

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МА

11 класс

ВАРИАНТ 6

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 4 и 9.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12, \\ (|x| - 6)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5) $\int |x-6-y| + |x-6+y| = 12$. (1)

$(|x-6|)^2 + (|y-8|)^2 = a$ 4 окр с центрами $(-6; 8); (-6; -8); (6; 8); (6; -8)$

и радиусом $R = \sqrt{a}$

a) $x-6-y=0$.

$y = x-6$.

b) $x-6+y=0$.

$y = -x+6$.

прямые пересекаются

в $(6; 0)$ образуют

4 сектора: I; II; III; IV

(на рис.); расставляем

знаки подмод. выраж.

(слева для a); (справа для b)

Раскроем модули:

I: $-x+6+y+x-6+y=12$; $y=6$ — прямая.

II: $x-6-y+x-6+y=12$; $x=12$ — прямая.

IV: $-x+6+y-x+6-y=12$; $x=0$ — прямая.

III: $x-6-y-x+6-y=12$; $y=-6$ — прямая.

П. е. (1) задает прямоугольник с вершинами $(0; 6); (0; -6); (12; 6); (12; -6)$.

Ответ. $a = 4$; $a = 520$.

При $a < 4$ нет реш.

При $a = 4$ — 2 реш. (подходит)

При $a \in (4; 100)$ — 4 реш.

При $a \in (100; 400)$ — 8 реш.

При $a \in (400; 1000)$ — 8 реш.

При $a = 1000$ — 4 реш.

При $a \in (1000; 2332)$ — 8 реш.

При $a \in (2332; 5200)$ — 4 реш.

При $a = 5200$ — 2 реш. (подходит)

При $a > 5200$ — нет реш.

1) $168 \div 5 = 5^4 \cdot 3^3$. Т.е. в восьмизначном числе должно быть четыре „5“ и три „3“. Оставшееся число — „1“.

Тогда число сочетаний подлежащих цифр равно:

$$\frac{8!}{\underbrace{3!}_{\text{„3“}} \cdot \underbrace{4!}_{\text{„5“}} \cdot \underbrace{1!}_{\text{„1“}}} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 1} = 280 \text{ чисел}$$

2) $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$

$$2 \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} \cos 10x = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) - \sqrt{2} (\cos^2 5x - \sin^2 5x) = 0$$

$$(\cos 5x - \sin 5x) (2 \cos 2x - \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} (\frac{1}{\sqrt{2}} \cos 5x + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 5x)) = 0, | :2$$

$$\cos 5x = \sin 5x \quad \begin{matrix} \cos 5x \neq 0, \\ \text{и т.д. } \sin 5x \neq \pm 1 \\ (\pm 1 \neq 0) \end{matrix}$$

$$\operatorname{tg} 5x = 1$$

$$5x = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5}, k \in \mathbb{Z}$$

Ответ. $\frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5}, k \in \mathbb{Z}$

$$\frac{\pi}{12} - \frac{2\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{\pi}{28} + \frac{2\pi m}{7}, m \in \mathbb{Z}$$

$$\cos 2x = \cos (5x - \frac{\pi}{4})$$

$$\begin{cases} 2x = 5x - \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ 2x = -5x + \frac{\pi}{4} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

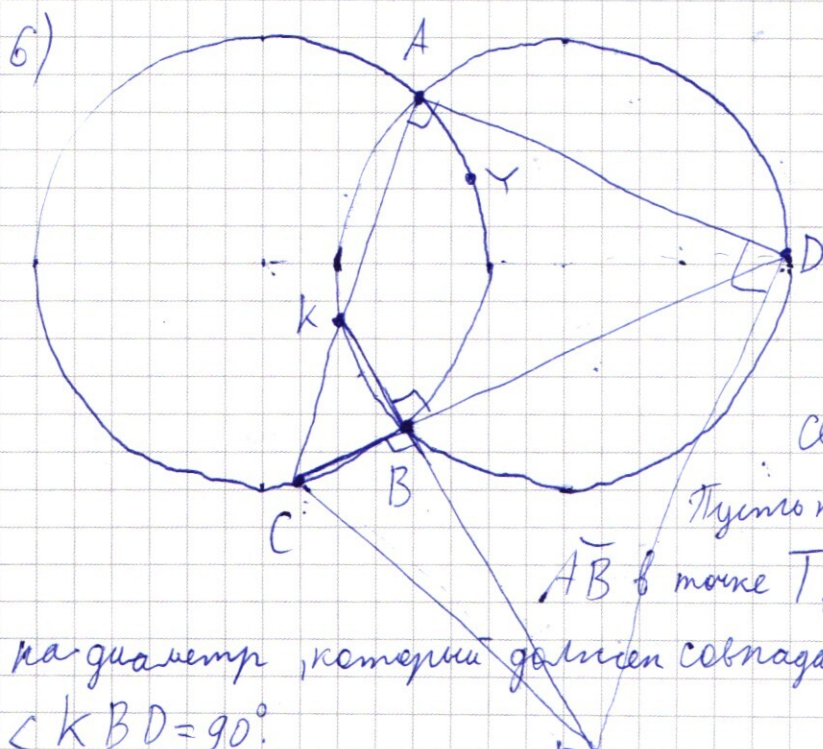
$$\begin{cases} 2x = -5x + \frac{\pi}{4} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z} \\ 3x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ 7x = \frac{\pi}{4} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7x = \frac{\pi}{4} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{12} - \frac{2\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} - \frac{2\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{28} + \frac{2\pi m}{7}, m \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



а) Пусть $AC \cap \tilde{AB} = K$, тогда KD — медиана, т.к. $\angle A = 90^\circ$.
 $KD = 26$. Через B проведем перпендикуляр к CD , он пересечет окружность.


 Пусть перпендикуляр пересекает $\overline{AB}$ в точке T , тогда $\angle TBD$ отпирается на диаметр, который лежит на совпадении с CD , т.е. $T = K$, т.е. $\angle KBD = 90^\circ$.

Заметим, что $\angle BDA = \frac{1}{2} \widehat{BKA}$. Пусть на (схр ABC) отмечена точка X так, что $\widehat{BCA}$ и $\widehat{BXA}$ не совпадают (т. е. $\widehat{BCA} \neq \widehat{BXA}$). Тогда, т. к. окружности равны, то $\widehat{BKA} = \widehat{BXA}$, а $\angle BCA = \frac{1}{2} \widehat{BXA}$.

Тогда $\angle ADC = \angle ACD = \frac{180^\circ - 90^\circ}{2} = 45^\circ$, т.е. $AC = AD$. т.к.

$BF = BD$, maka $\angle BDF = 45^\circ$. Maka $\angle ADF = 90^\circ$. Maka $CK \parallel DE$;
 $\angle CKB = \angle BKD = 45^\circ$; $BC = BK$. Maka $\triangle BFC = \triangle BDK$, maka

Calcylm, 4mo CF = KD = 26.

5) $BC = BK = 10$; $CK = 10\sqrt{2}$, maka $BF = 24$. Titik $AK = x$, maka $AD = CK + AK = x + 10\sqrt{2}$,
 a. m. k. $KD = 26$, maka $x^2 + x^2 + 200 + 20\sqrt{2}x = 676$, omnya $x = 7\sqrt{2}$.

$$\begin{aligned} S_{ACK} &= \frac{BC \cdot K_F}{2} = \frac{10(10+24)}{2} = 170; & \frac{S_{ACK}}{S_{ACF}} &= \frac{CK}{AC}, \text{ m.k. } \text{обязательно, } \text{Фрейга} \\ S_{ACF} &= 170 \cdot \frac{1752}{2052} = 289. \end{aligned}$$

Ornblm. 289

$$3) \left(\frac{x^4}{y^2} \right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} \quad \text{ВДЗ: } \begin{cases} -x > 0 \\ y > 0, \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ y > 0 \end{cases} \\ -xy > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 \quad (1) \end{cases}$$

$$1) 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0.$$

$$2y^2 - (x+8)y - (x^2+4x) = 0.$$

$$D = x^2 + 16x + 64 + 8x^2 + 32x = 9x^2 + 48x + 64 = (3x+8)^2$$

$$y_1 = \frac{x+8-3x-8}{4} = -\frac{x}{2}$$

$$y_2 = \frac{x+8+3x+8}{4} = x+4$$

(модуль можно не ставить, т.к. и там $\pm$ - 2 случая)

Если $y = -\frac{x}{2}$, то $x = -2y$:

$$\left(\frac{16y^4}{y^2} \right)^{\lg y} = (2y)^{\lg 4y}$$

$$(16y^2)^{\lg y} = (2y)^{\lg 4y}$$

$$y^{\lg 16y^2} = 2y^{\lg 4y}$$

$$y^{2\lg 4y} = 2y^{\lg 4y}$$

$$y^{\lg 4y} \cdot y^{\lg 4y} = 2y^{\lg 4y} \cdot y^{\lg 4y}$$

$$yy^{\lg y} = 4y^{\lg 2}$$

Основания равны, а логарифм-функция монотонная.

$$\lg y = \lg 2.$$

$$y = 2$$

$$x = -2 \cdot 2 = -4$$

Если $y = x+4$, то

$$\left(\frac{x^4}{(x+4)^2} \right)^{\lg(x+4)} = (-x)^{\lg(-x)} \cdot (-x)^{\lg(x+4)}$$

$$(-x)^{4\lg(x+4)} = (-x)^{\lg(-x)} \cdot (-x)^{\lg(x+4)} \cdot (-x)^{2\lg(x+4)}$$

$$\frac{(-x)^{4\lg(x+4)}}{(-x)^{\lg(x+4)}} = (-x)^{\lg(-x)} \cdot (-x)^{2\lg(x+4)}$$

$$(-x)^{3\lg(x+4)} = (-x)^{\lg(-x)} \cdot (-x)^{2\lg(x+4)}$$

$$\frac{(-x)^{3\lg(x+4)}}{(-x)^{2\lg(x+4)}} = (-x)^{\lg(-x)}$$

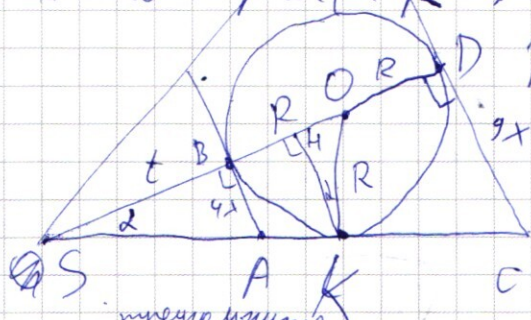
$$\frac{(-x)^{\lg(x+4)}}{(-x)^{\lg(x+4)}} = (-x)^{\lg(-x)}$$

Ответ: $(-4; 2)$;

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4) $\text{Thyemb} \subset \text{KSO} = \alpha$.

Рассмотрим (SKO) ; $S_{плоскости \tau}$ равна 4; $S_{плоскости \sigma} = 9$.



По условию $\angle \perp SO$, $\beta \perp SO$. Пусть.

$$\cancel{(Sk) \cap A} \cap Sk = A; d \cap SO = B;$$

1) $A \cap K = C$; $B \cap SO = D$. Tyems.

$SB = t$; $AB = 4x$, тогда в секунду ного-

Будем считать, что $CD = 9x$;

$$OB = OK = OD = R. \text{ Maka } \frac{t}{4x} = \frac{t+2R}{9x}; 9t = 4t + 2R$$
$$R = 5t; R = \frac{5t}{2} \cdot \frac{1}{\sin \alpha} = \frac{R}{t+R} = \frac{\frac{5}{8}t}{\frac{2}{8}t + \frac{5}{8}t} = \frac{5}{7}$$
$$\text{Maka } \cos \alpha = \frac{\sqrt{24}}{7}$$

Tegangan kawat - busbar adalah 0,5 kN, maka $k_H = \frac{\sqrt{24}}{7} R = \frac{5\sqrt{4}}{14} t$

$$O_N = \frac{5}{7} R = \frac{25t}{14}, \text{ maka } S_N = \frac{7t}{2} - \frac{25t}{14} = \frac{24}{14} t = \frac{12}{7} t$$
$$\text{Marga } \frac{S_{KLM}}{S_2} = \frac{KM}{AB} = \frac{SH}{SB} = \frac{12 \cdot t}{7 \cdot t} = \frac{12}{7}$$

Tharga. $S_{KLM} = \frac{12}{7} \cdot 4 = \frac{48}{7}$

Ombem. $\arcsin \frac{5}{7} \approx \frac{48}{7}^\circ$.

$$\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}$$

$$\frac{x^{4\lg y}}{y^{2\lg y}} = (-x)^{\lg(-x)} \cdot (-x)^{\lg y}$$

$$f(x)^{\lg} = p.$$
~~$$\frac{x^4}{y^2}^{\lg y}$$~~

$$(16y^2)^{\lg y} = (2y)^{\lg 4y}$$

$$y^{\lg 16y^2} = \cancel{16y^2}^{\lg 4y} \cdot 2y^{\lg 4y}$$

$$y^{2 \cdot \lg 4y} = 2y^{\lg 4y}$$

$$y^{\lg 4y} \cdot y^{\lg 4y} = 2^{\lg 4y} \cdot y^{\lg 4y}$$

$$4y^{\lg y} = 4y^{\lg 2}$$

$$\lg y = \lg 100$$

$$y = 100$$

$$x^{4\lg y} = (-x)^{\lg(-x)} \cdot (-x)^{\lg y} \cdot y^{2\lg y}$$

$$y^{\lg x^4} = y^{\lg y^2}$$

~~$$\frac{x^4}{y^2}^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}$$~~

$$\left(\frac{4}{4}\right)^{\lg 2} = (4)^{\lg 8}$$

$$4^{\lg 2} = 4^{\lg 8}$$

~~$$\left(\frac{x^4}{x+4}\right)^{\lg(x+4)}$$~~

$$\left(\frac{x^4}{(x+4)^2}\right)^{\lg(x+4)} = -x^{\lg(-x)} \cdot (-x)^{\lg(x+4)}$$

$$\frac{(-x)^{4\lg(x+4)}}{(x+4)^{2\lg(x+4)}} = (-x)^{\lg(-x)} \cdot (-x)^{\lg(x+4)}$$

$$\frac{(-x)^{4\lg(x+4)}}{(-x)^{\lg(-x)}} = (x+4)^{\lg(-x)} \cdot (x+4)^{\lg(x+4)}$$

$$(-x)^{\lg(x+4)} = x+4 \cdot \lg(x+4)(-x)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2) \cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \sin y \cos x$
 $\sin(x-y) = \sin x \cos y - \sin y \cos x$
 $\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$
 $\cos(x-y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$

$\rightarrow \sin(x+y) + \sin(x-y) = 2 \sin x \cos y$
 $\cos(x+y) - \sin(x-y) =$
 $\rightarrow \cos(x+y) + \cos(x-y) = 2 \cos x \cos y$

$x = 5$

$$\begin{cases} x+y=7 \\ x-y=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x=10 \\ 2y=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=2 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \cos 5x - \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 5x = \cos(5x + \frac{\pi}{6})$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} \cos(80x) = 2 \sin 5x \cos 2x$$

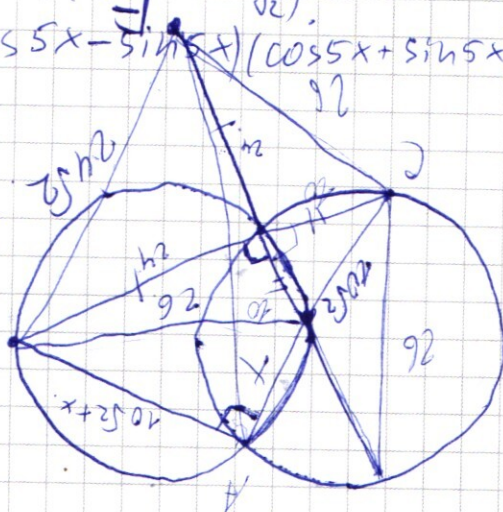
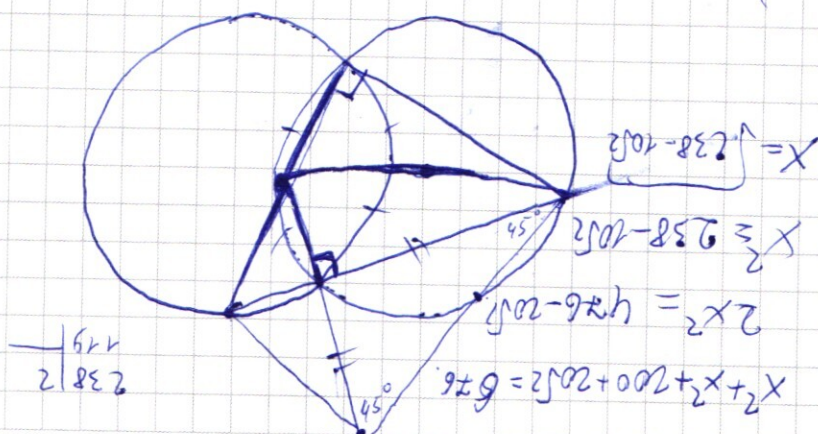
$$2\cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) - \sqrt{2} \cos 10x = 0. \quad \boxed{\cos 10x = 2\cos^3 5x - 1.}$$

$$2\sqrt{2}\cos 2x \cdot \cos(5x + \frac{\pi}{4}) - \sqrt{2}\cos(10x) = 0$$

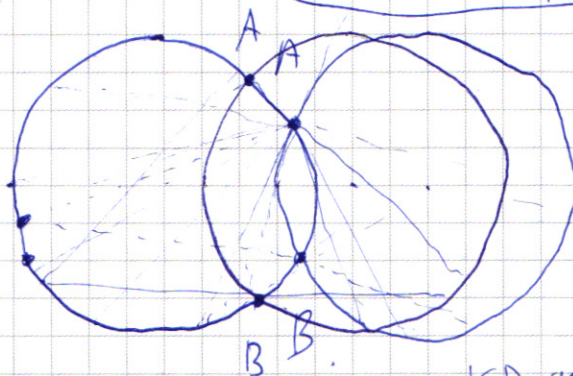
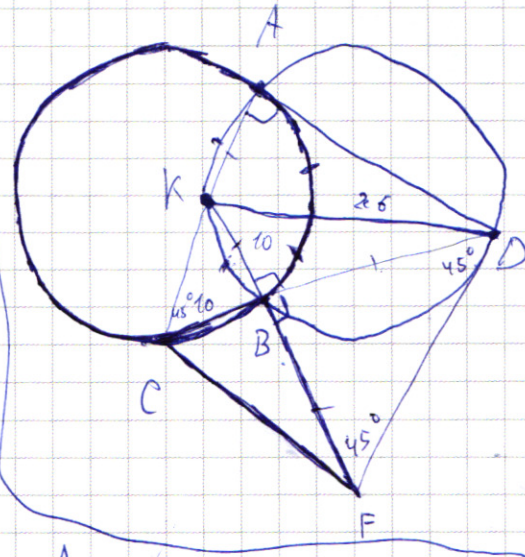
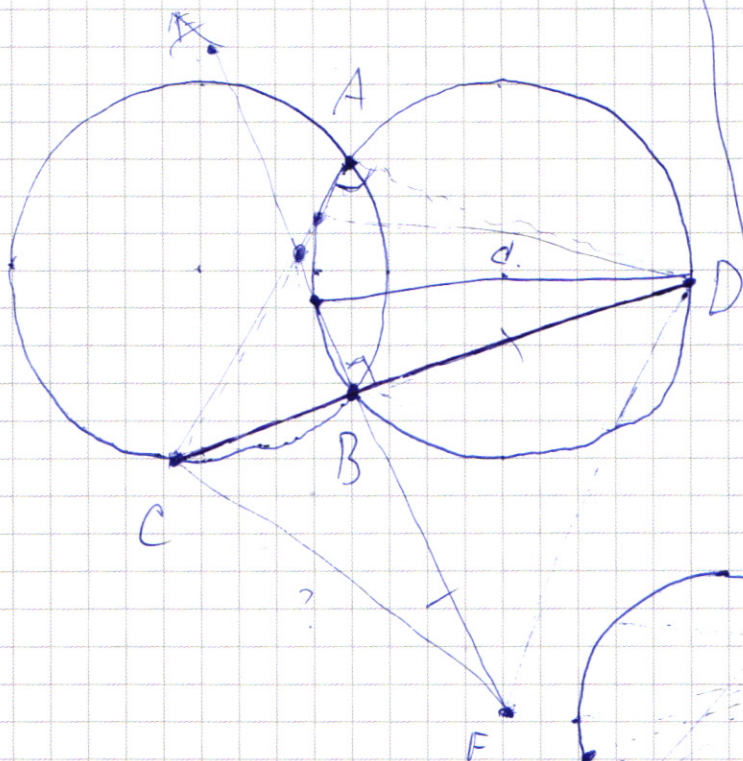
$$\begin{aligned} \cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x &= \sin 7x + \sin 3x \\ \cos 10x &= \cos(7x+3x) = \cos 7x \cos 3x - \sin 7x \sin 3x \end{aligned}$$

$$(\sqrt{2} \cos 7x - 1)(-\cos 3x + \frac{1}{\sqrt{2}}) = (\sqrt{2} \sin 7x - 1)(-\sin 3x + \frac{1}{\sqrt{2}})$$

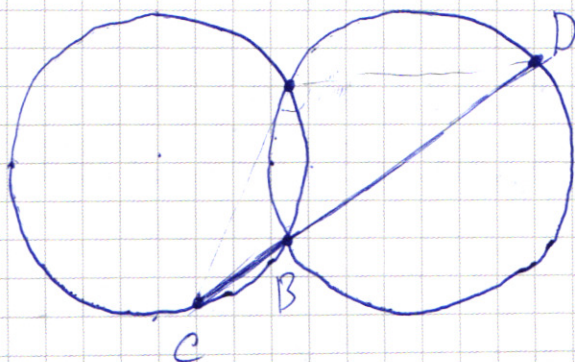
$$\cos 10x = \cos^2 5x - \sin^2 5x = (\cos 5x - \sin 5x)(\cos 5x + \sin 5x)$$



6)



KD-диаметр.



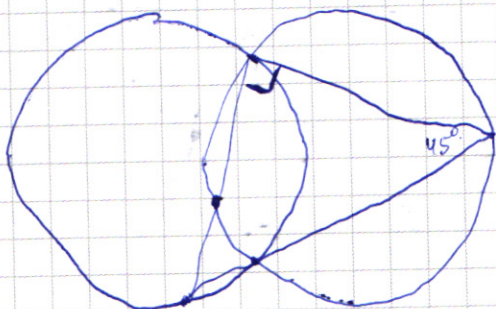
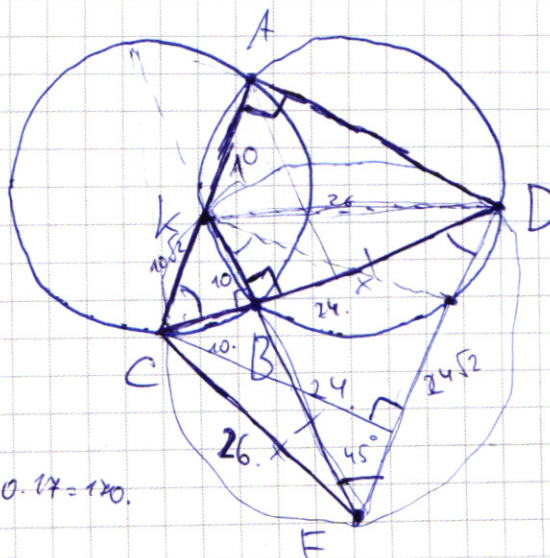
$\angle KBD$ - прямой!

$$BD = x \Rightarrow BK = \sqrt{26^2 - x^2}$$

$$(F = 26 - ?)$$

$$S_{KCF} = \frac{10 \cdot 34}{2} = 10 \cdot 17 = 170.$$

$$S_{ACF} = (12\sqrt{2}) \cdot 120?$$



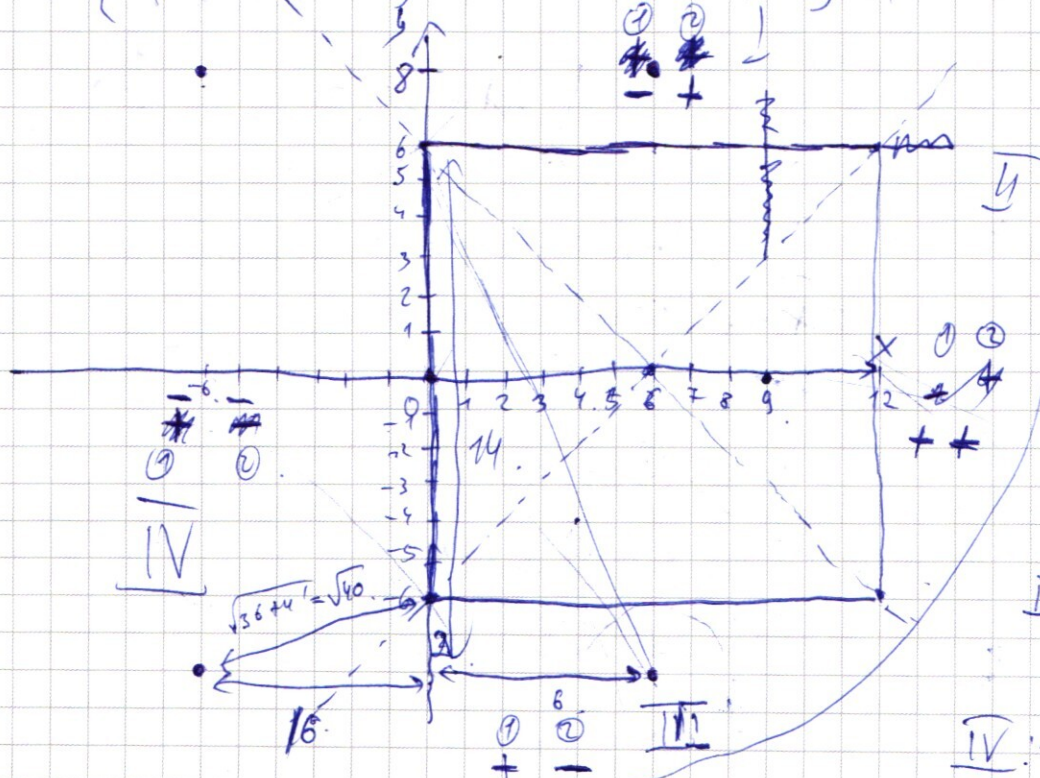
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5) $\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12, \\ (x-6)^2 + (y-8)^2 = a. \end{cases}$

$a: 2 \text{ реш.}$

$x-6+y > 0 \Rightarrow y = x-6$ ①

$y < 0 \Rightarrow y = -x+6$ ②



II:

$x-6-y + x-6+y = 12.$

$2x = 24$

$x = 12.$

III: $x-6-y - x+6-y = 12.$

$y = -6.$

IV: $-x+6+y - x+6-y = 12.$

$x = 0.$

I: $x-6-y + x-6+y = 12.$

$2x = 18.$

$x = 9.$

II: $-x+6+y + x-6+y = 12.$

$y = 6.$

I: $-x+6+y + x-6+y = 12.$

$y = 6.$

$\sqrt{a} = 2. - 2 \text{ реш.}$

$\sqrt{a} = 18^2 + 14^2 - 2 \text{ реш.}$

$\begin{array}{r} 196 \\ + 36 \\ \hline 232 \end{array}$

$\begin{array}{r} 324 \\ + 196 \\ \hline 520 \end{array}$

$$1) 16875 \div 5$$

$$\begin{array}{r} 16875 \\ -15 \\ \hline 18 \\ -15 \\ \hline 37 \\ -35 \\ \hline 25 \end{array}$$

$$3375 \div 5$$

$$\begin{array}{r} 3375 \\ -30 \\ \hline 37 \\ -35 \\ \hline 25 \end{array}$$

$$675 \div 5$$

$$\begin{array}{r} 675 \\ -5 \\ \hline 12 \\ -10 \\ \hline 25 \end{array}$$

$$16875 = 5^4 \cdot 3^3$$

$$\underbrace{\times \times \times \times \times \times \times \times}_8$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 2 \\ \hline 56 \\ \times 5 \\ \hline 280 \end{array}$$

$$5^4 \cdot 3^3 \cdot 1$$

$$\text{Вариант: } \frac{8!}{4! \cdot 3! \cdot 1!} = \frac{4 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 8}{4 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1}$$

$$2) \cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} \cos 10x = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) - \sqrt{2} \cos 10x = 0$$

$$(\cos 5x - \sin 5x) (2 \cos 2x - \sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x)) = 0$$

$$\cos 5x = \sin 5x \text{ или } 2 (\cos 2x - \cos(5x - \frac{\pi}{4})) = 0$$

$$\operatorname{tg} 5x = 1$$

$$\cos 2x = \cos(5x - \frac{\pi}{4})$$

$$5x = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5}, k \in \mathbb{Z}$$

$$2x = 5x - \frac{\pi}{4} + 2\pi k$$

$$2x = -5x + \frac{\pi}{4} + 2\pi k$$

$$3x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n$$

$$7x = \frac{\pi}{4} + 2\pi m$$

$$x = \frac{\pi}{28} + \frac{2\pi n}{3}$$

$$x = \frac{\pi}{28} + \frac{2\pi m}{7}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \cos 5x + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 5x = \cos(5x - \frac{\pi}{4})$$

$$(-x)^{3 \lg(x+4)} = (-x)^{\lg(-x)} \cdot (x+4)^{2 \lg(x+4)}$$

$$2^{\lg 2^3} = 2$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$3) \left(\frac{x^4}{y^2} \right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}$$

$$2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \text{ I.}$$

$$2y^2 - (x+8)y - (x^2+4x) = 0.$$

$$D = x^2 + 16x + 64 + 8x^2 + 32x = 9x^2 + 48x + 64 = (3x+8)^2$$

$$y_1 = \frac{x+8-3x-8}{4} = -\frac{x}{2} \quad (1)$$

$$y_2 = \frac{x+8+3x+8}{4} = x+4 \quad (2)$$

$$(2y+x)(y-(x+4)) = 0.$$

② Если $y = x+4$:

$$\left(\frac{x^4}{x^2+8x+16} \right)^{\lg(x+4)} = (-x)^{\lg(-x^2-4x)}$$

$$a^{\lg b} = (\lg_{10} 10^a)^{\lg b} \quad | \quad a^{\lg_a b} = b.$$

$$a^{\log_{10} b} = (\log_{10} 10^a)^{\log_{10} b} =$$

$$\log_{10} 10^a \cdot \log_{10} b.$$

$$a^{\lg b} = b^{\lg a} \quad 4$$

$$2^{\lg 16} = 2^2 = 4.$$

$$16^{\lg 2} = 16^{\frac{1}{2}} = 4.$$

$$\begin{cases} y > 0. \\ xy < 0. \\ x < 0. \end{cases}$$

$$\begin{aligned} a^{\log_b c} &= \log_b (b^a)^{\log_b c} = \\ &= \log_b (b^{\log_b c})^a = \\ &= \log_b c^a. \end{aligned}$$

① Если $y = -\frac{x}{2}$, то:

$$\left(\frac{4x^4}{x^2} \right)^{\lg(-\frac{x}{2})} = (-x)^{\lg(\frac{x^2}{2})}$$

$$(4x^2)^{\lg(-\frac{x}{2})} = (-x)^{\lg(\frac{x^2}{2})}$$

Если $y = -\frac{x}{2}$, то $x = -2y$:

$$16y^2 \lg y = 2y \lg 2y^2$$

$$4y^2 \lg y = 2y \lg y^2.$$

$$4 \cdot \lg y^2 \cdot y \lg y^2 = 2 \lg y^2 \cdot y \lg y^2.$$

$$\frac{2 \lg y^2}{2 \lg y^2} \cdot \frac{y \lg y^2}{y \lg y^2} = 1$$

$$2 \lg \frac{y^2}{2} \cdot y \lg \frac{y^2}{2} = 1$$

$$2 \lg \frac{y^2}{2} \cdot y \lg \frac{1}{2} = 1$$

$$\frac{2 \lg y}{2 \lg 2} \cdot \frac{1}{y \lg 2} = 1$$

$$\lg y^2 \cdot y \lg 1.$$

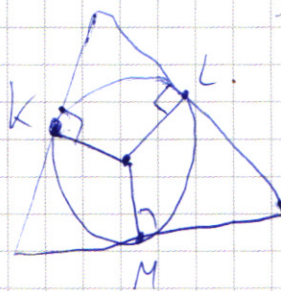
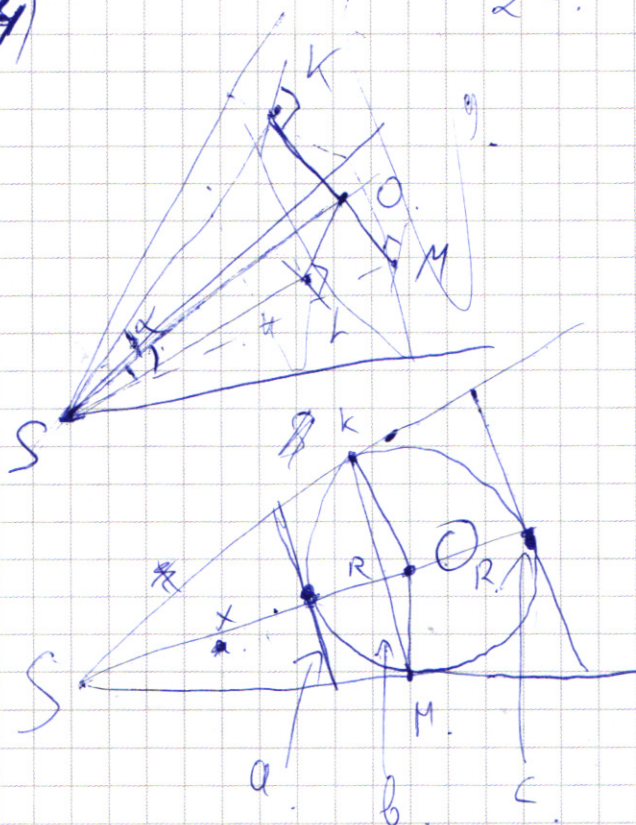
$$\lg \frac{1}{2} = -\lg 2.$$

$$\frac{1}{y \lg 2}.$$

$$\lg y^2 - \lg 2 = 2 \lg y - \lg 2.$$

4)

2-?

 $S = pr$ 

$$\frac{4x}{x} = \frac{6x}{x+R} = \frac{9x}{x+2R}$$

$$6 = 4 \frac{x+R}{x} = 9 \frac{x+2R}{x+R}$$

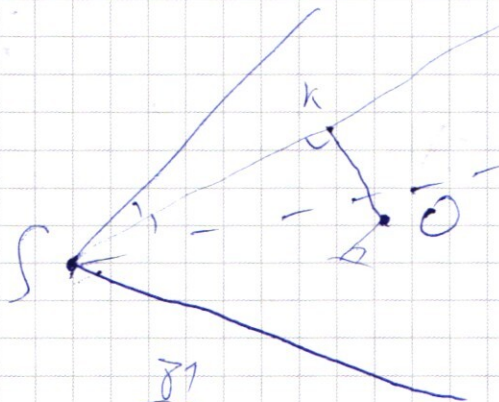
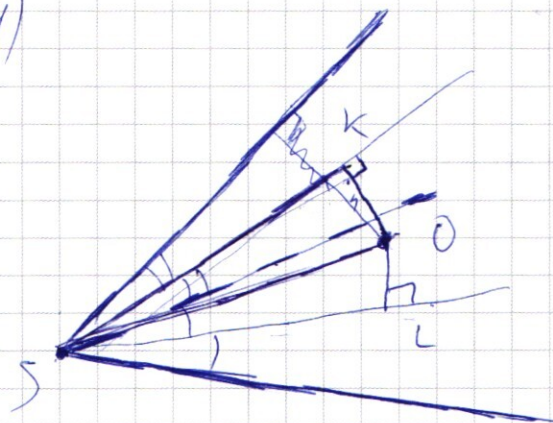
$$4(x+R)^2 = 9(x+2R) \cdot x$$

$$4x^2 + 8xR + 4R^2 = 9x^2 + 18Rx$$

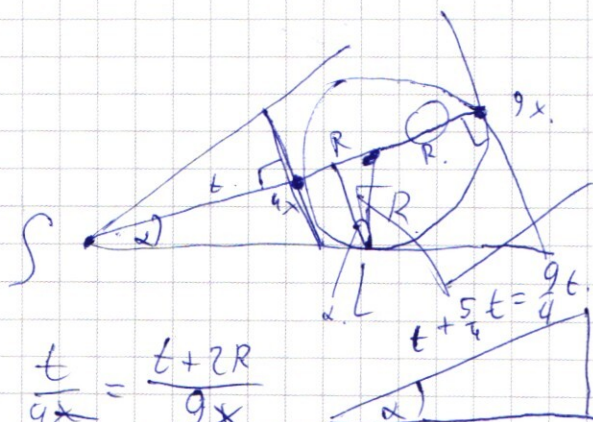
$$5x^2 + 10Rx - 4R^2 = 0 \quad ?$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4)



$$\frac{81}{25} = \frac{56}{56}$$



$$R \sin \alpha = \frac{5 \cdot 5}{4 \cdot 9} = \frac{25}{36}$$

$$\frac{t}{4x} = \frac{t+2R}{9x}$$

$$9t = 4t + 2R$$

$$2R = \frac{5}{2}t$$

$$R = \frac{5}{4}t$$

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{81-25}}{9} = \frac{2\sqrt{14}}{9}$$

$$\sin \alpha = \frac{5}{9} \quad \left| \quad \frac{4x}{t} = \frac{R}{t+R-R \cos \alpha} \right.$$

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{81-25}}{9} = \frac{2\sqrt{14}}{9}$$

$$3) \left(\frac{x^4}{y^2} \right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}; \quad y = -\frac{x}{2} \Rightarrow x = -2y. \quad \text{I}$$

$$y = x + 4. \quad \text{II}$$

$$\frac{(x^4)^{\lg y}}{y^2 \lg y} = (-x)^{\lg(-x) + \lg(y)}$$

$$\frac{x^4 \lg y}{y^2 \lg y^2} = (-x)^{\lg x} \cdot (-x)^{\lg y}$$

$$\frac{(-x)^4 \lg y}{(-x)^{\lg y}} \cdot \frac{1}{y^2 \lg y^2} = (-x)^{\lg(-x)}$$

$$(-x)^{3 \lg y} = -x^{\lg(-x)} \cdot y^{\lg y^2}$$

$$2^{\lg y^3} \cdot y^{\lg y^3} = y^{\lg 2y} \cdot y^{\lg y^2} \cdot 2^{\lg 2y}$$

$$y^{\lg 2 + \lg y^3} = y^{\lg 2} \cdot y^{\lg y^3}$$

$$2^{\lg y^3} \cdot y^{\lg y^3} = y^{\lg 2y^3} \cdot 2^{\lg 2y}$$

$$2^{\lg y^3} = y^{\lg 2} \cdot 2^{\lg 2y}$$

$$2^{\lg y^3} = y^{\lg 2} \cdot 2^{\lg 2} \cdot 2^{\lg y}$$

$$2^{3 \lg y} = 2^{\lg 2} \cdot 2^{\lg y} = y^{\lg 2} \cdot 2^{\lg 2} \cdot 2^{\lg y}$$

$$y^{\lg 2} = 2^{2 \lg y - \lg 2}$$

$$y^{\lg 2} = 2^{\lg \frac{y^2}{2}}$$

$$y^{\lg 2} = 2$$

$$\frac{10 \sqrt{2}}{170} = \frac{17 \sqrt{2}}{y}$$

$$y = 289$$

$$S = 170$$

$$\text{II: } y = x + 4$$

$$\left(\frac{x^4}{(x+4)^2} \right)$$

$$a^{\log_b a} = \log_b b^a \cdot \log_b a$$

$$2^{\log_4 2} = 2^{-2} = \frac{1}{4}$$

$$2^{\log_8 2} = 2^{-3} = \frac{1}{8}$$

$$2^{\log_5 2} =$$

$$\begin{array}{r} 3 \quad 3 \\ + 5 \quad 7 \\ + 5 \quad 7 \\ + 5 \quad 7 \\ + 5 \quad 7 \\ + 6 \quad 12 \\ \hline 35 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \quad 3 \\ + 5 \quad 7 \\ + 5 \quad 7 \\ + 12 \quad 12 \\ + 5 \quad 7 \\ \hline 476 \end{array}$$

$$x^2 + x^2 + 200 + 20\sqrt{2}x = 676$$

$$x^2 + 10\sqrt{2}x - 238 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 50 + 238 = 288 = 12\sqrt{2}$$

$$x_1 = -5\sqrt{2} - 12\sqrt{2}$$

$$x_2 = -5\sqrt{2} + 12\sqrt{2} = 7\sqrt{2}$$

$$x_2 = -5\sqrt{2} + 12\sqrt{2} = 7\sqrt{2}$$

