

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 6

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 4 и 9.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12, \\ (|x| - 6)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1 2 3 4 5 6 7 8

N1

$$M = 16845$$

$$16845 = 25 \cdot 675 = 5^4 \cdot 3^3$$

i - цифра числа

Т.К. $M = 16845 \Rightarrow$ нет цифра 0.

Т.К. $M : 5^4 \Rightarrow$ в числе 4 цифры (5, т.е. 4-5'!

Т.К. $M : 3^3 \Rightarrow$ в числе есть цифры $\neq 3$, т.е. '3', '6', или '9'!

I в числе 4-5' и ровно 3 цифры ($\neq 3$), т.е. 3-6/3'

C_8^4 - число вариантов расставить 5-ки

C_4^3 - число вариантов выбрать 3 позиции из оставшихся 4х

на каждую из 3 позиций мы можем поставить либо '3', либо '6' $\Rightarrow 2^3$

и на последнюю позицию мы можем поставить любую цифру из [1, 2, 4, 7, 8]

$$\Rightarrow C_8^4 \cdot C_4^3 \cdot 2^3 \cdot 5 = \frac{8!}{4! \cdot 4!} \cdot \frac{4!}{3!} \cdot 2^3 \cdot 5 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{3!} \cdot 2^3 \cdot 5 = 16800 < 11200$$

II в числе 4-5', одна цифра '9' и одна из цифр '6/3'

C_8^4 - число вариантов расставить 5-ки

C_4^1 - число вариантов выбрать позицию для '9'

C_3^1 - число вариантов выбрать позицию для '3/6'

на эту позицию можно поставить как '3', так и '6'

на оставшиеся 2 позиции можно поставить любую цифру из [1, 2, 4, 7, 8]

$$\Rightarrow C_8^4 \cdot C_4^1 \cdot C_3^1 \cdot 2 \cdot 5^2 = \frac{8!}{4! \cdot 4!} \cdot \frac{4!}{3!} \cdot \frac{3!}{2!} \cdot 2 \cdot 5^2 = (8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5) \cdot 5^2 = 42000$$

Всего $11200 + 42000 = 53200$ Ответ: 53200 чисел

$$\cos 4x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 4x + \sin 3x$$

$$\cos 4x - \sin 4x + \cos 3x - \sin 3x = \sqrt{2} \cos 10x$$

$$\sqrt{2} \cdot \cos\left(4x + \frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{2} \cdot \cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} \cos 10x$$

$$\cos\left(4x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos 10x - \cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\cos\left(4x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos 10x + \cos\left(3x - \frac{3\pi}{4}\right)$$

$$\cos\left(7x + \frac{\pi}{4}\right) = 2 \cos\left(\frac{13x - \frac{3\pi}{4}}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{4x + \frac{3\pi}{4}}{2}\right)$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{4} - 4x\right) = 2 \cos\left(\frac{13x - \frac{3\pi}{4}}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{7}{2}x + \frac{3\pi}{8}\right)$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{8} - \frac{7}{2}x\right) = \sin\left(\frac{\frac{\pi}{4} - 4x}{2}\right)$$

$$2 \sin\left(\frac{\frac{\pi}{8} - 4x}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\frac{\pi}{4} - 4x}{2}\right) = 2 \cos\left(\frac{13x - \frac{3\pi}{4}}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\frac{\pi}{4} - 4x}{2}\right)$$

$$\sin\left(\frac{\frac{\pi}{8} - 4x}{2}\right) = 0$$

$$\sin\left(\frac{4x - \frac{\pi}{8}}{2}\right) = 0$$

$$\frac{\pi}{4} - 4x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{4x - \frac{\pi}{4}}{2} = \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$4x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k$$

$$x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi}{5}k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\sin\left(\frac{\frac{\pi}{8} - 4x}{2}\right) \neq 0$$

$$\cos\left(\frac{\frac{\pi}{8} - 4x}{2}\right) = \cos\left(\frac{13x - \frac{3\pi}{4}}{2}\right)$$

$$\frac{\pi}{4} - 4x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{8} - 3,5x\right) - \cos\left(6,5x - \frac{3\pi}{8}\right) = 0$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{8} - 3,5x\right) + \cos\left(6,5x + \frac{5\pi}{8}\right) = 0$$

$$2 \cos\left(\frac{6,5x + 3,5x + \frac{3\pi}{4}}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\frac{\pi}{2} - 10x}{2}\right) = 0$$

$$\cos\left(\frac{3x + \frac{3\pi}{4}}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{5x + \frac{\pi}{4}}{2}\right) = 0$$

$$\frac{3x + \frac{3\pi}{4}}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$5x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + \pi m, m \in \mathbb{Z}$$

$$3x + \frac{3\pi}{4} = \pi + 2\pi n$$

$$5x = \frac{\pi}{4} + \pi m$$

$$3x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n$$

$$x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi}{5}m, m \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{3}n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{\pi}{20} + \frac{2\pi}{5}k \text{ и } \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi}{3}n \text{ совпадают}$$

$$\frac{\pi}{20} + \frac{2\pi}{5}k = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi}{3}n$$

$$5k + 3(1 + 8n)k = 4(1 + 8n)$$

$$28k = 56n = 4$$

$$4k - 14 = 1$$

$$\text{Ответ: } \frac{\pi}{20} + \frac{\pi}{5}k, \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi}{3}n, \frac{\pi}{20} + \frac{\pi}{5}m; k, n, m \in \mathbb{Z}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\int \left(\frac{x^4}{y^2}\right)' dy = (-x)' y (-xy) \quad (1)$$

$$2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 \quad (2)$$

$$\textcircled{2} \quad 2y^2 - xy + x^2 - 4x - 8y = 0$$

$$x^2 + xy - 2y^2 + 4x + 8y = 0$$

$$(x+2y)(x-y) + 4(x+2y) = 0$$

$$(x+2y) \cdot (x-y+4) = 0$$

$$t = -2g \quad x - y + 4 = 0$$

$$y = x + 4$$

① $\left(\frac{16y^4}{y^2}\right)^{1/4} = (2y)^{1/4}(2y^2)^{1/4}$

$$(16g^2)^{1gg} = (2g)^{1g(2g^2)}$$

$$\frac{1}{(y^2 - z^2)^2} = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{y-z} + \frac{1}{y+z} \right)^2$$

$$2 \log_2 2 = 2 \cdot 1 = 2$$

$$2(\log_2 2^4)$$

$$8^{\lg 2} \cdot (2^{\cancel{2}})^{\cancel{\lg 2}} = (\cancel{2^{\cancel{2}}})^{\cancel{\lg 2}} \cdot (2^2)^{\lg 2}$$

$$2^{\frac{1}{2} \log 2} = 2^{\frac{1}{2} (\log 2^2)}$$

$$3 \lg y = 2 \lg y + \lg 2$$

$$\lg y = \lg z \quad y = z \Rightarrow x = -4$$

N 3

$$u_2 \textcircled{1} \quad x < 0, y > 0$$

$$\left(\frac{x^4}{(x+y)^2} \right)^{\frac{1}{2}(x+y)} = (-x)^{\frac{1}{2}(-x-(x+y))}$$

$$\begin{aligned} & \frac{g(x+y)}{(x+y)^2} \cdot \frac{g(x+y)}{g(x+y)} > 0 \\ & x \cdot \frac{g(x+y)}{g(x+y)} \cdot (-x) \cdot \frac{g(x+y)}{g(x+y)} \cdot (x+y)^2 \cdot \frac{g(x+y)}{g(x+y)} \\ & = -x^2 \cdot \frac{g(x+y)}{g(x+y)} \cdot (-x) \cdot \frac{g(x+y)}{g(x+y)} \cdot (x+y)^2 \cdot \frac{g(x+y)}{g(x+y)} \\ & = (-x^2) \cdot (x+y)^2 \cdot \frac{g(x+y)}{g(x+y)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{(-x)^{4/3} \lg(x+4) - \lg(-x)}{(-x)^{2/3} \lg(x+4)} = \frac{(-x)^{1/3} \lg(-x(x+4))}{(-x)^{2/3} \lg(x+4)} \\ & \frac{(-x)^{1/3} \lg(x+4)}{(-x)^{1/3} \lg(x+4)} = (x+4)^{1/3} \lg(x+4)^2 \\ & \frac{3/4 \lg(x+4) - \lg(-x)}{(-x)^{1/4}} = (x+4)^{1/4} \lg(x+4)^2 \end{aligned}$$

$$\textcircled{1} \left(\frac{x^4}{y^2} \right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}$$

логарифмируем по x

$$\lg y \cdot \lg_{-x} \left(\frac{x^y}{y^2} \right) = \lg(-xy)$$

$$\lg(4 - 2\lg 4) = \lg(x) + \lg y$$

$$3/99 - 2 \frac{192}{9(-x)} = 19(-x)$$

$$\frac{3 \lg y \cdot \lg(x) - 2 \lg^2 y - \lg^2(x)}{\lg(-x)} = 0$$

$$\frac{\lg^2(x) - 3 \lg y \lg(-x) + 2 \lg^2 y}{\lg(x)} = 0$$

$$\begin{cases} (\lg(x) - \lg y)(\lg(-x) - 2 \lg y) = 0 \\ \lg(-x) \neq 0 \end{cases}$$

Всё система $\begin{cases} \lg(-x) = \lg y \\ \lg(-x) = 2 \lg y \\ \lg(-x) \neq 0 \\ \begin{cases} x = -2y \\ x = y + 9y = x + 4 \end{cases} \end{cases}$

$$\text{II } x = -2y$$

$$\lg 2y = \lg y$$

$$\lg y + \lg 2 = \lg y$$

$$\lg 2 = 0 \quad \text{неверно}$$

~~x~~

$$\lg 2y = 2 \lg y$$

$$\lg y + \lg 2 = 2 \lg y$$

$$\lg 2 = \lg y$$

$$\begin{cases} y = 2 \\ x = -4 \end{cases}$$

~~lg~~

$$\text{II } y = x + 4$$

$$\lg(-x) = \lg(x+4)$$

$$-x = x + 4$$

$$x = -2$$

$$y = 2$$

$$\lg(-x) = 2 \lg(x+4)$$

$$-x = (x+4)^2$$

$$x^2 + 9x + 16 = 0$$

$$x + 2 = 8 \pm \sqrt{14}$$

$$-9 \pm \sqrt{14}$$

$$\text{но } x+4 > 0$$

$$\Rightarrow \frac{-9 - \sqrt{14}}{2} + 4 = \frac{-1 - \sqrt{14}}{2} < 0$$

не подходит

$$\text{Итого: } (-2; 2); (-4; 2)$$

$$\text{Ответ: } (-4; 2); (-2; 2); \left(\frac{\sqrt{14}-9}{2}; \frac{\sqrt{14}-1}{2}\right)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Дано $R = B$

$$\angle CAD = 90^\circ$$

$$BF = BD$$

$$CF = ?$$

$$BC = 10$$

$$S_{\triangle CEF} = ?$$

Решение

$$M = BF \cap AD$$

$$\triangle BDM \sim \triangle CAD$$

$$\angle D \text{ общий} \quad \angle B = \angle A = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{BD}{AD} = \frac{MD}{AD} = \frac{BM}{AC}$$

~~DC и DA — касательные к окружности (для любой окружности)~~

$$\Rightarrow DC \cdot DB = DA^2$$

$$DB \cdot (DB + BC) = DA^2$$

~~CD —~~

$$\triangle ABC \quad \frac{AB}{\sin \angle C} = 2R$$

$$\triangle ABD \quad \frac{AB}{\sin \angle D} = 2R$$

$$\Rightarrow \sin \angle C = \sin \angle D$$

$$\triangle ACD \text{ угол } A = 90^\circ \Rightarrow \angle C = \angle D = 45^\circ$$

$$AB = \frac{10}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{BD}{AD} = \frac{BM}{AC} \Rightarrow BD = BM$$

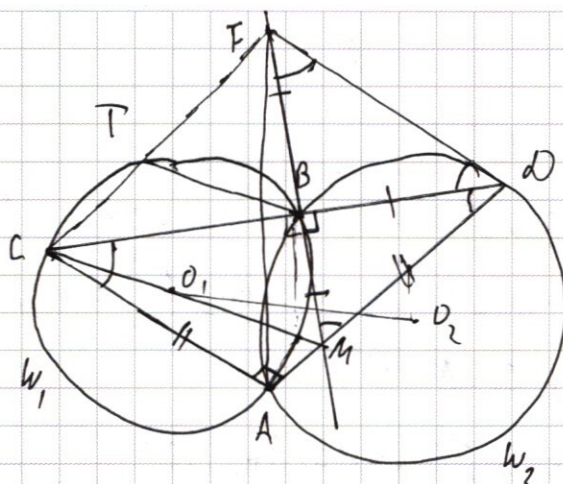
$$\frac{BD}{AD} = \frac{MD}{CD}$$

Пусть $BD = x$

$$\frac{x}{AD} = \frac{\sqrt{2}x}{(x+10)}$$

В четырехугольнике $ACBM$ $\angle M = 45^\circ$ $180^\circ - \angle C$, т.к. $\angle A = \angle B = 90^\circ$

$\Rightarrow M \in \Gamma$ (окружности)



$$(F \cap W_1 = T$$

$$\cancel{CF} \cdot \cancel{FT} = CB$$

$$CF \cdot CF = FB \cdot BM$$

&

$$\triangle CBM$$

$$BM = \sqrt{CM^2 - CB^2} = \sqrt{18^2 - 10^2} = 24$$

$$\Rightarrow \angle BCM = \arccos\left(\frac{5}{13}\right) = \arcsin\left(\frac{12}{13}\right)$$

$$\angle BCA = 45^\circ$$

$$\Rightarrow \angle FCA = \angle BCA + \angle BCF$$

$$\sin(\angle FCA) = \sin(\angle BCA + \angle BCF)$$

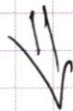
$$= \sin \angle BCA \cdot \cos \angle BCF + \cos \angle BCA \cdot \sin \angle BCF$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{5}{13} + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{12}{13} =$$

$$= \frac{17}{13\sqrt{2}}$$

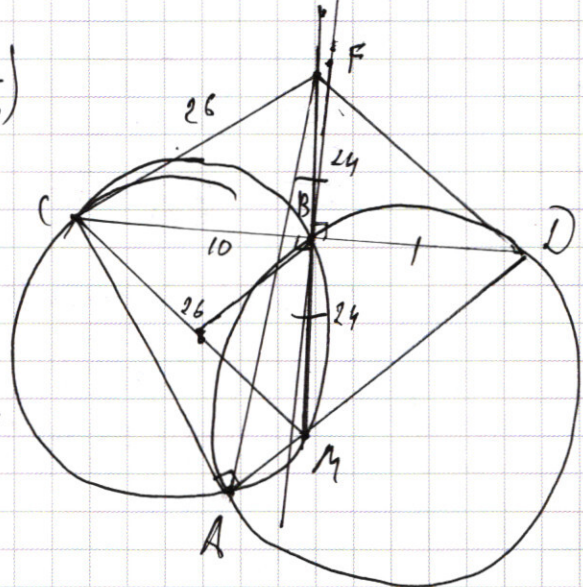
т.к. CM — медиана

$$\Rightarrow O_1 \in CM \text{ и } CO_1 = \frac{1}{2} CM$$



$\triangle CMF$ — CB — медиана и высота

$$\Rightarrow CF = CM \Rightarrow CF = 2R = 26$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} 3^x + 4 \cdot 3^{81} &< 85 + (3^{81} - 1)x \\ 3^x - 81 &< (3^{81} - 1)(x - 4) \\ (x - 4) &< (3^{81} - 1)(x - 4) \end{aligned}$$

при $x > 4$ всегда верно
при $x \leq 4$ $3^{81} - 1 < 0$

Подставим $x = 4$

$$\begin{cases} y \geq 3^4 + 4 \cdot 3^{81} = 81 + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + 4 \cdot 3^{81} - 4 = 81 + 4 \cdot 3^{81} \end{cases}$$

$\Rightarrow x > 4$

при $x = 5$

$$\begin{cases} y \geq 3^5 + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + 5 \cdot 3^{81} - 5 = 80 + 5 \cdot 3^{81} \end{cases} \quad \left| - \begin{array}{l} 3^{81} - 183 \\ 3^{81} - 112 \text{ значений } y \end{array} \right.$$

при $x = 6$

$$\begin{cases} y \geq 43 \cdot 3^6 + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + 6 \cdot 3^{81} - 6 = 79 + 6 \cdot 3^{81} \end{cases} \quad \left| - \begin{array}{l} 2 \cdot 3^{81} - 43 \cdot 3^6 + 29 \end{array} \right.$$

при $x = n$

$$\begin{cases} y \geq 3^n + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 - n + n \cdot 3^{81} \end{cases} \quad \left| - (n-4) \cdot 3^{81} + 85 - n \cdot 3^n \right.$$

при $x = 85$

$$81 \cdot 3^{81} + 0 - 3^{85} = 81 \cdot 3^{81} - 81 \cdot 3^{81} = 0$$

$\Rightarrow y < x < 85$

Сумма всех $\sum_{n=5}^{84} ((n-4) \cdot 3^{81} + 85 - n \cdot 3^n) = \frac{1+80}{2} \cdot 3^{81} + 85 \cdot 80 - \frac{5+84}{2} \cdot 80 - \frac{3^{85}(1-3^{80})}{1-3}$

$$\begin{aligned}
 &= 3240 \cdot 3^{81} + 6800 - 3560 \cdot \frac{3^5(1-3^{80})}{1-3} = 3240 + 3240 \cdot 3^{81} - \frac{3^5(3^{80}-1)}{2} = \\
 &= 3240(3^{81}+1) - \frac{3^{85}}{2} + \frac{3^5}{2} = \frac{(3^{81}+1) \cdot 6480 - 3^{85} + 3^5}{2} = \\
 &= \frac{3^{81} \cdot (6480-81) + 6480 + 243}{2} = \frac{3^{81} \cdot 6399}{2} + \frac{6723}{2} = 3288,5 \cdot 3^{81} + 3361,5
 \end{aligned}$$

Ответ: $3288,5 \cdot 3^{81} + 3361,5$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\sum_{n=5}^{84} (n-4) \cdot 3^{n-1} = 85 - n - 3^n$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{81} < 85 + (3^{81} - 1) \cdot x$$

$$3^x + 4(3^{81} - 1) < 81 + (3^{81} - 1) \cdot x$$

$$3^x < (3^{81} - 1)(x - 4) + 81$$

$$4 - 15' \text{ и } \text{много } 3 \text{ } 6' / 3', \text{ много } 1 - 9' \text{ и } 1 - 6' / 3'$$

$$\text{I } 4 - 15' \text{ и } 3 \text{ } 6' / 3'$$

$$\text{II } 4 - 15' \text{ и } 1 - 9' \text{ и } 1 - 6' / 3'$$

$$40 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 25 = 40 \cdot 2^4 \cdot 10$$

$$40 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 25 = 40 \cdot 6 \cdot 100 = 42000$$

$$(8 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 5) \cdot 25$$

$$4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 125 = 42 \cdot 1000$$

$$\cos 4x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 5x + \sin 3x$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} \cos 10x = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$\sqrt{2} \cos 5x \cos 2x - \cos^2 5x = \sqrt{2} \sin 5x \sin 2x - \sin^2 5x$$

$$\cos 5x (\sqrt{2} \cos 2x - \cos 5x) = \sin 5x (\sqrt{2} \sin 2x - \sin 5x)$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) - \sqrt{2} \cos 10x = 0$$

$$b = 11$$

$$3 + 4 \cdot 3^8$$

$$85 - 11 + 11 \cdot 3^8$$

$$85 - 11 \cdot 3^8 + (11 - 4) \cdot 3^8 \neq 0$$

$$\cos 10x = \frac{1}{2} \cos$$

$$2 \cos 2x \cdot \cos 8x = \cos 10x + \cos 6x$$

$$\cos 10x + \cos \left(3x - 3\frac{\pi}{4} \right)$$

$$2 \cos \left(\frac{13x - 3\pi}{2} \right) \cos \left(\frac{4x + 5\pi}{2} \right)$$

$$\sin \left(\frac{\pi}{8} - \frac{x}{2} \right) \cos \left(\frac{4}{2}x + \frac{3\pi}{8} \right) = \sin \left(\frac{4-x}{2} \right) \cos \left(\frac{3\pi}{8} - \frac{x}{2} \right) = \sin \left(\frac{\pi}{4} - x \right) = \Delta \frac{3\pi}{4}$$

$$\cos \left(\frac{\pi}{4} - 3x \right) = \sin \left(\frac{11x + \pi}{2} \right)$$

$$\sin \left(\frac{3x + 3\pi}{2} \right) - \sin \left(\frac{11x + \pi}{2} \right) = 0$$

$$2 \sin \frac{\pi + 8\pi}{2} = \frac{9\pi}{2} = \frac{3\pi}{2}$$

$$\frac{1}{1 + \frac{1}{3}} = \frac{1}{\frac{4}{3}} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{1 + \frac{1}{3}} = \frac{1}{\frac{4}{3}} = \frac{3}{4}$$

$$3 + 24k = 4 + 56n$$

$$24k - 56n = 1$$

$$6k - 14n = 1$$

$$(2y)^{\lg 2} = 8$$

$$\lg 2 = \lg 8$$

$$2^{\lg 2} = 8 \Rightarrow \lg(2y) = 3$$

$$2y = 1000 \quad y = 500$$

$$2 \cos 2x \cdot \left(\sin \left(\frac{\pi}{2} - 5x \right) - \sin 5x \right) - \sqrt{2} \cos 10x = 0$$

$$2 \cos 2x \cdot 2 \cdot \sin \left(\frac{\pi}{4} - \frac{5x}{2} \right) \cdot \cos \frac{\pi}{4} - \sqrt{2} \cos 10x = 0$$

$$2\sqrt{2} \cos 2x \sin \left(\frac{\pi}{4} - 5x \right) - \sqrt{2} + 2\sqrt{2} \sin^2 5x = 0$$

$$-\sqrt{2} \cos^2 5x + \sqrt{2} \sin^2 5x$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} \cos 10x = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$2 \cos 2x \cdot 2 (\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2} \cos 10x$$

$$2\sqrt{2} \cos 2x \cdot \cos \left(5x + \frac{\pi}{4} \right) = \sqrt{2} \cos 10x$$

$$\cos^4 x - \sin^4 x + \cos 3x - \sin 3x = \sqrt{2} \cos 10x$$

$$\sqrt{2} \cos \left(4x + \frac{\pi}{4} \right) + \sqrt{2} \cos \left(3x + \frac{\pi}{4} \right) = \sqrt{2} \cos 10x$$

$$2 \cos \left(5x + \frac{\pi}{4} \right) \cos 2x = \cos 10x$$

$$\cos \left(3x + \frac{\pi}{4} \right) = -2 \sin \left(3x - \frac{\pi}{4} \right) \sin$$

$$\sin \left(\frac{\pi}{4} - 3x \right) = 2 \sin \left(\frac{\pi}{4} - 3x \right) \sin \left(\frac{11x + \pi}{2} \right)$$

$$2y^2 - xy - y^2 - 4x - 8y = 0$$

$$x^2 + xy - 2y^2$$

$$(x + 2y)(x - y) - 4(x + 2y) = 0$$

$$(x + 2y)(x - y - 4) = 0$$

$$x = -2y \quad x = y + 4$$

$$\left(\frac{16y^3}{y^2} \right)^{\lg 2} = 2y^{\lg(2y^2)}$$

$$(16 \lg^2)^{\lg 2} = 2y^{\lg(2y^2)}$$

$$8 \cdot (2y)^{\lg 2} = (2y)^{\lg(2y^2)}$$

$$(2y)^{\lg 2} = 8$$

$$\lg 2 = \lg 8$$

$$2^{\lg 2} = 8 \Rightarrow \lg(2y) = 3$$

$$3k = 4n + 2m + 1$$

$$k = 4n + 2m + 1$$

$$\cos 2 = \cos 2$$

$$\cos 2 = \cos(-2)$$

