

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 6

ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 4 и 9.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12, \\ (|x| - 6)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

I комбинация 3, 5, 1
 $16875 = 5^4 \cdot 3^3$, $3+4=7=7$ крате 4-х 5-ок и 3-х троек будет еще одна единица. $\Rightarrow$ всего способов расставить $C_8^4 \cdot C_4^3 \cdot C_1^1 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot 4 \cdot 1 = 280$

II комбинация 5, 4, 3, 1 (4 четверки, 1 десятка, 1 тройка, 2 единицы)

$$C_8^4 \cdot C_4^1 \cdot C_3^1 \cdot C_2^2 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{4 \cdot 3 \cdot 2} \cdot 4 \cdot 3 \cdot 1 = 15 \cdot 56 = 840$$

$$I + II = 840 + 280 = 1120 \quad \text{Ответ: } 1120$$

№2

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$\cos 7x + \cos 3x = \cos(5x+2x) + \cos(5x-2x) = 2 \cos 5x \cos 2x$$

$$\sin 7x + \sin 3x = \sin(5x+2x) + \sin(5x-2x) = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$\cos 10x = \cos^2 5x - \sin^2 5x$$

$$\Rightarrow 2 \cos 5x \cos 2x - 2 \sin 5x \cos 2x = \sqrt{2} (\cos 5x - \sin 5x) (\cos 5x + \sin 5x)$$

$$\sqrt{2} \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) = (\cos 5x - \sin 5x) (\cos 5x + \sin 5x)$$

$$\begin{cases} \cos 5x - \sin 5x = 0 & (1) \\ \sqrt{2} \cos 2x = \cos 5x + \sin 5x & (2) \end{cases}$$

1) $\cos 5x - \sin 5x = 0$

$$\sin 5x \neq 0, \text{ (т.к. } 1 - 0 = 0), \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cot 5x = 1 \Rightarrow 5x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi n}{5}, n \in \mathbb{Z}$$

2) $(\sqrt{2} \cos 2x)^2 = (\cos 5x + \sin 5x)^2$ (нужно сделать проверку)

$$2 \cos^2 2x = \cos^2 5x + \sin^2 5x + 2 \sin 5x \cos 5x$$

$$2 \cos^2 2x - 1 = \sin 10x$$

$$\cos 4x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - 10x\right)$$

$$\begin{cases} 4x = \frac{\pi}{2} - 10x + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ 4x = 10x - \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{28} + \frac{\pi n}{7}, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Решение: $\sqrt{2} \cos$

Ответ: $\begin{cases} x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi n}{5}, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{28} + \frac{\pi n}{7}, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$

№3

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} & (1) \quad \text{ОДЗ: } \begin{cases} -x > 0 \Rightarrow x < 0 \\ -xy > 0 \Rightarrow y > 0 \text{ (при } x < 0) \end{cases} \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 & (2) \end{cases}$$

Решим уравнение 2, как квадратное уравнение по x :

$$x^2 + x(y+4) + 8y - 2y^2 = 0$$

$$D = y^2 + 8y + 16 - 32y + 8y^2 = 9y^2 - 24y + 16 = (3y - 4)^2$$

$$x = \frac{-y-4 \pm 3y-4}{2} = y-4 \quad (3) \quad y \in (0; 4) \text{ (при } y \text{ не ОДЗ)}$$

$$x = \frac{-y-4-3y+4}{2} = -2y \quad (4)$$

Решим уравнение 4:

$$\left(\frac{2y}{y^2}\right)^{\lg y} = (2y)^{\lg(2y^2)}$$

$$(16y^2)^{\lg y} = (2y)^{\lg y} \cdot (2y)^{\lg 2y} \quad y \neq 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{16y^2}{2y}\right)^{\lg y} = 2^{\lg 2y} \cdot y^{\lg 2y}$$

$$8^{\lg y} \cdot y^{\lg y} = 2 \cdot 2y \cdot y^{\lg 2y+1}$$

$$y \cdot y^{\lg y+2} = 2 \cdot y^{\lg y+2} \quad y^{\lg y+2} \neq 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = 2 \Rightarrow x = -4$$

Входим в ОДЗ $\Rightarrow$ решение.

Решим уравнение 3:

$$\left(\frac{(y-4)^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (4-y)^{\lg((4-y)y)}$$

$$\left(\frac{(4-y)^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (4-y)^{\lg(4-y)} \cdot (4-y)^{\lg y}$$

$$\left(\frac{(4-y)^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (4-y)^{\lg y(4-y)}$$

$$\lg y \lg_{(4-y)} \left(\frac{(4-y)^4}{y^2}\right) = \lg_{(4-y)} (4-y) \cdot \lg_{(4-y)} (4-y)$$

$$\lg y (\lg_{(4-y)} (4-y)^3 - \lg_{(4-y)} (y^2)) = \lg_{(4-y)} 4 - y$$

$$\lg_{(4-y)} 4 - \lg y = -\lg y \cdot \lg_{(4-y)} y^2$$

$$\lg_{(4-y)} 4 - \lg y = -\frac{\lg y \cdot \lg y^2}{\lg_{(4-y)} y}$$

$$\lg^2(4-y) - 3 \lg y \cdot \lg_{(4-y)} y = -2 \lg^2 y \quad | : \lg^2 y \quad (y=1 - \text{не корень уравнения})$$

Получим см. на стр. №3

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\left(\frac{\lg(u-y)}{\lg y}\right)^2 - 3 \frac{\lg(u-y)}{\lg y} + 2 = 0$$

$$\log_y^2(u-y) - 3 \log_y(u-y) + 2 = 0$$

$$D = 9 - 8 = 1 \Rightarrow \log_y(4-y) = \frac{3 \pm 1}{2} \Rightarrow \begin{cases} \log_y(4-y) = 2 & \text{(I)} \\ \log_y(4-y) = 1 & \text{(II)} \end{cases}$$

(I) ~~Deriv~~ $y^2 = 4 - y$

$$y^2 + y - 4 \geq 0$$

$$2x + y - 4 = 0 \quad D = 1 + 16 = 17 \Rightarrow y = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$y \in (0; 4) \Rightarrow \frac{-2 - \sqrt{17}}{2} - \text{negativ} \Rightarrow y = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}; x = \frac{\sqrt{17} - 9}{2}$$

(II) ~~g = 4 - y~~ $g = 4 - y$

$$y=2; x=-2$$

Ans: $y=2; x=-2$

 $\sqrt{5}$

$$|x-6-y| + |x-6+y| = 12 \quad (1)$$

$$\{(1 \times 1 - 6)^2 + (1 \times 1 - 8)^2 = a \cdot b\}$$

Page number 1 :

$$\text{II } \begin{cases} x - 6 - y \geq 0 \\ x - 6 + y \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y \leq x - 6 \\ y \geq 6 - x \end{cases}$$

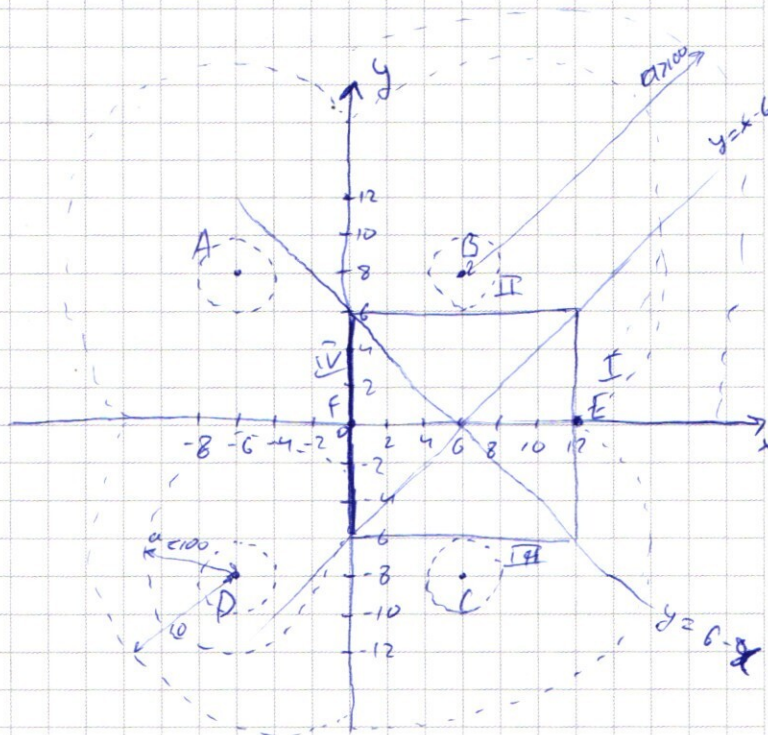
$$x - 6 - y + x - 6 + y = 12$$

$$x = 12$$

$$\text{II} \begin{cases} x - 6 - y \leq 0 \\ x + y \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y \geq x - 6 \\ y \geq -x \end{cases}$$

$$\text{III} \quad \begin{cases} x - 6 - y \geq 0 & \Rightarrow y \leq x - 6 \\ x - 6 + y \leq 0 & \Rightarrow y \leq 6 - x \\ x - 6 - y - x + 6 - y = 12 \\ y = -6 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \Downarrow \quad & \begin{cases} x - 6 - y \leq 0 \Rightarrow y \geq x - 6 \\ x - 6 + y \leq 0 \Rightarrow y \leq 6 - x \end{cases} \\ & -x + 6 + y - x + 6 - y = 12 \\ & \quad \quad \quad x = 0 \end{aligned}$$



Упр-е (2) задает 4 окружности в конусе и поверхности при $\alpha < 36^\circ$ и 4 симметричные точки окружностей при $\alpha > 36^\circ$.

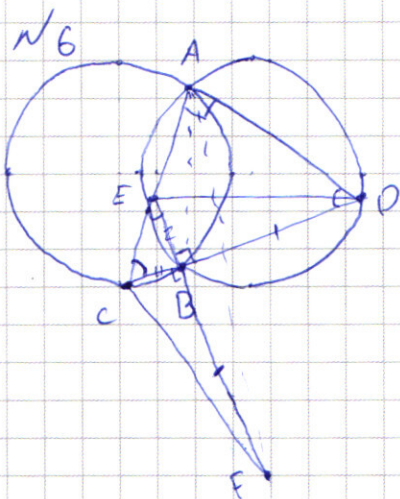
Прогноз. Ср. на СТР. 4

A, B, C, D - центры окружностей. Постепенно увеличивая α - увеличиваются их радиусы $\Rightarrow$ первый случай при $\alpha = 2$: окружности B и C касаются квадрата, образующего первый график, а A и D еще не достигли центра других точек с крив. $\Rightarrow \alpha = 4$ - решение

Второй случай - когда радиусы равны, что достигается одними полными дугами точки F и $E \Rightarrow \alpha = 8/00$

Если $\alpha > 100$, то решение не ~~получается~~ (из графика)

Если $\alpha < 100 \Rightarrow$ решение будет 2-х (из графика)



а) Дано: $R=13$; $\angle CAD=90^\circ$; $FE \perp CD$

$$\text{По т. син: } \frac{AB}{\sin \angle D} = 2R; \frac{AB}{\sin \angle C} = 2R \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sin \angle D = \sin \angle C; \text{ углы острые,}$$

$$\Rightarrow \angle C = \angle D = 45^\circ; AC = AD$$

$$\angle BEC = 90^\circ - \angle C = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow BE = BC \text{ (т.к. } \triangle ECB - \text{ равноб.)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow BC = BE$$

$$BD = BF \text{ (по ул.)}$$

$$\angle B = 90^\circ$$

$$\Rightarrow DE = CF \text{ (I)}$$

~~$\angle AED$ опирается на дугу AD~~
 ~~$\angle BFA$ опирается на дугу AB~~

$\angle DBE = 90^\circ$; $\angle EAD = 90^\circ \Rightarrow$ опираются окружности около $\triangle AOB$.
 $\angle OBA = \angle DEA$, как опирающиеся на одну дугу.

Теперь рассмотрим на ~~данной~~ окружности, которая одна дана. $\angle OBA$ и $\angle DEA$ опираются на одну дугу и равны, и лежат по одну сторону от нее $\Rightarrow E$ лежит на окружности, описанной около $\triangle OBA \Rightarrow \text{пу } \angle B = 90^\circ$, то DE - диаметр окружности. Из I: $DE = CF \Rightarrow CF = 2 \cdot R = 26$

Ответ: $CF = 26$.

б) Дано: $BC = 10$ Найти: $S_{\triangle ACF}$

$$\angle EDB = 22,5^\circ$$

$$\angle ECB = \angle BED = 90^\circ - 22,5^\circ = 67,5^\circ \Rightarrow \angle FCA = 5 \cdot 22,5^\circ$$

$$S_{\triangle AFC} = \frac{1}{2} CF \cdot CA \cdot \sin \angle FCA$$

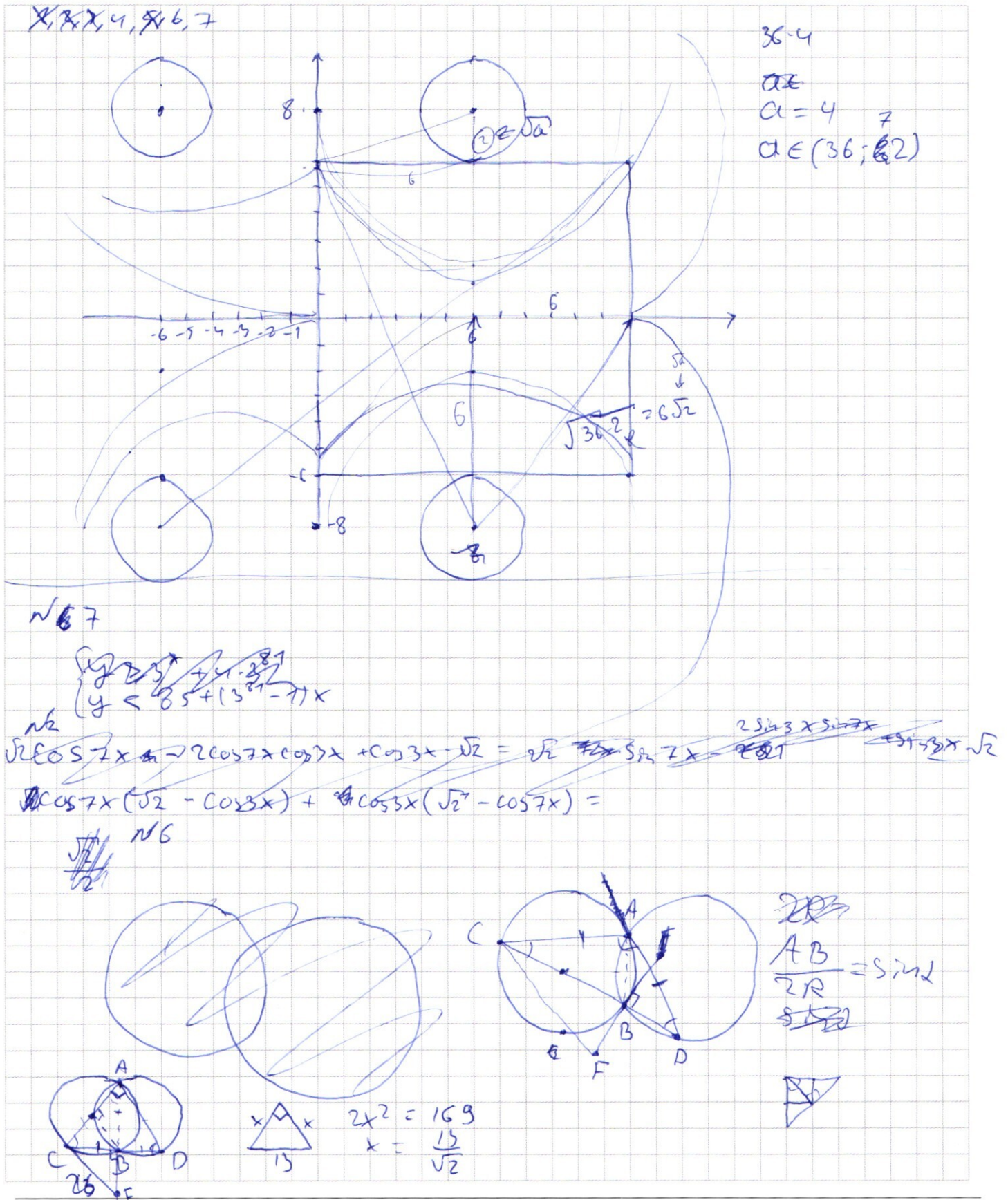
$$BD = \sqrt{26^2 - 10^2} = (\sqrt{26-10})(\sqrt{26+10}) = \sqrt{576} = 24 \Rightarrow CF = 34 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AC^2 = 34^2 \Rightarrow AC = \frac{34}{\sqrt{2}}$$

$$S_{\triangle AFC} = \frac{1}{2} \cdot 26 \cdot \frac{34}{\sqrt{2}} \cdot \sin(90^\circ + 22,5^\circ) = \frac{13 \cdot 34}{\sqrt{2}} \cdot \cos \left(\frac{45^\circ}{2} \right) =$$

$$= \frac{13 \cdot 34}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\frac{\cos 45^\circ + 1}{2}} = \frac{13 \cdot 34^2}{8} \cdot \sqrt{\frac{\sqrt{2} + 2}{2}} = \frac{13 \cdot 17}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\frac{1 + \sqrt{2}}{\sqrt{2}}}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 5x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$\sqrt{2} \cos 2x = \cos 5x + \sin 5x$$

$$2\cos^2 2x = \cos^2 5x + 2\sin 5x \cos 5x + \sin^2 5x$$

$$2\cos^2 2x - 1 = \sin 10x$$

$$\cos 4x = \sin 10x$$

$$\cos 4x = \sin(\frac{\pi}{2} - 10x)$$

$$4x = \frac{\pi}{2} - 10x + 2\pi n$$

$$4x = 10x - \frac{\pi}{2} + 2\pi n$$

$$14x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$$

$$-6x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n$$

$$\left. \begin{aligned} 14x &= \frac{\pi}{2} + 2\pi n \\ -6x &= -\frac{\pi}{2} + 2\pi n \end{aligned} \right\} \begin{aligned} x &= \frac{\pi}{28} + \frac{2\pi n}{7}, n \in \mathbb{Z} \\ x &= \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

$$\cos \frac{\pi}{4} + \cos \frac{3\pi}{28} - \sqrt{2} \cos \frac{10\pi}{28} = \sin \frac{\pi}{4} + \sin \frac{3\pi}{28}$$

$$\cos^2 \frac{3\pi}{28} + \sin^2 \frac{3\pi}{28} + 2 \sin \frac{3\pi}{28} \cos \frac{2\pi}{28} = 2 \cos^2 \frac{10\pi}{28} - 1$$

$$\sin \frac{5\pi}{28} = \cos \frac{20\pi}{28}$$

N3

$$\left(\frac{x^n}{y^2} \right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}$$

$$(x < 0; y > 0)$$

$$2a^2 - a^2 - a^2 - 4a - 8a$$

$$(2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0)$$

$$-2y^2 + xy + x^2 + 4x + 8y = 0$$

$$x^2 + x(y+4) + 8y - 2y^2 = 0$$

$$D = (y+4)^2 - 4(-2y^2+8y) = y^2 + 8y + 16 + 8y^2 - 32y = 9y^2 - 24y + 16 =$$

$$= (3y-4)^2$$

$$x = \frac{-y-4 \pm 3y-4}{2} = y-4$$

$$x = -y-4$$

$$x = \frac{-y-4 \pm 3y-4}{2} = y-4 \quad (1) \quad y \in (0; 4)$$

$$x = \frac{-y-4 \pm 3y-4}{2} = -2y \quad (2) \quad y \leq 0$$

$$1) \left(\frac{y-4}{y^2} \right)^{\lg y} = (4-y)^{\lg(4-y)y}$$

$$\begin{aligned} a^2 - 3ab &= -2b^2 \\ a^2 - 3ab + 2b^2 &= 0 \end{aligned}$$

$$2) \left(\frac{2y}{y^2} \right)^{\lg y} = (2y)^{\lg(2y)^2}$$

$$16^{\lg y} \cdot (y^2)^{\lg y} = 2^{\lg 2^2} \cdot y^{\lg 2^2}$$

$$y^4 \cdot y^{2\lg y} = 2y^2 \cdot y^{\lg 2^2}$$

$$y^{2\lg y + 4} = 2 \cdot y^{\lg 2^2 + 2}$$

$$y^2 \cdot y^{2\lg y} = 2y^2$$

$$y^{\lg y^2 + \lg 2 + 3} = 2 \cdot y^{\lg 2^2 + 2}$$

$$y \cdot y^{\lg y^2 + 2} = 2y^{\lg 2^2 + 2}$$

$$\begin{aligned} y &= 2 \\ y &= -4 \end{aligned}$$

$$y^{\lg y} \cdot y^{\lg y} = 2y^{\lg y} \cdot (2y)^{\lg y} \cdot (2y)^{\lg y}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$$\begin{array}{r} 16875 \mid 5 \\ 3375 \mid 5 \\ 675 \mid 5 \\ 135 \mid 5 \\ 27 \mid 3^3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3375 \\ \times 3375 \\ \hline 16875 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3375 \\ \times 5 \\ \hline 16875 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 27 \\ \times 27 \\ \hline 4375 \\ 1280 \\ \hline 16875 \end{array}$$

$$\left(\frac{28}{22}\right)^1 = 4^3 \quad \begin{array}{r} 840 \\ +280 \\ \hline 1120 \end{array}$$

$$5^4 - 3^3 = 625 - 27 = 598$$

$$423 = 55556337 = 7 \cdot 1$$

$$1, 4, 5, 3, 3$$

$$C_8^4 = \frac{8!}{4!4!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 70$$

$$C_4^3 = \frac{4!}{3!1!} = 4 \quad 70 \cdot 4 = 280$$

№2

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$\cos 7x = \cos(10x - 3x) = \cos 10x \cos 3x + \sin 10x \sin 3x$$

$$\cos 10x = \cos(3x + 7x) = \cos 3x \cos 7x - \sin 3x \sin 7x$$

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2}(\cos 3x \cos 7x - \sin 3x \sin 7x) = \sin 7x + \sin 3x$$

$$\cos 7x - \sqrt{2} \cos 7x \cos 3x + \cos 3x = \sin 7x - \sqrt{2} \sin 3x \sin 7x + \sin 3x$$

$$a - \sqrt{2}b + b$$

$$\cos 7x - \sin 7x =$$

$$\sin(10x - 3x) = \sin 10x \cos 3x - \sin 3x \cos 10x$$

$$\cos(10x - 3x) = \cos 10x \cos 3x + \sin 10x \sin 3x$$

$$\cos 3x = \cos 10x \cos 3x + \sin 10x \sin 3x - \sin 10x \cos 3x - \sin 3x \cos 10x$$

$$\cos 7x = \cos(5x + 2x) = \cos 5x \cos 2x - \sin 5x \sin 2x$$

$$\cos 3x = \cos(5x - 2x) = \cos 5x \cos 2x + \sin 5x \sin 2x$$

$$2 \cos 5x \cos 2x$$

$$\sin 7x = \sin(5x + 2x) = \sin 5x \cos 2x + \sin 2x \cos 5x$$

$$\sin 3x = \sin(5x - 2x) = \sin 5x \cos 2x - \sin 2x \cos 5x$$

$$2 \sin 5x \cos 2x$$

$$\cos 3x - \sin 3x$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2}(\cos^2 5x - \sin^2 5x) = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$\sqrt{2} \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2} (\cos 5x - \sin 5x) (\cos 5x + \sin 5x)$$

$$1) \cos 5x - \sin 5x = 0$$

$$2) \sqrt{2} \cos 2x = \cos 5x + \sin 5x$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} + 1 = \frac{1 + \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$3^x + 4 \cdot 3^{21} = 85 + 3^{21}x - x$
 $x = 4 \Rightarrow 81 + 4 \cdot 3^{21} = 81 + 4 - 4 + x$

$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$
 $\cos \frac{\pi}{2} = 2 \cos^2 \frac{\pi}{4} - 1$
 $\cos \frac{\pi}{2} = 0$

$$\cos 5x + \sin 5x =$$

$$\cos(3x+2x) + \sin(3x+2x) = \cos 3x \cos 2x - \sin 3x \sin 2x + \sin 3x \cos 2x + \cos 3x \sin 2x =$$

$$= \cos 2x (\sin 3x + \cos 3x) + \sin 2x (\cos 3x - \sin 3x) = \cos 2x$$

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} (\cos 5x - \sin 5x) = \sin 7x + \sin 3x$$

$$\cos 7x - \sqrt{2} \cos 7x \cos 3x + \cos 3x = \sin 7x - \sqrt{2} \sin 7x \sin 3x + \sin 3x$$

$$(\cos 7x + \cos 3x)^2 = \cos^2 7x + 2 \cos 7x \cos 3x + \cos^2 3x$$

$$\sqrt{3} \left(\frac{x^4}{y^2} \right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}$$

$$2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0$$

$$2y^2 - y(x+8) - x^2 - 4x = 0$$

$$D = (x+8)^2 - 8(-x^2-4x) = x^2 + 16x + 64 + 8x^2 + 32 = 9x^2 + 16x + 96$$

$$3+10+10+12=35$$



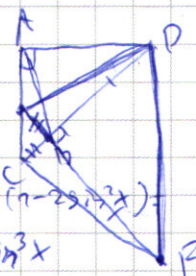
$$3+5+5+5+8=26$$



$$\cos 7x \sqrt{2} \cos 2x =$$

$$\cos 2x = (2 \cos^2 x - 1) \sqrt{2}$$

$$\sin 3x = \sin 2x \cos x + \sin x \cos 2x = 2 \sin x \cos^2 x + \sin x (1 - 2 \sin^2 x) = 2 \sin x - 2 \sin^3 x + \sin x - 2 \sin^3 x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x$$



$$a > 2$$

$$|x-6-y| + |x-6+y| = 12$$

$$(|x-6|)^2 + (|y-6|)^2 = a$$

$$\begin{cases} x-6-y \geq 0 \\ x-6+y \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y \leq x-6 \\ y \geq 6-x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > y+6 \\ x < y-6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-6-y \leq 0 \\ x-6+y \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y \geq x-6 \\ y \geq 6-x \end{cases}$$

$$-x+6+y+6-x-6+y=12$$

$$\begin{cases} x-6-y \geq 0 \\ x-6+y \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y \leq x-6 \\ y \leq 6-x \end{cases}$$

$$x-6-y-x+6-y=12$$

$$\begin{cases} x-6-y \leq 0 \\ x-6+y \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y \geq x-6 \\ y \leq 6-x \end{cases}$$

$$-x+6+y-x+6-y=12$$

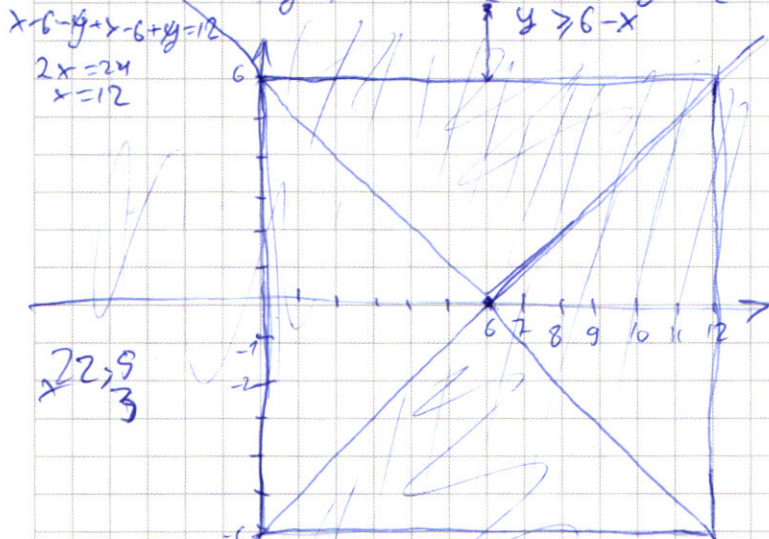
$$(e^x)' = e^x$$

$$y = 3^x + 4 \cdot 3^{81}$$

$$y' = \frac{3^x}{\ln 3}$$

$$y = 85 + 3^{81}$$

$$y' = 3^{81} - 1$$





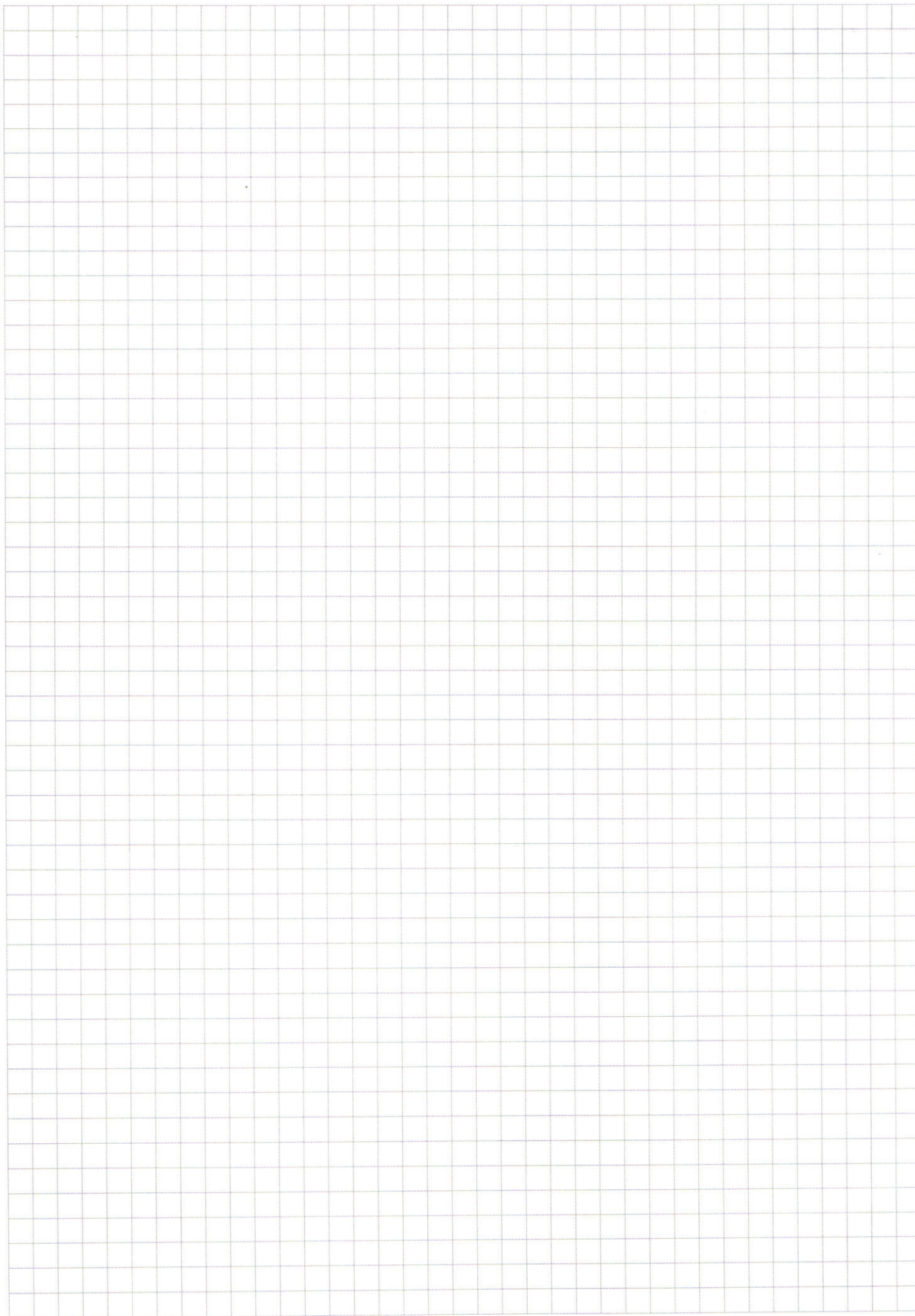
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № ____
(Нумеровать только чистовики)



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)