

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 6

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 4 и 9.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12, \\ (|x| - 6)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .

б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

17. Заметим, что $16875 = 3^3 \cdot 5^4$, а число, произведение цифр которого равно 16875 , - восьмизначное, значит цифрами этого числа могут являться ^{1, 3, 3, 3, 5, 5, 5, 5} ~~перестановки цифр~~.
Осталось посчитать варианты перестановок цифр.
Для этого нужно посчитать, сколько можно составить 7-значных чисел из цифр $3, 3, 3, 5, 5, 5, 5$ и дополнить их кол-во "разбиений" этого числа цифрой 1.

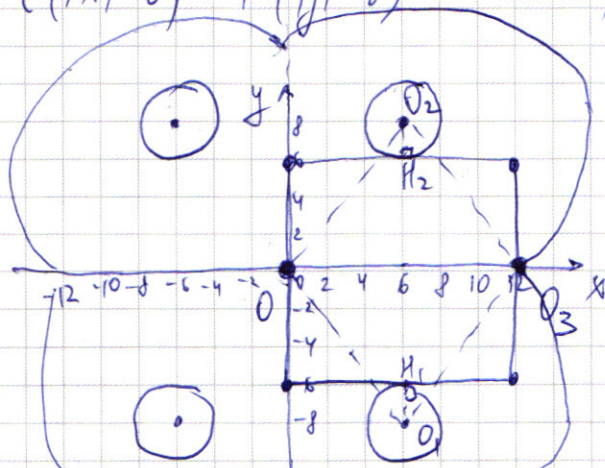
кол-во симметричных чисел из $3, 3, 3, 5, 5, 5, 5$ -
 $\frac{7!}{3!4!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2} = 35$, а единичку между цифрами (или в начале) этого числа можно вставить 1 раз $\Rightarrow$ восьмизначных чисел с произведением цифр 16875 - 280, но так как $3 \cdot 3 = 9$, то посчитаем кол-во чисел для выбора

$$\frac{8!}{2!4!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{2} = 4 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 42 \cdot 20 = 840, \text{ т.е. } 1, 1, 9, 3, 5, 5, 5, 5 \Rightarrow$$

всего таких чисел $840 + 280 = 1120$.

Ответ: 1120.

N5.
$$\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12 & (1) \\ ((x|-6))^2 + (y|-8))^2 = a & (2) \end{cases}$$



Заметим, что первое уравнение даёт нам график квадрата со стороной 12 и центром в т. $(6; 0)$, а второе уравнение - уравнение четырех окружностей (или их частей) с центрами в точках $(-6; 8); (6; 8); (-6; -8); (6; -8)$ и радиусом $\sqrt{a}$. Части этих окружностей находятся только там, где их центр. (6 той координатной четверти)

Два два решения равно двух случаях:

- (1) когда радиус окружностей равен $O_1O_2 = O_1O_3 = O_2O_3 = O_2O_4$
- (2) или когда радиус окружностей равен $O_2H_2 = O_1H_1$

В первом случае $\sqrt{a} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10 \Rightarrow a = 100$ (решения: $(0; 0); (0; 12)$)

Во втором случае $\sqrt{a} = 2 \Rightarrow a = 4$ $(6; 6); (6; -6)$

Ответ: $a = 4, 100$.

$x = (0; 0); (0; 12)$ при $a = 100$
 $(6; 6); (6; -6)$ при $a = 4$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} & (1) \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 & (2) \end{cases} \quad (N3)$$

$$\begin{matrix} -xy > 0 \\ y > 0 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} x < 0 \\ y > 0 \end{matrix}$$

$$(2): \begin{aligned} 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y &= 0 \\ 2y^2 - y(x+8) + (-x^2 - 4x) &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D &= (x+8)^2 - 4(-x^2 - 4x) = \\ &= x^2 + 16x + 64 + 4x^2 + 16x = \\ &= 5x^2 + 32x + 64 = (3x+8)^2 \end{aligned}$$

$$y_{1,2} = \frac{x+8 \pm (3x+8)}{4} = (-0,5x) \cdot (x+4)$$

(т.к. при
любом $\pm$, то
модуль реализуется
в любом
случае)

$$(1): \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}$$

$$x^4 \lg y \cdot y^{-2} \lg y = (-x)^{\lg(-x)} \cdot (-x)^{\lg y}$$

$$x \neq 0, \text{ т.к. } x < 0$$

$$\left(\frac{x^4 y^{-2}}{-x}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-x)}$$

$$(-x^3 y^{-2})^{\lg y} = (-x)^{\lg(-x)}$$

$$\lg y = \lg(-x^3 y^{-2}) \cdot (-x)^{\lg(-x)}$$

$$\lg y = \lg(-x) \quad \lg(-x^3 y^{-2}) (-x)$$

$$\frac{\lg y}{\lg(-x)} = \lg(-x^3 y^{-2}) (-x)$$

$$\lg_{(-x)} y = \lg_{(-x)} (-x^3 y^{-2}) (-x)$$

$$\lg_{(-x)} y = \frac{1}{\lg_{(-x)} (-x^3 y^{-2})}$$

$$\lg_{(-x)} y \lg_{(-x)} (-x^3 y^{-2}) = 1$$

$$\lg_{(-x)} y (\lg_{(-x)} (-x^3) + \lg_{(-x)} (y^{-2})) = 1$$

$$\lg_{(-x)} y (3 - 2 \lg_{(-x)} y) = 1$$

Пусть $\lg_{(-x)} y = t$, тогда

$$t(3 - 2t) = 1$$

$$3t - 2t^2 = 1$$

$$2t^2 - 3t + 1 = 0$$

$$D = 9 - 4 = 1$$

$$t_{1,2} = \frac{3 \pm 1}{4} = 1; 0,5$$

$$\begin{cases} \lg_{(-x)} y = 1 \\ \lg_{(-x)} y = 0,5 \end{cases} \Rightarrow$$

$$-x = y$$

$$\sqrt{-x} = y \quad (y > 0, -x > 0)$$

$$-x = y^2$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} y = -x \\ y^2 = -x \\ y = x+4 \\ y = -0,5x \end{cases}$$

$$0,25x^2 = -x$$

$$x(0,25x+1) = 0$$

$$\cancel{x=0} \quad (x < 0)$$

$$0,25x + 1 = 0$$

$$x = -4 \Rightarrow y = 2$$

$$x+y = -x$$

$$2x+y = 0$$

$$x = 2 \Rightarrow y = 2$$

$$\cancel{-0,5x = -x}$$

$$\cancel{x = 0}$$

$$\cancel{(x < 0)}$$

$$y(x+4)^2 = -x$$

$$x^2 + 8x + 16 = -x$$

$$x^2 + 9x + 16 = 0$$

$$D = 81 - 64 = 17$$

$$x_{1,2} = \frac{-9 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$y_1 = \frac{-9 + \sqrt{17}}{2} + 4 = \frac{\sqrt{17} - 1}{2}$$

$$y_2 = \frac{-9 - \sqrt{17} + 8}{2} = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2} < 0$$

$$\cancel{(x < 0)}$$

Ответ: $(-2; 2); (-4; 2); \left(\frac{-9 + \sqrt{17}}{2}; \frac{\sqrt{17} - 1}{2}\right)$

N2

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$\cos 7x + \cos 3x = 2 \cos 5x \cos 2x$$

$$\sin 7x + \sin 3x = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} \cos 10x = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} (\cos^2 5x - \sin^2 5x) = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} \cos^2 5x + \sqrt{2} \sin^2 5x = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$\sqrt{2} \cos 5x (\sqrt{2} \cos 2x - \cos 5x) = \sqrt{2} \sin 5x (\cos 2x - \sin 5x)$$

$$(\cos 5x - \sin 5x) (\sqrt{2} \cos 2x - \cos 5x) = 0$$

$$\begin{cases} \cos 5x = \sin 5x \\ \sqrt{2} \cos 2x = \cos 5x \end{cases}; \quad \begin{cases} \operatorname{tg} 5x = 1 \end{cases}$$

$$\sqrt{2} \cos 5x (\sqrt{2} \cos 2x - \cos 5x) = \sqrt{2} \sin 5x (\sqrt{2} \cos 2x - \sin 5x)$$

$$(\cos 5x - \sin 5x) (\sqrt{2} \cos 2x - \cos 5x) = 0$$

$$\begin{cases} \cos 5x - \sin 5x = 0 \\ \sqrt{2} \cos 2x - \cos 5x = 0 \end{cases}; \quad \begin{cases} \operatorname{tg} 5x = 1 \\ \cos 5x = \sqrt{2} \cos 2x \end{cases}; \quad \begin{cases} \operatorname{tg} 5x = 1 \\ \frac{\cos 5x}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 2x \end{cases}$$

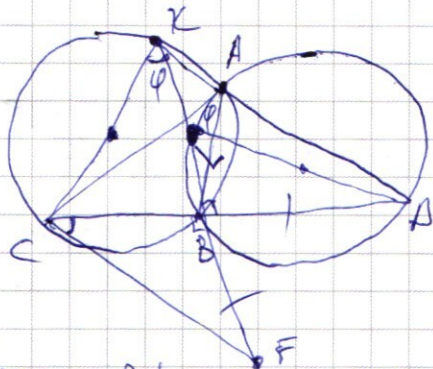
$$\begin{cases} \operatorname{tg} 5x = 1 \\ \frac{\cos 5x}{2} = \cos 45^\circ \cdot \cos 2x \end{cases} \Rightarrow 5x = \frac{\pi}{4} + \pi k \Rightarrow x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi}{5} k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\cos \alpha \cdot \cos \beta = \frac{\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)}{2} = \frac{\cos(45^\circ - 2x) + \cos(2x + 45^\circ)}{2}$$

Ответ: $\frac{\pi}{20} + \frac{\pi}{5} k, k \in \mathbb{Z}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6



Дано:

$$R=13$$

$$\angle CAD = 90^\circ$$

$$BC=10$$

$$BD=BF$$

Найти: CF ?

$$S_{\triangle ACF}?$$

а) KC и DL — диаметры (по построению)

$$\angle LAD = \angle LAK = 90^\circ \quad (\angle LAD = 90^\circ \text{ т.к.}$$

вписанный и
опирается на диаметр,

$$\angle LAK = \angle CAK = 90^\circ$$

($\angle CAK$ — вписанный,
опирается на
диаметр)

т. $L \in AC$, т.к.

2) $\angle AB = \varphi$, тогда $\angle CAB = \varphi$
(опирается на
одну дугу,
вписанные)

3) $\angle LAB = \angle LDB = \varphi$, т.к. вписанные
и опираются на
одну дугу.

4) $\triangle CKB = \triangle LDD$ (по стороне $KB=LD$ и сторонам $\angle CKB = \angle LDD$ и $\angle KCB = \angle LLD$)

$$CK = LD = 2R = 26, \angle CKB = \angle BDL = \varphi,$$

$$\text{тогда} \Rightarrow BL = BC \text{ и } BK = BD$$

$$5) \triangle BDL = \triangle CBF \quad (BC = BL, BD = BF) \Rightarrow CF = LD = 26$$

$$1) BC = 10 = BL$$

$$BF = \sqrt{26^2 - 10^2} = \sqrt{6 \cdot 36} = 24 = BD \Rightarrow \angle K = BK = BE =$$

$$= 24 - 10 = 14$$

$$\angle CLB = \angle BCL = \frac{180^\circ - 90^\circ}{2} = 45^\circ, \angle KEA = \angle CLB \text{ (вертикальные)} =$$

$$= 45^\circ,$$

$$\angle AKE = 180^\circ - 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$$

2) $\triangle ALK$ - равнобедренный, $AK = AL = x$, тогда $\Rightarrow$

$$x^2 + x^2 = 16$$

$$x = 2$$

$$x = 2$$

$$24^2 = 196$$

$$x^2 = 98$$

$$x = \sqrt{98}$$

$$x$$

$$3) \sin \angle BCF = \frac{BF}{FC} = \frac{24}{26} = \frac{12}{13}$$

$$\cos \angle BCF = \sqrt{1 - \frac{144}{169}} = \frac{5}{13}$$

↓

$$\sin \angle ACF = \sin(45^\circ + \angle BCF) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos \angle BCF + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \angle BCF =$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{5}{13} + \frac{12}{13} \right) = \frac{\sqrt{2} \cdot 17}{13} = \frac{17\sqrt{2}}{13}$$

$$S_{\triangle ACF} = \frac{1}{2} (CF + LA)$$

$$CF = \frac{1}{\sin \angle ACF} = \frac{1}{\frac{17\sqrt{2}}{13}} = \frac{13}{17\sqrt{2}}$$

$$= \frac{1}{2} (10\sqrt{2} + \sqrt{98}) \cdot \frac{13}{17\sqrt{2}} =$$

$$= 17\sqrt{2} (10\sqrt{2} + \sqrt{98}) =$$

$$= 340 + 17\sqrt{98 \cdot 2} =$$

$$= 340 + \sqrt{196} =$$

$$= 340 + 14 =$$

$$= 354$$

Ответ: 26; 354

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$x^4 y^{-2}$$

$$10^2 = y$$

$$x^4 y^{-2} = (-x)^4 (-y)^{-2}$$

$$(-x)^4 (-y)^{-2}$$

$$y^2 = \sqrt{BC^2 + AC^2}$$

$$BL = AC$$

$$\left(\frac{x^4 y^{-2}}{-x} \right) = (-x)^4 (-y)^{-2}$$

$$\frac{196}{16} = \frac{196}{16}$$

$$(-x^3 y^{-2}) = (-x)^4 (-y)^{-2}$$

$$28 \cdot 70$$

$$\log y = \log (-x^3 y^{-2}) (-x)^4$$

$$\log y = \log (-x) \log (-x^3 y^{-2}) (-x)$$

$$\frac{\log y}{\log (-x)} = \log (-x^3 y^{-2}) (-x)$$

$$\log_{-x} y = \log_{-x} (-x^3 y^{-2}) (-x)$$

$$\log_{-x} x = 1$$

$$x^4 \lg y \cdot y^{-2} \lg y = (-x)^{\lg(-x)} \cdot (-x)^{\lg y}$$

$$(-x^3 y^{-2})^{\lg y} = (-x)^{\lg(-x)}$$

$$\lg y = \lg_{(-x^3 y^{-2})}((-x)^{\lg(-x)})$$

$$\lg y = \lg(-x) \lg_{(-x^3 y^{-2})}(-x)$$

$$\lg_{(-x)} y = \lg_{(-x^3 y^{-2})}(-x)$$

$$\lg_{(-x)} y = \frac{1}{\lg_{(-x)}(-x^3 y^{-2})}$$

$$\lg_{(-x)} y \cdot \lg_{(-x)}(-x^3 y^{-2}) = 1$$

$$t^2 - 3t + 2 = 0$$

$$D = 9 - 4 = 1$$

$$\lg_{(-x)}(-x^3 y^{-2}) = \lg_y(-x)$$

$$y^{\lg_y(-x)} = y^{\lg_{(-x)}(-x^3 y^{-2})}$$

$$\lg_{(-x)}(-x) + \lg_{(-x)}(-x) + \lg_{(-x)}(-x) + \lg_{(-x)}(y^{-2}) = \lg_y(-x)$$

$$3 + \lg_{(-x)} y^{-2} = \lg_y(-x)$$

$$3 - 2 \lg_{(-x)} y = \lg_y(-x) \quad y^{\lg_{(-x)}(-x)} \cdot y^{\lg_{(-x)}(x^2 y^{-2})}$$

$$3 - \frac{2}{\lg_y(-x)} = \lg_y(-x) \quad y^{\lg_{(-x)}(x^2 y^{-2})} + 3$$

$$3 \lg_y(-x) - 2 = \lg_y^2(-x) \quad y^{\lg_{(-x)}(x^2 y^{-2})}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81}$$

$$y < 81 + 4 + (3^{81} - 1)x$$

а*бс

$$3^x + 4 \cdot 3^{81} = 3^{81}x - x + 85$$

$$3^x - 3^{81}x + x = 85 - 4 \cdot 3^{81}$$

9.3⁸¹ + 1

85

3

$$\cos 2x = \cos 45^\circ \cos(5x - 45^\circ)$$

$$\cos 5x + \cos 90^\circ$$

$$\cos 2x = \frac{\cos 5x + \cos 90^\circ}{2}$$

$$\cos 2x = \cos 5x$$

$$\cos 5x = \cos 2x$$

$$3^{81}x - x + 85$$

$$(3^{81} - 1)x + 85$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{81}$$

$$1 + (3 + 1) \cdot 3^{81}$$

$$(3^{81} - 1)x + 85$$



$$3^x + 4 \cdot 3^{81} < 85 + 3^{81}x - x$$

$$3^4 + 4$$

3

$$x^4 \lg y \quad y^{-2} \lg y =$$

$$x^4 \lg y \quad (10^{\lg y})^{-2}$$



$$\begin{array}{r} 16875 \\ 5625 \\ 1175 \\ 625 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \end{array} \left| \begin{array}{l} 1 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{r} 16875 \\ 15 \\ 18 \\ 18 \\ 0 \\ 7 \\ 6 \\ 15 \end{array} \left| \begin{array}{l} 3 \\ 5625 \\ 3 \\ 26 \\ 24 \\ 22 \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{r} 5625 \\ 3 \\ 1875 \\ 18 \\ 625 \end{array} \left| \begin{array}{l} 3 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \end{array} \right.$$

$$\sqrt{\sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cos x} = \sqrt{1 + \sin 2x}$$

$$\sin x + \cos x =$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\frac{7 \cdot 8 \cdot 5}{3 \cdot 2} = 35$$

$$1 + 2 \sin x \cos x = \sqrt{1 + \sin 2x}$$

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$\cos x + \cos \beta$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos 7x + \cos 3x = 2 \cos 5x \cos 2x$$

$$\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta) = 2 \cos \alpha \cos \beta$$

$$\sin 7x + \sin 3x = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} \quad & 2 \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} \cos 10x = 2 \sin 5x \cos 2x \\ & 2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2} \cos 10x \\ & 2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) - \sqrt{2} (\cos 5x - \sin 5x) (\cos 5x + \sin 5x) = 0 \\ & (\cos 5x - \sin 5x) (2 \cos 2x - \sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x)) = 0 \\ & 2 \cos 2x = \sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x) \\ & 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2} \\ & \sin \alpha + \cos \alpha = 2 \sin \alpha \cos 10x - 90^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos 5x + \cos (90 - 5x) &= \sin 5x \\ \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} &= 2 \cos 45 \cos (5x - 45) \\ 2 \cos 2x &= \sqrt{2} \cos (5x - 45) \end{aligned}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{aligned}
 & (4x^2)^{\lg -0,5x} \\
 & 4^{\lg -0,5x} x^{2 \lg -0,5x} = x^{\lg 0,25 x^2} \left(\frac{x^2}{y^2}\right)^{\lg y} \\
 & \frac{x^4 \lg y}{y^2 \lg y} \\
 & \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} \\
 & 10^p = -x \\
 & -0,5x -x^{10^p} \\
 & -x + 0,5x \\
 & \lg -x \\
 & \lg_2 7 \\
 & (10^{2,5})^5 \\
 & (10^{-x})^y = xy \\
 & \frac{p!}{3!4!} = p. \\
 & \lg y = \frac{\lg 1}{\lg 10} = 0 \\
 & x^4 \lg y \cdot y^{-2} \lg y \\
 & x^4 \\
 & \frac{(x^4)^{\lg y} \cdot (y^{-2})^{\lg y}}{x^4 (-x)^{\lg y}} \\
 & \frac{x^4 \lg y}{y^2 \lg y} \\
 & \frac{x \lg y^4}{y \lg y^2} = \frac{x^2 \lg y^2}{y \lg y^2} = \frac{x^2 \lg y^2 \lg y - x + 1}{y \lg y^2} \\
 & (-x) (-x^3 y^{-2})^{\lg y} = (-x)^{\lg y} (-x)^{\lg y} = (-x)^{\lg y} (-x)^{\lg y} \\
 & -x^3 \lg y y^{-2} \lg y = -x^3 \lg y (-x)^{\lg y} \\
 & (-x)^{\lg y} y^{-2} \lg y = -x^3 \lg y (-x)^{\lg y} \\
 & (-x)^{\lg y} y^3 = (-x)^{\lg y} (-x)^{\lg y}
 \end{aligned}$$

$$x^4 \lg y^{-2} \lg y = (-x) \lg(-x) (-x) \lg y$$

$$\left(\frac{x^4 y^{-2}}{-x}\right) \lg y = (-x) \lg(-x)$$

$$\left(\frac{x^4}{y^2}\right) \lg y = (-x) \lg(-x)$$

$$y^{5 \lg x} \lg x = y^{4 \lg x} y^{\lg x}$$

$$2 \lg x \cdot \lg x$$

$$(-x^3 y^2) \lg y = (-x) \lg(-x)$$

$$(-x^3) \lg y y^{-2} \lg y = (-x) \lg(-x)$$

$$\frac{x^4 \lg y}{y^2} y^{-2} \lg y =$$

$$= \star \lg y$$

$$\star \cdot \lg y$$

$$(-x) \lg y^3 y^{-2} \lg y = (-x) \lg(-x)$$

$$(-x) \lg y^3 - \lg(-x) = y^{2 \lg y}$$

$$(-x) \lg\left(\frac{-y^3}{x}\right) = y^{2 \lg y^2}$$

$$x^4 \lg(y \lg y)^{-2}$$

$$x^4 \lg y = (-x) \lg y$$

$$\left(\frac{x^4}{-x}\right) \lg y = 1$$

$$-(-0,5x)^3$$

$$(-x) \lg(0,125 x^2) = (-0,5x) \lg 0,25 x^2$$

$$(-x) \lg 0,125 + (-x) \lg(x^2) = (-0,5x) \lg 0,25 + (-0,5x) \lg x^2$$

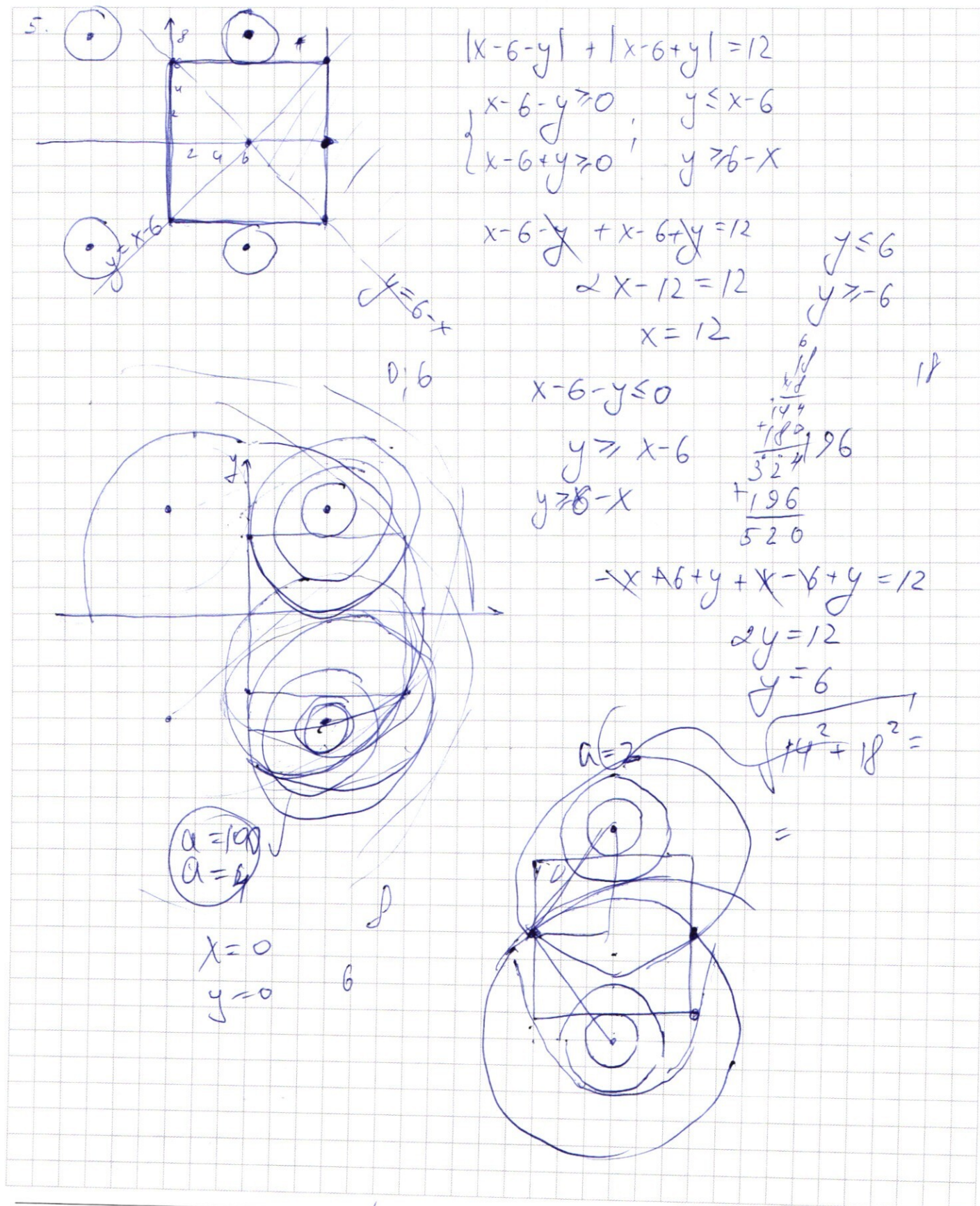
$$\frac{1}{8} (-x) \lg 0,125 + \frac{(x^2) \lg x}{x \lg x \cdot x \lg x}$$

$$(-x^3) \lg y = 1$$

$$y=1 = \begin{cases} \lg y = 0 \\ -x^3 = 1 \end{cases}$$

$$x=-1$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}$$

$$\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{-1} \quad \text{AK} = \frac{1}{L}$$

$$2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0$$

$$y^2 - 8y + 16 - (x^2 + 4x + 4) + y^2 - xy = 12$$

$$16 - 4 + 12$$

$$10$$

$$0 \Rightarrow x \geq -\frac{8}{3}$$

$$(y-4)^2 - (x+4)^2 + y(y-x) = 12$$

$$\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (y-4-x-4)(y-4+x+4) + y(y-x) = 12$$

$$= \frac{x^4 \lg y}{y^2 \lg y} = (y-x-8)(y+x) + y(y-x)$$

$$y(2y-x) - x^2 + 4(2y-x) = 0$$

$$x < 0$$

$$(2y-x)(y+4) = x^2$$

$$y = -0,5x > 0$$

$$\frac{x^4}{0,25x^2}$$

$$x^2 - 2y$$

$$2y^2 - y(x+8) + (-x^2-4x) = 0 \quad (4x^2)^{\lg x}$$

$$D = (x+8)^2 + 8(x^2+4x) =$$

$$y = x+4 ; \quad 3x+8 \geq 0 \quad x \geq -\frac{8}{3} = x^2 + 16x + 64 + 8x^2 + 32x =$$

$$y = -0,5x \quad 3x+8 \leq 0$$

$$= 9x^2 + 48x + 64 =$$

$$x < -\frac{8}{3}$$

$$= (3x+8)^2$$

$$= (3x+8)^2$$

$$y_{1,2} = \frac{x+8 \pm \sqrt{3x+8}}{4} =$$

$$= \frac{x+8+3x+8}{4} = x+4$$

$$\frac{x+8-3x-8}{4} = -0,5x$$

$$-xy > 0$$

$$xy < 0$$



черновик



чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$x^2 - 2xy = 4x - 3y^2 + 12y = 0$$

$$x^2 = x(2y + 4) + (12y - 3y^2) = 0$$

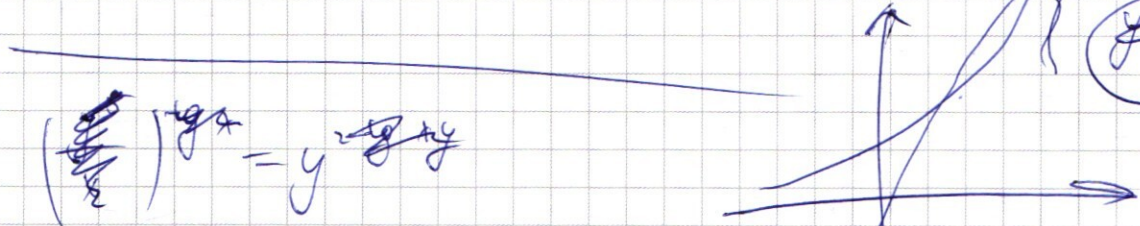
$$D = (2y + 4)^2 - 4(12y - 3y^2) =$$

$$= 4y^2 + 16y + 16 - 48y + 12y^2 =$$

$$= 16y^2 - 32y + 16 = (4y - 4)^2$$

$$x_{1,2} = \frac{(2y + 4) \pm (4y - 4)}{2} = \frac{2y + 4 + 4y - 4}{2} = 3y \Rightarrow y = \frac{x}{3}$$

$$= \frac{2y + 4 - 4y + 4}{2} = -y + 4 \Rightarrow y = 4 - x$$



$$\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}$$

$$y^{5 \lg x} \cdot x^{-\lg x} = y^{2 \lg xy}$$

$$y^{5 \lg x} \cdot x^{-\lg x} = (y^2)^{\lg x} \cdot x \cdot (y^2)^{\lg y} = y^{2 \lg x} \cdot y^{2 \lg y}$$

$$\left(\frac{y^5 \cdot x^{-1}}{y^2}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg y}$$

$$(y^3 x^{-1})^{\lg x} = y^{2 \lg y}$$

$$\lg x = \lg (x^{-1}y^3) (y^2 y y)$$

$$\lg x = 2 \lg y + \lg (x^{-1}y^3) y$$

$$\lg x = \lg y^2 \lg (x^{-1}y^3) y$$

$$\lg y^2 x = \lg (x^{-1}y^3) y$$

$$\lg y x = 2 \lg (x^{-1}y^3) y$$

$$\log_y x = \frac{2}{\log_y (x^{-1}y^3)}$$

$$\log_y x = \frac{2}{\log_y (x^{-1}) + \log_y y^3}$$

$$\log_y x = \frac{2}{- \log_y x + 3}$$

$$\log_y x = \frac{2}{3 - \log_y x}$$

$$3 \log_y x - \log_y^2 x = 2$$

Пусть $\log_y x = t$

$$t^2 - 3t + 2 = 0$$

$$D = 9 - 4 = 1$$

$$t_{1,2} = \frac{3 \pm 1}{2} = 2; 1$$

$$\begin{cases} \log_y x = 1 \\ \log_y x = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} y = x \\ x = y^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x \\ y^{-1} = x \\ y = \frac{x}{3} \\ y = 4 - x \end{cases}$$

$$x = \frac{x}{3} \Rightarrow x = 0 \quad (x \neq 0)$$

$$x = 4 - x \Rightarrow x = 2 \Rightarrow y = 2$$

$$\frac{x^2}{9} = x \Rightarrow x(x-9) = 0$$

$$\begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq 9 \Rightarrow y = 3 \end{cases}$$

$$(4-x)^2 = x$$

$$x^2 - 8x + 16 = x$$

$$x^2 - 9x + 16 = 0$$

$$D = 81 - 64 = 17$$

$$x_{1,2} = \frac{9 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$x > 0$$

$$y > 0$$

$$y = 4 - \frac{9 + \sqrt{17}}{2} = \frac{8 - 9 - \sqrt{17}}{2} = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2} < 0$$

$$x = \frac{9 - \sqrt{17}}{2}$$

$$(1, 2), (2, 2), (3, 3), \left(\frac{9 - \sqrt{17}}{2}, \frac{9 - \sqrt{17}}{2}\right) \in \left(\frac{9 - \sqrt{17}}{2}, \frac{9 - \sqrt{17}}{2}\right)$$