МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 6 ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2}\cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM, если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO, равны 4 и 9.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12, \\ (|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y), удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geqslant 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)\,x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2. $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2}\cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$

$2\cos 2x \cos 5x - \sqrt{2}\cos 10x = 2\sin 5x \cos 2x$

$2\cos 2x(\cos 5x - \sin 5x) - \sqrt{2}(\cos^2 5x - \sin^2 5x) = 0$

$(2\cos 2x - \sqrt{2}(\cos 5x + \sin 5x))(\cos 5x - \sin 5x) = 0$

$(\cos 2x - \cos(5x - \frac{\pi}{4}))(\cos 5x - \sin 5x) = 0$

$\left[\begin{array}{l}\cos 2x = \cos(5x - \frac{\pi}{4}) \\ \cos 5x = \sin 5x \;/ : \underset{\neq 0}{\cos 5x}\end{array}\right.$

Если косинусы равны, аргументы либо равны, либо противоположны.

т.к. $\cos 5x = 0$ не является решением, т.к. $0 \neq 1$

$\operatorname{tg} 5x = 1$

$\left[\begin{array}{l}5x - \frac{\pi}{4} = 2x + 2\pi n \\ 5x - \frac{\pi}{4} = -2x + 2\pi m \\ 5x = \frac{\pi}{4} + 2\pi l \\ 5x = \frac{5\pi}{4} + 2\pi t\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{3} \\ x = \frac{\pi}{28} + \frac{2\pi m}{7} \\ x = \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi l}{5} \\ x = \frac{\pi}{4} + \frac{2\pi t}{5}\end{array}\right.$, где $n, m, l, t \in \mathbb{Z}$

ответ: $\frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{3}$; $\frac{\pi}{28} + \frac{2\pi m}{7}$; $\frac{\pi}{20} + \frac{2\pi l}{5}$; $\frac{\pi}{4} + \frac{2\pi t}{5}$, $n, m, l, t \in \mathbb{Z}$

№3. $\begin{cases}\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} & (1) \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 & (2)\end{cases}$

Р-м (1). $\begin{cases} y > 0 \\ -xy > 0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y > 0 \\ x < 0\end{cases}$

$\frac{x^{4\lg y}}{y^{2\lg y}} = (-x)^{\lg(-x) + \lg y}$

• $y^{2\lg y} = y^{2 \cdot \frac{1}{\log_y 10}} = y^{2(\log_y 10)^{-1}} =$
$= y^{-2\log_y 10} = y^{\log_y \frac{1}{100}} = \frac{1}{100}$

• $(-x)^{\lg(-x)} = \cancel{(-x)^{\log_{10}(-x)}} = (-x)^{\frac{1}{\log_{(-x)} 10}} =$
$= (-x)^{-\log_{(-x)} 10} = (-x)^{\log_{(-x)} \frac{1}{10}} = \frac{1}{10}$.

$\frac{x^{4\lg y}}{\frac{1}{100}} = \frac{1}{10} \cdot (-x)^{\lg y}$

$x^{4\lg y} = \frac{1}{10^3}(-x)^{\lg y}$ $\;/\; x^{4\lg y} = (-x)^{4\lg y} \Rightarrow$ $(-x)^{\lg y} = a$

$a^4 = \frac{1}{10^3} a$

$a(a^3 - \frac{1}{10}) = 0$

$\left[\begin{array}{l}a = 0 \\ a = \frac{1}{10}\end{array}\right.$

if $a = 0 \Rightarrow$
$(-x)^{\lg y} = 0 \Rightarrow x = 0$, что невозможно, т.к. $x < 0$

if $a = \frac{1}{10} \Rightarrow$
$(-x)^{\lg y} = (-x)^{-\log_y 10} =$
$= (-x)^{\log_y \frac{1}{10}} = \frac{1}{10}$, что выполняется если $-x = y$

Р-м (2) ~~$2y^2 - xy - 2x^2 - 8y + x^2 = 0$~~
~~$2(y^2 - x^2) + x(y - x)$~~

$2y^2 - xy - 2x^2 + x^2 - 4x - 8y = 0$

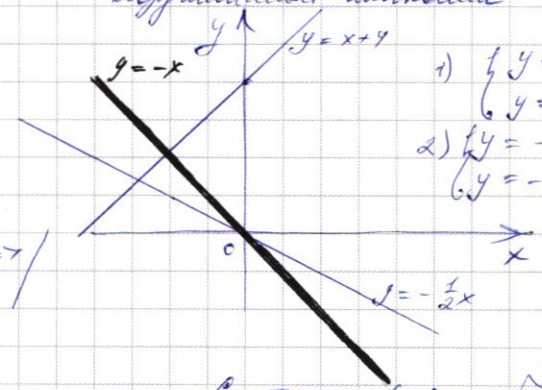
$2(y^2 - x^2) - x(y - x) - 4(2y + x) = 0$

$(2y + 2x - x)(y - x) - 4(2y + x) = 0$

$(2y + x)(y - x - 4) = 0$

$\left[\begin{array}{l}y = -\frac{x}{2} \\ y = x + 4\end{array}\right.$

Изобразим полученные прямые на координатной плоскости



1) $\begin{cases} y = -x \\ y = x + 4\end{cases}$ $\begin{array}{l}x = -2 \\ y = 2\end{array}$

2) $\begin{cases} y = -x \\ y = -\frac{1}{2}x\end{cases}$ $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0\end{cases}$ $\varnothing$, т.к. $\begin{cases} y > 0 \\ x < 0\end{cases}$

$\Downarrow$

Система уравнений имеет 1 решение: ответ: $(-2; 2)$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 1
(Нумеровать только чистовики)

№4.

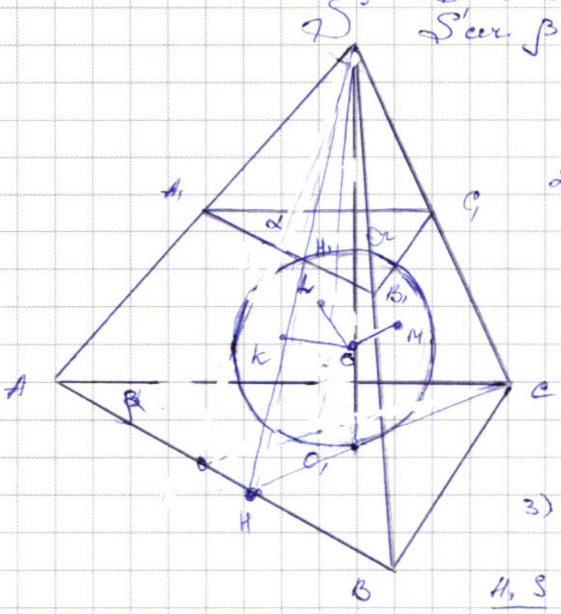
$\angle KS'O$ - ?

$S_{сеч}(K; L; M)$ - ?

$S_{сеч}\ \alpha = 4$

$S'_{сеч}\ \beta = 9.$

Решение:

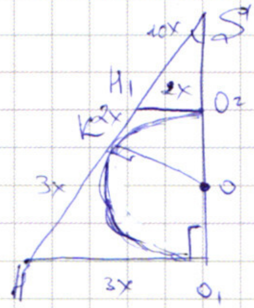


1) $\alpha \perp SO$, $\beta \perp SO$ $\Rightarrow \alpha \parallel \beta \Rightarrow$

$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$

$S'_{\triangle ABC} = 9$, $S'_{\triangle A_1B_1C_1} = 4$ $\Rightarrow \frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = \frac{CB}{C_1B_1} = \frac{3}{2}$

2)



$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1 \Rightarrow \frac{H_1O_2}{HO_1} = \frac{2}{3}$

$\triangle SH_1O_2 \sim \triangle SHO_1$ (общий острый угол в прямоугольных треуг.)

$\frac{SH_1}{SH} = \frac{2}{3}$

3) Пусть $H_1O_2 = 2x$, $HO_1 = 3x$ $\Rightarrow$ $H_1O_2 = H_1K = 2x$, $HO_1 = HK = 3x$ (отрезки касательных)

$\frac{H_1S}{HO_1} = \frac{2}{3} \Rightarrow$ если $HH_1 = 5x \Rightarrow H_1S = 10x$

$\angle KSO = \angle HSO_1 \Rightarrow \sin\angle H_1SO_1 = \frac{3x}{15x} = \frac{1}{5} \Rightarrow$

$\angle KSO = \arcsin\frac{1}{5}$

4) Сечение, проходящее через K, L, M — треугольник $A_2B_2C_2$, подобный $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$, т.к. $H_1K : KH = 2:3$ аналогично для L и M.

$\frac{SK}{SH_1} = \frac{12}{10} = \frac{6}{5} \Rightarrow \frac{S_{\triangle A_2B_2C_2}}{S_{\triangle A_1B_1C_1}} = \left(\frac{6}{5}\right)^2 \Rightarrow S_{\triangle A_2B_2C_2} = S_{\triangle A_1B_1C_1} \cdot \frac{36}{25} = 4 \cdot \frac{36}{25} = \frac{576}{100} = 5,76$

$S_{\triangle A_2B_2C_2} = 5,76$

ответ: $\angle KS'O = \arcsin\frac{1}{5}$; $S'_{\triangle A_2B_2C_2} = 5,76$

№1.

```
_16875 | 25
 150   |------
 ----  | 675 | 25
  187  | 50  |----
  175  | --- | 27
  ---  | 175
   125 | 175
   125 | ---
   --- |   0
     0
```

$\Rightarrow 16875 = 5^4 \cdot 3^3$

Необходимо, чтобы произведение цифр в искомых числах было равно $16875 = 5^4 \cdot 3^3$

1). в записи числа нет 9.   5 5 5 5 3 3 3 0

чтобы произведение цифр было равно 16875, мы используем цифры 5, 3, 1, причём 5 повторяется 4 раза, а 3 — 3 раза $\Rightarrow$

Количество чисел $\frac{8!}{4!\,3!} = \frac{5\cdot 6\cdot 7\cdot 8}{3\cdot 2} = 280$

2) в записи числа есть 9 $\Rightarrow$ в записи числа цифры 5, 9, 3, 1, причём 5 — 4 раза, 1 — 2 раза

Количество таких чисел $\frac{8!}{4!\,2!} = \frac{5\cdot 6\cdot 7\cdot 8}{2} = 840$

Суммарно искомых чисел $280 + 840 = 1120$

ответ: 1120

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N5. a − ? 2 решения

$$\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12 & (1) \\ (|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a & (2) \end{cases}$$

Р-м (1): ~~$|x-6-y| + |x-6+y| = 12$ возведём обе части в квадрат, они неотрицат.~~

~~$x-6-y + x-6+y + 2|(x-6)^2 - y^2| = 144$~~

~~$|(x-6)^2 - y^2| = 78 - x$~~

Раскроем модули:

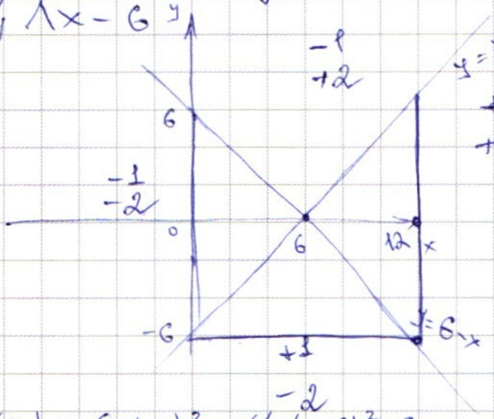
$x-6-y \vee 0$ $\quad x-6+y \vee 0$ $\quad |x-6-y| - 1,\ |x-6+y| - 2$

~~$y \wedge 6-x$~~ $\quad y \vee 6-x$

$y \wedge x-6$

$x-6-y \geq 0 \quad x-6+y \geq 0$

$y \leq x-6 \quad y \geq 6-x$



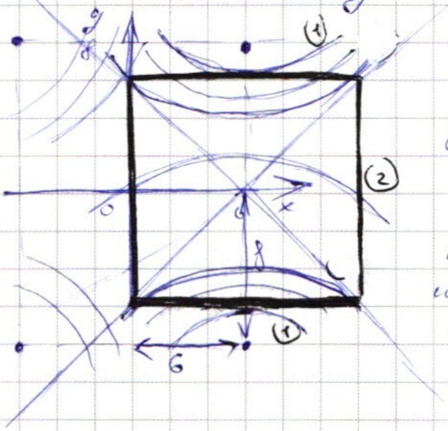
1) +1 +2: $2x - 12 = 12$, $x = 12$, $y \in [-6; 6]$

2) +1 −2: $x-6-y-x+6-y = 12$, $y = -6$, $x \in [0; 12]$

3) −1 −2: $-x+6+y-x+6-y = 12$, $-2x + 12 = 12$, $x = 0$, $y = [-6; 6]$

4) −1 +2: $-x+6+y+x-6+y = 12$, $y = 6$, $x \in [0; 12]$

Р-м (2): $(|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a$



Если ($x \leq 0$ и $y \leq 0$) или ($x \leq 0$ и $y \geq 0$) система может иметь 1 решение (не больше)

Если же $x \geq 0$ и $y \geq 0$ либо $y \leq 0$, то система может иметь 2 решения.

- в положении (1) как на рисунке мы видим 1 решение — это „критическая" точка и все окружности до положения (2) будут удовлетворять условию
- в положении (1) радиус 2; в положении (2) радиус 10 ⇒

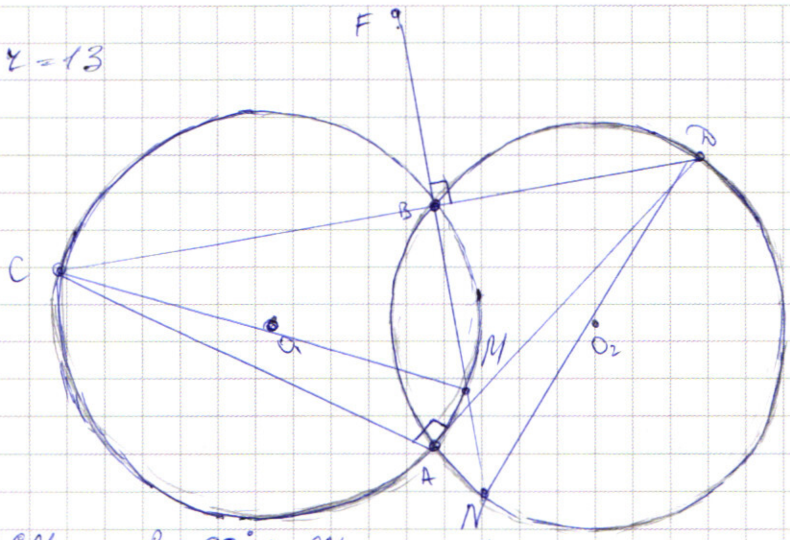
Радиус $= \sqrt{a}$ ⇒ $2 \leq \sqrt{a} \leq 10$

$4 \leq a \leq 100$

ответ: $[4; 100]$

№6.

$r = 13$



$\triangle BCM$: $\angle B = 90° \Rightarrow CM$ – диаметр.

$\triangle BND$: $\angle B = 90° \Rightarrow ND$ – диаметр.

$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2}\cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$

$2\cos 2x \cos 5x - \sqrt{2}\cos 10x = 2\sin 2x \cos 5x$

$2\cos 2x\cos 5x - 2\sin 2x\cos 5x = \sqrt{2}\cos 10x$

$\sqrt{2}\cos 5x(\cos 2x - \sin 2x) = \sqrt{2}\cos 10x$

$|x-6-y| + |x-6+y| = 12$

$2x - 12 + 2|...||...| = 12^2$

$|...||...| = 78 - x$

$(x-6-y)(x-6+y) = (x-78)^2$

$(x-6)^2 - y^2 = (x-78)^2$

$(x-6)^2 - (x-78)^2 = y^2$

$(x-6-x+78)(x-6+x-78) = y^2$

$72 \cdot (2x-84) = y^2$

$144 \cdot (x-42) = y^2$

$x \geq 42.$

7. $\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12 \\ (|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a \end{cases}$ $a - ?$

2 решения.

$x - 6 - y + x - 6 + y + 2|...||...| = 144$

$2x - 12 + 2|...| = 144$

$\frac{2|...||...|}{2} = \frac{144+12-2x}{2}$

$|...| = \frac{156-2x}{2} = 72 + 6 - x = 78 - x$

$(x-6-y)(x-6+y) = x^2 - 6x - yx - 6x + 36 + 6y + xy - 6y = y^2$

$x^2 - 12x + 36 - y^2 = (78-x)^2 = 78^2 - 156x + x^2$

$(x-6)^2 - y^2 = (x-78)^2$

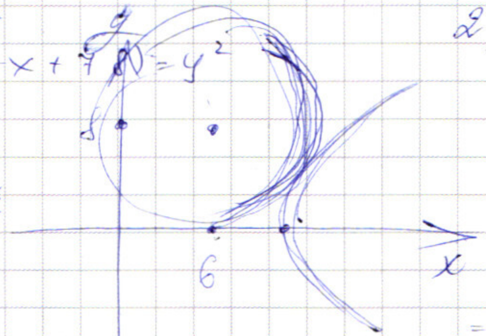
$(x-6)^2 - (x-78)^2 = y^2$

$(x-6+x-78)(x-6-x+78) = y^2$

$(2x-84) \cdot 72 = y^2$

$144(x-42) = y^2$

$x = \frac{y^2}{144} + 42$



2 решения.

$2(\cos 2x - \sin 2x)\cos 5x = \sqrt{2}\cos 10x$

$\cos 10x = 2\cos^2 5x - 1$

$2\cos 2x\cos 5x - \sqrt{2}\cos 10x = 2\sin 2x\cos 5x$

$2\cos 2x\cos 5x - 2\sqrt{2}\cos^2 5x + \sqrt{2} = 2\sin 2x\cos 5x$

$16875 : 25 = 675$, $675 : 25 = 27$

$16875 = 27 \cdot 25 \cdot 25 = 5^4 \cdot 3^3$

if c≤ 9.

5 5 5 5, 3 3 3, 6

$\frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{4! \quad 3!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2} = 35$

35, 0..9 ~~45 · 7 + 9 + 35~~

$35 \cdot 9 + 35 \cdot 10 \cdot 9 = 35 \cdot 9 \cdot 11$

if c 9 5 5 5 5 3 9 ..

$\frac{6!}{4!} = 6 \cdot 5 = 30$. $9 \cdot 30 \cdot 10 \cdot 9 +$

$9 \cdot 30 \cdot 10 \cdot 10 + 30 \cdot 10 \cdot 9$

$9 \cdot 30 \cdot 10 \cdot 10$

$2\cos 5x(\cos$

$2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0$

$x^2 + 4x + 8y -$

$y^2 - 8y + 16 - 16 - x^2 - 4x - 4 + 4 - xy = 0$

$(y-4)^2 - (x+2)^2 - xy = 0$

$12 + 10 + 10 + 3 = 35$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

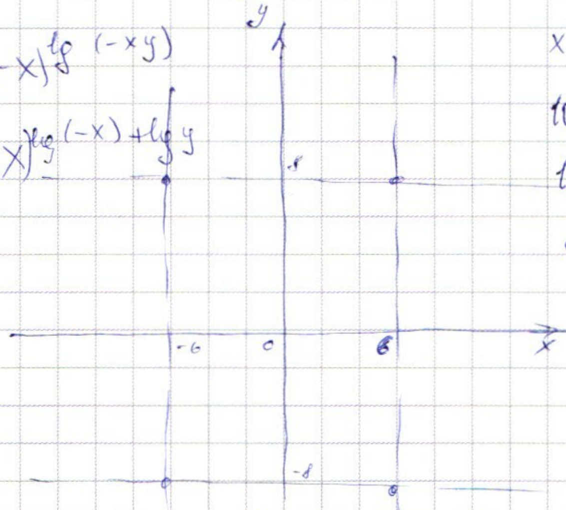
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\frac{x^4}{y^2}^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}$ $\boxed{\begin{matrix} y>0 \\ x<0 \end{matrix}}$

$\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}$

$(-x)^{\lg(-x)+\lg y}$

$\frac{x^4{}^{\lg y}}{y^2{}^{\lg y}} =$



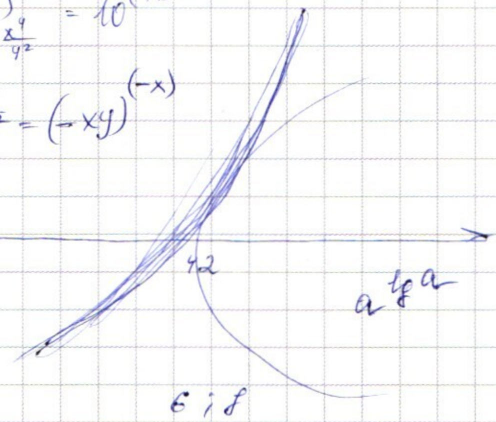
$\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}$

$x = \frac{y^2}{144} + 42$

$10^{\lg y^{\left(\frac{x^4}{y^2}\right)}} = 10^{(-x)^{\lg(-xy)}}$

$10^{\lg y^{\frac{x^4}{y^2}}}$

$y^{\frac{x^4}{y^2}} = (-xy)^{(-x)}$



$6;8$

$\left(\frac{y^2}{144} + 42 - 6\right)^2 + (|y|-8)^2 = a$ $x;\frac{y^2}{144}+42$

(N2)

$\left(\frac{y^2}{144} + 36\right)^2 + (|y|-8)^2 = a$

$y^p = a$

$\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}$

$\frac{x^{4\lg y}}{y^{2\lg y}} = (-x)^{\lg(-x)} \cdot (-x)^{\lg y}$

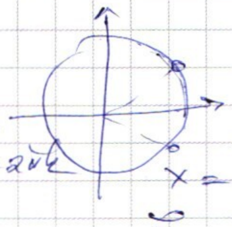
$2\cos 5x \cos 2x - \sqrt{2}\cos 10x = 2\sin 5x \cos 2x$

$2\cos 2x\,(\cos 5x - \sin 5x) - \sqrt{2}\cos 10x = 0$

$2\cos 2x\,(\ldots) - \sqrt{2}(\cos 5x + \sin 5x)(\ldots) = 0$

$(\cos 5x - \sin 5x)(2\cos 2x - \sqrt{2}\cos 5x - \sqrt{2}\sin 5x) = 0$

$(\cos 2x - \cos(5x - \frac{\pi}{4})) = 0$ $\cos 2x = \cos(5x - \frac{\pi}{4})$



$\cos 5x = \sin 5x$

$\operatorname{tg} 5x = 1$

$5x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n$ $x = \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi n}{5}$

$5x = \frac{5\pi}{4} \cancel{+2\pi m}$ $\to x = \frac{\pi}{4} + \frac{2\pi m}{5}$

$2\pi k + 2x = 5x - \frac{\pi}{4}$ $3x - \frac{\pi}{4} = 2\pi k$

$x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi k}{3}$

$5x - \frac{\pi}{4} = -2x + 2\pi k$

$x = \frac{\pi}{28} + \frac{2\pi k}{7}$

$\cancel{(x-6)^2 + (y^2)}$

$\left(\frac{y^2}{144} - 6\right)^2 + (y-8)^2 = \cancel{144}a$

$\left(\frac{y^2}{144} - 6 - y + 8\right)\left(\frac{y^2}{144} - 6 + y - 8\right) = a$

$\left(\frac{y^2}{144} - y + 2\right)\left(\frac{y^2}{144} + y - 14\right) = a$

$144^2(y^2 - 144y + 288)(y^2 + 144y - 14\cdot 144) = a$

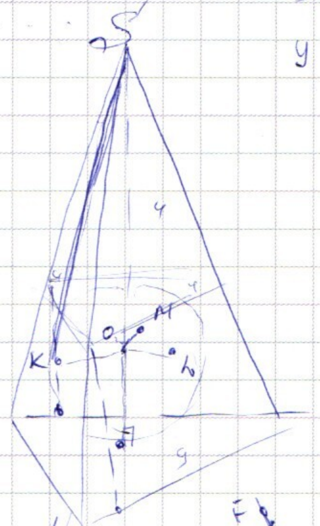
☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

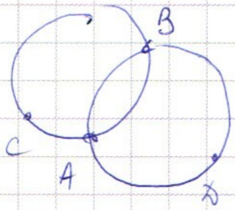
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

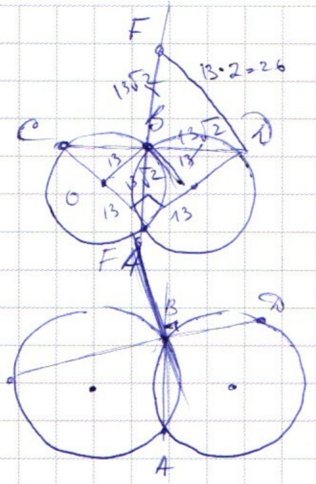
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81}$

$y < 85 + (3^{81} - 1)x$

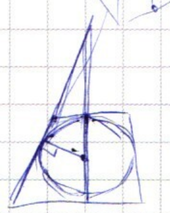


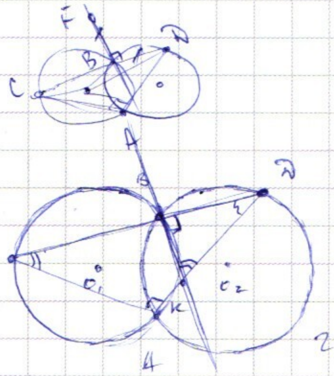


$CF = ?$

$-x^{\lg y} = \frac{1}{10}$

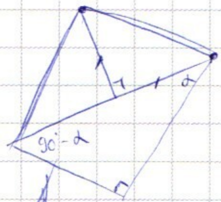
$-x^{\lg y} = 10^{-1}$





$x = \frac{y^2}{144} - 42$

$\frac{BD}{AD} = \frac{KD}{CD}$



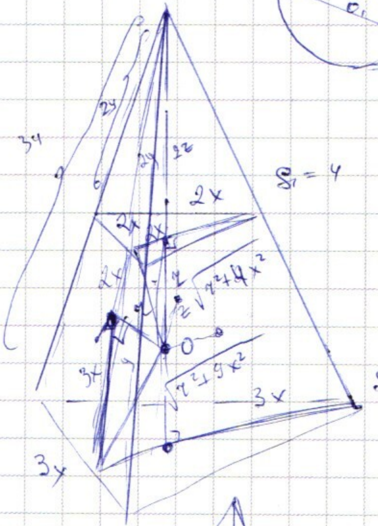
$(x-6)^2 - y^2 = (x-78)^2$

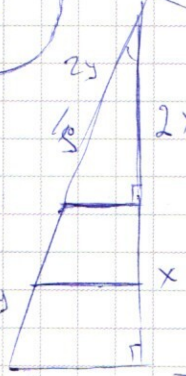
$y^2 = (x-6)^2 - (x-78)^2 =$

$= (x - 6 - x + 78)\ (2x - 84$

$y^2 = 144\ (x - 42)$

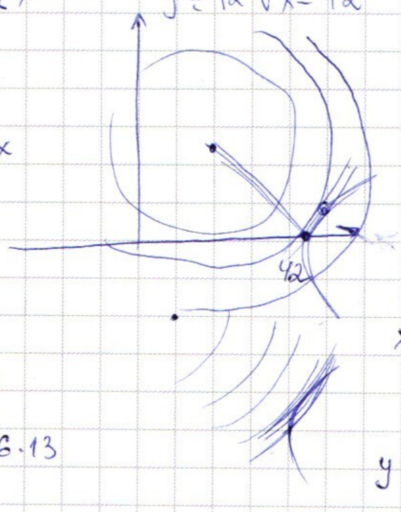
$y = 12\sqrt{x-42}$





$S_1 = 4$

$S_2 = 9$



$(x-6)^2 + (12\sqrt{x-42} - 8)^2 = CL$

$x^2 - 12x + 36$

$+ 144x - 144 \cdot 42 + 64$

$- 2 \cdot 12 \cdot 8 \sqrt{x-42}$

$6;8$

$42;0$

$36^2 + 8^2 =$

$= 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 + 8 \cdot 8 =$

$= 16 \cdot 9 + 8 \cdot 8 =$

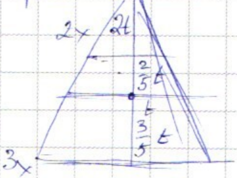
$= 16\ (9+4) = 16 \cdot 13$

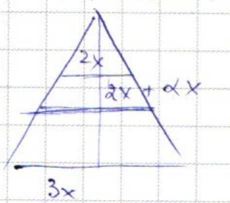
$x = \frac{y^2}{144} - 42$

$y = \pm 12\sqrt{x-42}$

$y' =$

$2\frac{2}{5} = \frac{12}{5}$





$\alpha x + \beta x =$

$2\frac{2}{5}x$

$\frac{4}{2x} = \frac{S}{\frac{12}{5}x}$

$\frac{6}{5} \cdot 4 = S \qquad S' = \frac{24}{5} = 4{,}8$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$$\overbrace{5\ 5\ 5\ 5\ 3\ 3\ 3}^{35}\ \bullet$$
$$\underbrace{5\ 5\ 5\ 5\ 3\ 9\ \bullet\ \bullet}_{30}$$

$16875 = 3^3 \cdot 5^4$

30 · 2 · 10 · 10

9 · 30 · 10 · 2 · 2

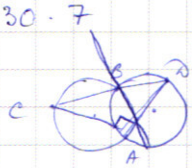
$\frac{7!}{3!\,4!} = \frac{\cancel{3}\ 4 \cdot \cancel{6} \cdot 5}{3 \cdot 2} = 35$ верхн.

$\frac{6!}{4!} = 5 \cdot 6 = 30$ нижн.

1 2 2 2 2
2 1 2 2 2
2 2 1 2 2
2 2 2 1 2
2 2 2 2 1

O ⊔ 35 · 10 · 7 O ⊔ ⊔ если середи
⊔ O 35 · 9 ⊔ O ⊔ 9 · 30 · 7 a б c
⊔ ⊔ O 30 · 7 66.

1) 9 · 35 + 10 · 35 · 7



$$\frac{x^{4\lg y}}{y^2} = (-x)^{\lg(-xy)}$$

$\frac{1}{\lg y} = (\lg y)^{-1}$

$$\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{(\lg y)^{-1}} = \frac{x^{4-\log_y 10}}{y^{-2\log_y 10}} = \frac{x^{-4\log_y 10}}{\frac{1}{100}}$$

$(-x)^{\lg(xy)} = -x^{\lg -x + \lg -y} =$
$= -x^{\frac{1}{\lg_{-x} 10}}$ $-x^{-\log_y 10} = -x^{\log_y \frac{1}{10}}$

$-x^{-\log_{-x} 10}$

$\frac{1}{10}$.

$$x^{\log_y 10^{4}} \cdot 100 = \frac{1}{10} \cdot (-x)^{\log_y 10^{-1}}$$

$$\frac{x^{4\lg y}}{y^{2\lg y}} = (-x)^{\lg(-x)} \cdot \lg y$$

$(-x)^{\log_y 10^{-1}} = a$

$$\frac{x^{4}\lg y}{y^2 \lg y} = (-x)^{\lg(-x)} \cdot \lg y$$

$a^4 \cdot 1000 = a$
$a(a^3 - \frac{1}{1000}) = 0$

$a = 0$ → $a = 0$ if $a = 0$ $-x^{\log_y 10^{-1}} = 0$
$a^3 = \frac{1}{1000}$ $a = \frac{1}{10}$

$a^{\lg a} = a^{\frac{1}{\log_a 10}} =$
$= a^{(\log_a 10)^{-1}} =$
$= a^{-\log_a 10} =$
$= a^{\log_a \frac{1}{10}} = \frac{1}{10}$

if $(-x)^{\log_y 10^{-1}} x = 0$, что неверн.

$x^{\lg y} = \frac{1}{10}$

N3

$$\frac{x^{4\lg y}}{\frac{1}{100}} = \frac{1}{10}(-x)^{\lg y}$$

$2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0$
$2(y^2 - 4y) - (x^2 + 4x) - xy = 0$
$(y^2 - 8y) + y^2 - xy - x^2 - 4x = 0$
$y(2y - x) - x^2 - 4($
$2(y^2 - 4y + 4 - 4) = 2(y-2)^2 - 2 - (x+2)^2 + 4 - xy = 0$
$2y^2 - 2x^2$
$2(y^2 - x^2) - xy + x^2 - 4x - 8y = 0$
$2(y-x)(y+x) - x(y - x) - 4x - 8y = 0$
$(y-x)(2y + 2x - x) - 4x - 8y = 0$
$(y-x)(2y + x) - 4(2y + x) = 0$
$(y - x - 4)(2y + x) = 0$
$y = x + 4$
$y = -\frac{x}{2}$

$(-x)^{4\lg y} = \left(\frac{1}{10}\right)^3 (-x)^{\lg y}$ $(-x)^{\lg y} = a$

$a^4 = \frac{1}{10^3} a$

$a(a^3 - \frac{1}{10^3}) = 0$

$a = 0$ $a = \frac{1}{10}$ $(-x)^{\lg y} = \frac{1}{10}$
$\varnothing$

$(-x)^{\frac{1}{\log_y 10}} = \frac{1}{10} = (-x)^{\log_y \frac{1}{10}}$

$-x = y$

$(-x)^{\log_y \frac{1}{10}}$

~~x+4=~~ $x + 4 = -x$
$x = -2$

$30 \cdot 7 \cdot 4 = 210 \cdot 4 = 840 + 280 =$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$2x - 12 + 2(\ ) = 144$

$x - 6 + (\ ) = 72$

$(\ ) = 78 - x$

$(x-6-y)^2(x-6+y)^2 = (x-78)^2$

$(x-6-\cancel{y}+x-6+\cancel{y})^2(\cancel{x}-\cancel{6}-y-\cancel{x}+\cancel{6}-y)^2 = (x-78)^2$

$(2x-12)^2(2y)^2$

$((x-6)-y)((x-6)+y) = ((x-6)^2-y^2)^2$

$((x-6)^2-y^2)^2 = (x-78)^2$

$(x-6)^2 - y^2 = x - 78$

$x^2 - 12x + 36 - y^2 = x - 78$

$x^2 - 13x + 114 - y^2 = 0$

$y^2 = (x-6)^2 + 78 - x$

$(x-6)^2 - y^2 = 78 - x$

$x^2 - 11x - 42 - y^2 = 0$

$36 + 78 = 114$

$\begin{array}{r} -36 \\ \hline 42 \end{array}$

$|(x-6)^2 - y^2| = 78 - x$

if $(x-6)^2 - y^2 \geq 0$

$(x-6)^2 - y^2 = 78 - x$

$y^2 = (x-6)^2 \pm (x-78)$

$(x-6)^2 = a - (y-8)^2$

$|a - (y-8)^2 - y^2| = 78 - x$

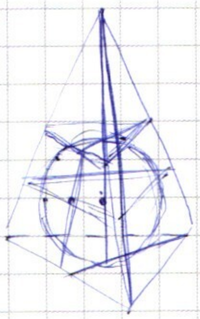
$|a - y^2 + 16y - 64 - y^2| = 78 - x$

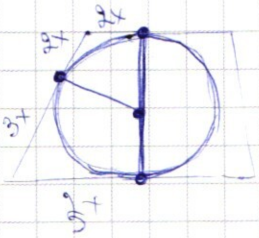
$2y^2 - 16y + 64 - a + 78 - x = 0$

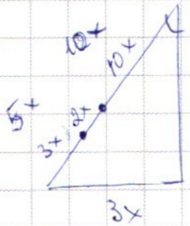
$\frac{D}{4} = 64 - 2(64 - a + 78 - x) =$

576

$\begin{array}{r} \times 24 \\ 24 \\ \hline 96 \\ 48 \end{array}$







$\frac{10x}{12x} = \frac{21}{?}$

$S = \frac{28}{10} = 2{,}4\ 4{,}8$

$\frac{15x}{3x}$ $\frac{3x}{15x} = \frac{1}{5} = \sin\angle KSO$

$16 \cdot 36 = 6 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 4 = 24^2$

1) $x-6-\cancel{y}+x-6+\cancel{y}=12$

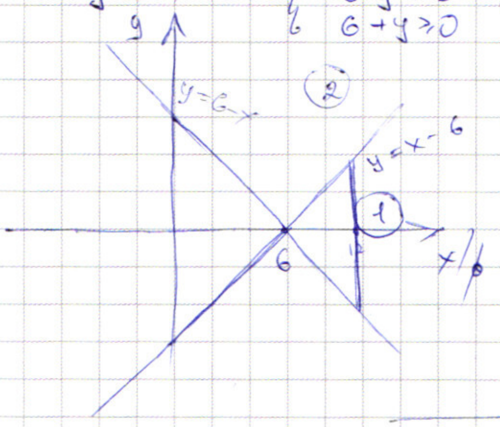
$2x=24$

$x=12$

$y \in R$

$\begin{cases} x-6-y \geq 0 \\ x-6+y \geq 0 \end{cases}$

$\begin{cases} 6-y \geq 0 \\ 6+y \geq 0 \end{cases}$ $y \leq 6$



$x-6+y>0$

$y=x-6$ $y \leq x-6$

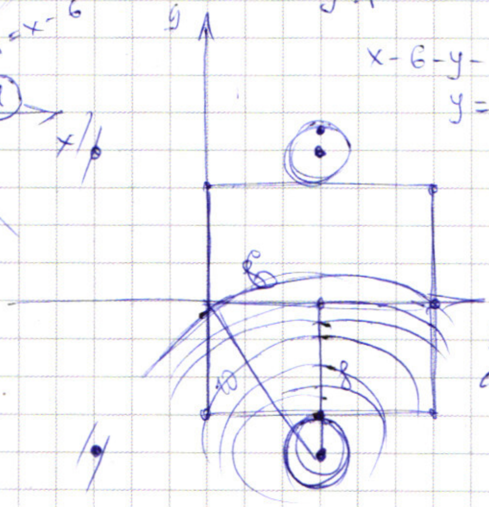
$y=6-x$

$x-6-y \vee \leq 0$

$y \wedge x-6$

$x-6-y-x+6-y=12$

$y=-6$



$a=\cancel{7}$ $a=4$

$a=100$