

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 6

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 4 и 9.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12, \\ (|x| - 6)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №1

① Запишем разложение числа на простые множители:

$$16875 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5^4$$

7 цифр

② Замечаем, что мы можем получить два набора цифр:

1) 1 3 3 3 5 5 5 5

... или заменим $3 \cdot 3 = 9$...

2) 1 1 3 5 5 5 5 9

③ Найдём количество чисел 1-го типа:

Всего перестановок этих ^{цифр} ~~чисел~~ $8!$. Перестановки цифр 5 внутри этого числа $4!$, 3- $3!$. Т.е. числа, отличающиеся лишь порядком следования одинаковых цифр не отличаются, то всего чисел 1-го типа: $\frac{8!}{4! \cdot 3!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 3} = 7 \cdot 8 = 56 \cdot 5 = 280$

④ Найдём количество перестановок 2-го типа:

Всего перестановок $8!$, цифр 5 $4!$, цифр 1 $2!$

Тогда кол-во перестановок: $\frac{8!}{4! \cdot 2!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2} = 280 \cdot 3 = 840$

⑤ $280 + 840 = 1120$

Ответ: 1120

Задача 2

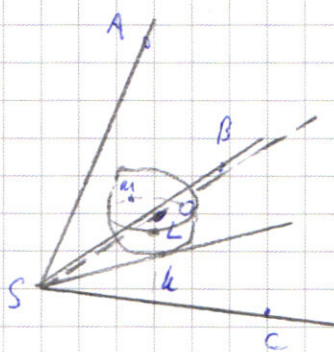
$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x \quad (5) \quad 2 \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} (\cos^2 5x - \sin^2 5x) = 2 \sin 5x \cos 2x \quad (5)$$

$$(5) \quad 2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) - \sqrt{2} (\cos 5x - \sin 5x) (\cos 5x + \sin 5x) = 0 \quad (5)$$

$$\Rightarrow (\cos 5x - \sin 5x) \left(2\cos 2x - \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 5x + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 5x \right) \right) = 0 \quad (5) \quad (\cos 5x - \sin 5x) \left(\cos 2x - \cos \left(5x - \frac{\pi}{4} \right) \right) = 0 \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad & \begin{cases} \cos 5x = \sin 5x \\ \cos 2x = \cos(5x - \frac{\pi}{4}) \end{cases} \quad \text{(c)} \quad \begin{cases} 5x = \frac{\pi}{4} + \pi k \mid k \in \mathbb{Z} \\ 2x = 5x - \frac{\pi}{4} + 2\pi k \mid k \in \mathbb{Z} \\ 2x = -(5x - \frac{\pi}{4}) + 2\pi k \mid k \in \mathbb{Z} \end{cases} \quad \text{(d)} \quad \begin{cases} x = \frac{\pi}{20}(4k+1) \mid k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{12}(8k+1) \mid k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{28}(8k+1) \mid k \in \mathbb{Z} \end{cases} \end{aligned}$$

Orbitem: $\left\{ \frac{\pi}{20}(4k+1); \frac{\pi}{12}(8k+1); \frac{\pi}{28}(8k+1) \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$



Задача 4

① Так как плоскости сечения перпендикулярны одной и той же прямой, то они параллельны.

② Пары партительных ^{полюсов} ~~предели~~ отскакивает от трехгранного угла подосновы парониды.

③ Так как пирамида подобна, то подобны и их основания (т.е. исходные сечения)

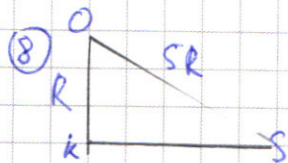
④ Пусть S_1 и S_2 - пересечение SO со сферой; причем $SS_1 < SS_2$

Тогда $\frac{SS_1}{SS_2}$ — это отношение средних квадратов (соответствующие отрезки)

(5) $\frac{S(\text{серия 1})}{S(\text{серия 2})} = \frac{4}{9} \cdot \frac{56^2}{7420} = \left(\frac{SS_1}{SS_2}\right)^2$; Тогда $\frac{SS_1}{SS_2} = \frac{2}{3}$

⑥ $SS_2 = SS_1 + S_1 O + O S_2 = SS_1 + 2R$; Terga $SS_1 = \frac{2}{3} SS_2 = \frac{2}{3} SS_1 + \frac{4}{3} R$; $SS_1 = 4R$
 $SO = SS_1 + S_1 O = 5R$

⑦ Сфера касается (BSC) по гл. тогда $(O_1) \perp (BSC)$, значит $(O_1) \perp (S_1)$



$$\cos \widehat{KSO} = \frac{OK}{OS} = \frac{R}{5R} = \frac{1}{5}$$

$$\widehat{KSO} = \arccos \frac{1}{5}$$

Ombem: $\arccos \frac{1}{5}$

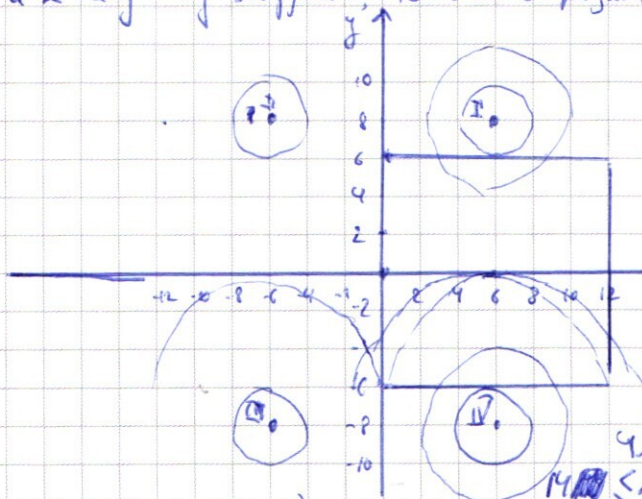
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 5

$$|x-6-y| + |x-6+y| + 12 \leq \begin{cases} y \leq x-6 \\ y \geq 6-x \\ x \leq 12 \\ y \geq x-6 \\ y \geq 6-x \\ y \leq 6 \\ y \leq x-6 \\ y \leq 6-x \\ y \leq 6 \\ y \geq x-6 \\ y \geq 6-x \\ x \leq 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \in [-6; 6] \\ x \leq 12 \\ y \leq 6 \\ x \leq 12 \\ x \geq 0 \\ y \leq 6 \\ x \geq 0 \\ x \leq 12 \\ x \geq 0 \\ y \geq 12-6 \\ y \leq 12-6 \end{cases}$$

Таким образом получим график
в форме квадрата с вершинами
в $(0; -6); (12; -6); (12; 6); (0; 6)$

$(|x-6|)^2 + (|y-8|)^2 \leq a$ - без модулей была бы окружность, но так как
и x и y под модулем, то она отразится относительно осей - получится 4 окруж-ти
с центром в $(1; 6; 8)$ и радиус $\sqrt{a}$



Рассмотрим график при разных значениях a
 $a \leq 0$ - не бывает
 $0 < \sqrt{a} < 2$ - нет точек

$\sqrt{a} = 2$ - две окруж-ти касаются сторон квадрата - 2 точки

$2 < \sqrt{a} \leq \sqrt{16^2 + 2^2} = \sqrt{260}$ - две окруж-ти

пересекают стороны квадрата - 4 точки
 $\sqrt{10} < a \leq 16^2 - 10$ точек

$16^2 \leq a \leq 14^2 + 6^2$ - 6 точек (окруж-ти I и II пересекаются)

квадрат еще больше точки касаются, вторая точка соприкасается с окруж-тью I и II соприкасается

$\sqrt{14^2 + 6^2} < \sqrt{a} < \sqrt{8^2 + 18^2}$ - 4 точки (I и IV окруж-ти уже не пересекаются с квадратом)

$\sqrt{a} \leq \sqrt{8^2 + 18^2}$ - 2 точки

$\sqrt{a} > \sqrt{8^2 + 18^2}$ - нет точек.

т.о. $a \leq 4$; $a \leq 8^2 + 18^2 = 64 + 324 = 388$

Ответ: $\{4; 388\}$

17

Найдем все такие k , что y -существует

$$f(k) = 3^k + 4 \cdot 3^{81}; \quad g(k) = 85 + (3^{81} - 1)k, \quad \begin{cases} g \geq f(k) \\ y < g(k) \end{cases} \Rightarrow g(k) > f(k)$$

$$f'(k) = 3^k \ln 3; \quad g'(k) = 3^{81} - 1$$

$$f(0) = 1 + 4 \cdot 3^{81}; \quad g(0) = 85 \quad f(0) \gg g(0), \quad \text{при } k < 0 \quad f'(k) < g'(k)$$

Тогда $\forall k < 0 \quad f(k) \gg g(k)$, т.е. нам не подходит

При $k > 0$: при $k < 81 \quad f'(k) < g'(k)$ - может быть пересечение

при $k > 81 \quad f'(k) > g'(k)$ - пересечется, если пересекались до того.

Т.е. либо 0, либо 2 пересечения.

$$t(k) = g(k) - f(k) = 85 + (4+k) \cdot 3^{81} - k - 3^k$$

При $k \leq 5 \quad t(k) > 0$, значит пересечение находится между 4 и 5
 $k \leq 4 \quad t(k) < 0$

$$f \quad t(k) > 0 \Leftrightarrow 85 + (4+k) \cdot 3^{81} - k - 3^k > 0 \Leftrightarrow 3^4 + 4 + (4+k) \cdot 3^{81} - k - 3^k > 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -(3^{k-4} - 1) \cdot 3^4 - (k-4) + (k-4) \cdot 3^{81} > 0 \Leftrightarrow (k-4)(3^{81} - 1) > 3^4(3^{k-4} - 1)$$

Пусть $z = k - 4$, тогда

$$t(z) \geq 0 \Leftrightarrow z(3^{81} - 1) > 3^4(3^z - 1)$$

Заметим, что $z \leq 81$ - верно. Тогда при $z \geq 81$ y не существует.

$$\text{т.е. } k \in [5; 84] \quad (z \in [1; 81])$$

Заметим, что для каждого k существует ровно $t(k)$ корней (т.е. y -целое)
 $-11 - z \quad -11 -$ $t(z) - k$

Тогда N - количество решений:

$$\begin{aligned} N &= \sum_{z=1}^{81} t(z) = \sum_{z=1}^{81} \left(\frac{z \cdot (3^{81} - 1)}{3^4 - 1} - 3^4(3^z - 1) \right) = \sum_{z=1}^{81} \frac{z \cdot (3^{81} - 1)}{3^4 - 1} - \sum_{z=1}^{81} 3^4 \cdot 3^z + 81 \cdot 3^4 = \\ &= (3^{81} - 1) \cdot \frac{81 \cdot 82}{2} - 3^4 \cdot \left(\frac{3^{82} - 3}{2} \right) + 81 \cdot 3^4 = 3^{81} \cdot 81 \cdot 41 - \frac{3^{81} \cdot 3^5}{2} - 81 \cdot 41 + \frac{3^5}{2} = \\ &= 3^{81} \left(41 - \frac{3}{2} \right) \cdot 81 - \left(41 \cdot 81 + \frac{3}{2} \right) \cdot 81 = 39,5 \cdot 81 \cdot (3^{81} - 1) = 39,5 \cdot 3^{85} - 39,5 \cdot 81 \end{aligned}$$

$$\text{Ответ: } 39,5 \cdot 3^{85} - 39,5 \cdot 81$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

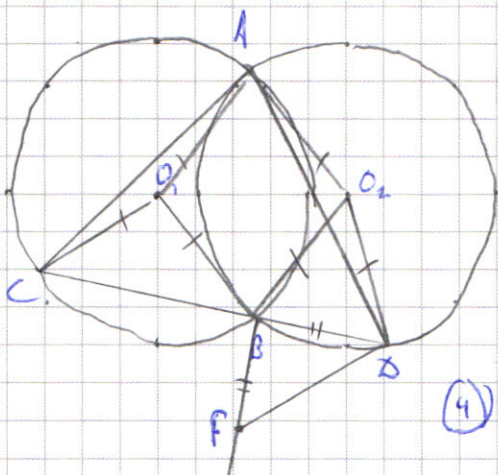
Задача 3

$$2y^2 - ky - k^2 - 4k - 8y = 0$$

$$y = \frac{k+8 \pm \sqrt{(k+8)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-k^2 - 4k - 8)}}{4} = \frac{k+8 \pm \sqrt{9k^2 + 48k + 64}}{4} = \frac{k+8 \pm \sqrt{(3k+8)^2}}{4} = \frac{k+8 \pm |3k+8|}{4}$$

$$\begin{cases} y = k+4 \\ y = -\frac{k}{2} \end{cases}$$

Задача 6



$$\textcircled{1} AO_1BO_2 - \text{прямоу.}, \text{ т.к. } AB \perp O_1O_2$$

$$\widehat{AO_1B} = \widehat{AO_2B}; \widehat{O_1AO_2} = \widehat{O_1BO_2}$$

$$\textcircled{2} AC^2 = 2R^2 - 2R^2 \cos \widehat{CO_1A} = 2R^2(1 - \cos \widehat{CO_1A})$$

$$AD^2 = 2R^2(1 - \cos \widehat{DO_2A})$$

$$\textcircled{3} CB^2 = 2R^2(1 - \cos \widehat{CO_1B})$$

$$BD^2 = 2R^2(1 - \cos \widehat{DO_2B})$$

$$\textcircled{4} \widehat{A} = 90^\circ \Rightarrow \triangle CAD: AC^2 + AD^2 = CD^2 + (BC + BD)^2$$

$$2R^2(1 - \cos \widehat{CO_1A}) + 2R^2(1 - \cos \widehat{DO_2A}) = (R\sqrt{2}(\sqrt{1 - \cos \widehat{CO_1B}} + \sqrt{1 - \cos \widehat{DO_2B}}))^2$$

$$2 + \cos \widehat{CO_1A} + \cos \widehat{DO_2A} = 2 + \cos \widehat{CO_1B} + \cos \widehat{DO_2B} + 2\sqrt{1 - \cos \widehat{CO_1B}} \sqrt{1 - \cos \widehat{DO_2B}}$$

$$\textcircled{5} \widehat{AO_1C} = 360^\circ - \widehat{CO_1B} - \widehat{BO_1A}; \widehat{AO_2D} = \widehat{AO_2B} + \widehat{BO_2D}$$

$$\textcircled{6} \widehat{CBO_1} = 90^\circ - \frac{\widehat{CO_1B}}{2}; \widehat{O_2BD} = 90^\circ - \frac{\widehat{DO_2B}}{2}$$

$$\textcircled{7} \widehat{AO_1B} = 180^\circ - \widehat{O_1BO_2} = 180^\circ - (180^\circ - \widehat{C_1BO_1} - \widehat{D_1BO_2}) =$$

$$= \widehat{C_1BO_1} + \widehat{D_1BO_2} = 180^\circ - \frac{\widehat{CO_1B} + \widehat{DO_2B}}{2}$$

$$\textcircled{8} \widehat{AO_1C} = \text{или } 360^\circ - \widehat{CO_1B} + \frac{\widehat{CO_1B} + \widehat{DO_2B}}{2} - 180^\circ = 180^\circ + \frac{\widehat{DO_2B} - \widehat{CO_1B}}{2}$$

$$\widehat{AO_2D} = \widehat{AO_2B} + \widehat{BO_2D} = \widehat{AO_2B}$$

$$\textcircled{9} \widehat{AO_2B} = \widehat{AO_1B}$$

$$\textcircled{10} \widehat{AO_2D} = \widehat{AO_2B} + \widehat{BO_2D} = 180^\circ - \frac{\widehat{CO_1B} + \widehat{DO_2B}}{2} + \widehat{BO_2D} = 180^\circ - \frac{\widehat{DO_2B} - \widehat{CO_1B}}{2}$$

$$\text{т.е. } \widehat{CO_1B} + \widehat{BO_2D} = 180^\circ$$

$$\textcircled{11} \widehat{AO_1B} = 180^\circ - \frac{\widehat{CO_1B} + \widehat{DO_2B}}{2} = 90^\circ \Rightarrow AO_1BO_2 - \text{квадрат}$$

Тогда $\angle AO_2 = 90^\circ$, значит $O_1 \in AC; O_2 \in BD$

$$\text{Тогда } AC = AD = 2R, \quad BC = BD = 2R\sqrt{2}/2 = R\sqrt{2} = 13\sqrt{2}$$

$$CF = \sqrt{CB^2 + BD^2} = \sqrt{(13\sqrt{2})^2 + (13\sqrt{2})^2} = 13 \cdot 2 = 26$$

$$\text{Ответ } CF = 26$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$16875 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 1$$

$$\begin{array}{r} 16875 \\ : 5 \\ \hline 3375 \\ : 5 \\ \hline 675 \\ : 5 \\ \hline 135 \\ : 5 \\ \hline 27 \\ : 3 \\ \hline 9 \\ : 3 \\ \hline 3 \\ : 3 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\text{res} = \frac{8!}{3! \cdot 5!} = \frac{6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 3} = 56$$

$$\cos 5x + \sin 5x = \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 5x + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 5x \right) = \sqrt{2} \sin \left(5x + \frac{\pi}{4} \right) = \sqrt{2} \cos 5x - \frac{\pi}{4}$$

$$\textcircled{2} \quad \cos 7x + \cos 3x = \sqrt{2} \cos 10x + \sin 7x + \sin 3x$$

$$\sin x + y = \sin x \cos y + \sin y \cos x$$

$$\sin x - y = \sin x \cos y - \sin y \cos x$$

$$\cos x + y = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\cos x - y = \cos x \cos y + \sin x \sin y$$

$$\sin(x+y) \sin(x-y) = 2 \sin x \cos y$$

$$\cos(x+y) \cos(x-y) = 2 \cos x \cos y$$

$$\begin{aligned} 3x &= \frac{\pi}{4} + 2\pi k \\ 10x &= \frac{\pi}{12} + \frac{8\pi k}{12} = \frac{\pi}{12} (8k+1) \\ 7x &= \frac{\pi}{4} + 2\pi k \\ x &= \frac{\pi}{28} + \frac{8\pi k}{28} \end{aligned}$$

$$2 \sin 5x \cos 2x = \sqrt{2} \cos 10x = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2} \cos 10x = \sqrt{2} (\cos 5x - \sin 5x) (\cos 5x + \sin 5x)$$

$$\cos 5x = \sin 5x \quad 5x = \frac{\pi}{4} + \pi k$$

$$x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5}$$

$$2 \cos 2x = \sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x)$$

$$\cos 2x = \cos \left(5x - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\begin{aligned} (-x) \frac{\log(-x)-5}{2} &= \log x + 4 \\ \frac{\log_{10}(-x)-5}{2} &= \log x + 4 \\ \log_{10}(-x) - 5 &= \log_{10} 16 \\ 1 - \log_{10} x &= \log_{10} 16 \end{aligned}$$

$$\textcircled{3} \quad \left(\frac{x}{y} \right)^{\log y} = (-x)^{\log(-xy)} \quad y > 0; -xy > 0 \Rightarrow x < 0$$

$$2y^2 - xy - k^2 - 4k - 8y \leq 0 \quad y = \frac{8+k \pm \sqrt{(8+k)^2 + 4 \cdot 2 \cdot (k^2 + 4k)}}{4} = \frac{8+k \pm \sqrt{16k^2 + 64k + 8k^2 + 32k}}{4} = \frac{8+k \pm \sqrt{24k^2 + 96k}}{4} = \frac{8+k \pm \sqrt{24k(k+4)}}{4}$$

$$y = k+4; \quad y = -\frac{x}{2}$$

$$x^4 = y^2(-x) + \log(xy) = y^2(-x) \log(-x)$$

$$\textcircled{5} \quad |x-6+y| + |x-6-y| = 12 \quad y \geq 6-x$$

$$(|x-6|)^2 + (|y-8|)^2 = a \quad \text{400р-70 рад а}$$

$$\frac{\log a}{\log c} \leq \log_c b \quad \frac{\log a}{\log y} \leq \log_y x \quad \log_a b = \log_a c \log_c b$$

$$\begin{aligned} x^4 \sqrt{(k+4)^2} (-k) &= \log(k^2+4k) \\ 1 &= \frac{(k+4)^2}{(-k)} \log(k^2+4k) - 4 \\ 1 &= \frac{(k+4)^2}{(-k)} \log \left(\frac{k^2+4k}{10^4} \right) \\ x^4 &= -k \log -k \\ \frac{x^4}{y^2} &= -k \log -k \\ \sqrt{\frac{x^4 \log y}{y^2}} &= \sqrt{\frac{(k) \log(-k)}{(-k) \log y}} = \frac{k^3}{y^2} = -k \log \frac{k}{y} \end{aligned}$$

$$⑦ \quad y \geq 3^k + 4 \cdot 3^{81}; y < 85 + (3^{81} - 1)k$$

$$3^k + 4 \cdot 3^{81} < 85 + (3^{81} - 1)k$$

$$3^k < 85 + 3^{81}(k-4) - k$$

$$(3^k)' \cdot (e^{\ln 3^{81}})' \leq (e^{k \ln 3})' \leq e^{k \ln 3} \ln 3 \leq 3^k \ln 3$$

$$(85 + 3^{81}(k-4) - k)' \leq 3^{81} - 1$$

Оцен 2-х н.:
1) $k \in (4; 5^-)$
2) $k \sim 81$

$$3^k < 3^4 + 3^{81}(k-4) + 4 - k$$

$$3^k - 3^4 < (3^{81} - 1)(k-4)$$

$$3^4(3^{k-4} - 1) < (3^{81} - 1)(k-4)$$

$$3^4(3^{k-4} - 1) < (3^{81} - 1)k$$

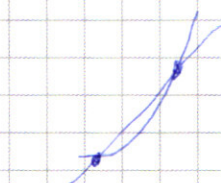
$$k \sim 81: 3^4(3^{81-4} - 1) \leq (3^{81} - 1)k$$

$$\boxed{k \leq 85}$$

т.е. $k = 80$ и т.

□

$$85 + (3^{81} - 1)k - 3^k \geq 4 \cdot 3^{81}$$



$$\sum_{t=1}^{81} ((3^{81} - 1)t - 3^4(3^{81} - 1)) \leq$$

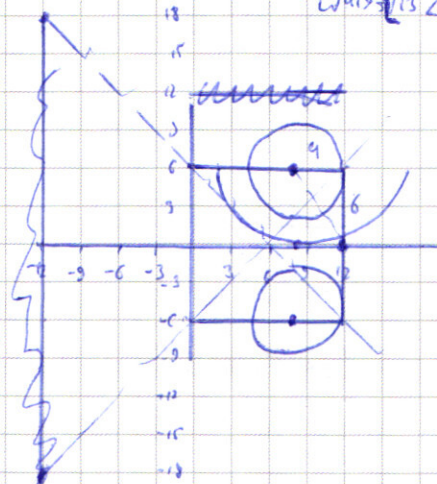
$$\leq 681 \sum_{t=1}^{81} t + 3^4 \sum_{t=1}^{81} 1 - \sum_{t=1}^{81} 3^4 \cdot 3^t$$

$$(2 \cdot 3^4 + 3^2 + 3^2) \cdot (3 + 9 + 27) = 30$$

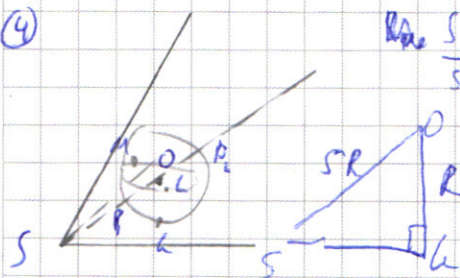
$$\sum_{t=0}^N (a-1)a^t \leq a^{N+1} - 1$$

$$\sum_{t=0}^N a^t \leq \frac{1}{a-1} \sum_{t=0}^N (a-1)a^t \leq \frac{1}{a-1} (a^{N+1} - 1)$$

$$\sqrt{419} \sqrt{13} < 8$$



④



$$\frac{SP_1}{SP_2} = \frac{2}{3}$$

$$SP_1 = 2P_1P_2 = 4R$$

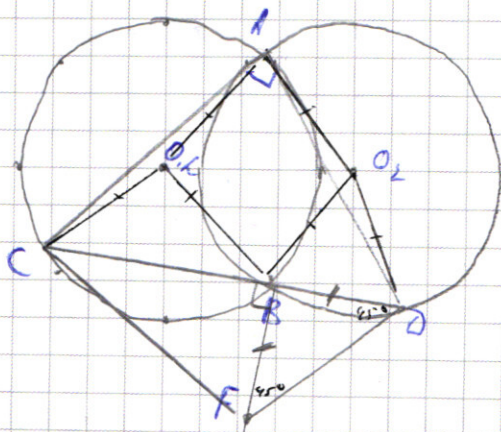
$$\angle SO \leq \arccos \frac{1}{5}$$

$$-x + 6 + y = -x + 6 - y$$

$$-2x \leq 0$$

$$(1-41-6)^2 + (41-8)^2 = a$$

⑥



$$\angle O_1C \leq 360^\circ - \angle - (O_1B \text{ и } O_2D)$$

$$\angle O_2D = 360^\circ - \angle - (O_2B \text{ и } O_1C)$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 18 \\ 618 \\ 1848 \\ 18 \\ \hline 324 \end{array}$$

$$2R^2 - 2R^2 \cos \angle COB$$



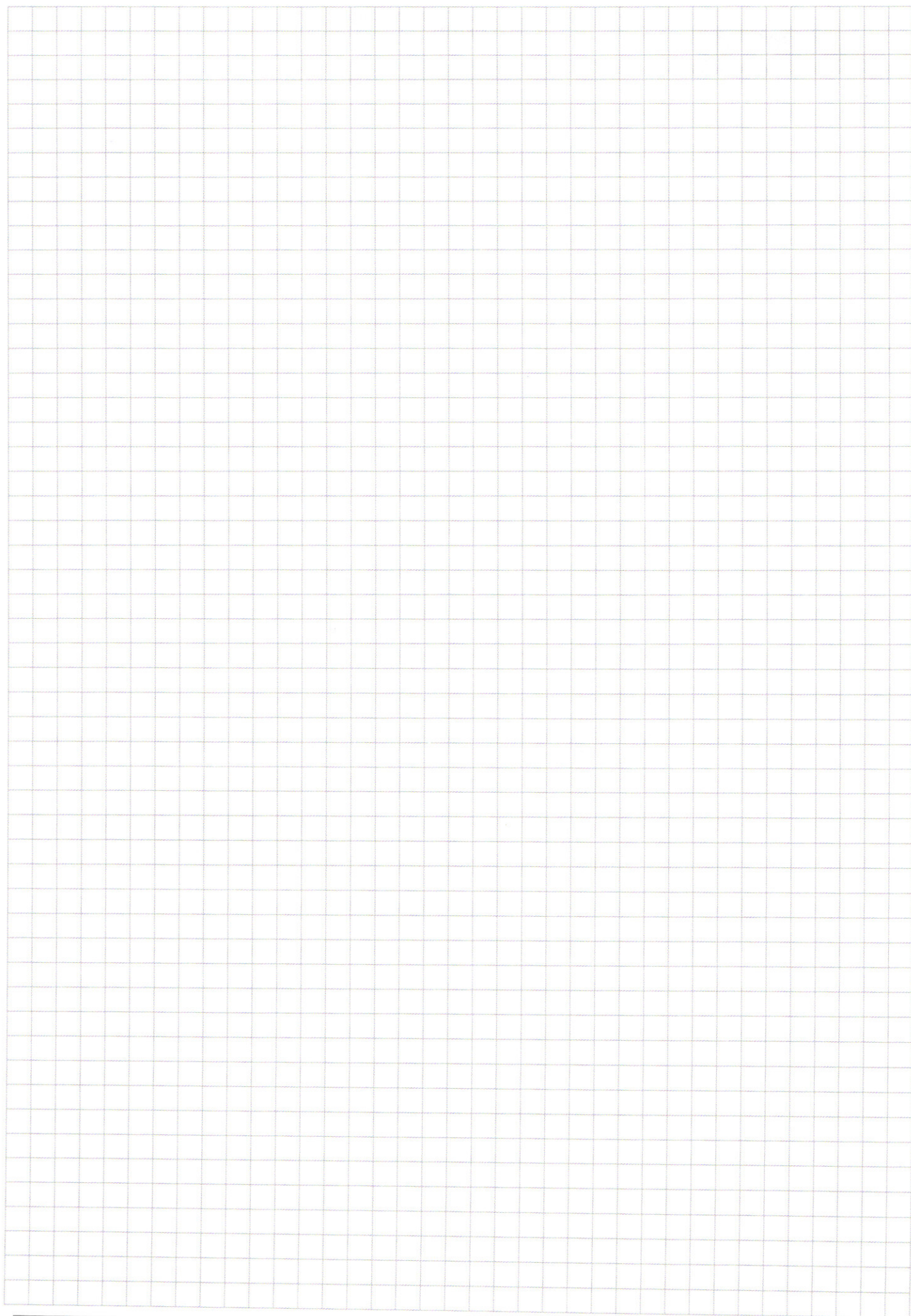
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)