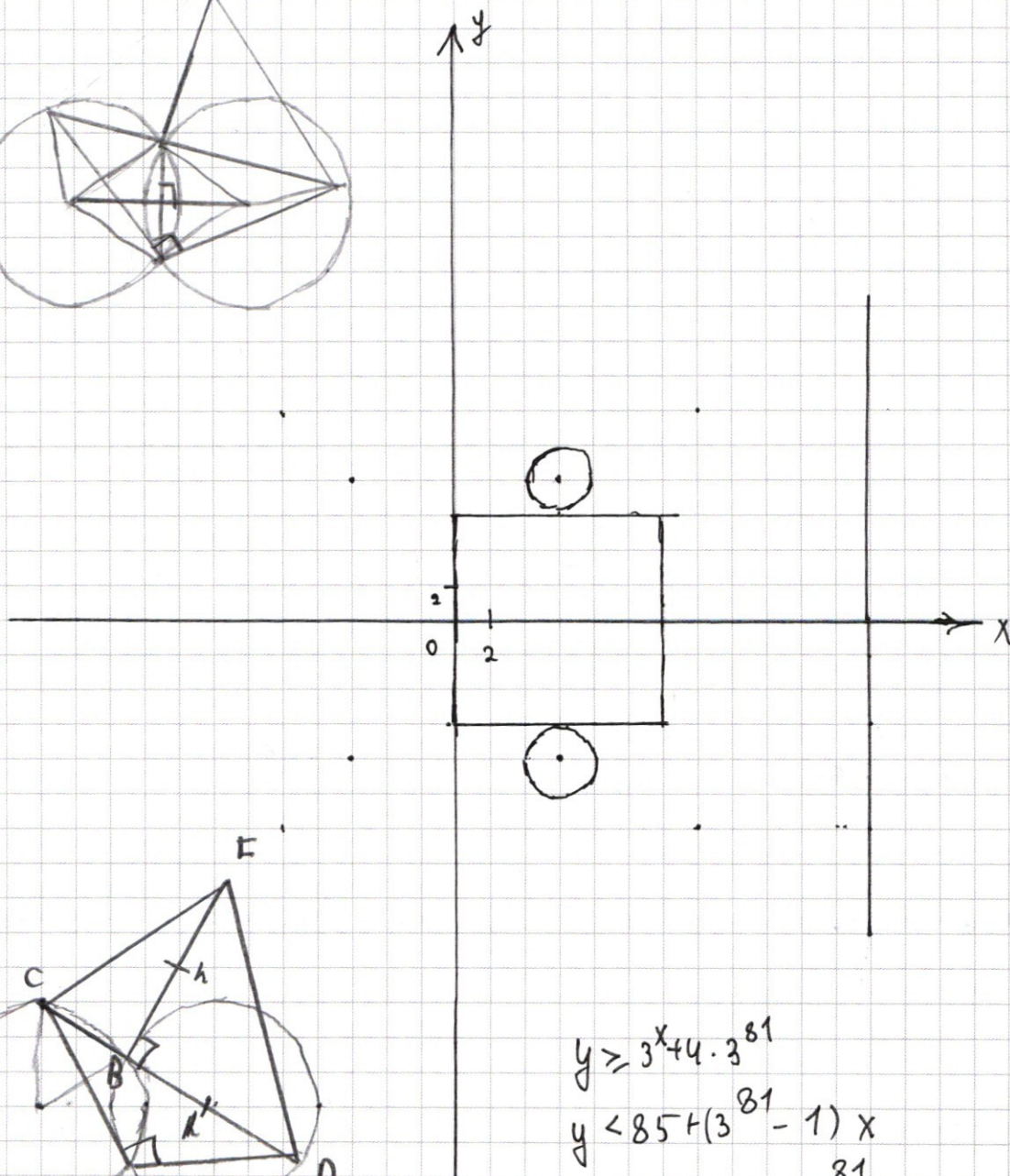
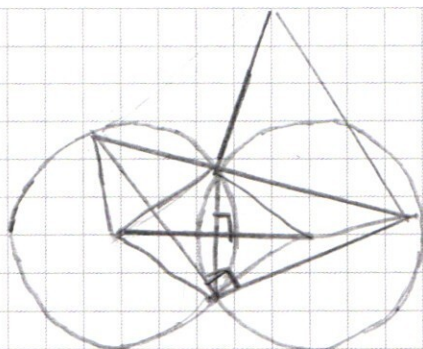
$$\frac{1}{\sqrt{2}} \cos 7x - \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 7x + \cos 3x - \sin 3x - \sqrt{2} \cos 10x = 0$$

$$\sqrt{2} \sin(\frac{\pi}{4} + 7x) + \sqrt{2} \sin(\frac{\pi}{4} + 3x) = 0$$

$$\sqrt{2} \cdot 2 \cdot \sin(5x + \frac{\pi}{4}) \cdot \cos 2x -$$

$$\sqrt{2} \cdot 2 \cos 5x \cdot \dots$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81}$$

$$y < 85 + (3^{81} - 1)x$$

$$y < 85 - x + 3^{81} \cdot x$$

$$85 - x - 3^x + 3^{81} \cdot (x - 4) > 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2 \cdot \cos 5x \cdot \cos 2x - 2 \cdot \sin 5x \cdot \cos 2x - \sqrt{2} (\cos^2 5x - \sin^2 5x) = 0$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) - \sqrt{2} (\cos 5x - \sin 5x) (\cos 5x + \sin 5x) = 0$$

$$(\cos 5x - \sin 5x) (2 \cos 2x - \sqrt{2} \cos 5x - \sqrt{2} \sin 5x) = 0$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}$$

$$2 \cos 2x - \sqrt{2} \cos 5x - \sqrt{2} \sin 5x = 0$$

$$\cos x - \sqrt{2} \cos 5x + \cos x - \sqrt{2} \sin 5x = 0$$

$$2 \cos 2x - 2 \sin (5x + \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$\cos 2x - \sin (5x + \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$\sin (\frac{\pi}{2} - 2x) - \sin (5x + \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$2 \cdot \sin \frac{\frac{\pi}{2} - 7x}{2} \cdot \cos \frac{\frac{3\pi}{4} + 3x}{2} = 0$$

5, 5, 5, 8, 3, 3, 3, 1

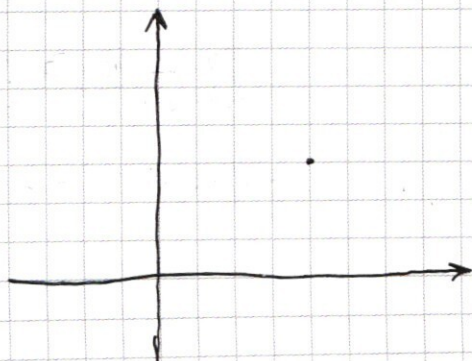
1 3 3 3 5 5 5 5

5, 5, 5, 5

80 -

$$y \geq 3^5 + 4 \cdot 3^{81}$$

$$y < 80 + 5 \cdot 3^{81}$$



5, 5, 5, 5, 3, 3, 3, 1

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8,

Имеем

$$\frac{8!}{1! \cdot 3!}$$

$$\frac{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}{5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 8} = 280$$

1

$$\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{1/2} = (-x)^{1/2} \cdot (-y)$$

$$2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0$$

$$2y^2 - (x+8)y - x^2 - 4x$$

$$x^2 + (4+y)x + 8y - 2y^2 = 0$$

$$D = (x+8)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-x^2 - 4x) = x^2 + 16x + 64 + 8x^2 + 32x = 9x^2 + 48x + 64$$

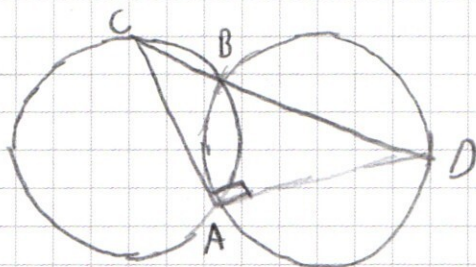
$$y^2 + 8y + 16 - 32y + 9y^2 = 0$$

$$= 10y^2 - 24y + 16 = (3y - 4)^2$$

$$3y - 4$$

$$x = 4 + y - 3y$$

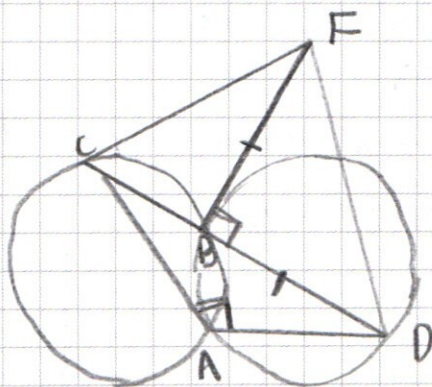
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$36 + 4 = 40$$

$$2\sqrt{10}$$

$$10$$



$$y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81}$$

$$y < 85 + (3^{81} - 1)x$$

$$85 - x - 3^x + 3^{81}(x - 4) \geq 0$$

11

$$x - 6 - y \geq 0$$

$$x - 6 + y \leq 0$$

$$y \leq x - 6$$

$$y \leq 6 - x$$

$$x - 6 - y - x + 6 = 12$$

$$y = -6$$

$$x \geq y + 6$$

$$x < 6 - y$$

$$1) \quad x = 24 \quad (-18; -18)$$

$$3) \quad x - 6 - y < 0 \quad x - 6 + y \geq 0$$

$$x < y + 6$$

$$x < 42$$

$$x \geq 6 - y$$

$$x \geq 0$$

$$-x + 6 + y + x - 6 + y = 12$$

$$y = 6$$

$$y = -6 \quad (0; 12)$$

$$4) \quad x - 6 - y < 0$$

$$x - 6 + y < 0$$

$$y > x - 6$$

$$y < 6 - x$$

$$-x + 6 - x + 6 = 12$$

$$-2x = 0$$

$$x = 0$$

$$y \geq 6$$

$$y < 6$$

1 +
2
3
4
5 +
6
7

5, 5, 5, 5, 3, 3, 3, 1

$$-x^{\log_{10}^{-x}}$$

$$2^{\log_2 3} = 3$$

~~$$-x^{\log_{10}^{-x}}$$~~

$$-x^{\frac{1}{\log_{-x} 10}} = -x^{\log_{-x}^{-1} 10}$$

$$2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0$$

$$y^2 - xy$$

$$\frac{x^4}{y^2}$$

$$|x-6-y| + |x-6+y| = 12$$

$$x-6-y \geq 0 \quad x-6+y \geq 0$$

$$y \leq x-6 \quad y \geq 6-x$$

$$2x - 12 = 12$$

~~$$x = 24$$~~

$$x = 12$$

$$y \leq 18 \quad y \geq -18$$

~~$$2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0$$~~

~~$$2y^2 = (x+8)y - x^2 - 4x = 0$$~~

~~$$0 = x^2 + 16x + 64 - 4x^2$$~~

$$(x-6)^2 + (y-8)^2 = a$$

$$x \geq 0 \quad y \geq 0$$

$$x < 0 \quad y \geq 0$$

$$x+6$$

