

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 6

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 4 и 9.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12, \\ (|x| - 6)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

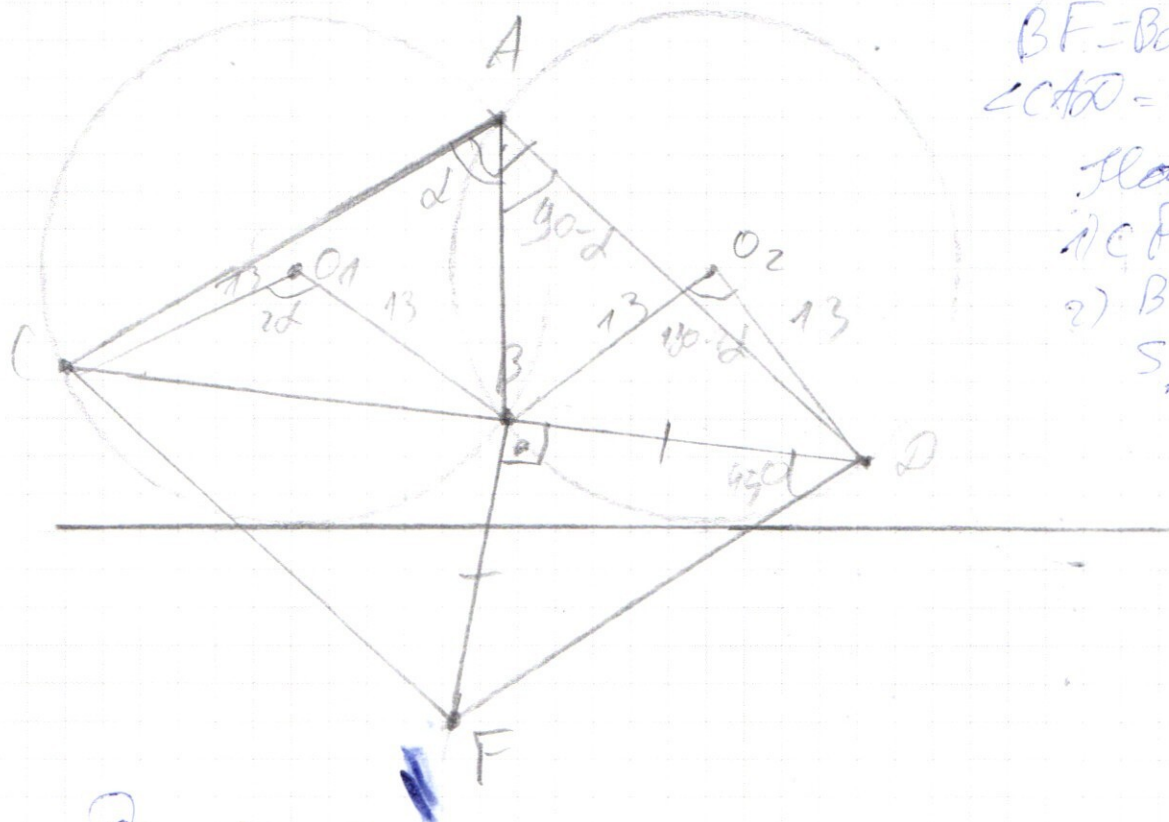
6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

нб



$$R = 13$$

$$BF = BD$$

$$\angle CAD = 90^\circ$$

Найти
 $\angle CEF = ?$
2) $BC = 10$
 $S_{ACE} = ?$

Решение

Пусть $\angle CAB = \alpha$, $\Rightarrow \angle BAD = 90 - \alpha$

значит $\angle COB = 2\alpha$, $\angle COD = 180 - 2\alpha$

$$CO, OB, OD, CD = 13$$

по т. косинусов $\triangle BO_2D$

$$BD^2 = 169 + 2 \cdot 169 \cos 2\alpha$$

$$BD^2 = 2 \cdot 169 \cdot \cos^2 \alpha$$

$$BD = 26 \cos \alpha$$

$$BF = 26 \cos \alpha$$

$$FD = 26 \cos \alpha \sqrt{2}$$

по т. косинусов $\triangle BCF$
аналогично
найдем

$$BC = 26 \sin \alpha$$

$\triangle CDF$:

$$CF = x$$

$$x^2 = (26 \sin \alpha + 26 \cos \alpha)^2 + 26^2 \cos^2 \alpha \cdot 2 - 2 \cdot (26 \sin \alpha + 26 \cos \alpha) \cdot 26 \cos \alpha \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x^2 = 26^2 + 26^2 \sin^2 \alpha + 26^2 \cos^2 \alpha \cdot 2 - 2 \cdot 26^2 \cos \alpha \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\angle FCB = \gamma$$

$$\tan \gamma = \cot \alpha$$

Найдем γ с помощью

$$\frac{x}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{26 \cos \alpha \cdot \sqrt{2}}{\sin \gamma}$$

$$x = \frac{26 \cos \alpha}{\sin \gamma}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

р 1

$n=8$ (n - количество ударов)

$$M = 16875$$

Заметим что

$$16875 = 5^4 \cdot 3^3$$

Тогда чтобы найти кол-во способов
остав два варианта рассмотрим

16875, чтобы было 8 ударов

1) $5^4 \cdot 3^3 \cdot 1$

2) $5^4 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 1$

и больше вариантов нет
Каждый мерзв кол-во

1) $\frac{8!}{4! \cdot 3!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{6} = 280$

2) $\frac{8!}{4! \cdot 2!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2} = 15 \cdot 7 \cdot 8 = 21 \cdot 40 = 840$

$$A = \text{кол-во} = 1) + 2) =$$

$$A = 1120$$

ответ: 1120

n2

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} (\cos 5x - \sin 5x) = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - 2 \sin 5x \cos 2x - \sqrt{2} (\cos 5x - \sin 5x) = 0$$

$$(\cos 5x + \sin 5x) = 0$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) - \sqrt{2} (\cos 5x - \sin 5x) = 0$$

$$(\cos 5x - \sin 5x) = 0$$

$$(\cos 5x - \sin 5x) (2 \cos 2x - \sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x)) = 0$$

$$\begin{cases} \cos 5x = \sin 5x \\ 2 \cos 2x = \sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x) \end{cases}$$

1) $\cos 5x = \sin 5x$

$$\tan 5x = 1$$

$$5x = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\cos 5x + \sin 5x = A \cos(5x - \frac{\pi}{4})$$

$$\cos(5x - \frac{\pi}{4}) = \frac{A}{\sqrt{2}}$$

$$A = \sqrt{2} (\cos(5x - \frac{\pi}{4}))$$

2) $2 \cos 2x = \sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x)$

$$2 \cos 2x = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cos(5x - \frac{\pi}{4})$$

$$\cos 2x = \cos(5x - \frac{\pi}{4})$$

$$2k = \pm (5x - \frac{\pi}{4}) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

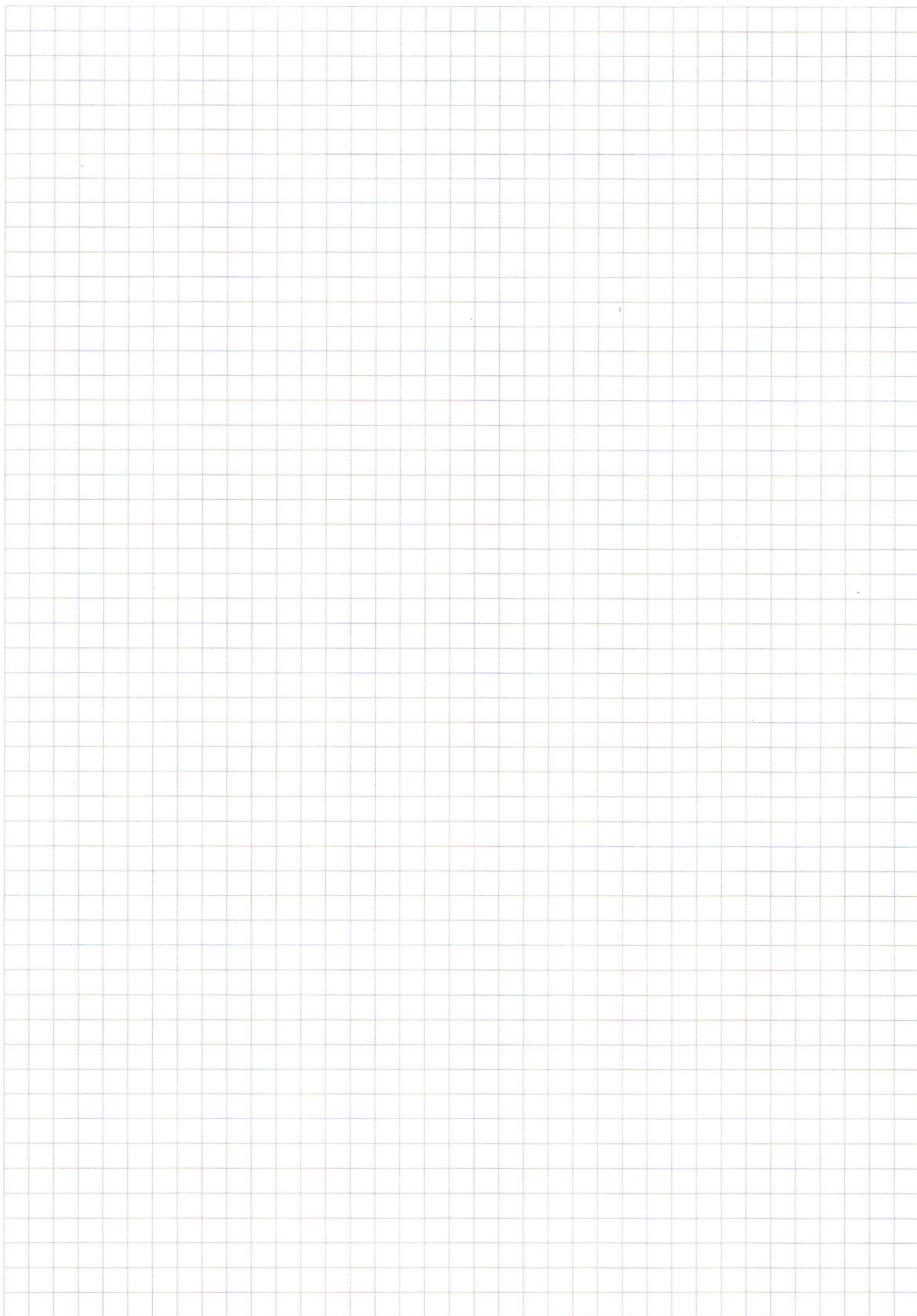
$$2x = 5x - \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$2x = -5x + \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{12} - \frac{4\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5}, k \in \mathbb{Z}$ $x = \frac{\pi}{12} - \frac{4\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z}$ $x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z}$



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{aligned}
 +1) & x-6-y \geq 0, x-6+y \geq 0 & 1) & y \leq x-6, y \geq -x+6 \\
 +2) & x-6-y \geq 0, x-6+y < 0 & 2) & y \leq x-6, y < -x+6 \\
 -3) & x-6-y < 0, x-6+y \geq 0 & 3) & x > x-6, y \geq -x+6 \\
 -4) & x-6-y \leq 0 & 4) & y > x-6, y < -x+6 \\
 -4) & x-6-y < 0, x-6+y < 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 1) & 2(x-6) = 12 \\
 & x-6 = 6 \\
 & x = 12
 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} y \leq x-6 \\ y \geq -x+6 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 2) & x-6-y - x+6-y = 12 \\
 & -2y = 12 \\
 & y = -6
 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} y \leq x-6 \\ y < -x+6 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 3) & -x+6+y + x-6+y = 12 \\
 & 2y = 12 \\
 & y = 6
 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} y > x-6 \\ y \geq -x+6 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 4) & -x+6+y - x+6-y = 12 \\
 & 2(6-x) = 12 \\
 & 6-x = 6 \\
 & x = 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} y > x-6 \\ y < -x+6 \end{cases}$$

n 2

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} \cos 10x = \\ = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - 2 \sin 5x \cos 2x - \sqrt{2} \cos 10x = 0$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) - \sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x) = 0$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) - \sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x) = 0$$

$$\cos 5x = \sin 5x$$

$$(\cos 5x - \sin 5x) (2 \cos 2x - \sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x)) = 0$$

$$\begin{cases} \cos 5x = \sin 5x & \lg 5x = 1 \quad 5x = \frac{\pi}{4} + \pi k \\ 2 \cos 2x = \sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x) \end{cases} \quad x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5}$$

$$x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5}, k \in \mathbb{Z}$$

$$2 \cos 2x = \sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$n! = 8$$

$$\frac{6! \cdot (9^n - 1)}{9 - 1} = 46$$

$$\begin{array}{r} 135 \overline{) 5} \\ 10 \overline{) 27} \\ 35 \\ 35 \\ 0 \end{array}$$

$$11 = 16875$$

$$16875 = 5^4 \cdot 3 \cdot 1$$

$$11 = 16875$$

$$\begin{array}{r} 16875 \overline{) 5} \\ 15 \overline{) 3375} \\ 18 \\ 15 \\ 37 \\ 35 \\ 25 \\ 25 \\ 0 \end{array}$$

$$27 = 3^3$$

$$1) 16875 = 5^4 \cdot 3 \cdot 1$$

$$\frac{8!}{4! \cdot 3!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 3} = 280$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ 625 \\ \times 27 \\ \hline 4375 \\ 1250 \\ \hline 16875 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 135 \overline{) 5} \\ 10 \overline{) 27} \\ 35 \\ 35 \\ 0 \end{array}$$

$$2) 16875 = 5^4 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 1$$

$$\frac{8!}{4! \cdot 2!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2} = 27 \cdot 40 = 1080$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ 625 \\ \times 27 \\ \hline 4375 \\ 1250 \\ \hline 16875 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 135 \overline{) 5} \\ 10 \overline{) 27} \\ 35 \\ 35 \\ 0 \end{array}$$

$$3) 280 + 1080 = 1360$$

3)

ответ: 1360

$$\begin{array}{r} 675 \overline{) 5} \\ 5 \overline{) 135} \\ 17 \\ 15 \\ 25 \\ 25 \\ 0 \end{array}$$

$$y^3 + y^2 + 6y - 8$$

$$y^3 + y^2 + 6y - 8 = 0$$

$$y = 1$$

$$\begin{array}{r} y^3 + y^2 + 6y - 8 : y - 1 \\ \underline{-y^3 - y^2} \\ 2y^2 + 6y - 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2y^2 + 6y - 8 \\ \underline{-2y^2 - 2y} \\ 8y - 8 \\ \underline{-8y + 8} \\ 0 \end{array}$$

$$y^2 + 2y + 8 = 0$$

$$y_{1,2} = -1 \pm \sqrt{-7}$$

∅

$$\frac{65}{97}$$

ответы: $(-2; 2)$ $(-1; 1)$

n 4

$$\frac{4}{9} = \frac{x^2}{x^2 + 4xR + 4R^2}$$



$$x = \frac{32R}{65}$$

$$\sin \angle KSO = \frac{R \cdot 65}{97R}$$

$$\angle KSO = \arcsin \frac{65}{97}$$

$$\angle KSO = ?$$

$$SE = ?$$

$$S_1 = 4$$

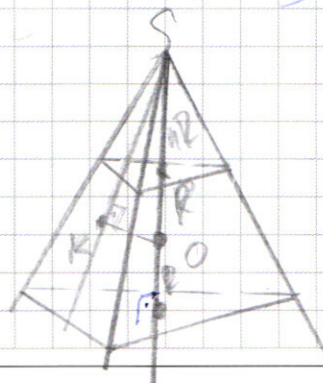
$$S_2 = 9$$

$$KO = LO = MO = R$$

$$S_1, S_2 \perp SO$$

$$\angle SKO = 90^\circ$$

$$SK = SL = SM$$



$$\begin{array}{l} T_1 \sim T_2 \\ \frac{4}{84} = \frac{x}{x+2R} \\ \frac{x^2}{x^2 + 4xR + 4R^2} \end{array}$$

$$x + 16x + 32R = 84x$$

$$65x = 32R$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$3 \lg y \lg(-x) = 2 \lg^2 y + \lg^2(-x)$$

$$\lg(-x) = a$$

$$\lg(y) = b$$

$$a = 0$$

$$b = 0$$

$$\lg(-x) = 0$$

$$\lg(y) = 0$$

$$-x = 1$$

$$y = 1$$

$$x(-1; 1)$$

$$a^2 - 3ab + 2b^2 = 0$$

$$\frac{a^2}{b^2} - \frac{3a}{b} + 2 = 0$$

$$\frac{a}{b} = t$$

$$t^2 - 3t + 2 = 0$$

$$t_1 = 2$$

$$t_2 = 1$$

$$1) \frac{a}{b} = 2$$

$$2) \frac{a}{b} = 1$$

$$3) =$$

$$1) a = 2b$$

$$2) a = b$$

$$1) \lg(-x) = 2 \lg y$$

$$2) \lg(-x) = \lg y$$

$$3) -x = y \quad x = -y$$

x

$$2y^2 + y^2 - y^2 + 4y - 8y = 0$$

$$2 + 1 - 1 + 4 - 8$$

$$(-2; 2)$$

$$x = -2$$

$$2y^2 - 4y = 0$$

$$2y(y - 2) = 0$$

$$1) \lg(-x) = \lg y^2$$

$$1) -x = y^2$$

$$x = -y^2$$

$$2y^2 + y^3 + y^4 + 4y^2 - 8y = 0$$

$$y^4 + y^3 + 6y^2 - 8y = 0$$

$$y(y^3 + y^2 + 6y - 8) = 0$$

$$y = 0$$

$$y = 0$$

$$y = 2$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

нб

$$\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12 \\ ((|x|-6)^2 + (|y|-6)^2 = a \end{cases}$$

$$x-6=6$$

$$|6-y| + |6+y| = 12$$

$$\begin{matrix} 6=y \\ 6=-y \end{matrix} \longrightarrow$$

$$a=?$$

$$(x_1, y_1)$$

$$(x_2, y_2)$$

$$a \geq 0$$

нб

$$4x^2 + 16xR + 16R^2 = 9x^2$$

$$5x^2 - 16xR - 16R^2 = 0 \quad D = 64R^2 + 80R^2 \quad D = 144R^2$$

$$x_{1,2} = \frac{8R \pm \sqrt{144R^2}}{5}$$

$$x_{1,2} = \frac{8R \pm 12R}{5}$$

$$x = \frac{20R}{5}$$

$$x = 4R$$

$$x = 4R$$

$$x = 4R$$

Ответ: $\arcsin \frac{1}{5}, \frac{2\pi}{5}$

$$\cos \varphi = \frac{R}{5R} = \frac{1}{5}$$

$$\sin \varphi = \frac{R}{5R}$$

$$\sin \varphi = \frac{1}{5}$$

$$\varphi = \arcsin \frac{1}{5}$$

$$\frac{4R \pm 12R}{5R} = \frac{16R}{5R} = \frac{16}{5}$$

$$\frac{4}{5} = \frac{16}{25}$$

$$5 = \frac{25}{5}$$

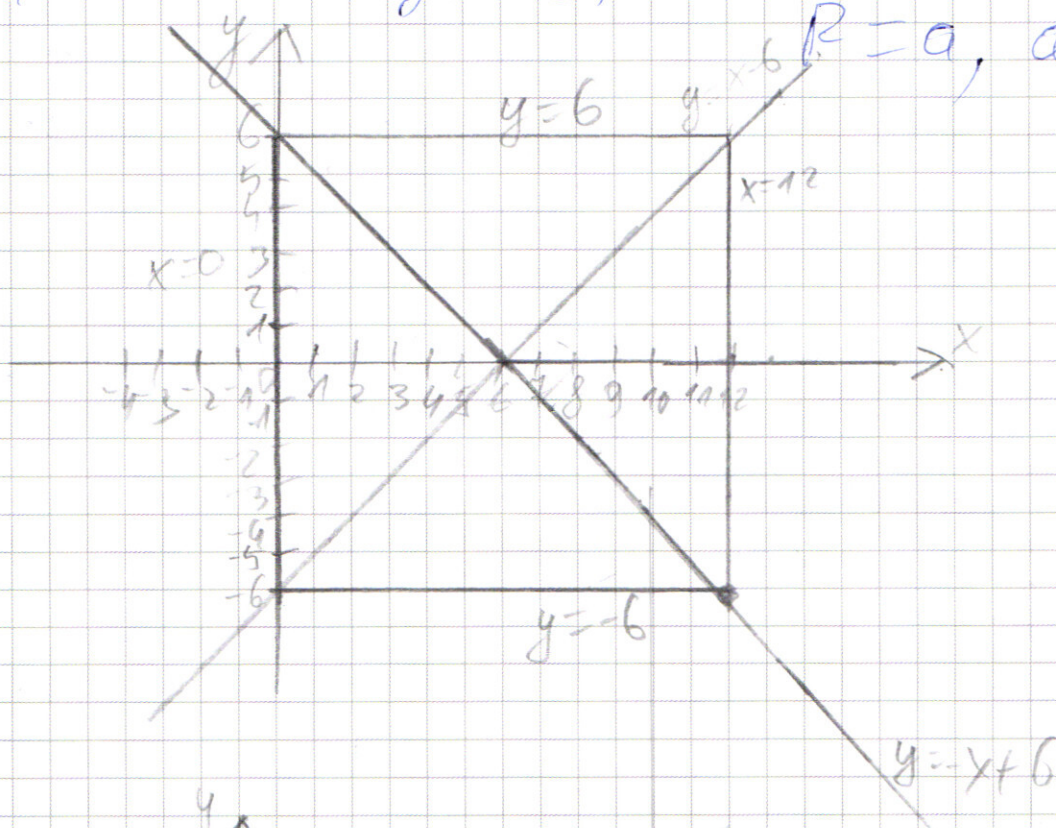
m5

$$|x-6-y| + |x-6+y| = 12$$

$$\{(x-6)^2 + (y-6)^2 = a \quad a \geq 0$$

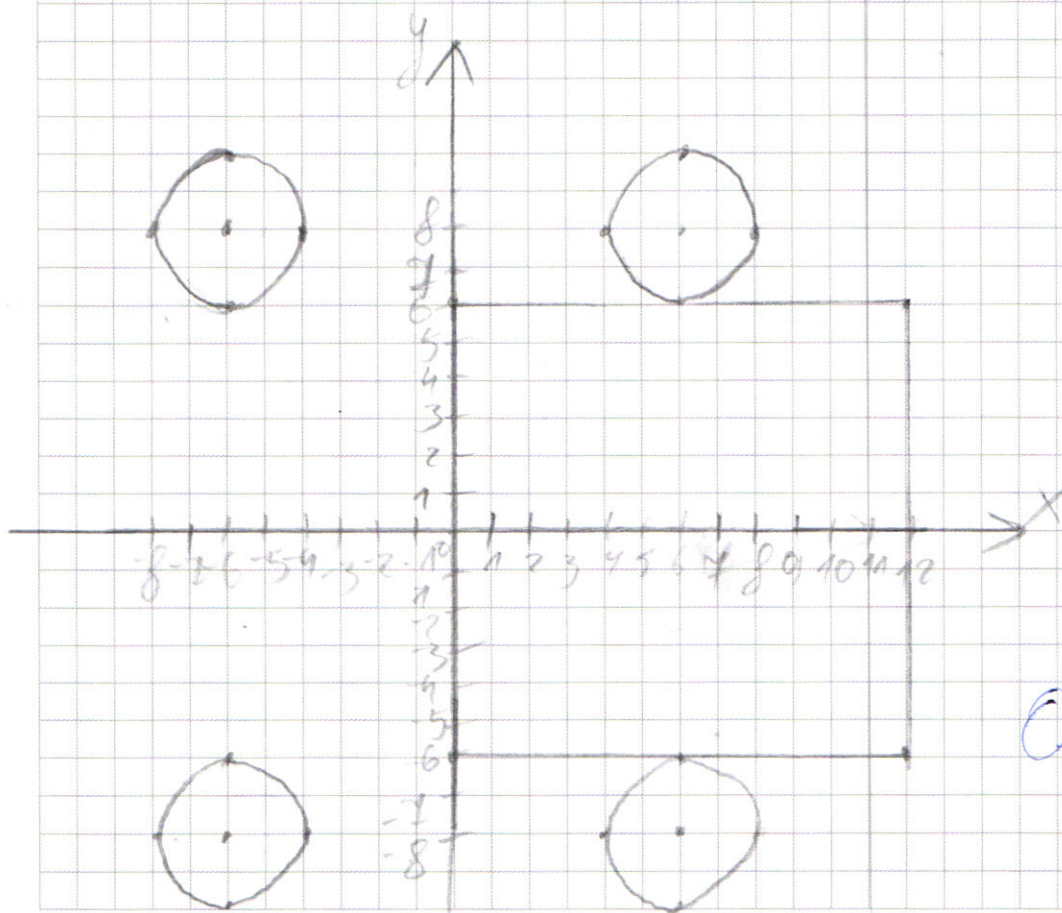
~~x1, y1~~
a=7
(x1, y1)
(x2, y2)
a=0

$$R=a, a \geq 0$$



$$R=2$$

$$a=4$$



Ответ: 4

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\sin 5x + \cos 5x = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad | : \sqrt{2}$$

$$\cos(5x - \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$A = \sqrt{2} \cos(5x - \frac{\pi}{4})$$

$$2 \cos 2x = 2 \cos(5x - \frac{\pi}{4})$$

$$\cos 2x = \cos(5x - \frac{\pi}{4})$$

$$2x = \pm(5x - \frac{\pi}{4}) + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} 2x = 5x - \frac{\pi}{4} + 2\pi k \\ 2x = -5x + \frac{\pi}{4} + 2\pi k \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$3x = \frac{\pi}{4} - 2\pi k$$

$$7x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{12} - \frac{2\pi k}{3}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{28} + \frac{2\pi k}{7}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Ответ $x = \frac{\pi}{5} + \frac{\pi k}{5}, \quad k \in \mathbb{Z}$

$$x = \frac{\pi}{12} - \frac{2\pi k}{3}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{28} + \frac{2\pi k}{7}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{28} + \frac{3\pi k}{7}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

n3

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 \end{cases}$$

023

$$\begin{cases} y > 0 \\ -xy > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y > 0 \\ x < 0 \end{cases}$$

~~$\lg(-x) = \lg(x)$~~

$$\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-x) + \lg y}$$

$$\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-x)} \cdot (-x)^{\lg y}$$

$$\left(\frac{x^2}{y}\right)^{2\lg y} =$$

$$2 \cdot 26^2 \cos^3 x = 26 \cos \sqrt{2}$$

$$\lg y \cdot \lg \frac{x^4}{y^2} = \lg(-x) \lg(-xy)$$

$$\lg(y) \lg$$

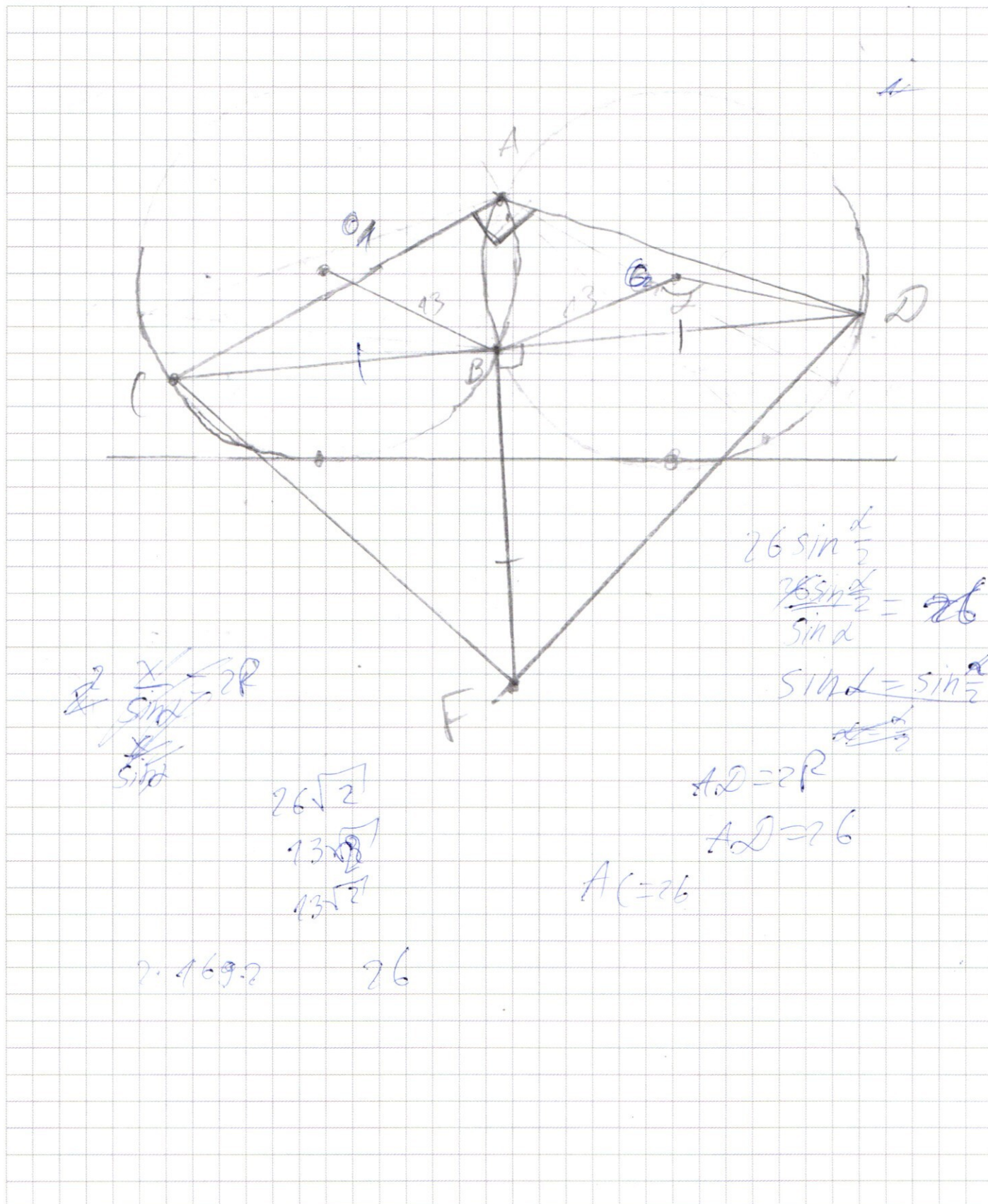
$$\lg y (\lg(x^4) - \lg(y^2)) = \lg(-x) (\lg(-x) + \lg y)$$

$$\lg y (4 \lg(-x) - 2 \lg y) = \lg(-x) (\lg(-x) + \lg y)$$

$$2 \lg y (2 \lg(-x) - \lg y) = \lg(-x) (\lg(-x) + \lg y)$$

$$4 \lg y \lg(-x) - 2 \lg^2 y = \lg^2(-x) + \lg(-x) \lg y$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



н.5

$$1) |x-6-y| + |x-6+y| = 12$$

$$2) (|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a$$

$$R=a, a \geq 0 \quad O: (6, \pm 8)$$

$$1) : 1) \begin{cases} y \leq x-6 \\ y \geq -x+6 \end{cases} \\ x=12$$

$$2) \begin{cases} y \leq x-6 \\ y \leq -x+6 \\ y = -6 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} y > x-6 \\ y \geq -x+6 \\ y = 6 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} y > x-6 \\ y \leq -x+6 \\ x = 0 \end{cases}$$

Заметим что учитываются все условия (1) рисунком это квадрат

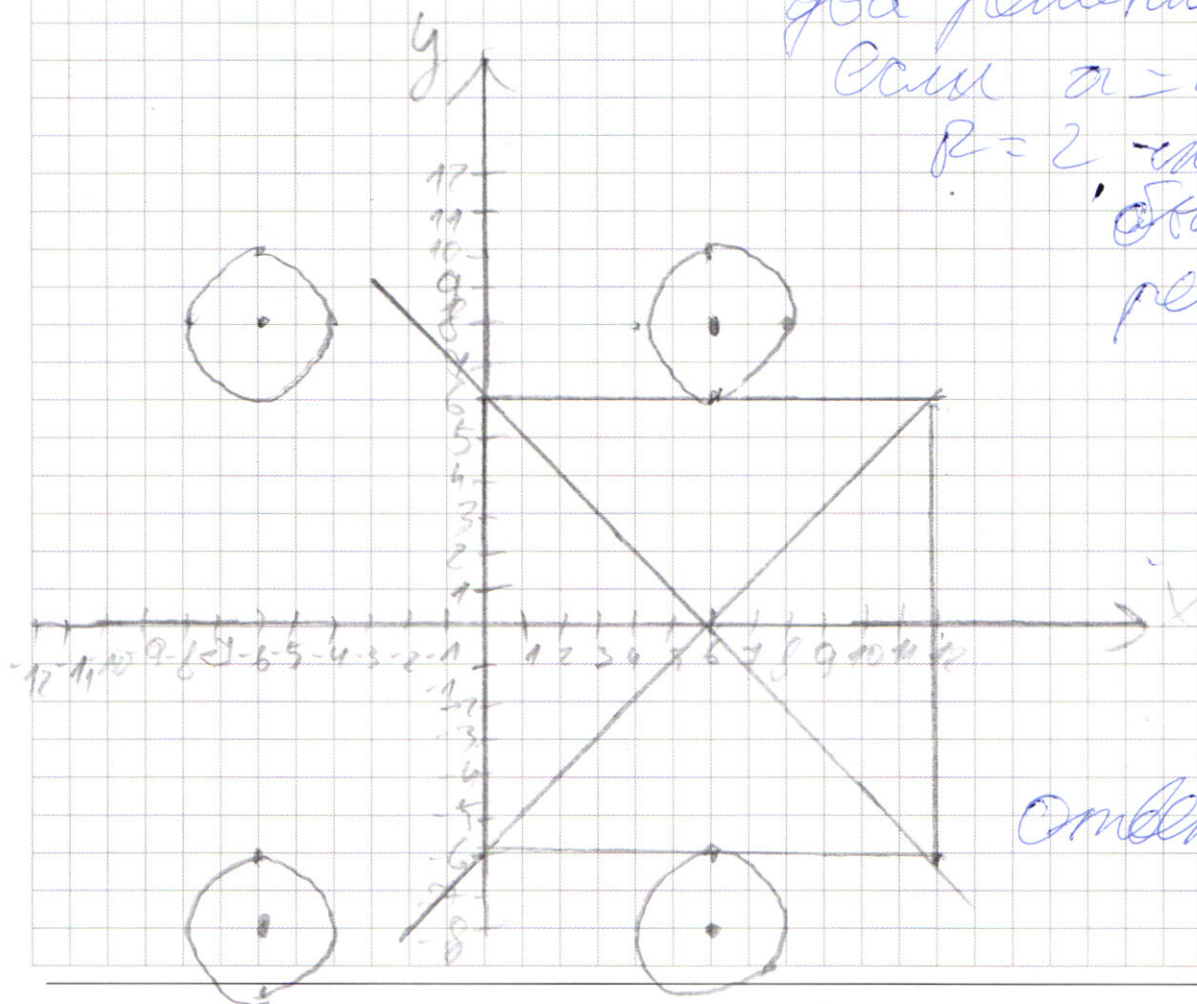
Заметим что два решения будут если $a=4$, так как $R=2$ — значит было два решения

$a=?$

(x_1, y_1)
 (x_2, y_2)

(1) $x-6-y$
1) $+$ $+$
2) $+$ $-$
3) $-$ $+$
4) $-$ $-$

Затем рассмотрим и рассмотрим все 4 случая раскрываем модуль и получим вот такие приемы на которых решаются



Ответ: 4

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

а3

$$(1) \left\{ \begin{aligned} \left(\frac{x^4}{y^2}\right) \lg y &= (-x) \lg(-xy) \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y &= 0 \end{aligned} \right.$$

023

$$\begin{cases} y > 0 \\ -xy > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y > 0 \\ x < 0 \end{cases}$$

(1) Преобразуем уравнение (1) с осм 10

$$\lg y \cdot \lg\left(\frac{x^4}{y^2}\right) = \lg(-xy) \lg(-x)$$

$$\lg y (\lg x^4 - \lg y^2) = \lg(-x) (\lg(-x) + \lg y)$$

$$\lg y (4 \lg(-x) - 2 \lg y) = \lg(-x) (\lg(-x) + \lg y)$$

$$4 \lg(-x) \lg y - 2 \lg^2 y = \lg^2(-x) + \lg(-x) \lg y$$

$$2 \lg^2 y + \lg^2(-x) - 3 \lg y \lg(-x) = 0$$

$\lg(-x) = a$, $\lg y = b$ Если $a=0, b=0$, то

$$a^2 - 3ab + 2b^2 = 0 \leftarrow \begin{matrix} x = -1 & (-1, 1) \\ y = 1, \text{ тогда если} & \\ & b \neq 0 \end{matrix}$$

$$\frac{a^2}{b^2} - 3 \frac{a}{b} + 2 = 0, \frac{a}{b} = t$$

$$t^2 - 3t + 2 = 0$$

$$\begin{cases} t_1 = 2 \\ t_2 = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{a}{b} = 2 \\ \frac{a}{b} = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} a = 2b \\ a = b \end{cases}$$

(1) $-x = y^2$

2) $-x = y$

3) $-x = y, x = -y$

$$2y^2 + y^2 - y^2 + 4y - 8y = 0 \quad x = -2 \quad (-2, 2)$$

1) $-x = y^2$

$$2y^2 + y^3 + y^4 + 4y^2 - 8y = 0$$

$$y^3 + y^2 + 6y - 8 = 0$$

$$y = 1$$



$$\begin{array}{r}
 y^3 + y^2 + 6y - 8 \quad | \quad y^2 + 2y + 8 \\
 \underline{y^3 - y^2} \\
 2y^2 + 6y - 8 \\
 \underline{-2y^2 - 2y} \\
 8y - 8 \\
 \underline{-8y + 8} \\
 0
 \end{array}$$

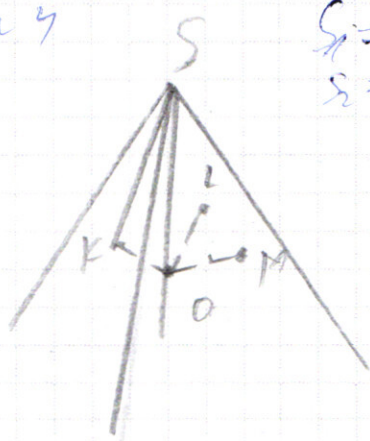
$$y^2 + 2y + 8 > 0, \forall y \in \mathbb{R}$$

Значит $y = 1$

$$x = -1$$

Ответ: $(-1; 1) (-2; 1)$

н 4



$$S_K = 4$$

$$OK = OL = OM = R$$

$$\angle KSO = ?$$

$$S_{OK} = ?$$

Поскольку заметим
что $\triangle SKO, SOL, SOK$ - равны
по двум сторонам и углу $\Rightarrow$
 $\Rightarrow SK = SL = SM$, значит
эти точки находятся

на окружности радиусом R

Заметим что SO_2 и $SO_1 = R \neq$

$O_2 \in \alpha, O_1 \in \beta, \alpha \perp \beta \perp SO$

значит SO - высота $\perp \alpha \parallel \beta$

$T_1 \sim T_2$ (где SO - высота)

$T_1 \sim T_2$ (где SO - высота)

$$\frac{S_{OK_1}}{S_{OK_2}} = \left(\frac{x}{x+2R}\right)^2 \quad K = \frac{x}{x+2R}$$

$$\frac{4}{9} = \frac{x^2}{x^2 + 4xR + 4R^2}$$

$$4x^2 + 16xR + 16R^2 = 9x^2$$

$$5x^2 - 16xR - 16R^2 = 0$$

$$D = 256R^2$$

$$x = \frac{8R \pm 12R}{5}$$

$$x = 4R$$

$$T_3 \sim T_1$$

А так как K, L, M - равны $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{4}{9} = \frac{4R^2}{25R^2} \quad S = \frac{25}{4}$$

Окружность с центром O (с L, M) - окружность Ответ: $\arcsin \frac{1}{5}$

