

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 6

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра|
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 4 и 9.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12, \\ (|x| - 6)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

$$16875 = 5^4 \cdot 3^3$$

значит возможны ^{числа} наборы цифр 55553331 (1)
и 55553911 (2)

(т.к. при умножении $5 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ получается число > 9 - такой цифры не существует)

$$(1) C_3^5 \cdot C_1^8 = 10 \cdot 8 = 80$$

(разместим среди 5-ок 3-шки,
и среди полученных выберем
место для 1)

$$(2) \cancel{C_3^5} \cdot C_1^6 \cdot \cancel{C_2^8} =$$

$$= 5 \cdot 6 \cdot 21 = 630$$

(среди четверок разместим 3,
потом среди этих разместим 9 и
среди полученных 2 единицы)

$$\text{Всего } 630 + 80 = 710$$

Ответ: 710

№2. $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$

$$2 \cos 5x \cdot \cos 2x - 2 \sin 5x \cdot \cos 2x = \sqrt{2} \cos 10x$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2} (\cos^2 5x - \sin^2 5x)$$

$$\left[\begin{array}{l} \cos 5x = \sin 5x \\ \cos 2x = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 5x + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 5x \end{array} \right. \left[\begin{array}{l} 5x = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \\ \cos 2x = \cos \left(5x - \frac{\pi}{4} \right) \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5} \\ 2x = 5x - \frac{\pi}{4} + 2\pi k \\ 2x = \frac{\pi}{4} - 5x + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{array} \right. \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5} \\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi k}{3} \\ x = \frac{\pi}{28} + \frac{2\pi k}{7}, k \in \mathbb{Z} \end{array} \right.$$

Ответ:

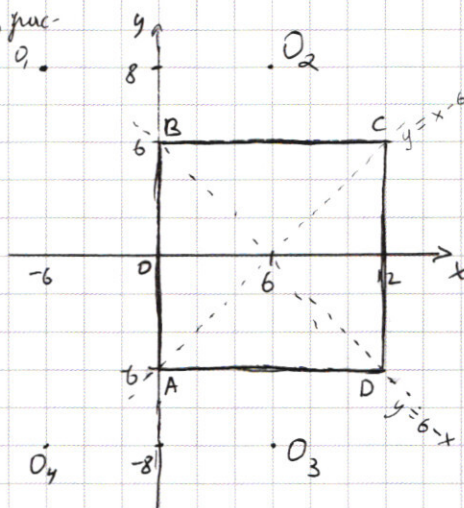
$$\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5} \\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi k}{3} \\ x = \frac{\pi}{28} + \frac{2\pi k}{7} \end{array} \right.$$

~ 5.

$$\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12 \\ (|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a \end{cases}$$

покажем ми-во точек первого ур-ния, рис. 9.

- 1) $y > x-6$
 $y > 6-x$ $y = 6$
- 2) $y < 6-x$
 $y > x-6$ $x = 0$
- 3) $y < 6-x$
 $y < x-6$ $y = -6$
- 4) $y > 6-x$
 $y < x-6$ $x = 6$



получим квадрат со сторонами, параллельными осям координат и равными 12. центр квадрата точка (6; 0) назовем его ABCD

2) ми-во решений второго уравнения -

окр-сти (или их части симметричные окр-сти (или её часть)

относительно Ox , Oy и O с ц. $O_2(6; 8)$. I центры их O, O_2, O_3, O_4 их радиус $\sqrt{a}$

тогда заметим, что ми-во решений системы симметрично

относительно Ox . поэтому будем рассматривать только I и II четверть

$\Rightarrow$ у неё должно быть одно решение.

Зн: если окр-сть $\sqrt{a}$ с ц. O_2 пересекает квадрат, то окр-сть (или её часть) пересекает квадрат, то окр-сть (или её часть)

с ц. O_2 пересекает квадрат на один раз больше

(т.к. они симм.-ны относительно $Oy \Rightarrow$ и один из сторон

центр на $x=0$) и ~~в I~~ I четверти есть ещё стороны квадрата

значит ~~окр-сть~~ окр-сть с ц. O_2 должна иметь ~~пересечение~~ пересечение с верхней половиной квадрата, а окр-сть с ц. O_1 - ни одного

$$\begin{cases} \sqrt{a} < OB \\ \sqrt{a} = \rho(O_2; BC) \end{cases} \quad \begin{cases} \sqrt{a} < \sqrt{6^2 + 2^2} \\ \sqrt{a} = 2 \end{cases}$$

$$a = 4$$

Ответ: 4

1) первое окр-сть ω_1 ; - второе - ω_2

3) $BF \cap \omega_2 = M$, тогда $\angle DBM = 90^\circ$, тогда DM — диаметр, тогда $M \in CA$

$$\frac{AK}{BK} = \frac{AM}{BD}$$
$$\left. \begin{array}{l} \triangle ABDM - \triangle ACK \Rightarrow \angle ABM = \angle ADM \\ \triangle BKA - \triangle ACK \Rightarrow \angle ABM = \angle ACK \end{array} \right\} \angle ACK = \angle ADM$$

из подобия вытекает $BK = BD = BF \Rightarrow \triangle CFK$ — $\mu/\delta \Rightarrow CF = CK$

8) 7.1. $BK = BD = BF$, то $\angle BDK = 45^\circ$
 $\angle FDK = 90^\circ$
 $\angle CAD = 50^\circ$ } $\angle DAC = p/\delta \Rightarrow pA = AC$

$$= \frac{(BC + BD)}{\sqrt{2}}$$

$$BF = \sqrt{26^2 - 10^2} = 24 = BD = 24$$

(43 & BFC)

$$DA = \frac{24+10}{\sqrt{2}} = \frac{34}{\sqrt{2}} = 17\sqrt{2}$$

~~$$\text{u.g. } \Delta DAF \quad AF = \sqrt{FD^2 + DA^2} = \sqrt{(12^2 + 37^2)2} = \sqrt{608} \quad \sqrt{(24^2 + 17^2)2} =$$

$$(\text{u.g. } FD = \frac{24}{\sqrt{2}} = 24\sqrt{2}) \quad = \quad 4\sqrt{70} \quad 3\sqrt{170}$$~~

$$CF = 26$$

~~$AF = 3\sqrt{170}$~~

~~$$p = \frac{17}{\sqrt{2}} + 13 + \frac{3}{5} \sqrt{170}$$~~

$$S = \sqrt{P(P-AC)(P-CF)(P-AF)} = \sqrt{\left(\frac{17}{\sqrt{2}} + 13 + \frac{3}{2}\sqrt{170}\right)\left(13 + \frac{3}{2}\sqrt{170} - \frac{17}{\sqrt{2}}\right) \times \left(\frac{17}{\sqrt{2}} - 13 + \frac{3}{2}\sqrt{170}\right)\left(\frac{17}{\sqrt{2}} - 13 - \frac{3}{2}\sqrt{170}\right)}$$

$$\sin \angle ACF = \sin(45^\circ + \angle BCF) = \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \alpha + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} (\sin \alpha + \cos \alpha)$$

$$\sin \alpha = \frac{12}{13} \quad \cos \alpha = \frac{10}{13} \quad \sin \angle ACF = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{22}{13}$$

$$S_{ACF} = \frac{1}{2} F_c \cdot AC \cdot \sin \angle ACF = \frac{1}{2} \cdot 26 \cdot 17\sqrt{2} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{13} = 17 \cdot 22 = 374 \text{ Ombrem: } 374$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$FD = DK = \sqrt{69} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{138}$$

$$CA + AK = 10\sqrt{2}$$

$$(CA + AK)^2 - 2CA \cdot AK = 169$$

$$200 - 169 = 2CA \cdot AK$$

$$\frac{31}{2} = CA \cdot AK$$

$$\begin{aligned} & \text{уравн} \quad x^2 + 10\sqrt{2}x + \frac{31}{2} \\ & CA = \frac{10\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{138}}{2} \\ & = CA \end{aligned}$$

$$AD = DK + AK = \sqrt{138} + \left(\frac{10\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{138}}{2}\right) = CA$$

$$\text{т.к. } \angle BDK = 45^\circ \rightarrow \angle CAD = 50^\circ, \text{ то } AC = AD = \frac{10 + \sqrt{69}}{\sqrt{2}}$$

$$AF = \sqrt{FD^2 + AC^2}$$

$$\sqrt{138 + \left(\frac{10 + \sqrt{69}}{\sqrt{2}}\right)^2}$$

$$S_{\triangle AFC} = S_{ACFD} - S_{AFD}$$

$$S_{ACFD} = AF \cdot CD - \frac{1}{2} FD \cdot AD$$

$$\sqrt{\left(138 + \frac{(10 + \sqrt{69})^2}{2}\right)} \cdot \frac{10 + \sqrt{69}}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2} \sqrt{138} \cdot \frac{10 + \sqrt{69}}{\sqrt{2}}$$

$$\sqrt{138 + \frac{100 + 20\sqrt{69} + 69}{2}}$$

$$\sqrt{138} \cdot \frac{100}{2} + \sqrt{2} \sqrt{138}$$

$$\begin{array}{r} 138 \\ \times 2 \\ \hline 276 \\ + 169 \\ \hline 445 \end{array}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 3.

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right) \lg y = (-x) \lg(-xy) \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 \end{cases}$$

$$x < 0 \quad y > 0$$

р-м второе ур-ние $y^2 - y\left(\frac{x+8}{2}\right) - \frac{x}{2}(x+4) = 0$

по 7-й Виетти корни $y = -\frac{x}{2}$

$$y = x+4$$

1) $y = -\frac{x}{2} \quad x = -2y$

$$(16y^2) \lg y = (2y) \lg(2y^2)$$

$$(4y) \lg y^2 = (2y) \lg 2 \cdot (2y) \lg y^2$$

$$2 \lg y^2 = (2y) \lg 2$$

$$(y^2) \lg 2 = (2y) \lg 2 \quad \lg 2 \neq 0 \quad y^2 = 2y$$

$$y = 0 \text{ — не подходит по ОДЗ}$$

$$y = 2$$

$$y = 2$$

$$x = -1$$

2) $y = x+4 \quad x = y-4$

$$\left(\frac{(y-4)^2}{y}\right) \lg y^2 = (4-y) \lg \frac{(4-y)y}{y} = 0$$

$$\cancel{(4-y)} \lg y^2 = \cancel{(4-y)} y \lg y^2 \cdot \cancel{(4-y)} \lg(4-y) \cdot \cancel{(4-y)} \lg y$$

$$y \lg(4-y) =$$

привести к нулю

$$\lg y^2 \cdot \lg \left(\frac{(y-4)^2}{y}\right) = \lg \left(\frac{4-y}{y}\right) y \lg(4-y)$$

$$2 \lg y \cdot (2 \lg |y-4| - \lg y) = (\lg(4-y) + \lg y) \lg(4-y)$$

$$\lg y = t$$

$$\lg(4-y) = b$$

$$2t(2b-t) = (b+t)b$$

$$4bt - 2t^2 = bt + b^2$$

$$2t^2 - 3bt + b^2 = 0 \quad | : b^2$$

$$2\left(\frac{t}{b}\right)^2 - 3\left(\frac{t}{b}\right) + 1 = 0$$

$$\frac{t}{b} = 1 \quad \text{или} \quad \frac{t}{b} = \frac{1}{2} \quad 2 \lg y = -$$

$$\lg(y) = \lg(4-y)$$

$$2 \lg(y) = \lg \frac{1}{(4-y)^2}$$

$$y = 4-y \quad y = 2 \quad x = 2$$

$$y^2 = \frac{1}{(4-y)^2}$$

$$16y - 8y^2 + y^3 - 1 = 0$$

$$4y^2 - y^3 - 1 = 0$$

$$y = 2 \quad y^3 - 4y^2 + 1 = 0$$

$$\text{Ответ: } (2; -1) \quad (2; 2)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x) \lg(-xy) & y > 0 \quad x < 0 \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2y^2 - y(x+8) - x^2 - 4x = 0$$

$$x^2 + 16x + 64 + 8x^2 + 32x$$

$$\left(\frac{x^4}{x+4}\right)^2 \lg(x+4) = (-x) \lg(-x(x+4)) \quad 9x^2 + 48x + 64$$

$$\frac{x^4}{x^2(x+4)^2}$$

$$\frac{d\left(\frac{x^4}{x^2(x+4)^2}\right)}{d\left(\frac{x^4}{x^2(x+4)^2}\right)} = \frac{d\left(\frac{x^4}{x^2(x+4)^2}\right)}{d\left(\frac{x^4}{x^2(x+4)^2}\right)}$$

$$\left(\frac{x^4}{x+4}\right)^2 \lg(x+4)^2 = (-x) \lg(x+4)^2 \quad y^2 - y\left(\frac{x+8}{2}\right) - \frac{x(x+4)}{2} = 0$$

$$y = -\frac{x}{2}$$

$$y = x+4$$

$$\left(\frac{x^2}{y}\right)^{\lg y^2} = (-x) \lg(-xy) \quad y_1 + y_2 = \frac{x}{2} + 4$$

$$y_1 \cdot y_2 = -\frac{x}{2}(x+4)$$

$$1) y = -\frac{x}{2} \quad y = x+4$$

$$\left(\frac{x^4 \cdot 4}{x^2}\right)^{\lg(-\frac{x}{2})} = -x \lg(\frac{x}{2})$$

$$y = -\frac{x}{2} \quad x = -2y$$

$$\frac{x^4 \cdot 4}{x^2} \Rightarrow x$$

$$(16y^2)^{\lg y} = (2y)^{\lg(2y^2)}$$

$$(4y)^{\lg y^2} = (2y)^{\lg(2y^2)}$$

$$(4y)^{\lg y^2} = (2y)^{\lg 2 + \lg y^2}$$

$$(4y)^{\lg y^2} = (2y)^{\lg 2} \cdot (2y)^{\lg y^2}$$

$$2^{\lg y^2} = (2y)^{\lg 2}$$

$$(y^2)^{\lg 2} = (2y)^{\lg 2}$$

$$y \lg 2 = 2y \lg 2$$

$$f(x) = (-x)^{\lg \frac{x^4}{2}}$$

$$2^{\lg \frac{x^4}{2}} \cdot (-x)^{\lg \frac{x^4}{2}}$$

$$\frac{x^4}{y^2} \Rightarrow x$$

$$a^{\lg c} = c^{\lg a}$$

$$\lg y (\lg (-x) - \lg y) = \lg (-x) \lg (-xy) = \lg (-x) \lg (-x) + \lg (-x) \lg y = \lg^2 (-x) + \lg (-x) \lg y$$

$$y = x + 4$$

$$\frac{x^y}{(x+4)^2}$$

$$\left(\frac{x}{x+4}\right)^2 \lg(x+4)$$

$$\left(\frac{y-4}{y}\right)^2 \lg y^2 = (4-y) \lg(4-y)y$$

$$\frac{(y-4)^2 \lg y^4}{y \lg y^2} = (4-y) (\lg(4-y) + \lg y)$$

$$\frac{(y^4)^{\lg(y-4)}}{y \lg y^2} = (4-y)^{\lg(4-y)} \cdot (4-y)^{\lg y} \cdot y^{\lg(4-y)}$$

$$\left(\frac{y^4}{4-y}\right)^{\lg(y-4)} = y^{\lg(4-y)^3} = y^{\lg y^2 (4-y) \lg(4-y)}$$

$$\frac{(4-y)^3 \lg y}{(4-y)^3 \lg y} = (4-y)$$

$$\frac{(y^4)^{\lg(4-y/4)}}{(4-y)^{\lg(4-y/4)}}$$

$$\frac{(y^4)^{\lg(4-y)}}{(4-y)^{\lg(4-y)y}} = (4-y)^{\lg(4-y)}$$

$$\frac{(4-y)^{\lg(4-y)} \lg y^4}{(4-y)^{\lg(4-y)}}$$

$$\frac{x^y}{x^0} \cdot \left(\frac{x}{x^0}\right)^0$$

$$\left(\frac{(y-4)^2}{y}\right)^{\lg y^2} = (4-y)^{\lg y^2 (4-y)}$$

$$\frac{(4-y)^{\lg y^4}}{(4-y)^{\lg y}} = y^{\lg y^2} \cdot (4-y)^{\lg y} \cdot (4-y)^{\lg(4-y)}$$

$$\frac{4-y}{4-y} \cdot \frac{(4-y)^{\lg y^4}}{(4-y)^{\lg y}} = y^{\lg y^2} \cdot (4-y)^{\lg(4-y)}$$

$$(4-y)^{\lg y^3} = y^{\lg y^2} (4-y)^{\lg(4-y)}$$

$$\left(\frac{x^y}{y}\right)^{\lg y^2} = (-x)^{\lg(-x)} (-x)^{\lg y} \cdot \frac{(y^3)^{\lg(4-y)}}{(y^3)^{\lg(4-y)^3}}$$

$$\left(\frac{(y-4)^2}{y}\right)^{\lg y^2} = 4 \cdot 4 - y$$

$$(4-y)^{\lg y^4} \quad y^{\lg y^2} = (4-y)^{\lg(4-y)} (4-y)^{\lg y^3}$$

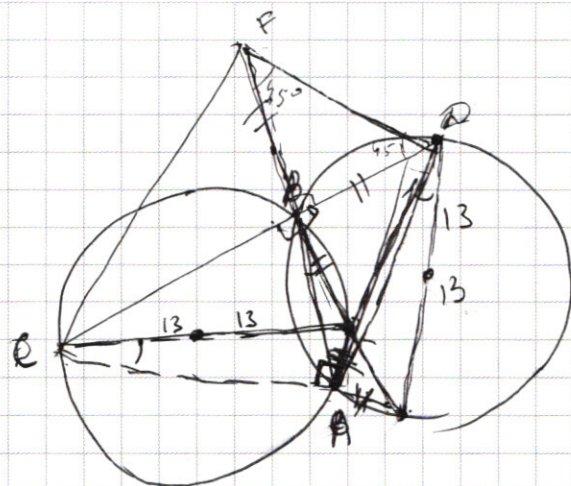
$$\begin{array}{r} 8 \cdot 17 \cdot 5 \cdot 2 \\ 3 \sqrt{17} \cdot 10 \\ \hline 153 \\ 153 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 165 \\ 153 \\ \hline 12 \\ 12 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 576 \\ 189 \\ \hline 465 \end{array}$$

$$140 \cdot 4$$

$$70 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 2$$



$$AF = \sqrt{138 + \frac{138}{4} + 5\sqrt{2} \cdot \sqrt{138} + 50}$$

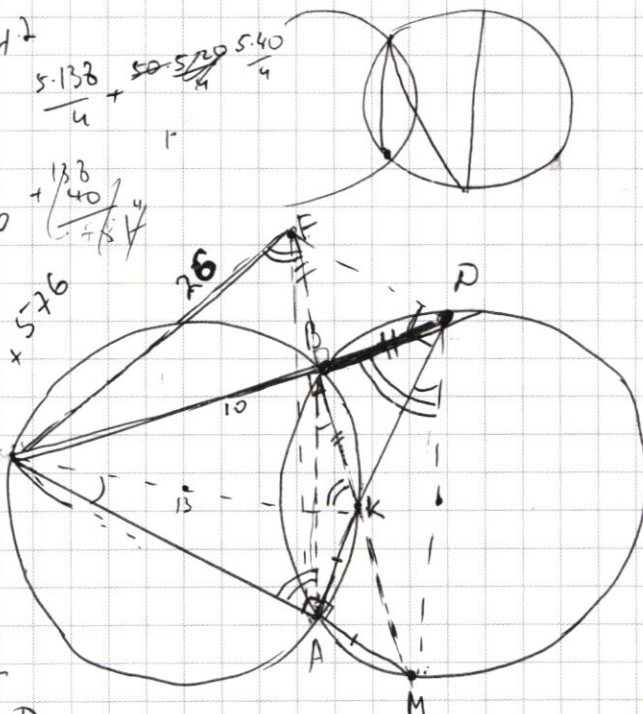
$$\sin \angle CBF = \frac{24}{26} = \frac{12}{13}$$

$\sin \angle CA$

$$\begin{array}{r} 576 \\ 189 \\ \hline 465 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 165 \\ 153 \\ \hline 12 \\ 12 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 140 \cdot 4 \\ 70 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 2 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 24 \\ 15 \\ \hline 9 \\ 9 \\ \hline 0 \end{array}$$

$\triangle K D \sim \triangle A K M$

$$\frac{AK}{BK} = \frac{AM}{BD}$$

$ABDM - \text{впис}$

$$\angle ABM = \angle ADM$$

$C B K A - \text{впис}$

$$\angle ABM = \angle ACK$$

$$CK = DM, \angle ACK = \angle ADM,$$

$$\Rightarrow AK = AM$$

$$BK = BN = BF = D$$

$$\triangle CKB = \triangle CBF = D$$

$$CF = CK = 13$$

$$\angle CFK = \angle CKB = \angle BAC = \angle BDM \Rightarrow \triangle CFDM - \text{впис}$$

$$\angle FCB = \angle BMD \Rightarrow \triangle FCB = \triangle BMD$$

$$BM = BC = 10 \Rightarrow CM = 10\sqrt{2}$$

$$FK \cdot FB = BK \cdot BD, \text{ то } \angle FPK = 90^\circ$$

$$31 = 2CA(10 - CA)$$

$$x^2 - 10x + \frac{31}{2} = 0$$

$$D = 200 - 620 = 138$$

$$CA = \frac{10\sqrt{2} + \sqrt{138}}{2} \quad AK = \frac{10\sqrt{2} - \sqrt{138}}{2}$$

$$AF = \sqrt{FD^2 + AD^2}$$

$$FD = \sqrt{138}$$

$$AD = BK + AK = \sqrt{138} + 5\sqrt{2} - \frac{\sqrt{138}}{2} = \frac{\sqrt{138} + 10\sqrt{2}}{2}$$

$$CD = 10 + \sqrt{69}$$

$$AC = \frac{\sqrt{2} \cdot 10 + \sqrt{69}}{\sqrt{2}}$$

$$CF = 13$$

$$AD = BK + AK =$$

$$= \sqrt{138} + \frac{10\sqrt{2} + \sqrt{69}}{\sqrt{2}}$$

$$CD \cdot AF = FD \cdot AC + FC \cdot AD$$

$$(10 + \sqrt{69})AF =$$

$$\triangle CFA - \text{пис}$$

$$\angle CFK = \angle CKB = \angle BAC = \angle BDM \Rightarrow \triangle CFDM - \text{впис}$$

$$\angle FCB = \angle BMD \Rightarrow \triangle FCB = \triangle BMD$$

$$BM = BC = 10 \Rightarrow CM = 10\sqrt{2}$$

$$FK \cdot FB = BK \cdot BD, \text{ то } \angle FPK = 90^\circ$$

$$31 = 2CA(10 - CA)$$

$$x^2 - 10x + \frac{31}{2} = 0$$

$$D = 200 - 620 = 138$$

$$CA = \frac{10\sqrt{2} + \sqrt{138}}{2} \quad AK = \frac{10\sqrt{2} - \sqrt{138}}{2}$$

$$AF = \sqrt{FD^2 + AD^2}$$

$$FD = \sqrt{138}$$

$$AD = BK + AK = \sqrt{138} + 5\sqrt{2} - \frac{\sqrt{138}}{2} = \frac{\sqrt{138} + 10\sqrt{2}}{2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$y = -\frac{x}{2}$$

$$y = x + 4$$

$$\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-x)} \cdot (-x)^{\lg y}$$

$$\left(\frac{x^4}{y^2(-x)}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-x)}$$

$$\frac{-x^3 \lg y}{y^2 \lg y} = (-x)^{\lg(-x)}$$

$$\frac{(-x)^{\lg y^3}}{(-x)^{\lg(-x)}} = (-x)^{\lg y^3 - \lg(-x)}$$

$$\left(\frac{(-x)^{\lg y^3}}{(-x)^{\lg(-x)}}\right)^{\lg(-x)} =$$

$$\left(\frac{(-x)^{\lg y^3}}{(-x)^{\lg(-x)}}\right)^{\lg y^3} = y^{\frac{2}{3}} \lg(y^3)$$

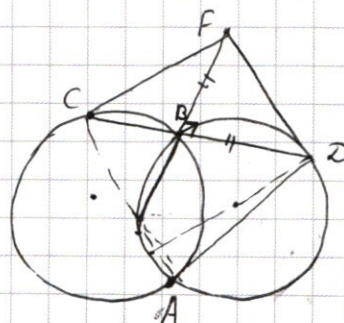
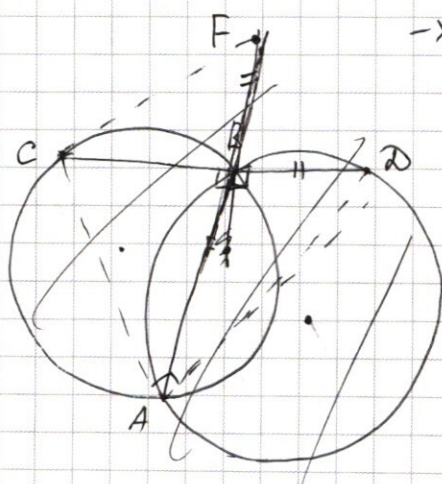
$$\lg(y^3) = 0$$

$$y = 1$$

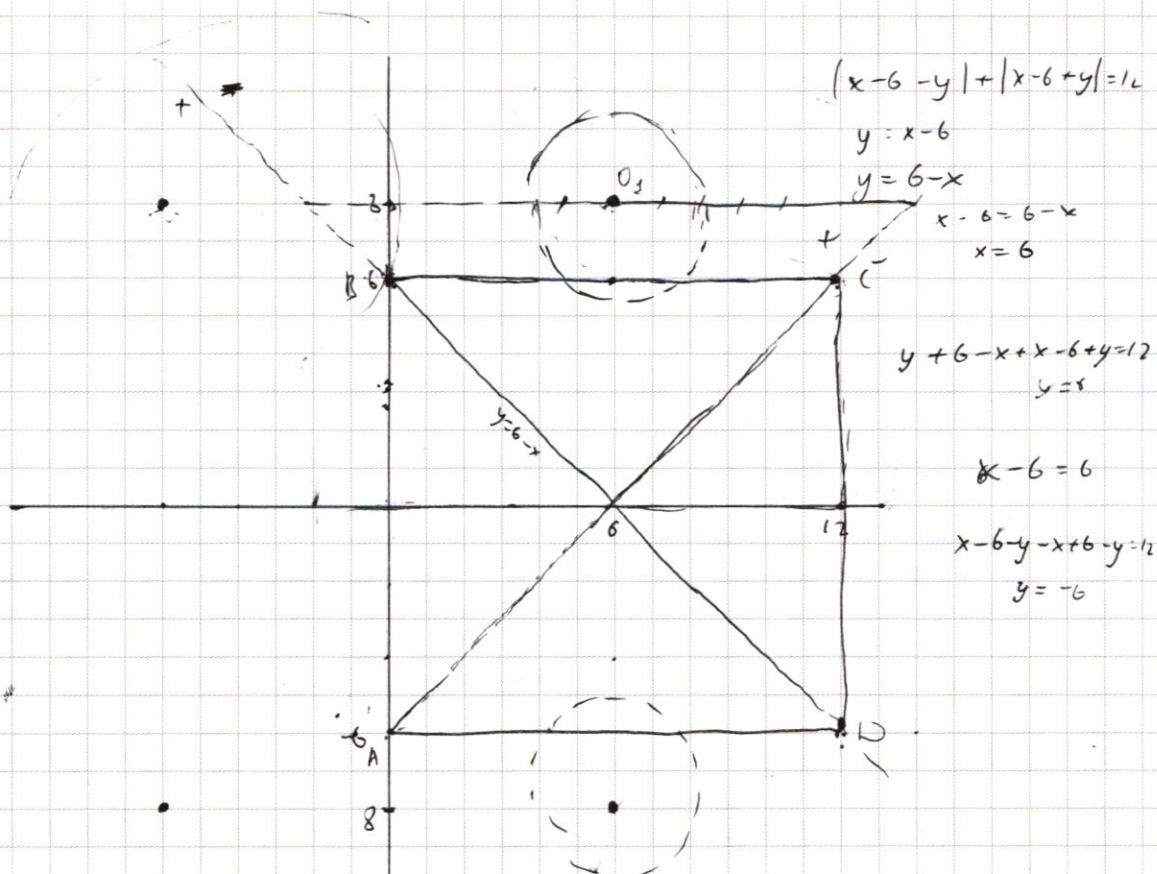
$$\frac{-x}{(-x)^{\lg y^3}} = y^{\frac{2}{3}}$$

$$-x^3 = (-x)^{\lg y^3} \cdot y^2$$

$$\frac{a^4}{y}$$



NS.



$$\sqrt{a} = 2$$

$$a = 4$$

$$\begin{cases} \sqrt{a} > 0 \\ \sqrt{a} = \sqrt{14^2 + 6^2} \\ \sqrt{a} = \sqrt{6^2 + 2^2} \\ \sqrt{a} = \sqrt{18^2 + 14^2} \end{cases}$$

$$\sqrt{a} = \sqrt{18^2 + 14^2}$$

$$a = 18^2 + 14^2 = 324 + 196 = 520$$

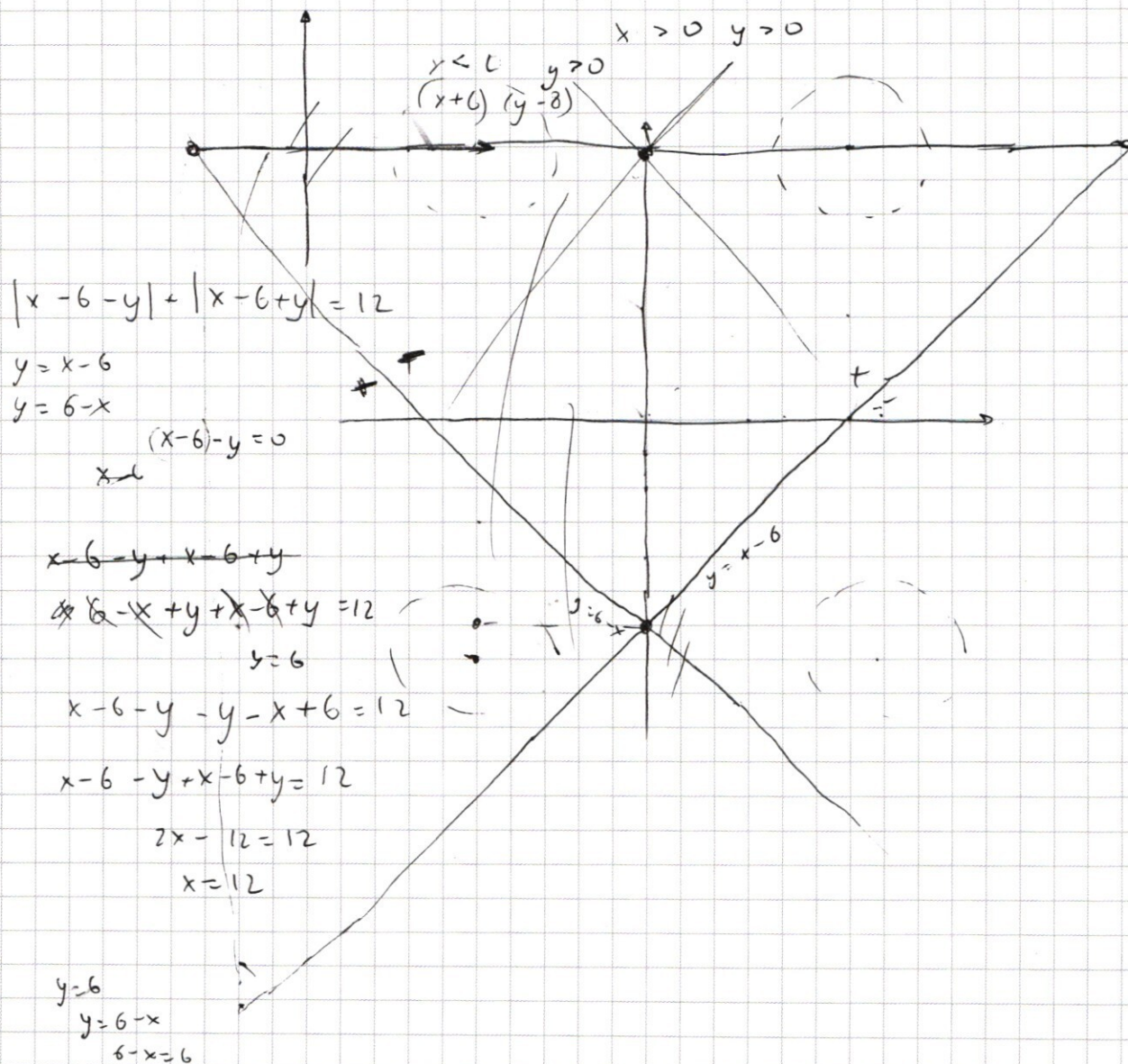
$$a = 520$$

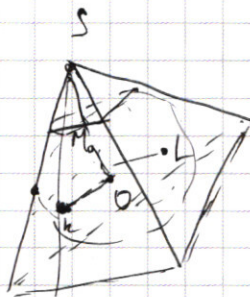
$$\begin{array}{r} \times 18 \\ 18 \\ \hline + 144 \\ \hline 18 \\ \hline + 324 \\ \hline 520 \end{array}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

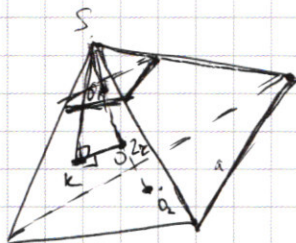
№ 5

$$(|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a$$





$$\frac{V}{45} = 2$$



$$80 \checkmark \quad S_0 - S_0 = 22$$

$$\begin{array}{r} 16875 \\ -15 \\ \hline 18 \\ -15 \\ \hline 37 \\ -35 \\ \hline 25 \end{array} \quad \begin{array}{r} 5 \\ \hline 3375 \\ -30 \\ \hline 37 \\ -35 \\ \hline 25 \end{array} \quad \begin{array}{r} 5 \\ \hline 675 \\ -5 \\ \hline 17 \\ -15 \\ \hline 25 \end{array} \quad \begin{array}{r} 5 \\ \hline 135 \\ -10 \\ \hline 35 \end{array} \quad \begin{array}{r} 5 \\ \hline 27 \end{array}$$

$$5^4 \cdot 3^3$$

$$5.5.5.5.3.3.3.9$$



$$C_3^5 \cdot C_2^2$$

$$2 \cdot \frac{5!}{2! \cdot 3!} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 0}{2 \cdot 3 \cdot 2} = 10$$

$$- \quad 5 \quad - \quad 5 \quad - \quad 5 \quad - \quad 5 \quad -$$

$$5 \quad 5 \quad 5 \quad 5$$

5 мест

$$- \quad 5 \quad - \quad 3 \quad - \quad 3 \quad - \quad 3 \quad - \quad 5 \quad - \quad 5 \quad -$$

8 мест

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

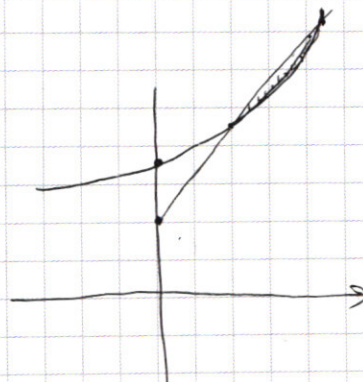
$$85 + (3^{81} - 1)x = 3^x + 4 \cdot 3^{81}$$

$$85 + (3^{81} - 1)x - 3^x - 4 \cdot 3^{81}$$

$$3^{81} - 1 - \ln 3 \cdot 3^x =$$

$$3^{81} - \ln 3 \cdot 3^x$$

$$\frac{3^{81}}{\ln 3} - 3^x$$



$$\frac{7!}{5! \cdot 2!} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{2 \cdot 3 \cdot 2} = 105$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0$$

$$2y^2 - (x+8)y - (x(x+4)) = 0$$

$$y^2 - \left(\frac{x}{2} + 4\right)y - \frac{x}{2}(x+4) = 0$$

$$y = -\frac{x}{2}$$

$$y = x+4$$

~~3.5.3~~

$$\left(\frac{x^2}{x+4}\right) \lg(x+4) = (-x) \lg(-x(x+4))$$

$$\frac{-x \lg(x+4)^2}{(x+4) \lg(x+4)} = (-x) \lg(-x) + \lg(x+4)$$

$$\frac{x^2}{x+4}$$

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$\hookrightarrow 2\cos 5x \cdot \cos 2x - \sqrt{2} \cos 10x = 2\sin 5x \cdot \cos 2x$$

$$2\cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2} \cos 10x$$

$$2\cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2} (2\cos^2 5x - \sin^2 5x)$$

$$2\cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2} (\cos 5x - \sin 5x) (\cos 5x + \sin 5x)$$

$$1) \cos 5x = \sin 5x \quad \lg 5x = 1 \quad 5x = \frac{\pi}{4} + \pi k \quad x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5}$$

$$2) 2\cos 2x = \sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x)$$

$$2\cos 2x = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} \cdot \cos 5x + \sin \frac{\pi}{4} \cdot \sin 5x \right)$$

$$\cos 2x = \cos \left(5x - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\begin{cases} 2x = 5x - \frac{\pi}{4} + 2\pi k \\ 2x = \frac{\pi}{4} - 5x + 2\pi k \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k \\ 7x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k \end{cases}$$