

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 6

ШИД

Бланк задания должен быть вложен в
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 4 и 9.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12, \\ (|x| - 6)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
- б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$$16875 = 5^4 \cdot 3^3.$$

Так число восьмизначное, то его цифры могут быть либо 5, 5, 5, 5, 3, 3, 3, 1 либо 5, 5, 5, 5, 9, 3, 1, 1
 $\Rightarrow$ где 5, 5, 5, 5, 3, 3, 3, 1 вариант: $C_8^4 \cdot C_4^3 \cdot C_1^1 = 70$
 $= \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{4 \cdot 3 \cdot 2} \cdot \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot 1 = 4 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 5 = 8 \cdot 7 \cdot 5$ (где при умножении остальных цифр где на 10)

где 2-го вар-та (5, 5, 5, 5, 9, 3, 1, 1): $C_8^4 \cdot C_4^3 \cdot C_1^1 \cdot C_2^2 =$
 $\frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot 1 = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 3 \Rightarrow$

Всего вар-тов: $8 \cdot 7 \cdot 5 + 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 3 = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 4 = 20 \cdot 56 = 1120$

Ответ: 1120.

№2.

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - 2 \sin 5x \cos 2x = \sqrt{2} \cos 10x$$

$$\cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 10x$$

$$(\cos 7x - \sin 7x) + (\cos 3x - \sin 3x) = \sqrt{2} \cos 10x \quad | \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos(7x + \frac{\pi}{4}) + \cos(3x + \frac{\pi}{4}) = \cos 10x$$

$$2 \cos(5x + \frac{\pi}{4}) \cos 2x = \cos 10x$$

$$2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} (\cos 5x - \sin 5x) \cos 2x = \cos 10x$$

$$\sqrt{2} (\cos 5x - \sin 5x) \cos 2x = \cos^2 5x - \sin^2 5x$$

$$\sqrt{2} \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) = (\cos 5x - \sin 5x) (\cos 5x + \sin 5x)$$

$$(\cos 5x - \sin 5x) (\sqrt{2} \cos 2x - \cos 5x - \sin 5x) = 0$$

$$\cos 5x = \sin 5x$$

$$\sqrt{2} \cos 2x = \cos 5x + \sin 5x$$

$$5x = \frac{\pi}{4} + \pi n$$

$$\cos 2x = \cos(5x - \frac{\pi}{4})$$

$$5x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{5}$$

$$2x = 5x - \frac{\pi}{4} + 2\pi k$$

$$2x = (\pi - 5x + \frac{\pi}{4}) + 2\pi t$$

$$x = \frac{\pi}{10} + \frac{\pi n}{5}$$

$$2x = 5x - \frac{\pi}{4} + 2\pi k$$

$$2x = \pi - 5x + \frac{\pi}{4} + 2\pi t$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi n}{5} \\ 2x + 5x = \frac{5\pi}{4} + 2\pi k \\ 3x = \frac{5\pi}{4} + 2\pi m \\ 7x = \frac{\pi}{4} + 2\pi f \\ 3x = \frac{\pi}{4} + 2\pi t \end{cases}$$

ОТВЕТ: $\rightarrow$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi n}{5} \\ x = \frac{5\pi}{28} + \frac{2\pi k}{7} \\ x = \frac{5\pi}{12} + \frac{2\pi m}{3} \\ x = \frac{\pi}{18} + \frac{2\pi f}{7} \\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi t}{3} \end{cases}$$

№3 $\left\{ \begin{aligned} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} &= (-x)^{\lg(-xy)} \quad (1) \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y &= 0 \quad (2) \end{aligned} \right. \quad y \neq 0$

ОДЗ: $\begin{cases} y \neq 0 \\ y > 0 \\ -xy > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y > 0 \\ x < 0 \end{cases}$

(2) $2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0$
 $y(2y + x) - x(2y + x) - 4(x + 2y) = 0$
 $(2y + x)(y - x - 4) = 0$

$\begin{cases} 2y = -x \quad (3) \\ y = x + 4 \quad (4) \end{cases}$ Подставим (3) и (4) в (1):

(3): $\left\{ \begin{aligned} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} &= (-x)^{\lg(-xy)} \\ x &= -2y \end{aligned} \right.$

$\left(\frac{16y^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (2y)^{\lg(2y^2)}$

$(4y)^{\lg y^2} = (2y)^{\lg 2 + \lg y^2}$

$(2y)^{\lg y^2} (2^{\lg y^2} - (2y)^{\lg 2}) = 0$

$(2y)^{\lg y^2} \neq 0$ по ОДЗ так $y \neq 0 \Rightarrow$

$2^{\lg y^2} - 2y^{\lg 2} = 0$

$2^{\lg y^2} - 2^{\lg 2y} = 0$

$\lg 2y = \lg y^2$

$2y = y^2$

$y(y - 2) = 0$

$y = 2$
 $y = 0 \Rightarrow \neq \text{ОДЗ}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} y^2 = 2 \\ x^2 = -2 \cdot 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y^2 = 2 \\ x^2 = -4 \end{cases}$$

$$(4): \begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right) \lg y = (-x) \lg(-xy) \\ y = x - 4 \end{cases}$$

$$\left(\frac{x^2}{x-4}\right)^2 \lg(x-4) = (-x) \lg(4x - x^2)$$

$$x^4 \lg(x-4) = (x-4)^2 \lg(x-4) \cdot (-x) \lg((4-x)x)$$

$$(x-4)^4 \lg x = (x-4)^2 \lg(x-4)^2 \cdot (x-4)^{\lg(-x)} \lg(-x)$$

$$(x-4)^4 \lg x = (x-4)^2 \lg(x-4)^2 \cdot (-x) \lg(x)$$

$$(x-4)^4 \lg x \left(\cancel{1} - (x-4)^2 \lg(x-4)^2 \cdot (-x) \lg(x) \right) = 0$$

$$(x-4)^4 \lg x \neq 0 \quad \text{так как } x \neq 4 \Rightarrow$$

$$(x-4)^2 \lg(x-4)^2 \cdot (-x) \lg(x) = 1$$

$$(x-4)^2 \lg(x-4)^2 + \lg(-x) - 2 \lg x = 1$$

$$(x-4) \lg((x-4)^2 \cdot -\frac{1}{x^2}) \cdot (-x) \lg(x) = 1$$

$$(x-4) \lg \frac{(x-4)^2}{x^2} \cdot (-x) \lg(-x) = 1 \cdot (-x) \lg 1$$

$$(-x) \lg 1 \left((x-4) \lg \frac{(x-4)^2}{x^2} - 1 \right) = 0$$

$$\neq 0 \Rightarrow (x-4) \lg \frac{(x-4)^2}{x^2} \cdot (-x) \lg(-x) = 1$$

$$x - 4 = 1$$

$$\lg \frac{(x-4)^2}{x^2} = 0$$

$$\frac{(x-4)^2}{x^2} = 1$$

х=1

$$\begin{cases} \lg(-x) = t \Rightarrow 10^t = -x \\ \lg(x-4) = m \Rightarrow 10^m = x-4 \end{cases} \Rightarrow$$

$$(x-4)^{10^m - 10^t} \cdot (-x)^t = 1$$

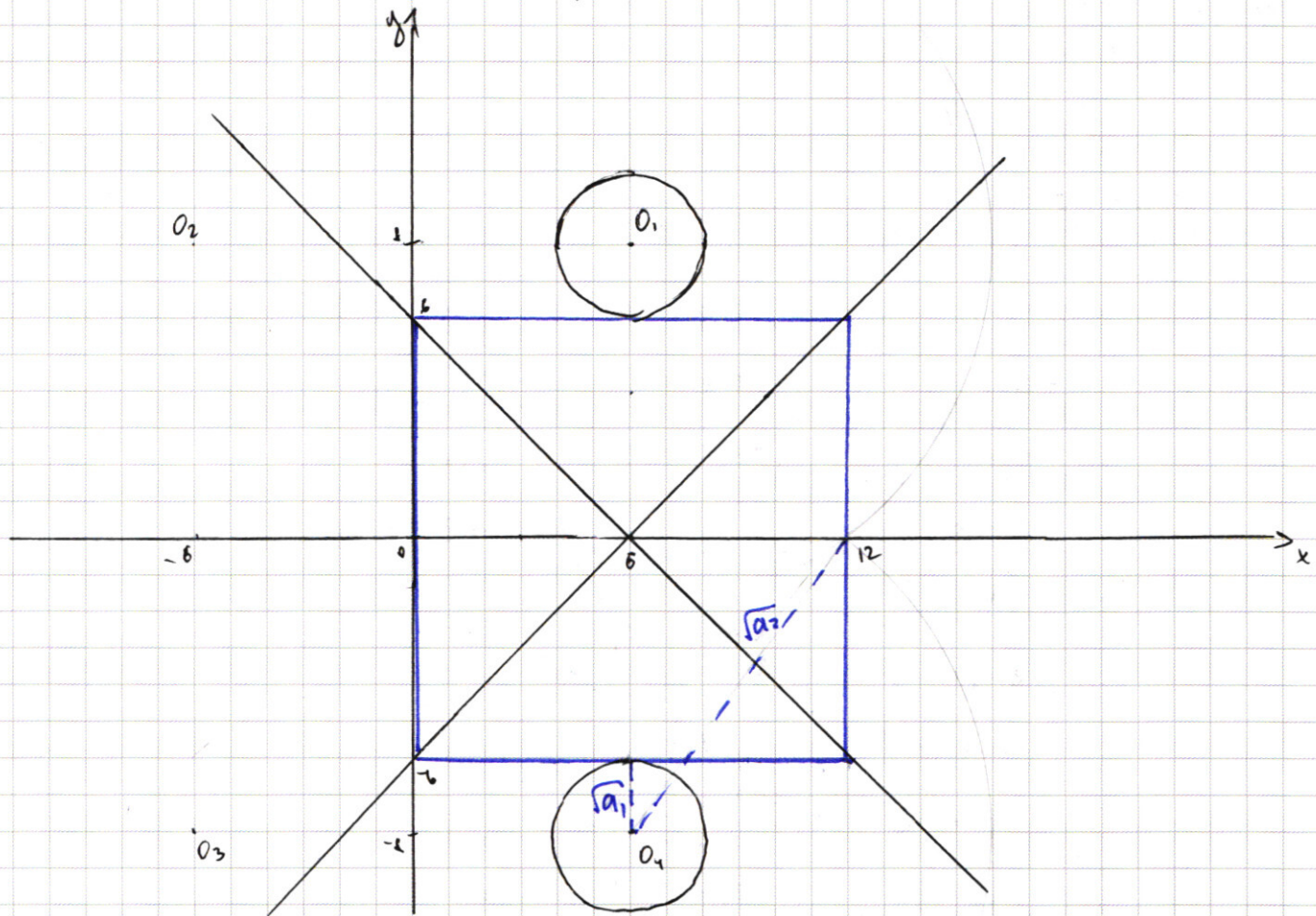
Ответ: $(-4; 2)$

NS

$$\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12 & (1) \\ (|x-6|)^2 + (|y-8|)^2 = a & (2) \end{cases}$$

(1) - четырехугольник.

(2) ок-ты с $O_1(6; 8)$ и $R = \sqrt{a}$
 $O_2(-6; 8)$
 $O_3(-6; -8)$
 $O_4(+6; -8)$



для (1): две прямые: ($y = x - 6$ и $y = 6 - x$) делят плос-ть на 4 части $\Rightarrow$ возьмем по 1 точке и раскроем модули:

1) $x \geq 6; y \geq 8$ $-x + 6 + y + x - 6 + y = 12$
 $y = 6$

2) $x \geq 0; y \geq 0$ $-x + 6 + y - x + 6 - y = 12$
 $x = 0$

3) $x \geq 6; y \leq -8$ $x - 6 - y - x + 6 - y = 12 \Rightarrow y = -6$

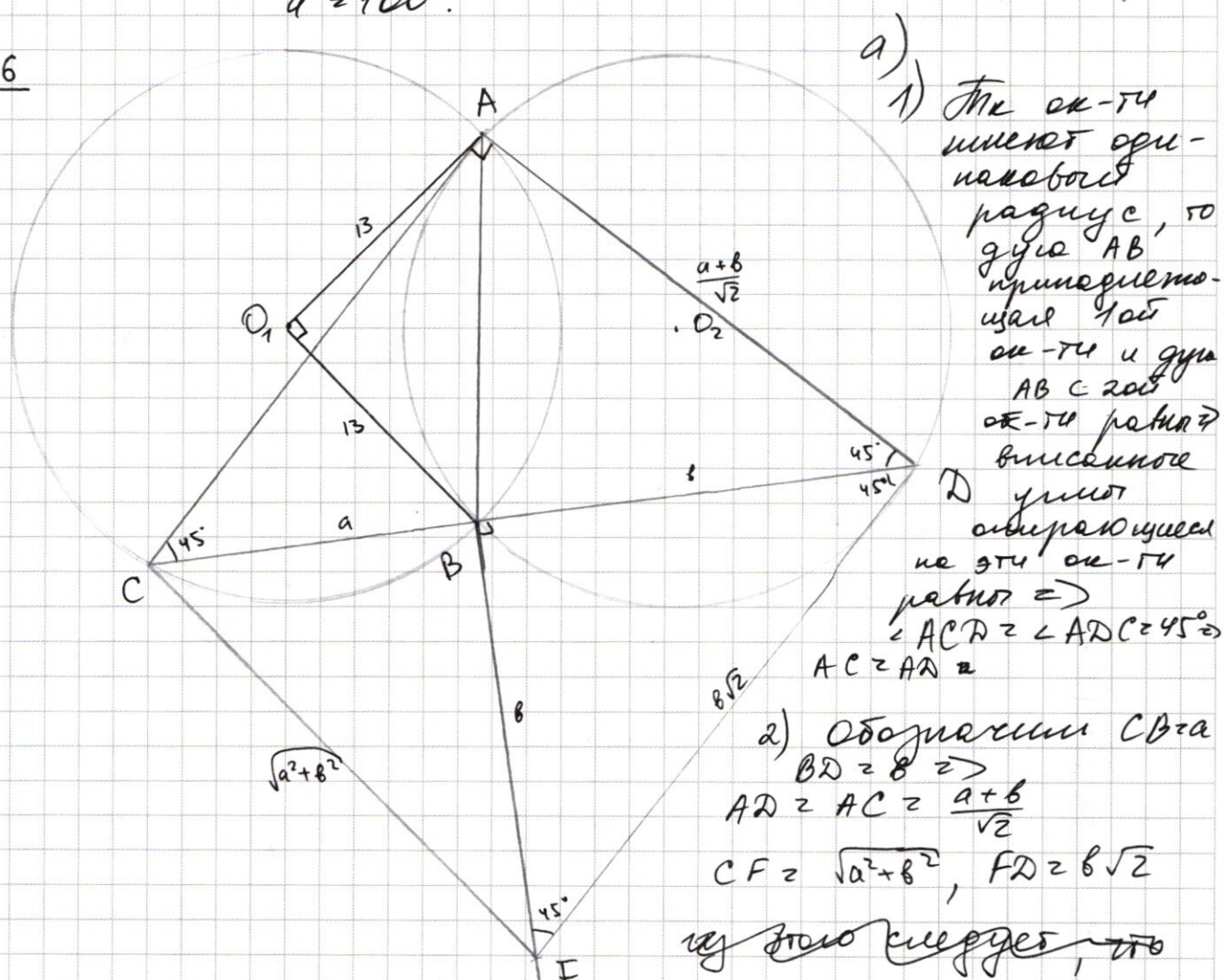
4) $x \geq 12; y \geq 0$ $x - 6 - y + x - 6 + y = 12 \Rightarrow x = 12$

(график
= цвет)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

- 1) При $R \geq 2$ только ок-ты O_1 и O_4 касаются
(1) графика $\Rightarrow$ решение 2 $\Rightarrow a_1 \geq 4$
2) При $R = \sqrt{36+64} = 10$ графики пересекаются в т.
 $(12; 0)$ и $(0; 0) \Rightarrow$ 2 решение $\Rightarrow a_2 = 100$
Ответ: $a \geq 4$
 $a = 100$.

№6



по т. кос: $AB^2 = \frac{(a+b)^2}{2} + b^2 - 2 \cdot \frac{a+b}{\sqrt{2}} \cdot b$

$AB = \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}} \Rightarrow CF = AB\sqrt{2}$. Так

$\angle ACB = 45^\circ$, то $\angle AOB$ описывающий на ту же дугу

~~тоже~~ $\text{радиан } 90^\circ \Rightarrow AB = \sqrt{13^2 + 13^2} = 13\sqrt{2} \Rightarrow$

$CF = 13\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 26.$

б) $a = 10. \Rightarrow$ тк $AB = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}} = 13\sqrt{2}$ то

$100 + b^2 = 169 \cdot 4$

$b = 24. \Rightarrow$

$AF = \sqrt{\frac{34^2}{2} + 24^2} = \sqrt{577 \cdot 2}$

$CF = 26$

$AC = \frac{10+24}{\sqrt{2}} = \frac{34}{\sqrt{2}} \Rightarrow \text{PACF} = \frac{26 + \sqrt{577 \cdot 2} + \frac{34}{\sqrt{2}}}{2} =$

$= \frac{26\sqrt{2} + \sqrt{577 \cdot 2} + 34}{2\sqrt{2}} = \frac{13\sqrt{2} + \sqrt{577} + 17}{\sqrt{2}} \Rightarrow$

~~$S = \frac{1}{2} (p - AF)(p - CF)(p - AC)$~~

~~$\Rightarrow$~~ по т. кос

~~$577 \cdot 2 = \frac{34^2}{2} + 26^2 - 2 \cdot 26 \cdot \frac{34}{\sqrt{2}} \cdot \cos ACF$~~

$\cos ACF = \frac{100 \cdot \sqrt{2}}{34 \cdot 2 \cdot 26} = \frac{25\sqrt{2}}{17 \cdot 26} \Rightarrow$

$\sin ACF = \frac{\sqrt{(17 \cdot 26)^2 - 25^2 \cdot 2}}{17 \cdot 26} = \frac{\sqrt{2 \cdot 9757}}{17 \cdot 26}$

$S_{ACF} = \frac{1}{2} AC \cdot CF \cdot \sin ACF = \frac{1}{2} \cdot \frac{34}{\sqrt{2}} \cdot 26 \cdot \frac{\sqrt{2 \cdot 9757}}{17 \cdot 26} = \sqrt{9757}$

Ответ: а) 26

б) $\sqrt{9757}$

N7

$y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{x-1}$

$y < 85 + (3^{81} - 1)x$

$85 + 3^{81}x - x > 3^x + 4 \cdot 3^{x-1}$

$85 > x - 3^{81}x > 4 \Rightarrow$

$\sum_{x=5}^{85} (85 + 3^{81}x - x - 3^x - 4 \cdot 3^{x-1}) =$

$\sum_{x=5}^{85} (3^{81}(x-4) - 3^x - x + 85) =$

$\sum_{x=5}^{85} (3^{81}(x-4)) - \sum_{x=5}^{85} 3^x - \sum_{x=5}^{85} x + 85 \cdot 80 =$

$81 \cdot 3^{81} - \frac{3^5(3^{80} - 1)}{2} - \frac{5+85}{2} \cdot 80 + 85 \cdot 80 =$

$10400 + \frac{3^{81} \cdot 81}{2} + \frac{243}{2} = 10521,5 + \frac{3^{81} \cdot 81}{2}$

ответ: $10521,5 + \frac{3^{81} \cdot 81}{2}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2 \lg y^2 - (2y) \lg 2 = 0$$

$$2 \log y^2 - \cancel{2 \log y^2} = 2 \log^2 y = 20$$

$$2^{2 \lg y} - 2^{\lg^2 + \lg y} = 0$$

$\log y z t$

$$2^{2^t} - 2^{\lg 2 + t} = 0$$

$$(2t-1)(2t-\lg 2-t-1)=0$$

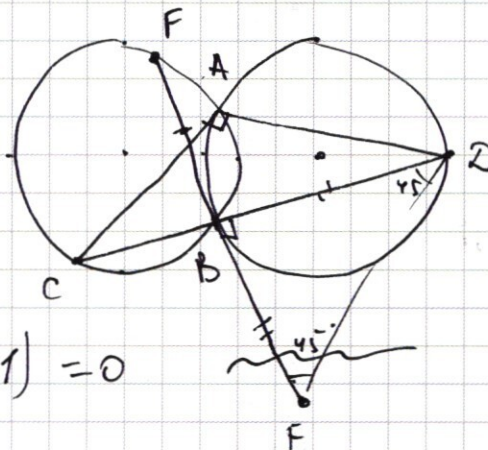
$$t - \lg 2 - 1 \approx 0$$

$$\lg y - \lg 2 = 1,20$$

$$\lg \frac{4}{2} = 1$$

$$\frac{y}{2} = 20$$

yzo



$$\begin{aligned}\sin \alpha + \sin \beta &= 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2} \\ \cos \alpha + \cos \beta &= 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}\end{aligned}$$

$$2) \quad y = x + 4$$

$$\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^0 \log y = (-x) \log(-xy)$$

$$\left(\frac{x^4}{(x+y)^2}\right) \log(x+y) = (-x) \log(-x(x+y))$$

$$(x^4) e^{g(x+y)} = (x+y)^2 e^{g(x+y)} \cdot (-x) e^{g(-x(x+y))}$$

$$(x+y)^4 \lg x = (x+y)^2 \lg(x+y) \cdot (-x)^{\lg(-x)} \lg(-x)$$

$$(x+y)^4 \lg x = (x+y)^2 \lg(x+y) + \lg(-x) \cdot (-x) \lg(-x)$$

$$(x+4)^4 \log x = (x+4)^2 \log(-x(x+4)) \cdot (-x) \log(-x)$$

$$+ \lg t$$

$$\frac{1}{2} \log \frac{1}{m} \approx \frac{1}{2} \log \frac{1}{m}$$

$$\delta_{20}^m \approx 1$$

$$t_m \approx 10^{-10} \text{ s}$$

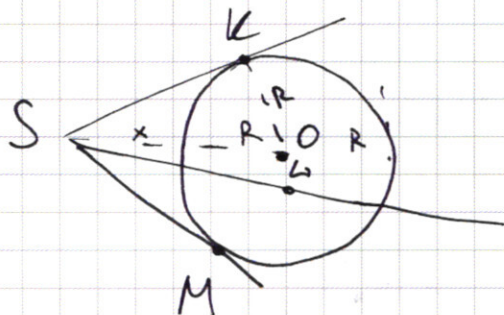
$10. \lg^2$

$$2 \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} \cos 10x = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$\cos 5x \cos 2x - \frac{\sqrt{2}}{2} (2\cos^2 5x - 1) = \sin 5x \cos 2x$$

$$2\cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2} \cos 10x$$

③

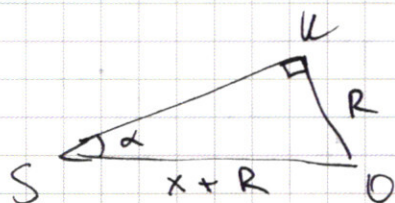


$$\frac{x}{x+2R} = \frac{4}{9}$$

$$9x = 4x + 8R$$

$$5x = 8R$$

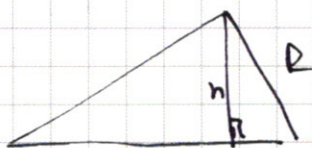
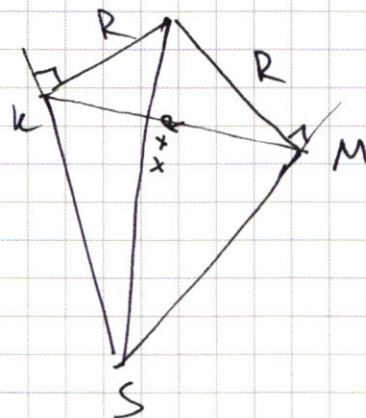
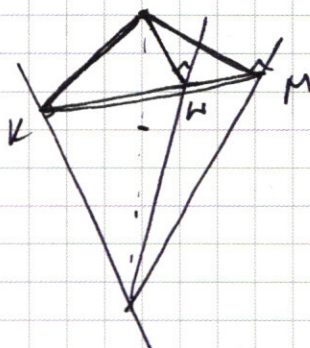
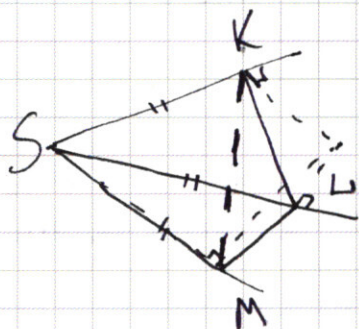
$$x = \frac{8}{5}R$$



$$\angle KSO = \angle \alpha \Rightarrow$$

$$\sin \alpha = \frac{R}{x+R} = \frac{R}{\frac{8}{5}R + R} = \frac{1}{\frac{13}{5}} = \frac{5}{13}$$

$$\alpha = \arcsin \frac{5}{13}$$

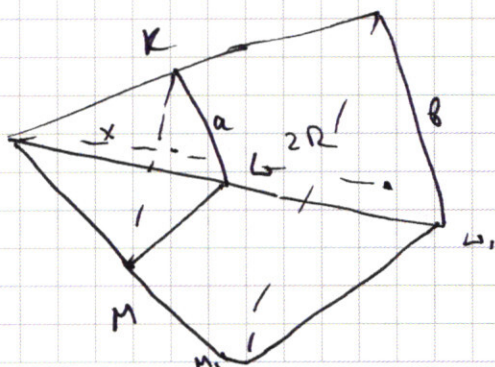


$$h^2 = R^2 - x^2$$

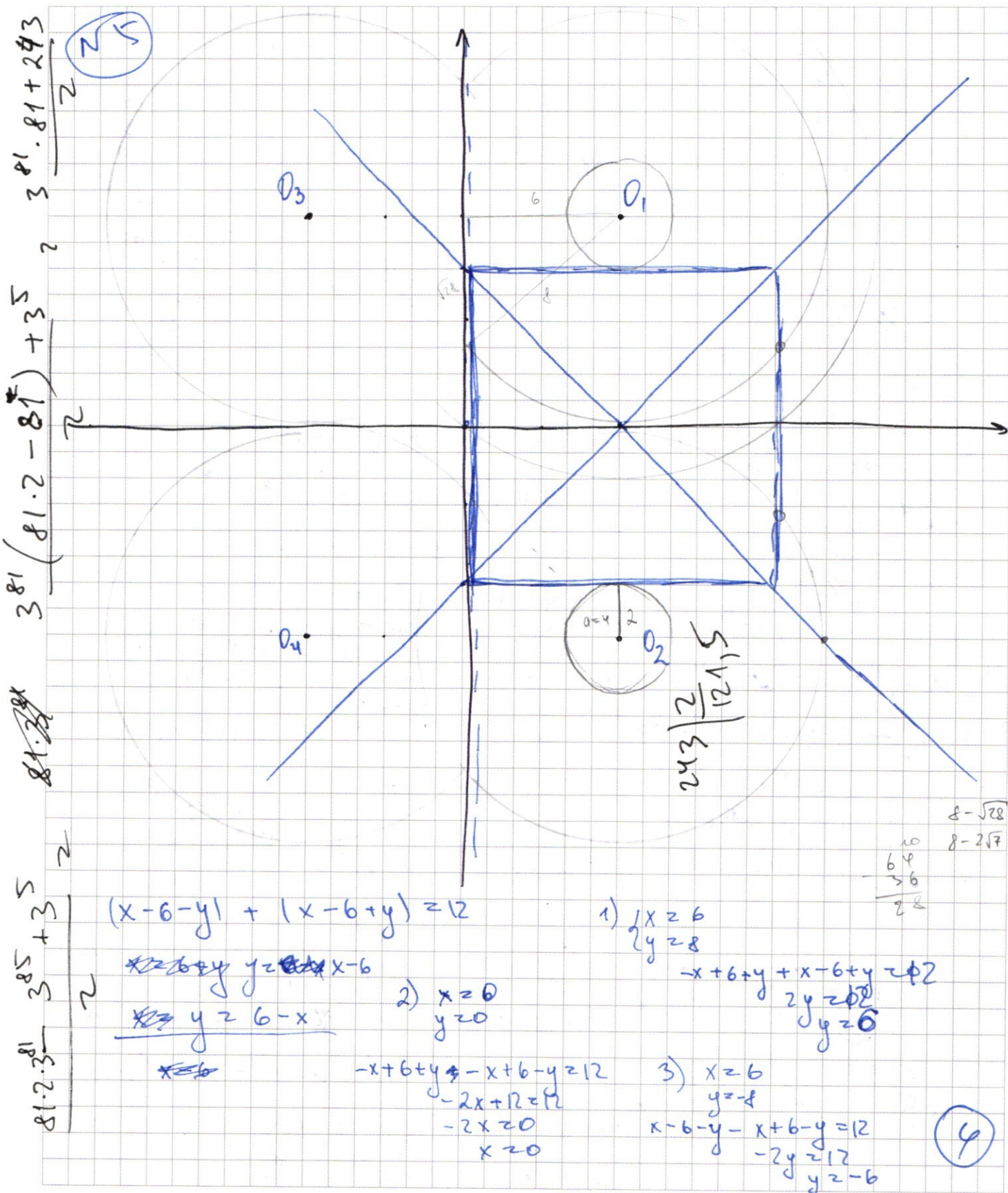
$$h^2 = R^2 - \left(\frac{8}{5}R\right)^2$$

$$x = \frac{8}{5}R \Rightarrow h = \sqrt{R^2 - \left(\frac{8}{5}R\right)^2} = R \sqrt{1 - \frac{64}{25}} = R \sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5}R$$

ΔKML - равност.



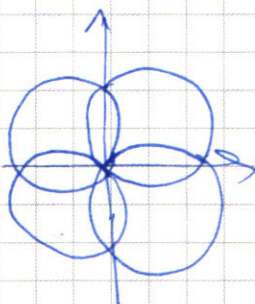
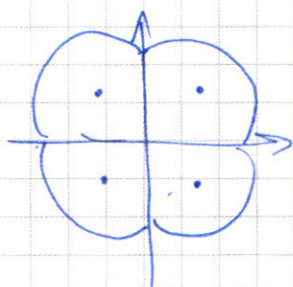
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y = 8 - \sqrt{2x} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} (|0 - 6 - 8 + \sqrt{2x}| + |0 - 6 + 8 - \sqrt{2x}|) = 12 \\ & \frac{\sqrt{2x} - 14}{14 - \sqrt{2x}} + \frac{2 - \sqrt{2x}}{2 - \sqrt{2x}} = 12 \\ & 14 - \sqrt{2x} + \sqrt{2x} - 2 = 12 \quad \checkmark \end{aligned}$$

1x



$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 243 \\ 3 \\ \hline 729 \\ - 79 \\ \hline 650 \end{array}$$

(7)

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{x-1} \\ y < 85 + (3^x - 1) \cdot x \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{x-1} \\ y < 85 + 3^x \cdot x - x \end{cases}$$

$$85 + 3^x \rightarrow y$$

$$x=5 \quad y \geq 3^5 + 4 \cdot 3^{41}$$

$$y < 85 + 3^5 \cdot 5 - 5$$

$$80 + 3^5 \cdot 5 - 3^5 \cdot 4 \cdot 3^{41} =$$

$$= 3^{41} + 243 + 80 = 3^{41} - 163$$

$$x=6 \quad \begin{cases} y \geq 3^6 + 4 \cdot 3^{41} \\ y < 85 + 3^{41} \cdot 6 - 6 \end{cases}$$

$$85 - 6 + 3^{41} - 6 - 3^{41} \cdot 4 - 3^6 = 2 \cdot 3^{41} - 650$$

$$85 + 3^x \cdot x - x > y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{x-1}$$

$$85 + 3^x \cdot x - x > 3^x + 4 \cdot 3^{x-1}$$

$$3^x \cdot x - x - 3^x > 4 \cdot 3^{x-1} - 85$$

$$x=1$$

$$x=2$$

$$x=3$$

$$x=4$$

$$x=5$$

$$3^{41} - 4 > 4 \cdot 3^{41} - 85 \quad \phi$$

$$2 \cdot 3^{41} - 11 > 4 \cdot 3^{41} - 85 \quad \phi$$

$$3^{41} - 30 > 4 \cdot 3^{41} - 85 \quad \phi$$

$$4 \cdot 3^{41} - 85 > 4 \cdot 3^{41} - 85$$

$$x > 4$$

$$5 \cdot 3^{41} - 277 > 4 \cdot 3^{41} - 85$$

$$\begin{array}{r} 3^{41} \\ 80 \cdot 3^{41} \\ 3^{41} \cdot \frac{80+1}{2} \cdot 20^{40} = 81 \cdot 3^{41} \\ 90 \\ - 40 \\ \hline 3600 \\ 3600 \\ \hline 10400 \end{array}$$

$$85 + 3^x \cdot x - x > 3^x + 4 \cdot 3^{x-1}$$

$$3^{41} (x - 4) + 85 - x - 3^x > 0$$

$$3^{41} (x - 4) - (x + 3^x) + 85 > 0$$

$$\begin{aligned} & 3^x + 4 \cdot 3^{x-1} > 85 + 3^x \cdot x - x \\ & 3^{41} (4 - x) + 3^x - 85 - x > 0 \end{aligned}$$

$$x=83$$

$$83$$

$$85$$

$$80$$

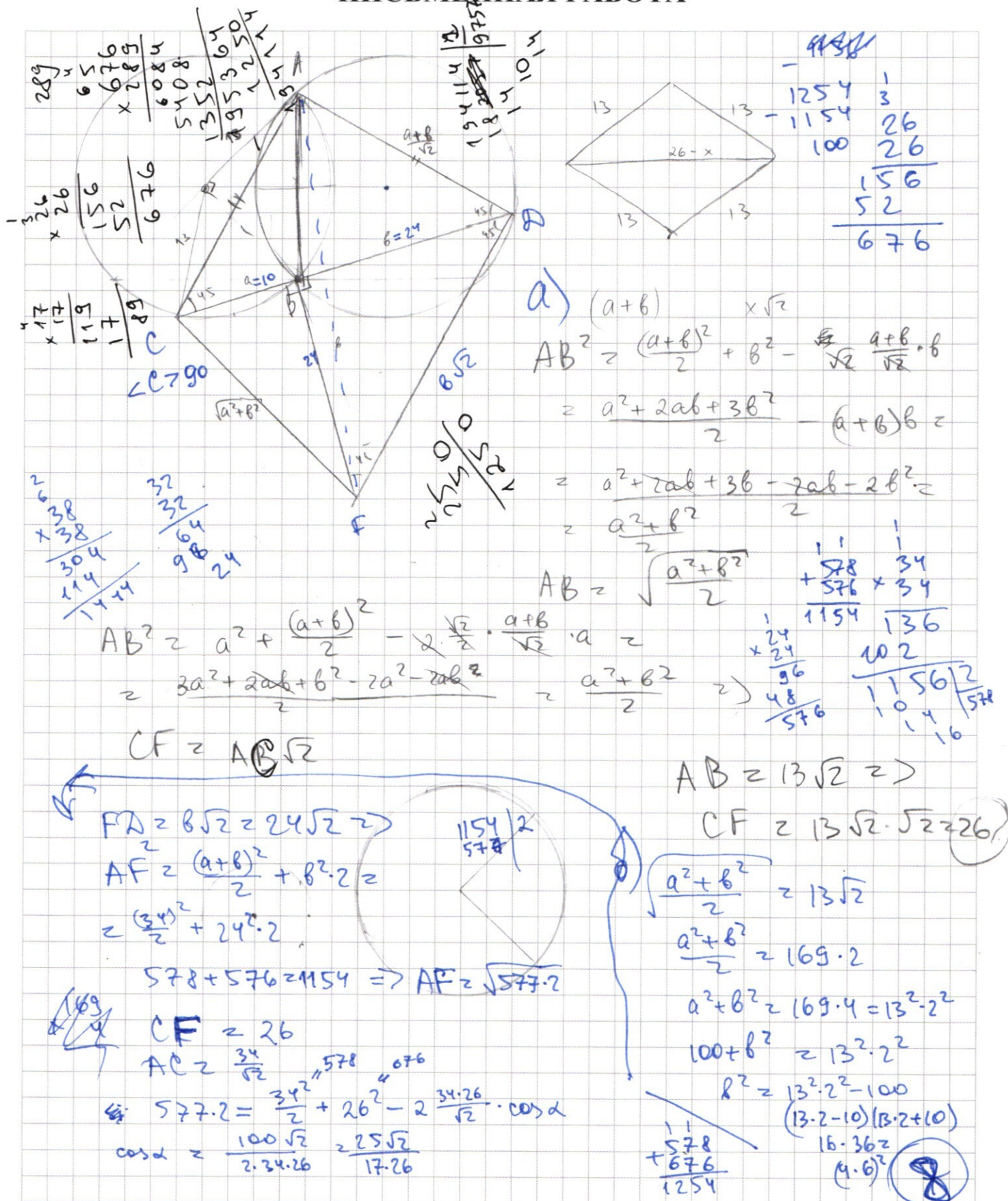
$$6800(x + 3^x) > 3^{41} (x - 4) + 85$$

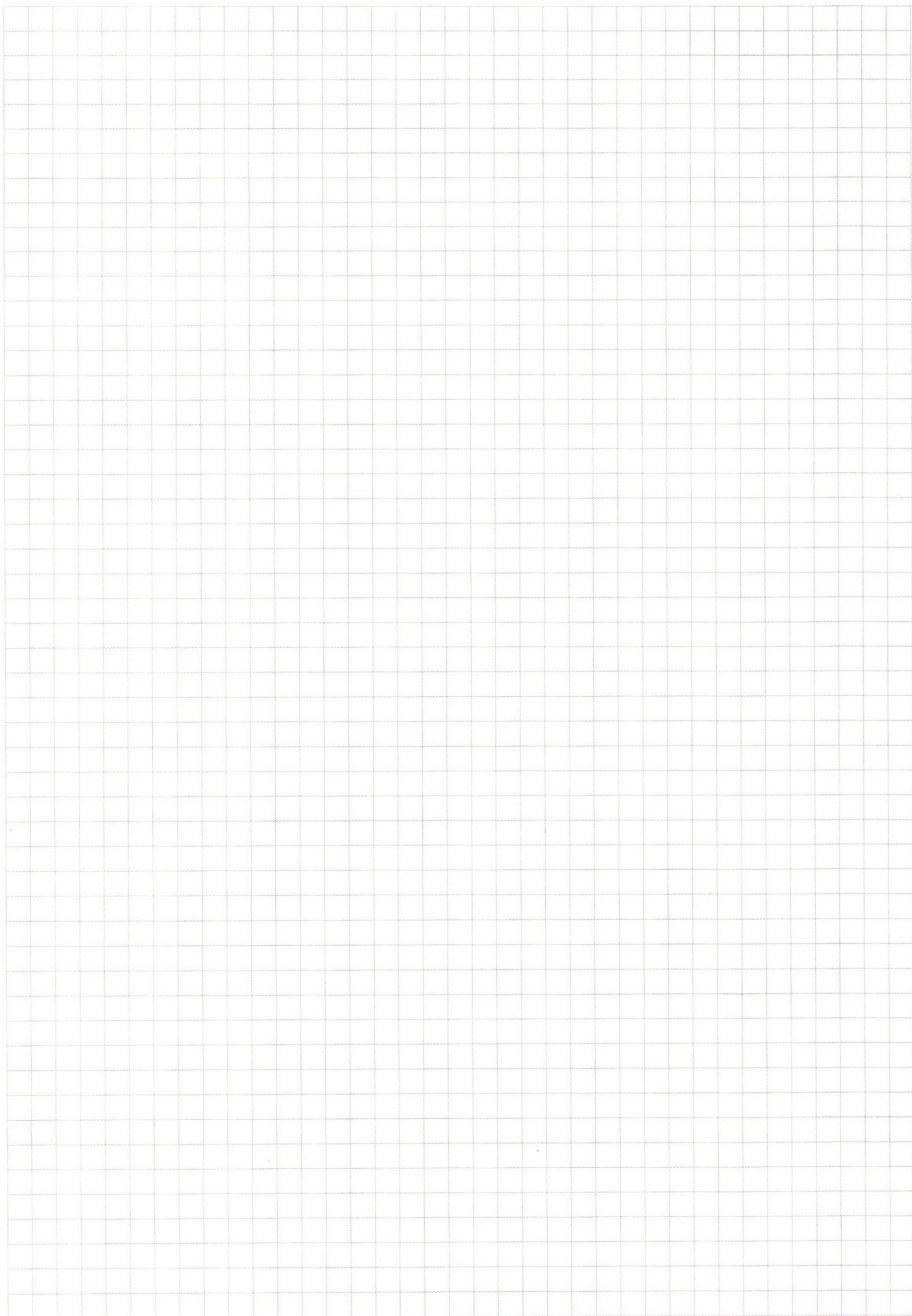
$$x=82$$

$$82 + 3^{82} > 3^{41}$$

(5)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА





ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r}
 16875 \\
 15 \overline{) 16875} \\
 \underline{15} \\
 18 \\
 15 \\
 \underline{37} \\
 35 \\
 \underline{25} \\
 10 \\
 \underline{15} \\
 25 \\
 \underline{25} \\
 0
 \end{array}$$

$$1 - C_7^3 \cdot 8 = \frac{7!}{4!3!} \cdot 8 = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 8}{3 \cdot 2} = 8 \cdot 7 \cdot 5$$

$$1 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$$

$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot$

$$C_4^3 = \frac{4!}{3!} = 4$$

$$\begin{array}{r} 56 \\ 20 \\ \hline 1120 \end{array}$$

$$1) \binom{n}{m} \cdot \binom{n}{n-m} = 1 \text{ pag} - 8 \cdot C_7^3 \cdot 1 = 7 \cdot 8 \cdot 5$$

2) $\begin{matrix} "5" - 4 \\ "1" - 2 \text{ para} \\ "9" - 1 \\ "3" - 1 \\ 5 - 4 \end{matrix}$ $C_8^2 \cdot C_3^1 \cdot C_5^1 \cdot C_4^1 = \frac{8 \cdot 7}{2} \cdot 6 \cdot 5 \cdot 1 = 20 \cdot 7 \cdot 6$

$1, 3, 3, 3, 5, 5, 5, 5$

$\begin{array}{r} 56 \\ 20 \\ \hline 1120 \end{array}$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 56 \\ 20 \\ \hline 1120 \end{array}$$

5-4

1) 1, 3, 3, 3, 5 5 5 5

2) 1 1 9 3 5 5 5 5

$$\underline{7} \cdot \underline{8} \cdot \underline{5} + \underline{4} \cdot \underline{5} \cdot \underline{7} \cdot \underline{3} \cdot \underline{2} = 7 \cdot 8 \cdot 5 (3+1) = 4 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 5 = 20 \cdot 56$$

1120.

$$(2) \quad \cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

~~$\cos x + \cos 2x = \cos x +$~~

(3) $\int \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\log y} = (-x) \log(-xy)$

$$2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0$$

$$\begin{aligned} y &\neq 0 & \left\{ \begin{array}{l} y > 0 \\ x \leq 0 \end{array} \right. \\ -xy &> 0 & \Rightarrow \begin{array}{l} -x > 0 \\ x < 0 \end{array} \end{aligned}$$

$$\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} \quad (1)$$

$$2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 \quad (2)$$

$$(2) \quad y^2 - 2 \cdot 4 \cdot y + 16 + y^2 - (x^2 + 2 \cdot 2x + 4) - xy = 0$$

$$(y-4)^2 - (x+2)^2 - 20 - xy + y^2 = 0$$

$$(y-4)^2 - (x+2)^2 = 20 + xy - y^2$$

$$(1) \quad \frac{x^4 \lg y}{y^2 \lg y} = (-x)^{\lg(-x)} \cdot \lg(y)$$

$$\lg y = t$$

$$10^t = y$$

$$y^{2t} = 10^{2t^2}$$

$$x^4 \lg y = x^{4t}$$

$$x^{4t}$$

$$\left(\frac{x^2}{y}\right)^{2 \lg y} = (-x)^{\lg(-x)} \cdot (-x)^{\lg y}$$

$$(1) \quad 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0$$

$$2y^2 + xy - 2xy - x^2 - 4x - 8y = 0$$

$$y(2y+x) - x(2y+x) - 4(x+2y) = 0$$

$$(2y+x)(y-x-4) = 0$$

$$\begin{cases} 2y = -x \\ y = x+4 \end{cases}$$

$$y = -\frac{x}{2}$$

$$\begin{cases} x = -2y \\ y = x+4 \end{cases}$$

$$(2) \quad \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}$$

$$1) \quad x = -2y$$

$$\left(\frac{16y^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (2y)^{\lg(2y^2)}$$

$$/ : y \neq 0$$

$$(16y^2)^{\lg y} = (2y)^{\lg 2y^2}$$

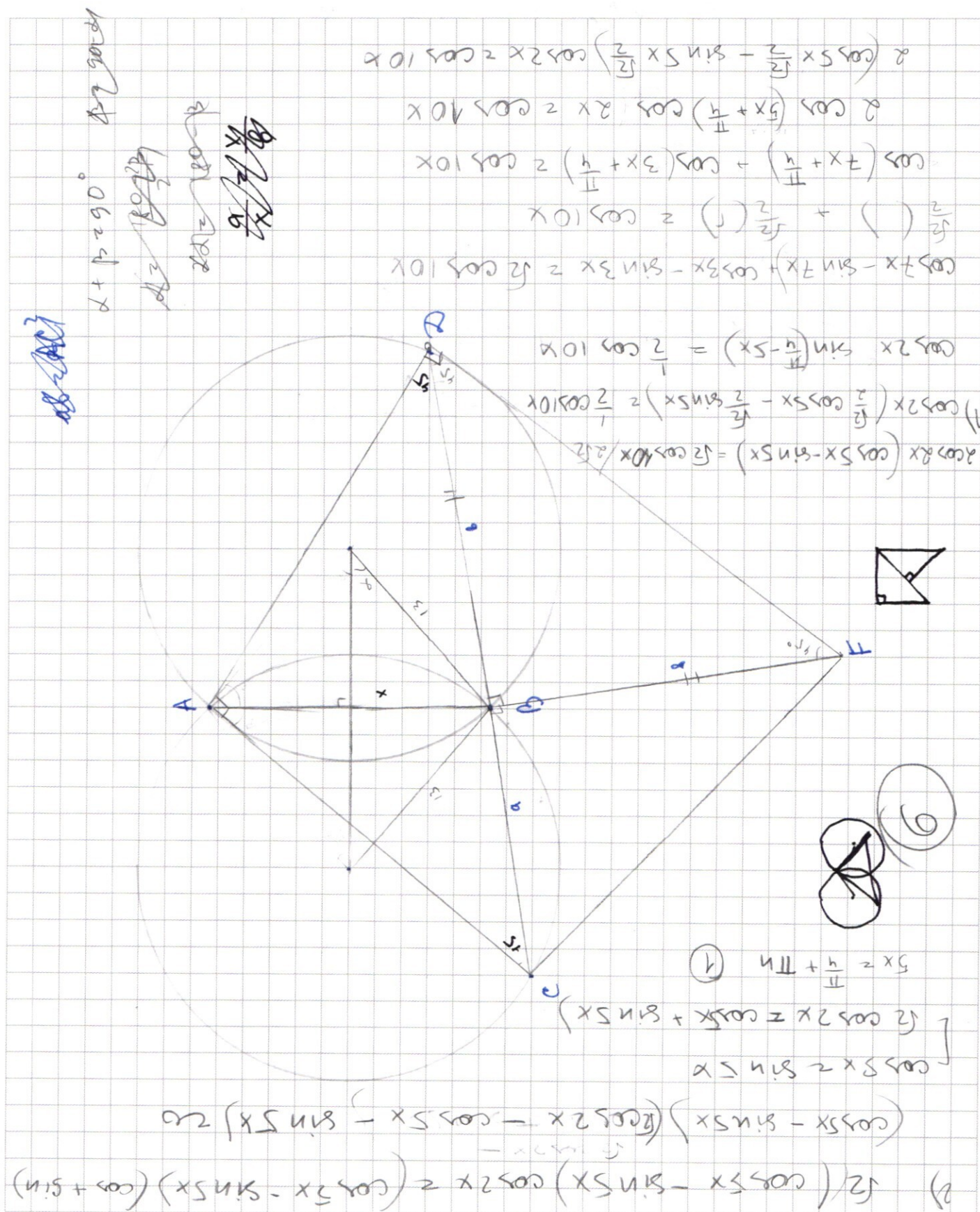
$$(4y)^2 \lg y = (2y)^{\lg 2 + 2 \lg y}$$

$$(4y)^2 \lg y^2 - (2y)^{\lg 2y^2} = 0$$

$$(2y)^{\lg y^2} (2 \lg y^2 - (2y)^{\lg 2}) = 0 \quad \text{тк } / y \neq 0 \text{ то}$$

(2)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\sqrt{2} \cos 2x = \cos 5x + \sin 5x$$

$$\cos 2x = \cos \left(5x - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\begin{cases} 2x = 5x - \frac{\pi}{4} + 2\pi n \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x = \pi - 5x + \frac{\pi}{4} + 2\pi n \end{cases} \quad \begin{cases} 3x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n \\ 7x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{3\pi}{28} + \frac{2\pi k}{7} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{20} + \frac{3\pi k}{5} \end{cases}$$

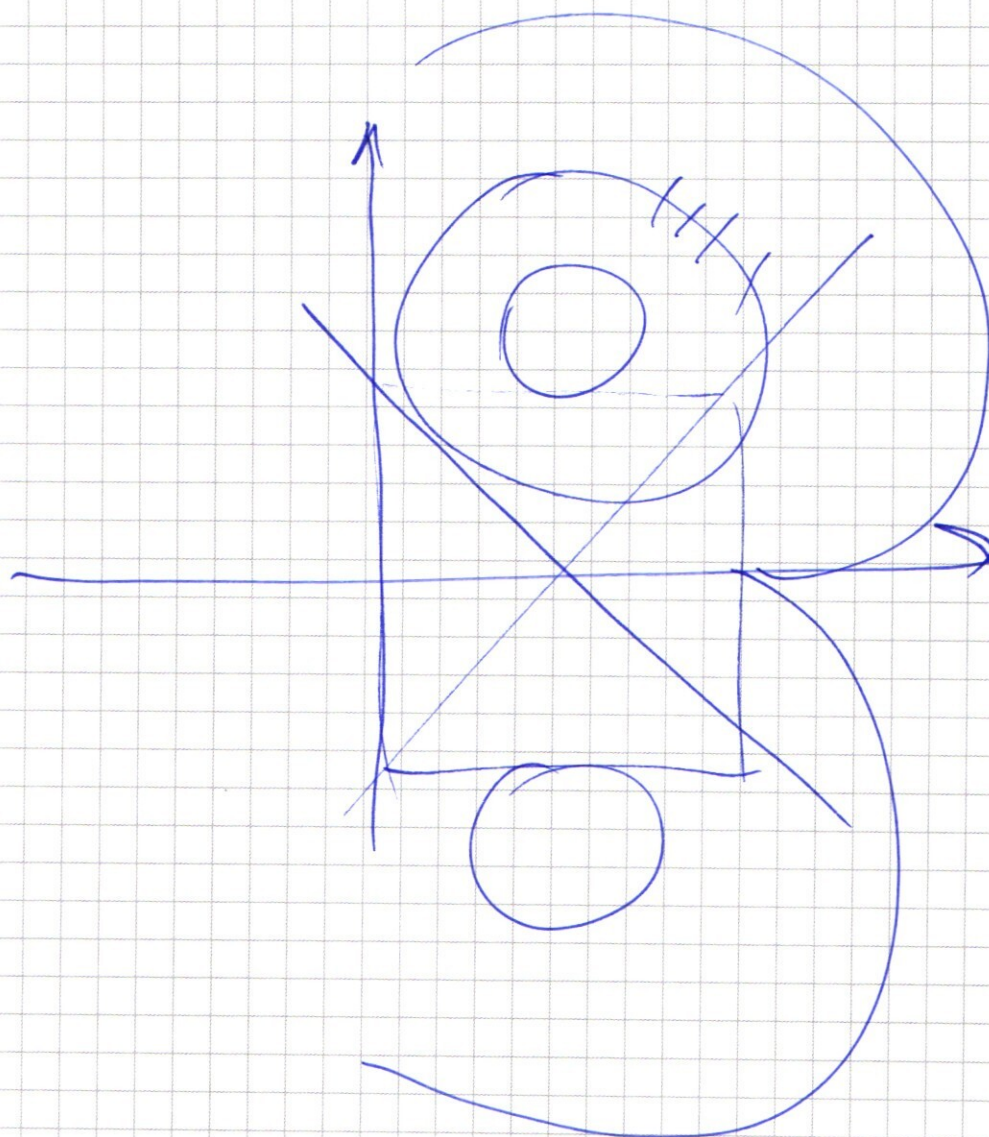
$$\begin{cases} 2x = \pi - 5x + \frac{\pi}{4} + 2\pi n \end{cases}$$

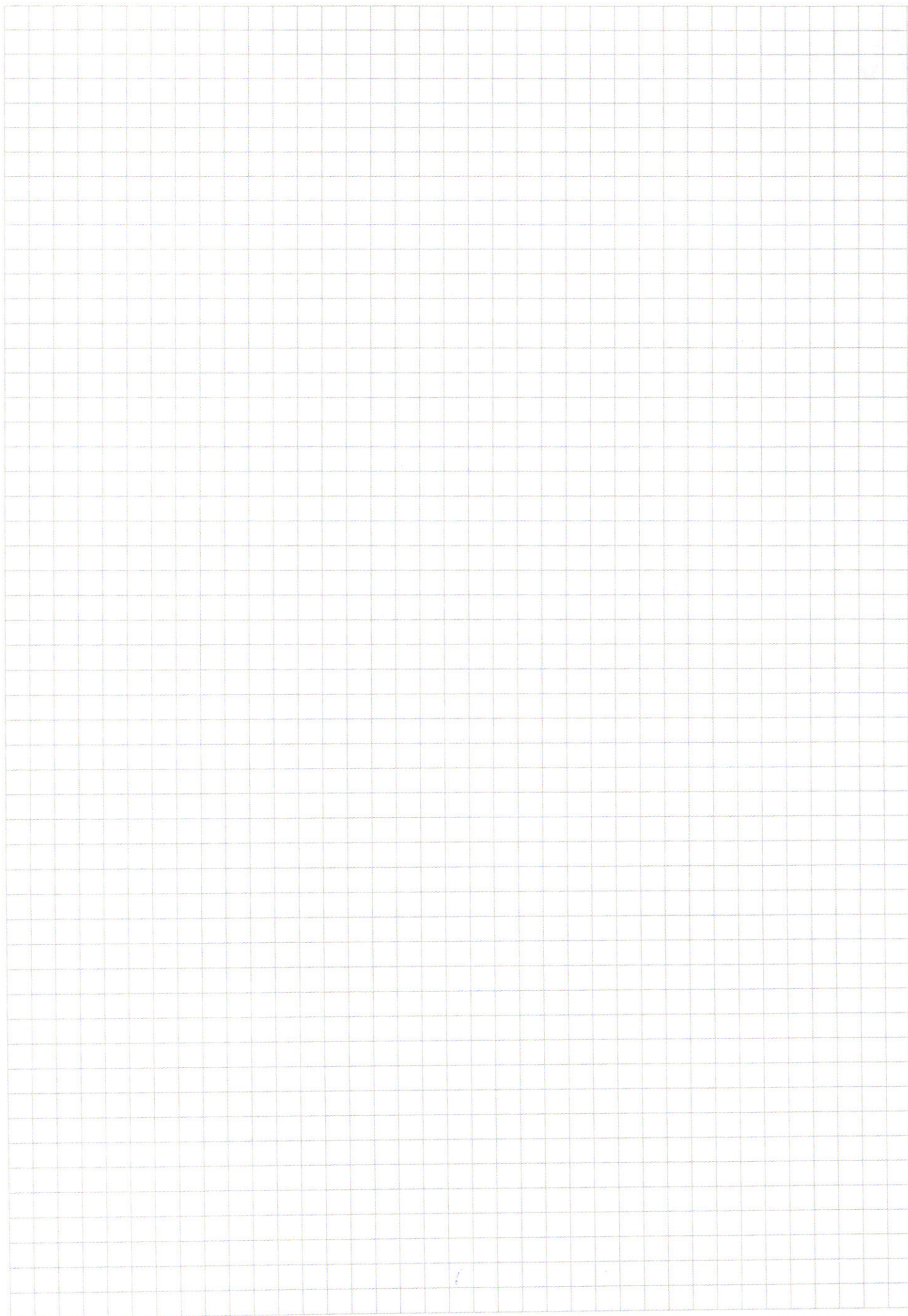
$$\begin{cases} 2x = -\pi - \frac{\pi}{4} + 5x + 2\pi k \end{cases}$$

$$2x = \pm \left(5x - \frac{\pi}{4} \right) + 2\pi k$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{3^{81} + 3^5 - 3^{23}}{2}$$
$$\frac{243 + 3^{81} - 243 \cdot 3^{18}}{2}$$





☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)