МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 6 ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2}\cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM, если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO, равны 4 и 9.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} |x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12, \\ (|x| - 6)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y), удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geqslant 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)\, x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

Рег. №: М11-ТВ-0001
Класс участия: 11 класс
Место проведения: Тверь
Дата проведения: 22 февраля 2020 г.
Время начала (местное): 11:00

1 0 1 1 9 8 4 2

2 0 0 0 6 4 4 2

Олимпиада школьников «Физтех» по математике

Заключительный этап 2020 г.

Анкета участника

Данная анкета предъявляется участником вместе с документом, удостоверяющим личность, при входе на олимпиаду. По окончании написания олимпиады анкета обязательно вкладывается в работу. Работа без предоставления анкеты недействительна и не проверяется. Анкета без подписей недействительна.

Фамилия	Имя	Отчество	Дата рождения	Возраст
Зайцева	Дарья	Романовна	28.06.2002	17 лет

Страна	Регион	Населенный пункт
Российская Федерация	Тверская обл	г Тверь

Документ, удостоверяющий личность	Серия	Номер	Дата Выдачи	Код Подразделения
Паспорт гражданина РФ	28 16	478402	23.08.2016	690-001

Страна школы	Регион Школы	Населенный Пункт Школы
Российская Федерация	Тверская обл	г Тверь

Класс обучения	Полное название образовательного учреждения
11 класс	МБОУ СОШ № 17

Мобильный телефон	E-mail
+7 980 625 36 60	ZDasha2002@yandex.ru

Согласие на обработку персональных данных

Я согласна на сбор, хранение, использование, распространение (передачу) и публикацию своих персональных данных, а также олимпиадных работ, в том числе в сети "Интернет". Я согласна, что мои персональные данные будут ограниченно доступны организаторам олимпиады для решения административных и иных рабочих задач. Я проинформирована, что под обработкой персональных данных понимаются действия (операции) с персональными данными в рамках выполнения Федерального закона №152 от 27 июля 2006 г., конфиденциальность персональных данных соблюдается в рамках исполнения Операторами законодательства Российской Федерации. Я согласна на получение информационных писем от организаторов олимпиады на E-mail, указанный при регистрации.

Я подтверждаю, что все указанные мной данные верны и в указанном виде будут использованы при печати диплома олимпиады в случае его получения. Я согласна на передачу данных в государственный информационный ресурс о детях, проявивших выдающиеся способности, созданный во исполнение Постановления Правительства Российской Федерации № 1239 от 17 ноября 2015 г.

Я подтверждаю, что ознакомлена с Положением и Регламентом проведения олимпиады школьников "Физтех", а также с правилами оформления и условиями проверки работы.

«9» февраля 2020 г

Подпись участника олимпиады

Зайцева Л В — ФИО законного представителя

мать — Степень родства

Подпись законного представителя

Анкета без подписи недействительна.
Анкета обязательно должна быть вложена в работу!

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 6

ШИФР 20006442

Заполняется ответственным секретарём

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2}\cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM, если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO, равны 4 и 9.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} |x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12, \\ (|x| - 6)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y), удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geqslant 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)\,x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задание 7

~~1. Заметим, что при $x \geq 4$~~

~~$3^x + 4 \cdot 3^{81} \leq$~~

1. при $x < 0$

$3^x + 4 \cdot 3^{81} > 4 \cdot 3^{81}$
$85 + (3^{81} - 1)x < 85$ | => решений не будет

2. $x = 0$

$1 + 4 \cdot 3^{81} > 4 \cdot 3^{81}$
$85 + (3^{81} - 1) \cdot 0 = 85 < 4 \cdot 3^{81}$ | => решений не будет

$x = 1$

$3 + 4 \cdot 3^{81} > 85 + 3^{81} - 1$ | => решений не будет

$x = 2$

$9 + 4 \cdot 3^{81} > 2 \cdot 3^{81} + 3^{81} > 85 + 2 \cdot 3^{81} - 2$ | => решений не будет

$x = 3$

$27 + 4 \cdot 3^{81} > 3 \cdot 3^{81} + 3^{81} > 85 + 3 \cdot 3^{81} - 3$ | => решений не будет

$x = 4$

$81 + 4 \cdot 3^{81} = 85 + (3^{81} - 1) \cdot 4$ | => решений не будет (т.к. дано из неравенств строгое)

$\Downarrow$

$x > 4$

3. $x = 85$

$\underline{3^{85} + 4 \cdot 3^{81}} = 3^4 \cdot 3^{81} + 4 \cdot 3^{81} = 85 \cdot 3^{81} = 85 + (3^{81} - 1) \cdot 85$

4. $x > 85$

$3^x + 4\cdot 3^{81} - 85 - (3^{81}-1)x =$

$= 3^{81}(3^{x-81} + 4 - x) + \underbrace{x - 85}_{>0 \text{ т.к. } x>85}$

$3^{x-81} + 4 - x$ $= 3\cdot \underbrace{3^{x-81}}_{>3^4}$

Заметим, что 3^{x+1-81} больше чем 3^{x-81} хотя бы на 3^4 (т.к. $x>85$)

Но $x+1$ больше, чем x ровно на 1

Эти условия выполняются при любых $x > 85$ =>

=> $3^{x+1-81} + 4 - (x+1) > 3^{x-81} + 4 - x$ при любых $x > 85$

при $x = 86$ $3^5 + 4 - 86 = 243 + 4 - 86 = 161 > 0$ => при любых

$x > 85$ $3^{x-81} + 4 - x \geq 161 > 0$

А значит

$3^{81}(3^{x-81} + 4 - x) + x - 85 > 0$ при любых $x > 85$ =>

=> система не будет иметь решений при $x > 85$ => $x \leq 85$

5. Учитывая пункты 1–4 получаем, что решение могут быть при $4 < x < 85$

$85 + (3^{81}-1)x - 3^x - 4\cdot 3^{81} = 85 - x + 3^{81}(x - 4 - 3^{x-81})$

при $4 < x < 81$, т.к. $x \in \mathbb{Z}$, то $x \geq 5$

$3^{x-81} < 1$ => $x - 4 - 3^{x-81} > 5 - 4 - 1 = 0$ =>

=> $\underbrace{85 - x}_{>0} + 3^{81}\underbrace{(x - 4 - 3^{x-81})}_{>0} > 0$ при $4 < x < 81$

$x = 81$

$\underbrace{85 - 81}_{>0} + 3^{81}\underbrace{(81 - 4 - 1)}_{>0} > 0$ | => решение есть

$x = 82$

$\underbrace{85 - 82}_{>0} + 3^{81}\underbrace{(82 - 4 - 3)}_{>0} > 0$ | => решение есть

$x = 83$

$\underbrace{85 - 83}_{>0} + 3^{81}\underbrace{(83 - 4 - 9)}_{>0} > 0$ | => решение есть

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задание 2

$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2}\cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$

$2\cos 5x \cdot \cos 2x - \sqrt{2}(\cos^2 5x - \sin^2 5x) = 2\sin 5x \cdot \cos 2x$

$2\cos 2x\,(\cos 5x - \sin 5x) - \sqrt{2}(\cos 5x - \sin 5x)(\cos 5x + \sin 5x) = 0$

$(\cos 5x - \sin 5x)(2\cos 2x - \sqrt{2}(\cos 5x + \sin 5x)) = 0$

$(\cos 5x - \sin 5x)\left(\cos 2x - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\cos 5x + \frac{\sqrt{2}}{2}\sin 5x\right)\right) = 0$

$(\cos 5x - \sin 5x)\left(\cos 2x - \cos\left(5x - \frac{\pi}{4}\right)\right) = 0$

$$\left[\begin{array}{l} \cos 5x - \sin 5x = 0 \\ \cos 2x - \cos\left(5x - \frac{\pi}{4}\right) = 0 \end{array}\right.$$

1. $\cos 5x - \sin 5x = 0$

$\cos 5x \neq 0$ по основному триг. тождеству (т.к. тогда $\sin 5x = \pm 1$)

$1 - tg 5x = 0$

$tg 5x = 1$

$5x = \frac{\pi}{4} + \pi k,\ k \in \mathbb{Z}$

$x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5},\ k \in \mathbb{Z}$

2. $\cos 2x - \cos\left(5x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$

$\cos 2x = \cos\left(5x - \frac{\pi}{4}\right)$

$\cos\left(5x - \frac{\pi}{4}\right) = \cos 2x$

$$\left[\begin{array}{l} 5x - \frac{\pi}{4} = 2x + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z} \\ 5x - \frac{\pi}{4} = -2x + 2\pi p,\ p \in \mathbb{Z} \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} 3x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z} \\ 7x = \frac{\pi}{4} + 2\pi p,\ p \in \mathbb{Z} \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{3},\ n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{28} + \frac{2\pi p}{7},\ p \in \mathbb{Z} \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5}, \ k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{3}, \ n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{28} + \frac{2\pi p}{7}, \ p \in \mathbb{Z} \end{array}\right.$$

Ответ: $\frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5}$; $\frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{3}$; $\frac{\pi}{28} + \frac{2\pi p}{7}$, $k, n, p \in \mathbb{Z}$

Задание 1

$16875 = 5^4 \cdot 3^3$, т.к. это произведение цифр, то в таком числе ровно 4 пятерки (т.к. при умножении 5 на любое другое натуральное число > 1, получается число ≥ 10, а цифры ≤ 9)

3^3 раскладывается в произведение ~~двух~~ цифр 2-мя способами:

$3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3$

$3^3 = 9 \cdot 3$

$\underset{1}{\_}\ \underset{2}{\_}\ \underset{3}{\_}\ \underset{4}{\_}\ \underset{5}{\_}\ \underset{6}{\_}\ \underset{7}{\_}\ \underset{8}{\_}$ — искомые числа

I случай, когда $3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3$, тогда в числе 4 пятерки, 3 тройки и 1 единица (т.к числа восьмизначные), тогда всего чисел с таким набором цифр:

$$\underbrace{C_8^4}_{\text{расставлем пятерки}} \cdot \underbrace{C_4^1}_{\text{ставим единицу}} = \frac{8!}{4! \cdot 4!} \cdot \frac{4!}{3! \cdot 1!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 6}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 280$$

(~~т~~ тройки на оставшиеся места)

II случай, когда $3^3 = 3 \cdot 9$, тогда в числе 4 пятерки, 1 тройка, 1 девятка, 2 единицы, всего чисел с таким набором цифр:

$$\underbrace{C_8^4}_{\text{расставлем пятерки}} \cdot \underbrace{C_4^1}_{\text{ставим тройку}} \cdot \underbrace{C_3^1}_{\text{ставим девятку}} = \frac{8!}{4! \cdot 4!} \cdot \frac{4!}{1! \cdot 3!} \cdot \frac{3!}{1! \cdot 2!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 6}{2} = 840$$

(единицы на оставшиеся места)

Итого чисел: $280 + 840 = 1120$

Ответ: 1120

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$x = 84$

$\underbrace{85-84}_{>0} + 3^{81}\underbrace{(84-4-27)}_{>0} > 0 \; \Big| \Rightarrow$ решение есть

$\Downarrow$

при $4 < x < 85$ решение есть

кол-во решений (целых) при $x = k$, $k \in \mathbb{Z}$, $4 < k < 85$:

$85 + (3^{81}-1)k - 3^k - 4\,3^{81} =$

$= 3^{81}(k-4) + 85 - k - 3^k$

Тогда всего решений

$$\sum_{k=5}^{84}\left(3^{81}(k-4) + 85 - k - 3^k\right) =$$

$3^5(1+3+\dots+3^{79})$

$$= 3^{81}\cdot(1+2+\dots+80) + 85\cdot(84-5+1) - (5+6+\dots+84) - (3^5+3^6+\dots+3^{84}) =$$

$$= 3^{81}\cdot\frac{80\cdot81}{2} + 85\cdot80 - 80\cdot\frac{2\cdot5+79}{2} - 3^5\cdot\frac{3^{80}-1}{3-1} =$$

$$= 3^{81}\cdot40\cdot81 + 85\cdot80 - 40\cdot89 - \frac{3^{85}}{2} - \frac{3^5}{2} =$$

$$= 3^{81}\left(40\cdot81 - \frac{81}{2}\right) + 85\cdot80 - 40\cdot89 - \frac{3^5}{2} =$$

$$= 3^{81}\cdot81\cdot\frac{79}{2} + 81\cdot40 - 81\cdot\frac{3}{2} = 3^{81}\cdot81\cdot\frac{79}{2} + 81\cdot\frac{77}{2}$$

Ответ: $3^{81}\cdot81\cdot\frac{79}{2} + 81\cdot\frac{77}{2}$

Задание 5

1. при $a<0$ сумма квадратов (второе уравнение системы) равна отрицательному числу $\Rightarrow$ $\Rightarrow$ решений нет

2. $a = 0$

$$\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12 \\ (|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12 \\ \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = 6 \\ x = -6 \end{array} \right. \\ \left[\begin{array}{l} y = 8 \\ y = -8 \end{array} \right. \end{cases} \end{cases}$$

а) $x = 6$

$|6-6-y| + |6-6+y| = 12$

$2|y| = 12$

$|y| = 6$

$y = \pm 6$

б) $x = -6$

$|-6-6-y| + |-6-6+y| = 12$

$|y+12| + |y-12| = 12$

1) $y \geq 12$

$2y = 12$

$y = 6$, но $y \geq 12 \Rightarrow \varnothing$

2) $-12 < y < 12$

$y + 12 + 12 - y = 12$

$\varnothing$

3) $y \leq -12$

$-y - 12 - y + 12 = 12$

$y = -6$, но т.к. $y \leq -12 \Rightarrow \varnothing$

$\Downarrow$

$\varnothing$

$\Downarrow$

$x \neq -6$

$$\begin{cases} x = 6 \\ y = \pm 8 \\ y = \pm 6 \end{cases} \Rightarrow \varnothing \Rightarrow \text{при } a = 0 \quad \varnothing$$

3. $a > 0$

1. если $y = 0$ является решением (входит в него), тогда:

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} |x-6|+|x-6|=12 \\ (|x|-6)^2=a-64 \end{cases} \quad \begin{cases} x-6=\pm 6 \\ (|x|-6)^2=a-64 \end{cases} \quad \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=12 \end{array}\right. \\ (|x|-6)^2=a-64 \end{cases}$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=0 \\ a=100 \end{cases} \\ \begin{cases} x=12 \\ a=100 \end{cases} \end{array}\right. \Rightarrow \begin{cases} a=100 \\ \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=12 \end{array}\right. \end{cases} \Rightarrow$$ $(0;0)$; $(12;0)$ являются решениями

$$\cancel{\begin{cases} |x-6-y|+|x-6+y|=12 \\ (|x|-6)^2+(|y|-8)^2=10^2 \end{cases}}$$

2. Заметим, что если $(x_0; y_0)$ – решение системы, то $(x_0; -y_0)$ тоже является решением (за исключением, когда $y_0=0$), тогда можно рассматривать только случаи, когда $y>0$

$$\begin{cases} |x-6-y|+|x-6+y|=12 \\ (|x|-6)^2+(y-8)^2=a \end{cases}$$

a) $|x-6-y|+|x-6+y|=12$

1) $x-6 \geq y$

$x-6-y+x-6+y=12$

$x=12$

$|6-y|+|6+y|=12$ аналогично

~~$|y+18|+|y+18|$ – расстояние от y до точек 18 и $-18 \geq 36 \Rightarrow$ решений нет~~

2) $x-6 \leq -y$ $\quad y \leq -x+6$

$y+6-x+6-y-x=12$

$x=0$

$|-6-y|+|-6+y|=12$

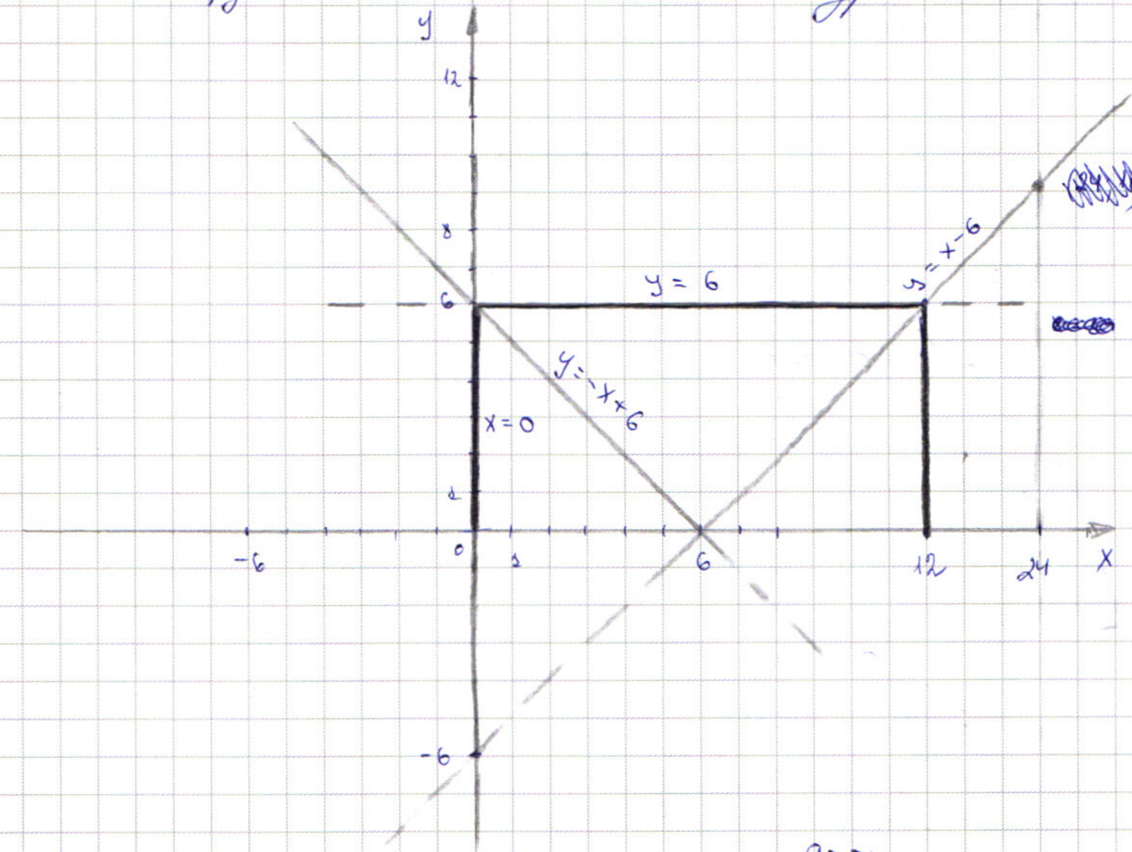
$|y+6|+|y-6|=12$ – левая часть – расстояние от точки 6 и -6 до y при $-6 \leq y \leq 6$ оно равно 12, а при $\left[\begin{array}{l} y>6 \\ y<-6 \end{array}\right.$ расстояние $>12 \Rightarrow -6<y<6$, а т.к. рассматриваем $y>0$, то $0<y<6$

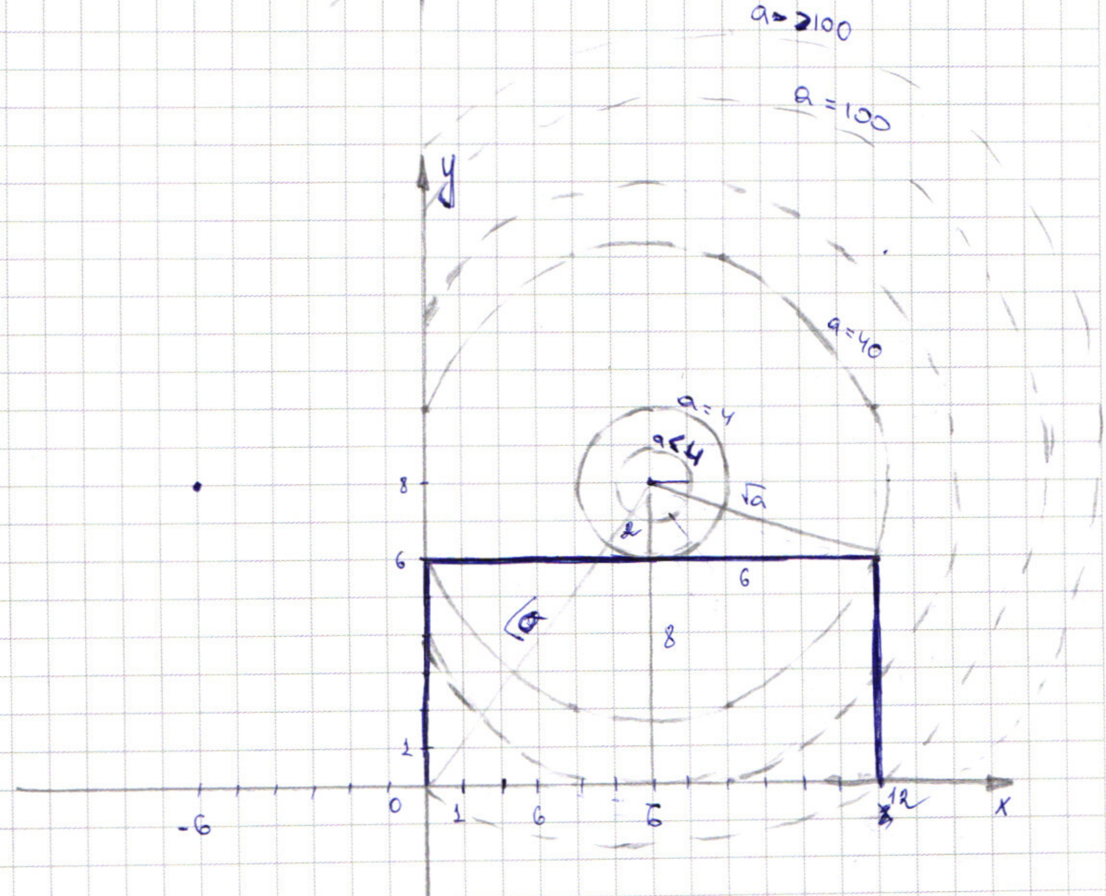
3) $-y \leq x-6 \leq y$

$-(x-6-y)+x-6+y=12$

$2y=12$; $y=6 \Rightarrow 0 \leq x \leq 12$

Построим на координатной плоскости эти уравнения





Заметим, что при $x<0$ график $(|x|-6)^2+(y-8)^2=a$ не имеет общих точек с графиком 1ого уравнения системы $\Rightarrow$ рассмотрим только случай $x \geq 0$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

При $a<4$ графики не имеют общих точек

при $a=4$ они имеют ровно одну общую точку

при $4<a<100$ графики имеют 2 общие точки

при $a=100$ они имеют 0 общих точек (т.к. $y>0$)

при $a>100$ они имеют 0 общих точек

учитывая, что если на рассматриваем ~~…~~ промежутке значений есть решение $(x_0;y_0)$ то $(x_0;-y_0)$ так же решение, понимаем, что единственный подходящий случай $a=4$

но при $a=100$ система так же имеет 2 решения $(0;0)$; $(0;12)$ (и никаких больше)

$\Downarrow$

$$\left[\begin{array}{l} a=4 \\ a=100 \end{array}\right.$$

Ответ: 4; 100

Задание 3

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 \end{cases}$$

1) $y^2 - xy + y^2 - x^2 - 4x - 8y = 0$

$y(y-x) + (y-x)(y+x) - 4(x+2y) = 0$

$(y-x)(2y+x) - 4(x+2y) = 0$

$(y-x-4)(2y+x) = 0$

$$\left[\begin{array}{l} y-x-4=0 \\ 2y+x=0 \end{array}\right.$$

Продолжение на 10 стр.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\left[\begin{array}{l} y = x+4 \\ x = -2y \end{array}\right.$$

2. а) $x = -2y$

$$\left(\frac{(-2y)^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (2y)^{\lg(2y^2)}$$

$$(16y^2)^{\lg y} = (2y)^{\lg(2y^2)}$$

$$\cancel{(16y^2)^{\lg y} = (\ldots)^{\lg(\ldots)}}$$

$$(16y^2)^{\lg y} = (2y)^{\lg(y)} \cdot (2y)^{\lg(2y)}$$

$$(8y)^{\lg y} = (2y)^{\lg(2y)}$$

$$4^{\lg y} = (2y)^{\lg 2}$$

$$2^{2\lg y} = 2^{\lg 2} \cdot y^{\lg 2}$$

$$2^{\lg y} \cdot 2^{\lg y} = 2^{\lg 2} \cdot y^{\lg 2}$$

$$2^{\lg y} = 2^{\lg 2}$$

$y = 2 \Rightarrow x = -4$

$(-4; 2)$

б) $y = x+4$

$$\left(\frac{x^4}{(x+4)^2}\right)^{\lg(x+4)} = (-x)^{\lg(-x(x+4))}$$

$$\cancel{\left(\frac{-x^3}{(x+4)^2}\right)^{\lg(x+4)} = (-x)^{\lg(-x)}}$$

$$\cancel{(-x)^{\frac{4\lg(x+4)}{\lg(-x)}} = (-x)}$$

$$\cancel{(-x)^{4\lg(x+4)-\lg(-x)}} =$$

$$(-x)^{3\lg(x+4)} = (-x)^{\lg(-x)} \cdot (x+4)^{2\lg(x+4)}$$

$$10^{3\lg(-x)\lg(x+4)} = 10^{\lg^2(-x)} \cdot 10^{2\lg^2(x+4)}$$

$$3\lg(-x)\lg(x+4) = \lg^2(-x) + 2\lg^2(x+4)$$

$$2\lg^2(x+4) - 2\lg(-x)\lg(x+4) -$$
$$- \lg(-x)\lg(x+4) + \lg^2(-x) = 0$$

$$(\lg(x+4) - \lg(-x))(2\lg(x+4) - \lg(-x)) = 0$$

1. $\lg(x+4) = \lg(-x)$

$x+4 = -x$

$x = -2$

$y = 2$ $(-2; 2)$

2. $2\lg(x+4) = \lg(-x)$

$x^2 + 8x + 16 = -x$

$x^2 + 9x + 16 = 0$

$x = \frac{-9 \pm \sqrt{17}}{2}$, но $x < -4 \Rightarrow$

$y = x+4 \Rightarrow y < 0 \Rightarrow \varnothing$

Ответ: $(-4; 2)$, $(-2; 2)$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

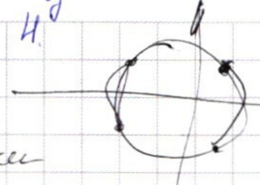
$D = 81 - 16 \cdot 4 = 17 \quad x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$y = x + 4 \quad x = -2y$

$16875 = 25 \cdot 675 = 25 \cdot 25 \cdot 27 = 5^4 \cdot 3^3$

$\left(\frac{4^4}{2^2}\right)^{\lg 2} = 4^{\lg 8}$



$2x = x \quad 4^3$

$64^{\lg 2} = 4^{\lg 8}$ 4 пятерки

$x = 2\pi k$ 3 тройки 1 девятка 1 тройка

$\cos x = \cos 2x$

$2x = -x$

$3x = 2\pi k$

$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \cdot \sin y$

$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$

$\cos(x-y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y$

$(+) = 2\cos x \cdot \cos y$

$2 \cos 5x \cdot \cos 2x - \sqrt{2} \cos 10x = 2 \sin 5x \cdot \cos 2x$

$\sin(x+y) = \sin x \cdot \cos y + \sin y \cos x$

$2\cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2}(\cos^2 5x - \sin^2 5x)$

$\sin(x-y) = \sin x \cos y - \sin y \cos x$

$(+) = 2 \sin x \cdot \cos y$

$(\cos 5x - \sin 5x)(2\cos 2x - \sqrt{2}\cos 5x + \sqrt{2}\sin 5x) = 0$

$625 \cdot 27 = 4375$

$(8^3 \cdot 2)^{\lg 2}$

$\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}$ $\quad y>0,\ x<0$

$a^{\lg b} = b^{\lg a}$

1250

16875

$\left(\frac{8}{27}\right)^{4 \lg 2}$

$2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0$

$25^{\lg 10}$

$y \geq 3^{x_0} + 4 \cdot 3^{81}$ $\quad 8^3 \cdot 2$

$4^{\lg_2 8} = 8^{\lg_2 4}$

$y < 85 + (3^{81} - 1)x_0$

$0,7$

$\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-x)} \cdot (-x)^{\lg y}$ $\quad 4^3 = 8^2$

$\cancel{85 + (3^{81}-1)x_0 - 3^{x_0} - 4 \cdot 3^{81} =}$

$\left(\frac{-x^3}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-x)}$

$= 85 - x_0 + 3^{81}x_0 - 4 \cdot 3^{81} - 3^{x_0} =$

$85 + (3^{81} - 1)x_0 \leq 3^{x_0} + 4 \cdot 3^{81}$ $\quad \lg(xy^3) + \lg(y)$

$\frac{(-x)^{3\lg y}}{(-x)^{\lg(-x)}} = y^{2\lg y}$

$85 - 4 \cdot 3^{81} \leq 3^{x_0} + x_0 - 3^{81} \cdot x_0$

$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{4!}$

$\lg(x) + \lg(y) = \lg(xy)$

$28 \cdot 3 = 84$

$8 \cdot 5 = 40 \cdot 7 = 280$

$280 \cdot 3$

$4^{\lg y} =$

$16y^2 \quad \lg(y^2) + \lg(y^2)$

$2(\lg y)$

$\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}$

$(-x)^{3\lg y} = (-x)^{\lg(-x)} \cdot y^{2\lg y}$

$x > -4$

$y < 4$

$(-x)^{\lg y} \cdot y^{\lg(-x)}$

$\lg y = a$

$y = 10^a$

$10^{3\lg(-x)} \ldots$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$(x+4)^{\lg(x+4)} = (-x)^{\lg(x)} \cdot \lg(-x)^{\lg(x+4)}$

$\left(\frac{x^4}{(x+4)^2}\right)^{\lg(x+4)} = (-x)^{\lg(-x(x+4))}$

$|x-6-y| + |x-6+y| = 12$ $\quad a^{\lg a}$ $\quad |x-6-y| + |x-6+y| = 12$

$(|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a$ $\quad c^b \cdot c^b = c^{2b}$ $\quad y = x+4$

$a^b : c^{2b}$ $\quad \left(\frac{a}{c^2}\right)^b : c^b$

$y^2 - 8y + 16 + y^2 + xy = x^2 - 4x - 4 +$

1) $a < 0$ 0 решений

$+ y^2 - xy - 12 = 0$

2) $a = 0$ $\quad x = 6$ $\quad |y| + |y| = 12$

$x = \pm 6$ $\quad x^4$ $\quad 5^{10} : 10^{20}$ $\quad 2|y| = 6$ $\quad y = \pm 6 \varnothing$ $\quad (y-4)^2 = (x-2)^2$

$y = \pm 8$ $\quad \frac{5^{10}}{10^2}$

$3^a : 3^{2b}$ $\quad x = -6$

3^{a-2b} $\quad |y+12| + |y-12| = 12$ $\varnothing$

< 1

$\lg y < 1$ $\quad (-x)^{\lg(y)}$ $\quad$ 1) $x - 6 > y$

3) $a > 0$

$y>0,\ x<0$ $\quad y>0,\ x>0$

$y^2 - xy + y^2 - x^2 - 4(x+2y) = 0$

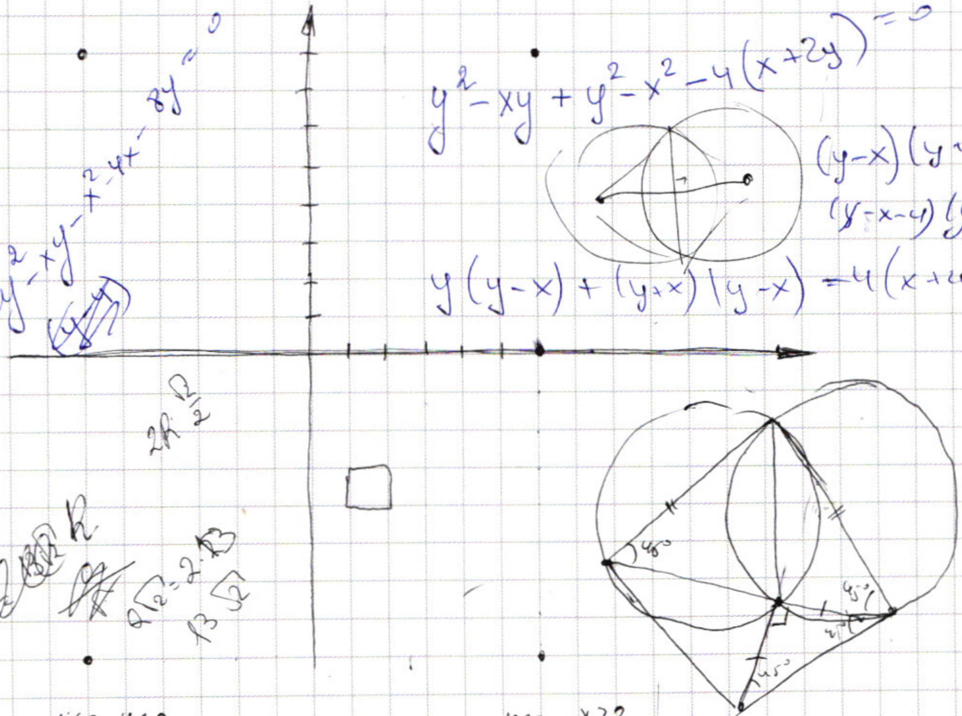
$\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}$

$(y-x)(y+2x) - 4(x+2y) = 0$

$(y-x-4)(y+2x) = 0$

$2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0$

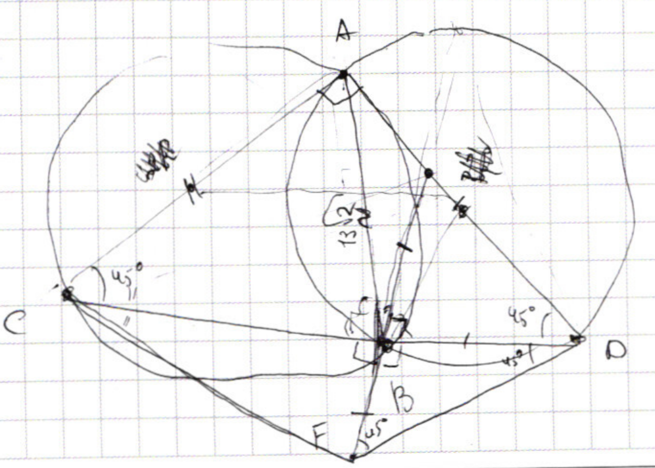
$y(y-x) + (y+x)(y-x) - 4(x+2y) = 0$



$R = 13$ $\quad 2R\frac{\sqrt2}{2}$

$a\sqrt2 = 2 \cdot 13$ $\quad 13\sqrt2$

$x<0,\ y<0$ $\quad y<0,\ x>0$



$\frac{a}{\frac{\sqrt2}{2}} = 2 \cdot 13$

$a = 13\sqrt2$

$2^2 + 6^2 =$
$4 + 36$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$-y < x-6$

$y > 6-x$

$y > x-6$

$y+18$

$x = 24 \quad |7-y| \; |7+y| = 12$

$|18-y| + |18+y|$

$-2y = 12 \quad y = -6$

$7-y-7-y=12$

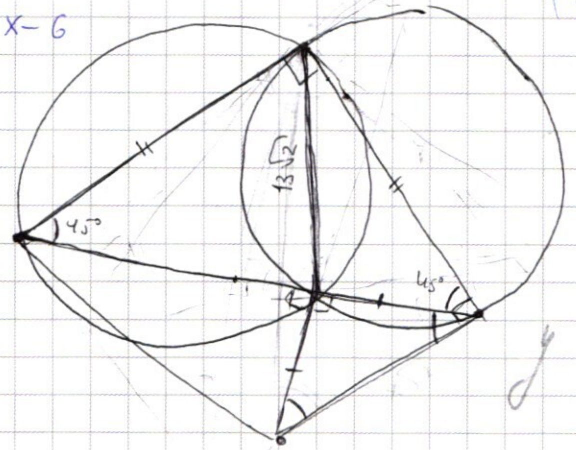
$7-y+7+y=$

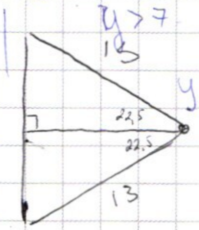
$y-7+y+7=12$

$y=6$

$2y=12$

$y>7$

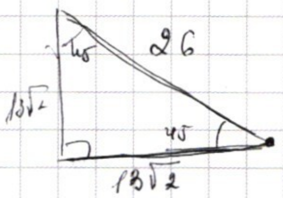




$\frac{x}{y} = \frac{X}{Y}$

$xY = Xy$

45



$3^{80} \cdot 2 \left(40 \cdot 81 - \frac{81}{2}\right)$

$85 \cdot 2 \cdot 40 - 40 \cdot 88$

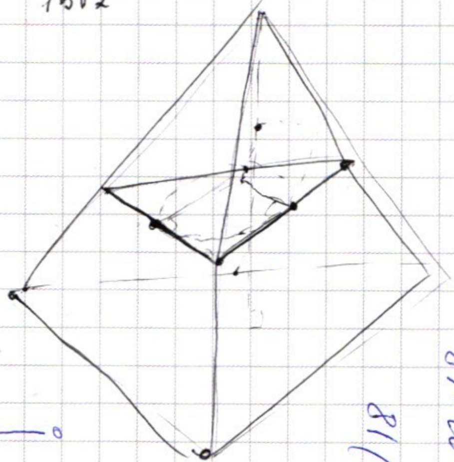
$170-88$

18

$S = \frac{1}{2}x^2$

$4 \ldots 243$

$S = \frac{1}{2}y^2$



$40 - \frac{1}{2} = \frac{80}{2}$

$81 \cdot 3 = 243$

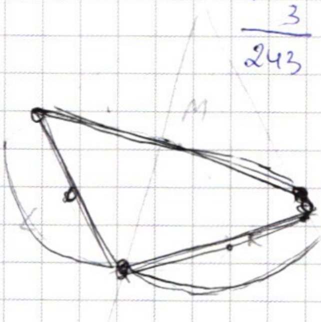
$x=0$

$y > 3^{81} \cdot 4 + 1$

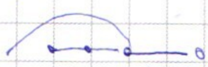
$y < 85$

$\varnothing$

$x > 0$



$y =$



$81 \cdot 40 - 3^4 \cdot 2 \cdot 3$

$81 \left(40 - \frac{2}{3}\right)$

$KSO = ?$

$x = 4$

$3^4 = 81 + 4 \cdot 3^{81}$

$x=4$ они равны

$3^x + 4 \cdot 3^{81} = 85 + (3^{81}-1)x$

$3^x - 85 + x = 3^{81}(x-4)$

3^{81}

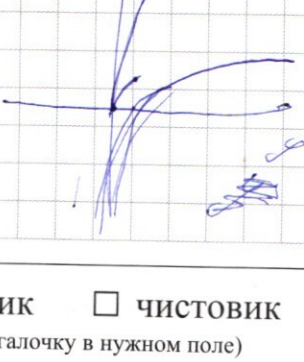
$3^x \ln 3 = 3^{81}$

$3^x = 3^{81} \cdot x$

$\frac{80-3}{2}$

$x = 14$

$y = 14$



$28-6=22$

$14+14-6$

$x-6=y$

$24-6=y$

$85 + (3^{81}-1)x - 3^x - 4\cdot 3^{81} =$

$= 3^{81}\left(x - 4 - 3^{x-81}\right) + 85 - x$

$x=5$ $\quad 3^5 + 4\cdot 3^{81} > 0 \quad = 4\cdot 3^{81} + 243 \quad 247$

$\left(82\cdot 4 + \frac{82\cdot 83}{2}\right)\cdot 3^{81} - 3^4 - 3^5 \ldots 3^{85}$

$3^4\left(1+3+3^2+\ldots+3^{81}\right)$

$3^{4} \quad 85 + 3^{81}\cdot 5 - 5 \quad \sum_{x=4}^{x=85} 3^{81}\cdot x - x + 85 - 3^x - 4\cdot 3^{81}$ $\quad 1\ 2\ 3\ 4 \quad 85$

$3^{81}\cdot 5 + 80$

$3^8 \qquad 3^{81}\left(4 + \ldots + 85\right)$ $\quad 3^{81} + 3^{82}$ $\quad 85\ 84\ 83\ 82$

$\frac{3^{82}-1}{3-1} =$

$3^4 \quad 3^5 \quad 3^6 \qquad 3^{81} - 163$

$3^{x-81} \quad 3^{x+1-81}$

$(x-4)\cdot 3^{81} + 85 - x - 3^x$

$x = 81 > 0 \qquad 4 = 4$

$(3-1)(3^{81}+3^{80} \ldots -1$

$x = 243 < 0 \qquad 85 = 4 + (n-1)$

$96 \qquad \cdot 3 = 3^{100} = 3^{81}\cdot 3^{19}$ $\qquad 82$

$86\cdot 3^{81} \qquad 3^{81}\cdot 3^9 \qquad 5 = 5$

$81\cdot 3^{81} \qquad 3^{81}\cdot 3^4 \qquad 4,\ldots,85 \qquad 84 = 5 + n - 1$

$x = 85$

$x > 85$

$x = 6$

$3^x - 3^{81}\cdot x$

Если $x_0; y_0$ – решение, то

$y = 12$

$x_0; -y_0$ – тоже решение

$3^{81}\cdot 3^{x-81} - 3^{81}\cdot x$

$y > 0$

1) $y = 0 \qquad |x-6| + |x-6| = 12$

$x - 6 = -2x + 24$

$3^{x-81} - x \qquad (|x|-6)^2 + 64 = a \qquad 2.$

$3x = 30$

$x = 4 \qquad |x-6| = 6 \Rightarrow x = 0,\ x = 12$

$x = 10$

$x > 85 \qquad (|x|-6)^2 = a - 64$

$x - 6 > y \qquad 4 + 5 + 6$

$4\cdot 3 + \frac{3\cdot 2}{2} \quad 6$

$a = 64$

$x - 6 - y + x - 6 + y = 12$

$a = 100$

$x = 12$

$2x + y = 24$

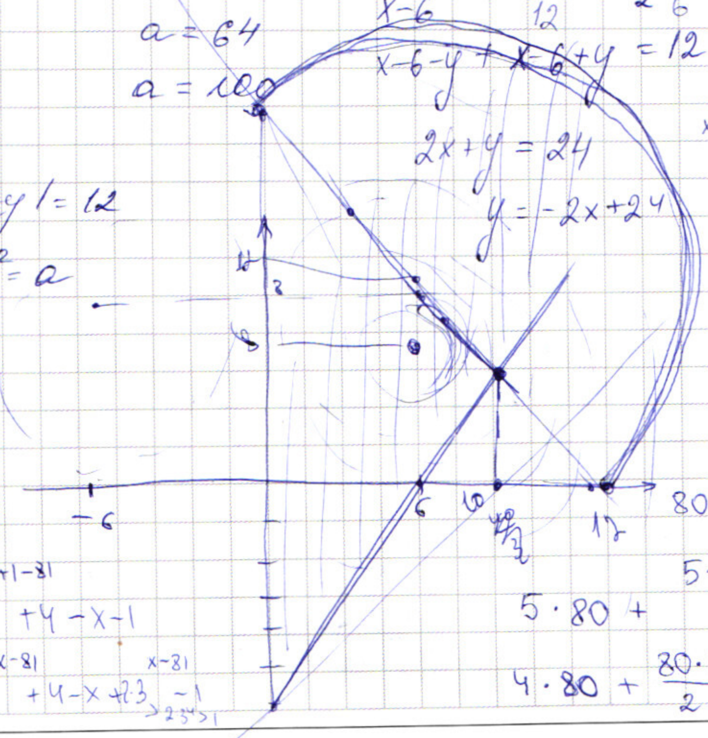
$y = -2x + 24$

$|x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12$

$(|x| - 6)^2 + (y-8)^2 = a$

$\cdot 10 + 79$

89



$3^{84} + 4\cdot 3^{81} = 85\cdot 3^{81}$

$80\cdot\frac{2\cdot 4 + 81}{2}$

$3^x + 4\cdot 3^{81} - 85 - x\cdot 3^{81} + x$

$5\cdot 80 + \frac{78\cdot 80}{2}$

$3^{x+1-81} + 4 - x - 1 \qquad 5\cdot 80 +$

$3^{81}\left(3^{x-81} + 4 - x\right) + x - 85 \qquad 80\,\frac{2\cdot 5 + 79}{2}$

> 0

$3^{x-81} + 4 - x + 2\cdot 3^{x-81} - 1 \qquad 4\cdot 80 + \frac{80\cdot 81}{2}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)