

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 6

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 4 и 9.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12, \\ (|x| - 6)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r} N1. \quad 16875 \mid 5 \\ 3375 \mid 5 \\ 675 \mid 5 \\ 135 \mid 5 \\ 27 \mid 3 \\ 9 \mid 3 \\ 3 \mid 3 \\ 1 \end{array}$$

$$16875 = 5^4 \cdot 3^3 \cdot 1$$

$$N = C_8^1 \cdot C_7^3 \cdot C_4^4 = 8 \cdot \frac{7!}{3! \cdot 4!} \cdot 1 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2}$$

$$N = 280$$

Ответ: 280

$$N2. \quad \cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$\sin 7x + \sin 3x = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$\cos 7x + \cos 3x = 2 \cos 5x \cos 2x$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - 2 \sin 5x \cos 2x = \sqrt{2} \cos 10x$$

$$\cos 10x = \cos^2 5x - \sin^2 5x = (\cos 5x - \sin 5x)(\cos 5x + \sin 5x)$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) - \sqrt{2} (\cos 5x - \sin 5x) (\cos 5x + \sin 5x) = 0$$

$$(\cos 5x - \sin 5x) (2 \cos 2x - \sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x)) = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} \cos 5x = \sin 5x \\ 2 \cos 2x = \sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x) \end{array} \right.$$

$$2 \cos 2x = \sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x)$$

$$\cos 5x + \sin 5x = 2 \sin \left(\frac{\frac{\pi}{2} - 5x + 5x}{2} \right) \cos \left(\frac{\frac{\pi}{2} - 5x - 5x}{2} \right)$$

$$\cos 5x + \sin 5x = 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \cos \left(\frac{\pi}{4} - 5x \right)$$

$$\left[\begin{array}{l} \cos 5x = \sin 5x \\ \cos 2x = \cos \left(\frac{\pi}{4} - 5x \right) \end{array} \right.$$

$$\cos 2x = \cos \left(\frac{\pi}{4} - 5x \right)$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 5x = \frac{\pi}{4} + \pi k \\ \frac{\pi}{4} - 5x = \pm 2x + 2\pi k \end{array} \right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 5x = \frac{\pi}{4} + \pi k \\ 7x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k \\ 3x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k \end{array} \right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5} \\ x = \frac{\pi}{28} + \frac{2\pi k}{7} \\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi k}{3} \end{array} \right.$$

Ответы:
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi k}{5} \\ x = \frac{\pi}{28} + \frac{2\pi k}{7} \\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi k}{3} \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

УС.
$$\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12 \\ ((x-6)^2 + (y-8)^2 = a \end{cases}$$

$x-6-y \geq 0 \Leftrightarrow y \leq x-6$

$x-6+y \geq 0 \Leftrightarrow y \geq 6-x$

$6-x \leq y \leq x-6: x-6-y + x-6+y = 12 \Leftrightarrow x = 12$

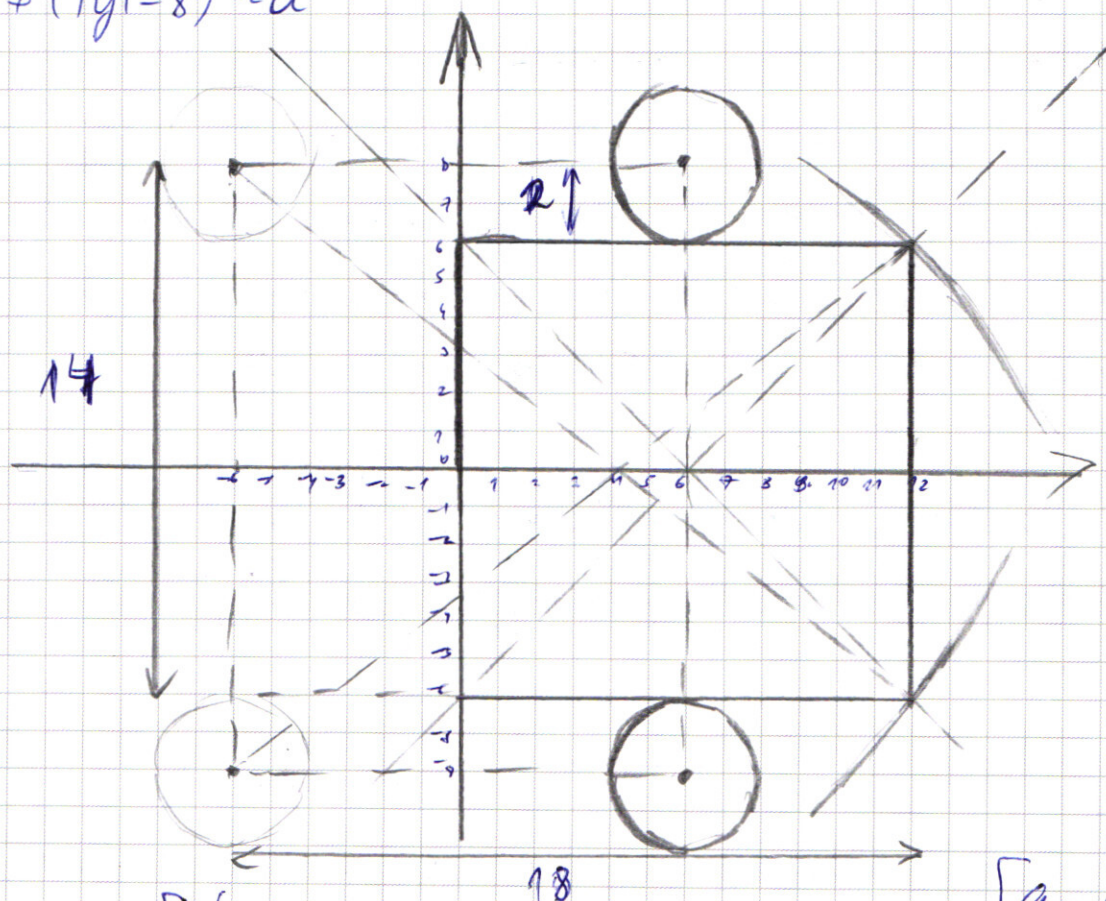
$\begin{cases} 6-x \leq y \\ x-6 \leq y \end{cases}: y \neq 6-x + x-6+y = 12 \Leftrightarrow y = 6$

$\begin{cases} 6-x \geq y \\ x-6 \geq y \end{cases}: x-6-y + 6-x-y = 12 \Leftrightarrow y = -6$

$6-x \leq y \leq 6-x: 6+y-x + 6-x-y = 12 \Leftrightarrow x = 0$

$(x-6)^2 + (y-8)^2 = a$

$a = R^2$



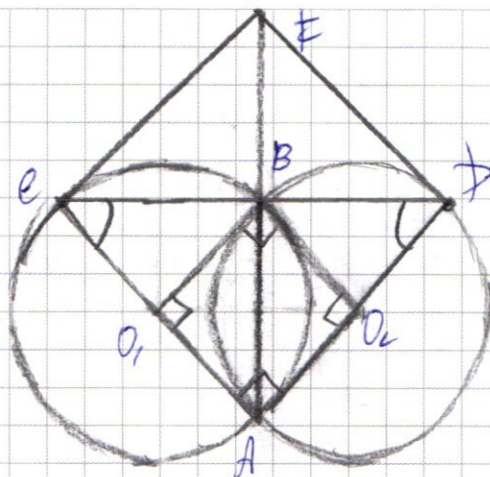
2 решения $\Leftrightarrow \begin{cases} R = 2 \\ R = \sqrt{14^2 + 18^2} = 2\sqrt{7^2 + 9^2} = 2\sqrt{130} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ a = 520 \end{cases}$

Ответ: $\{4; 520\}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

16.

a)



$O_1 - y - I \text{ org.}$
 $O_2 - y - II \text{ org.}$

$$P K_1 = K_2$$

$$\begin{cases} \angle BPA \text{ опущен на } \angle AB \\ \angle ACD \text{ опущен на } \angle AB \end{cases} \Leftrightarrow \angle ACD = \angle APC = 45^\circ$$

$$\angle A Q_1 B = \angle A Q_2 B = 2 \cdot \angle A D B = 90^\circ$$

~~в AO, BO_2 и HNO_3 и в карбонате кальция $\Rightarrow$ к газам.~~

$$\angle ABO_1 = \angle O_1BC = 45^\circ \Rightarrow \angle ABC = 90^\circ$$

$$\left. \begin{array}{l} \angle F \perp CD \\ \angle C = \angle D \end{array} \right\} \Leftrightarrow \text{ACFD - ромб}$$

$$CF = AC = 2 \cdot 13 = 26$$

8) $BC = 10$

$$S_{ACE} = \frac{1}{2} BC \cdot AF = \frac{1}{2} BC \cdot 2BC = BC^2 = 100$$

Omkeem. a) 26
b) 100

$$13. \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} = \lg(-x) + \lg y$$

$$\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-x)} \cdot (-x)^{\lg y} = \frac{(-x)^{\lg y}}{y^{2\lg y}}$$

o.g.: $-x > 0$ $-x \neq 1$
 $y \neq 0$ $\frac{x^4}{y^2} \neq 1$

$$(-x)^{3\lg y - \lg(-x)} = y^{2\lg y} \quad \parallel (-x) = y^{\lg y(-x)}$$

$$y^{\lg y(-x)} (3\lg y - \lg(-x)) = y^{2\lg y}$$

$$\frac{\ln(-x)}{\ln y} \left(\frac{3\ln y - \ln(-x)}{\ln 10} \right) = \frac{2\ln y}{\ln 10} \Leftrightarrow 2\ln^2 y = 3\ln y \ln(-x) - \ln^2(-x)$$

$$2\ln^2 y + \ln^2(-x) - 3\ln y \ln(-x) = 0$$

$$\ln^2 y + \ln^2 y + \ln^2(-x) - 2\ln y \ln(-x) - \ln y \ln(-x) = 0$$

$$(\ln y - \ln(-x))^2 + \ln y (\ln y - \ln(-x)) = 0$$

$$(\ln y - \ln(-x))(\ln y - \ln(-x) + \ln y) = 0$$

$$\begin{cases} \ln y = \ln(-x) \\ 2\ln y = \ln(-x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -x \\ y^2 = -x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -y \\ x = -y^2 \end{cases}$$

$$2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0$$

$$1) x = -y: 2y^2 + y^2 - y^2 + 4y - 8y = 0 \Leftrightarrow 2y^2 - 4y = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ y = 2 \end{cases}$$

$\Rightarrow y = 2$

$$2) x = -y^2: 2y^2 + y^3 - y^4 + 4y^2 - 8y = 0$$

$$y^4 - y^3 - 6y^2 + 8y = 0$$

$$y = 2: 16 - 8 - 24 + 16 = 0$$

$$(y-2)(y^3 + y^2 - 4y) = 0$$

$$y(y-2)(y^2 + y - 4) = 0$$

$$y = \frac{-1 \pm \sqrt{1+16}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$\begin{array}{r} y^4 - y^3 - 6y^2 + 8y \quad | y-2 \\ \underline{y^4 - 2y^3} \quad \quad y^2 - 4y \\ \underline{y^3 - 6y^2 + 8y} \quad \quad y^2 - 4y \\ \underline{y^3 - 2y^2} \quad \quad \quad -4y^2 + 8y \\ \underline{-4y^2 + 8y} \quad \quad \quad -y^2 + 8y \\ \underline{-y^2 + 8y} \quad \quad \quad 0 \end{array}$$

$$\text{Ответ: } (-2; 2); (-4; 2); \left(-\left(\frac{-1-\sqrt{17}}{2}\right)^2, \frac{-1-\sqrt{17}}{2}\right); \left(-\left(\frac{-1+\sqrt{17}}{2}\right)^2, \frac{-1+\sqrt{17}}{2}\right)$$

$$\text{р.с.} \begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12 \\ (|x-6|)^2 + (|y-8|)^2 = a \end{cases}$$

$$2 \cdot 7^2 + 2 \cdot 9^2 = 2 \sqrt{7^2 + 9^2}$$



$$a = k^2$$

$$k = 2 \rightarrow a = 4$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ \times 14 \\ \hline 196 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ \times 178 \\ \hline 1188 \\ 1188 \\ \hline 324 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 140 \\ \times 81 \\ \hline 1120 \\ 1120 \\ \hline 324 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 130 \\ \times 4 \\ \hline 520 \end{array}$$

- 1) $x-6-y \geq 0 \Leftrightarrow y \leq x-6$
- 2) $x-6+y \geq 0 \Leftrightarrow y \geq 6-x$

$$x-6-y \leq 0 \Leftrightarrow y \geq x-6$$

$$6-x \leq y \leq x-6$$

$$x-6+y + x-6+y = 12$$

$$2x-12 = 12 \Leftrightarrow x = 12$$

$$\begin{cases} 6-x \leq y \\ x-6 \leq y \end{cases}$$

$$y+6-x + x-6+y = 12$$

$$y = 6$$

$$\begin{cases} y \leq x-6 \\ y \leq 6-x \end{cases}$$

$$x-6-y + 6-x-y = 12$$

$$y = -6$$

$$\begin{cases} y \geq x-6 \\ y \leq 6-x \end{cases}$$

$$6+y-x + 6-x-y = 12$$

$$x = 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



~?

$$\begin{array}{r} 35 \\ \times 8 \\ \hline 280 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16875 \\ 3 \overline{) 375} \\ \underline{645} \\ 735 \\ \underline{278} \\ 35 \end{array}$$

$$55553331$$

$$\begin{aligned} C_8^1 \cdot C_7^3 \cdot C_4^4 &= 8 \cdot \frac{7!}{3! \cdot 4!} \cdot 1 = 760 \\ &= \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2} = 280 \end{aligned}$$

№2. $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin 7x + \sin 3x = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$\cos 2 = \sin \left(\frac{\pi}{2} - 2 \right)$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \sin \frac{\left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) + \left(\frac{\pi}{2} - \beta \right)}{2} \cos \frac{\left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) - \left(\frac{\pi}{2} - \beta \right)}{2}$$

$$\sin \frac{(\pi - \alpha - \beta) + \pi}{2} = \cos \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$$

$$\cos 7x + \cos 3x = 2 \cos 5x \cos 2x$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} \cos 10x - 2 \sin 5x \cos 2x = 0$$

$$2 \cdot \sin \frac{\pi}{4}$$

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} (\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta))$$

$$\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) = 2 \sin \alpha \cos \beta$$

$$\sin \frac{\pi}{4} \cos 10x = \frac{1}{2} (\sin(10x + \frac{\pi}{4}) + \sin(\frac{\pi}{4} - 10x))$$

$$\sin 10x \cos \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{4} \cos 10x$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2} \cos 10x$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{81} < 85 + (3^{81} - 1)x$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{81} - 85 - 3^{81} \cdot x + x < 0$$

$$(3^x - 81 - 4) \cdot 3^{81} + (x - 4) < 0$$

$$3^{81}(4-x) + (x-4) + (3^x - 81) < 0$$

$$3^{81}(4-x) - (4-x) + 3^4(3^{x-4} - 1) < 0$$

$$(3^{81} - 1)(4-x) + 3^4(3^{x-4} - 1) < 0$$

$$(3^{81} - 1)(4-x) < (3^4 - 3^x)$$

$$3^x = t \\ x = \log_3 t$$

$$(3^{81} - 1)(x-4) > (3^x - 3^4)$$

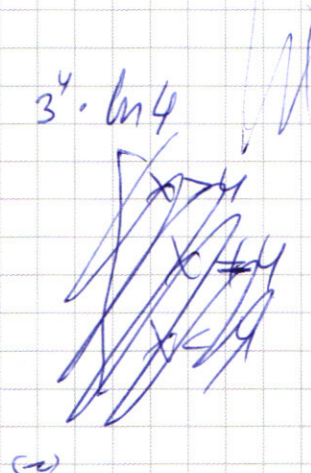
$$\Rightarrow x > 4: (3^{81} - 1) > \frac{3^x - 3^4}{x-4}$$

$$\Rightarrow f(x) = 3^x$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3^{4+(x-4)} - 3^4}{x-4} = (3^4)' = 3^4 \cdot \ln 4$$

$$3^4 \cdot \ln 4$$

$$\begin{cases} (3^{81} - 1)(x-4) > 0 \\ 3^4(3^{x-4} - 1) > 0 \\ 3^x - 3^4 > 0 \\ (3^{81} - 1)(x-4) < 0 \\ 3^4(3^{x-4} - 1) < 0 \\ 3^x - 3^4 < 0 \end{cases}$$



$$\Rightarrow x-4 = t$$

$$\frac{(3^{81} - 1)t}{3^4(3^t - 1)} > 1$$

$$\frac{t(3^{81} - 1)}{3^4(3^t - 1)} > 1$$

$$\Rightarrow t = 3^4$$

$$\Rightarrow t > 3^4: \frac{t(3^{81} - 1)}{3^4(3^t - 1)} < 1$$

$$\Rightarrow t < 3^4: \frac{t(3^{81} - 1)}{3^4(3^t - 1)} > 1$$

$$t < 0: \frac{(3^{81} - 1)t}{(3^t - 1)3^4} < 1$$

$$3^t \uparrow \text{ быстрее, чем } t \\ (3^t)' = \ln 3 \cdot 3^t = \frac{1}{t} \quad t = \log_3 \frac{1}{\ln 3}$$

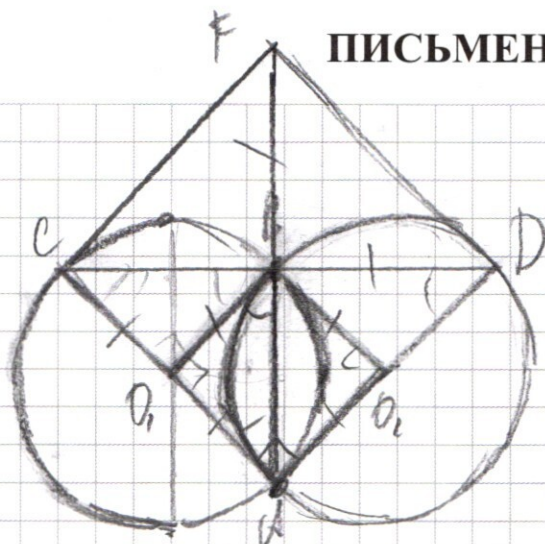
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\ln 3 \cdot 3^x = 3^{81} - 1 = \frac{3^{81} - 1}{3^0}$
 $\ln 3 \approx 1$
 $\log_3 1 \approx \frac{1}{2}$
 $3^{x + \log_3 \ln 3} = 3^{81} - 1$
 $3^{x + \log_3 \ln 3} = 3^{81}$
 $x + \log_3 \ln 3 = 81$
 $x = 81 - \log_3 \ln 3 \approx 80,5$
 $3^{81 - \log_3 \ln 3} = \frac{3^{81}}{\ln 3} + 4 \cdot 3^{81} = 3^{81} \left(\frac{1}{\ln 3} + 4 \right)$
 $85 + (3^{81} - 1)(81 - \log_3 \ln 3)$
 $= 85 + 81 \cdot 3^{81} - 3^{81} \cdot \log_3 \ln 3 - 81 + \log_3 \ln 3$
 $\approx \frac{1}{2}$
 $4 + 81 \cdot 3^{81} - \frac{1}{2} \cdot 3^{81} + \frac{1}{2} \approx 3^{81} \left(\frac{1}{\ln 3} + 4 \right)$
 $3^{81} \cdot 80,5 + 3,3 \approx 3^{81} \left(\frac{1}{\ln 3} + 4 \right) \approx 5$
 $3^{81} \cdot 80,5 + 3,5 > 3^{81} \left(\frac{1}{\ln 3} + 4 \right)$
 $x = 4:$
 $y_1 = 3^4 + 4 \cdot 3^{81}$
 $y_2 = 85 + 4 \cdot 3^{81} - 4 = 3^4 + 4 \cdot 3^{81}$
 $4 < x < 3^4$
 $y_1 = 3^x + 4 \cdot 3^{81}$
 $y_2 = 81 + 4 + 2 \cdot 3^{81} \cdot 5 - 5$
 $81 + 5 \cdot 3^{81} - 1$
 $x = 1:$
 $y_1 = 3 + 4 \cdot 3^{81}$
 $y_2 = 85 + 3^{81} - 1 = 3^4 + 4$
 $y_1 > y_2$
 $x = 3^4:$
 $3^{81} + 4 \cdot 3^{81}$
 $81 + 4 + (3^{81} - 1)81$

☒ черновик ☐ чистовик
 (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
 (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



а) $\angle B_1 = \angle B_2 = 45^\circ$

$r_1 = r_2$

$\angle BPA$ опирается на AB
 $\angle ACD$ опирается на AB

$\angle ACD = \angle ADC$

$\triangle ACD$ - равнобедренный $\Rightarrow \angle ACD = 45^\circ$

$\angle AOB = \angle A_2B = 2\angle ADB = 90^\circ$

$\angle AOB = \angle A_2B = \angle A_2B = 90^\circ$

$\angle AOB = \angle A_2B = 90^\circ$

$\triangle AOB$ и $\triangle BOC$ (прямоугольные)

(1) BO - общий

(2) $AO = CO$

(3) $\angle AOB = \angle BOC = 90^\circ$

$\triangle AOB \sim \triangle BOC$

$\angle ABO = \angle OBC = 45^\circ \Rightarrow \angle ABC = 90^\circ$

$ACFD$ - квадрат

$CF = AC = 2 \cdot 13 = 26$

$BC = 10$

$S_{ACF} = ?$

$S_{ACF} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot CF$

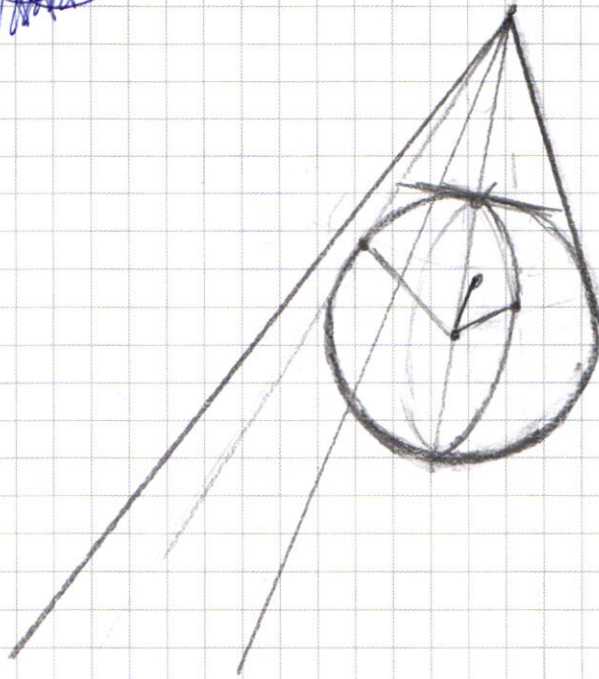
$\frac{1}{2} BC \cdot AF = \frac{1}{2} BC \cdot 2BC = BC^2 = 100$



3, 4, 7

$$x^4 \neq y^2$$

$$x^2 \neq y$$



$$\frac{(-y^2)^4}{y^2} = \frac{y^8}{y^2} = y^6$$

$$\frac{(-y)^4}{y^2} = y^2$$

$$\frac{x^4}{y^2} \neq 1$$

$$\left(\frac{x}{y}\right)^2 \cdot x^2 \neq 1$$

$$\frac{\left(\frac{x^2}{y^2}\right) \lg y}{2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0} = (-x) \lg(-xy) \lg(x) dy$$

$$= (-x) \lg(-x) \cdot (-x) \lg y = \frac{(-x)^2 \lg y}{y^2 \lg y}$$

$$(-x) (3 \lg y - \lg(-x)) = y^2 \lg y$$

$$y \lg(-x) (3 \lg y - \lg(-x)) = y^2 \lg y \lg(-x) = y \lg y \lg(-x)$$

$$\frac{\ln(-x)}{\ln y} \left(\frac{3 \ln y - \ln(-x)}{\ln y} \right) = \frac{2 \ln y}{\ln y} \quad \text{or} \quad 2 \ln^2 y = 3 \ln y \ln(-x) - \ln^2(-x)$$

$$2 \ln^2 y + \ln^2(-x) - 3 \ln y \ln(-x) = 0$$

$$\ln^2 y + \ln^2 y + \ln^2(-x) - 2 \ln y \ln(-x) - \ln y \ln(-x) = 0$$

$$(\ln y - \ln(-x))^2 + \ln y (\ln y - \ln(-x)) = 0$$

$$(\ln y - \ln(-x)) (\ln y - \ln(-x) + \ln y) = 0$$

$$x = -y \quad x = -y^2$$

$$\begin{cases} \ln y = \ln(-x) \\ \ln y^2 = \ln(-x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -x \\ y^2 = (-x) \end{cases}$$

$$2y^2 + y^2 - y^2 + 4y - 8y = 0$$

$$2y^2 - 4y = 0 \quad y(y-2) = 0$$

$$y = 0 \quad y = 2$$

5/6/7/8

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\cos 10x = (\cos 5x - \sin 5x)(\cos 5x + \sin 5x)$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) - \sqrt{2} (\cos 5x - \sin 5x) (\cos 5x + \sin 5x) = 0$$

$$(\cos 5x - \sin 5x) (2 \cos 2x - \sqrt{2} \cos 5x - \sqrt{2} \sin 5x) = 0$$

$$\cos 5x = \sin 5x$$

$$2 \cos 2x = \sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x)$$

$$\cos 5x + \sin 5x = 2 \sin \left(\frac{\frac{\pi}{2} - 5x + 5x}{2} \right) \cos \left(\frac{\frac{\pi}{2} - 5x - 5x}{2} \right)$$

$$\sin \left(\frac{\pi}{2} - 5x \right)$$

$$= 2 \sin \frac{\pi}{4} \cdot \cos \left(\frac{\pi}{4} - 5x \right)$$

$$2 \cos 2x = 2 \cos \left(\frac{\pi}{4} - 5x \right)$$

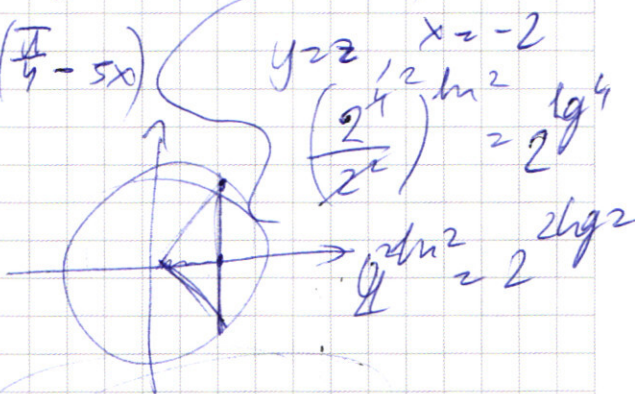
~~2x = 2x~~

$$\frac{\pi}{4} - 5x = \pm 2x + 2\pi k \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$7x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k$$

$$3x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{28} + \frac{2}{7}\pi k \\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{2}{3}\pi k \end{cases}$$



$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2} \right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 \end{cases}$$

$$y^4 + y^3 - 6y^2 + 8y = 0$$

$$y^4 + y^3 - 6y^2 + 8y = 0$$

$$\begin{aligned} 2^4 &= 16 \\ 4^4 &= 256 \\ 4^3 &= 64 \end{aligned}$$

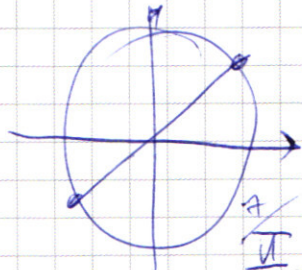
$$16 + 8 - 24 + 16 \quad | y = -4$$

$$16 - 8 - 24 =$$

$$256 + 64 - 24 +$$

$$256 - 64 - 24 - 32$$

$$\begin{aligned} 1 &= 2(10n - 7k) \\ \frac{1}{2} &= 10n - 7k \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5} &= \frac{\pi}{28} + \frac{2\pi k}{7} \\ \frac{2\pi}{70} &= \frac{2\pi n}{9} - \frac{\pi k}{5} \\ \frac{\pi}{35} &= \frac{10\pi n - 7\pi k}{35} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \pi &= 20\pi n - 14\pi k \\ &= 2(10n - 7k) \end{aligned}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

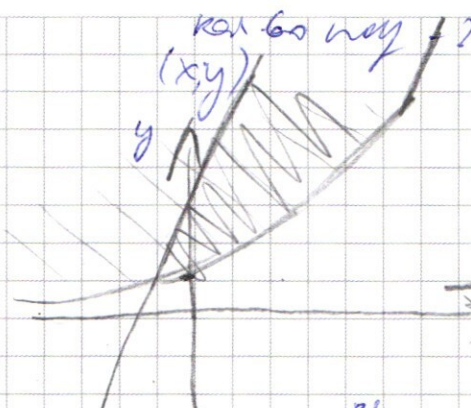
$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{81} = 85 + (3^{81} - 1)x$$

$$y_1' = 3^x \ln 3 \cdot 3^x$$

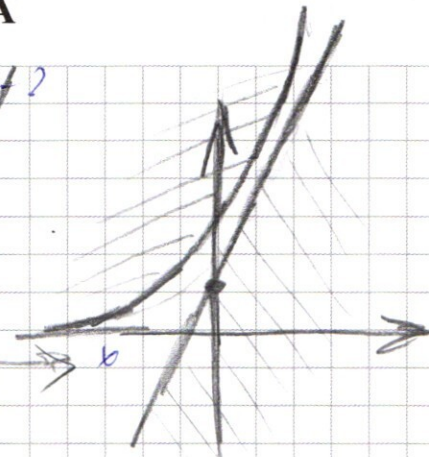
$$y_2' = 3^{81} - 1$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{81} = 85 + (3^{81} - 1)x$$



$$y_1(0) = 1 + 4 \cdot 3^{81}$$

$$y_2(0) = 85$$

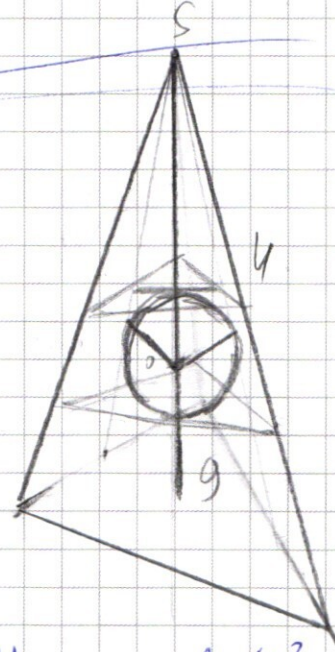
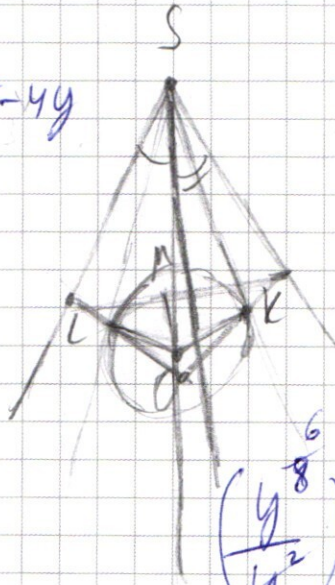
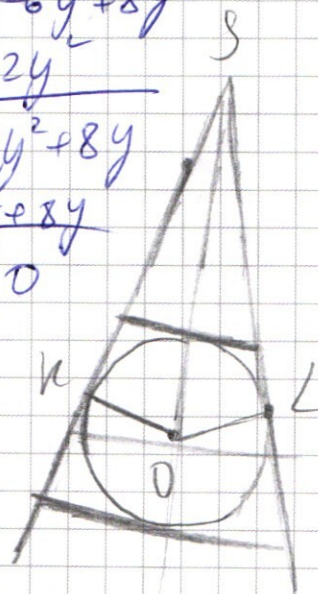


$$\frac{y^4 - y^3 - 6y^2 + 8y}{y^3 - 2y} \cdot \frac{(y-2)}{(y^3 + y^2 - 4y)}$$

$$\frac{y^4 - y^3 - 6y^2 + 8y}{y^3 - 2y}$$

$$-4y^2 + 8y$$

$$+y^2 + 8y$$



$$\left(\frac{y^8}{y^2}\right) \ln y = (y^2) \ln y^3$$

$$y^6 \ln y = y^6 \ln y$$

$$2y^2 + y^3 - y^4 + 4y^2 - 8y = 0$$

$$16 - 8 - 24 + 16$$

$$y \cdot 21 - 2608$$

$$4 \cdot 21 - 608$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\int \left(\frac{x^4}{y^2} \right) dy = (-x) \lg(-xy)$$

$$2y^2 - xy - \frac{x^2}{2} - 4x - 8y = 0$$

$$(\sqrt{2}y - \sqrt{2})^2 = 2y^2 - 8y + 8$$

$$(x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$$

$$(x+2)^2 + 2(y-2)^2 - 8 - 4 - xy = 0$$

$$\exists x+2 = x_1$$

$$y-2 = y_1$$

$$y = y_1 + 2$$

$$x = x_1 - 2$$

$$x_1^2 + 2y_1^2 - 8 - 4 - (x_1 - 2)(y_1 + 2) = 0$$

$$x_1 y_1 + 2x_1 - 2y_1 - 4$$

$$y^2 + y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0$$

$$y(y-x)$$

$$(y-x)(y+x)$$

$$y^2 + y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0$$

$$y(y-x) + (y-x)(y+x) - 8(x+y) + 4x = 0$$

$$\exists y-x = a$$

$$y+x = b$$

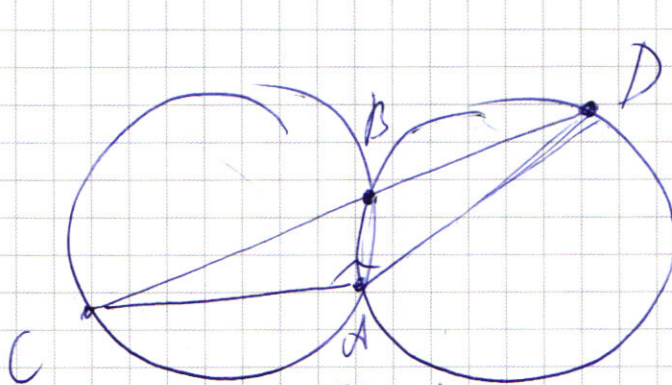
$$x = y - t$$

$$y = \frac{a+b}{2}$$

$$x = \frac{a-b}{2}$$

$$\frac{a-b}{2} \cdot a + a \cdot b - 8b + 4\left(\frac{a-b}{2}\right) = 0$$

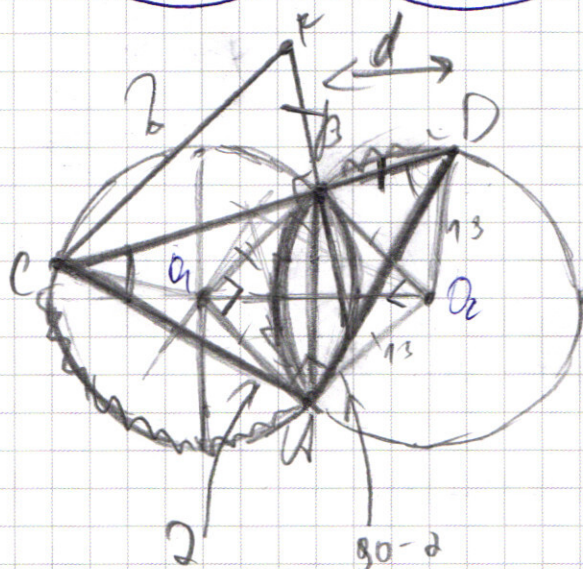
а.з.3:
 $x < 0$
 $x \neq 1$
 $\frac{x^4}{y^2} \neq 1$



$$PF = \sqrt{PB^2 + BC^2}$$

$$\approx \sqrt{BD^2 + BC^2}$$

$$\cos \alpha = PA$$



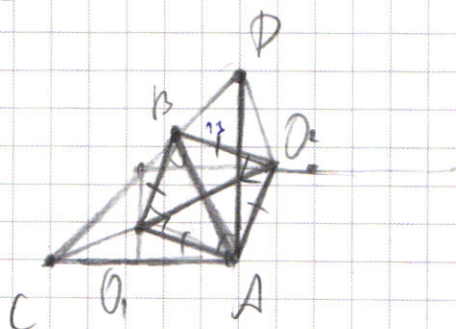
~~$$AB = 2 \cdot 13 \cdot \sqrt{2}$$~~
~~$$2 \cdot 13 \cdot \sqrt{2}$$~~

~~$$BD^2 = AD^2 + AB^2 - 2 \cdot AD \cdot AB \cdot \cos(90 - \alpha)$$

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2 \cdot AC \cdot AB \cdot \cos \alpha$$

$$BD^2 + BC^2 = 2a^2 + 2AB^2 - 2AB \cdot a (\cos \alpha + \sin \alpha)$$

$$2a^2 = CD^2 = (BD + BC)^2 = BD^2 + BC^2 + 2BD \cdot BC$$~~



~~$$AB = 0, O_2 = 13 \cdot \sqrt{2}$$~~

~~$$2x^2 = 13^2$$~~

~~$$x = 13 \cdot \sqrt{2}$$~~

~~$$AB = 2 \cdot 13 \cdot \sqrt{2}$$~~

~~$$AB^2 = 13^2 \cdot 8$$~~