

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 6

ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в р
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 4 и 9.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12, \\ (|x| - 6)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1

$16875 = 5^4 \cdot 3^3$ - разложение на простые
Значит, с.р., среди цифр не может быть 6 нулей,
иначе произведение равно нулю, а у ос.

цифр пять кратна только самим 5, в
числе содержащая равно 4 цифры 5.

ос. цифры: 3, 2 и 1. (6 не подходит, с.р., она
кратна 2, а потребуем только степени двойки).

Чтобы получить $p = 3^3$ можно поставить
либо набор 3, 3, 3 и 1, либо набор 1, 2, 3 и 1.

(в наборе не более одной девятки, а ко-вом
девяток однозначно опред. ко-во троек).

Исл. 5, 5, 5, 5, 3, 3, 3, 1
ко-во способов расст.
пятьерки на 8 мес:

C_8^4 , а
поставить единицу на
одно из ос. мест -
4 способа
(после чего тройки расст.
однозначно),
всего: $C_8^4 \cdot 4$ способа

Исл. 5, 5, 5, 5, 2, 3, 1, 1

аналогично для пятерок:

C_8^4
после чего 4 способами
ставим девятку на
одно из ос. мест, а
затем 3 способами
тройки на одно из ос. 3.
(после чего единицы расст.
однозначно)

всего: $C_8^4 \cdot 4 \cdot 3$

Общее ко-во таких чисел:

$$C_8^4 \cdot (4 + 12) = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot 16 = 20 \cdot 16 = 1120$$

Ответ: 1120.

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 2x + \sin 3x$$

$$2 \cdot \cos 5x \cdot \cos 2x - \sqrt{2} \cos 10x = 2 \cdot \sin 5x \cdot \cos 2x$$

$$2 \cdot \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2} \cdot \cos 10x$$

$$2 \cdot \cos 2x \cdot (\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2} (\cos 5x - \sin 5x) (\cos 5x + \sin 5x)$$

Сократим 2 случая:

I $\cos 5x = \sin 5x \quad | : \cos 5x$

т.е. при $\cos 5x \neq 0$
 $\sin 5x = \pm 1 \rightarrow$ -во
 невозможного
 $\cos 5x \neq 0$
 откуда

$$\begin{aligned} 5x &= \frac{\pi}{2} + \pi n; n \in \mathbb{Z} \\ x &= \frac{\pi}{10} + \frac{\pi n}{5}; n \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

Аналогично докажем,
 что 1 и 2 случая дают
 решения, отличные от
 I случая.

II $2 \cos 2x = \sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x)$

Здесь:
 $3x_0 + 7x_0 = \frac{\pi}{4} + 2\pi k \Rightarrow x_0 = \frac{\pi}{4} + \pi n$

$$2x_0 = \pi \cdot (n - 2k) = 5\pi q, q \in \mathbb{Z}$$

$$x_0 = \frac{5\pi}{2} q - \text{во не имеет} \\ \text{подходящего}$$

Здесь:
 $5x_0 + 7x_0 = \frac{\pi}{4} + \pi n + 2x_0 = 3x_0 = \frac{\pi}{4} + 2\pi m$

следует:
 $x_0 = \frac{\pi}{2} \cdot (2m - n) = \frac{5\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}$

но $x_0 = \frac{\pi}{20} + \frac{5\pi n}{5} = \frac{5\pi}{2} \cdot 20$

$$\begin{aligned} 5\pi + 4\pi n &= 10\pi \\ 1 + 4n &= 10 \quad \text{— невозможно} \end{aligned}$$

Значит, серии корней не пересекаются. &

Ответ: $\frac{\pi}{20} + \frac{5\pi n}{5}$
 $\frac{\pi}{12} + \frac{25\pi k}{3}$
 $\frac{\pi}{28} + \frac{25\pi m}{7}$
 $n, k, m \in \mathbb{Z}$

(разделим на $\cos 5x - \sin 5x \neq 0$)

II $2 \cos 2x = \sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x)$

$$2 \cos 2x = 2 \cdot \left(\cos 5x \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + \sin 5x \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

$$2 \cos 2x = 2 \cdot \cos \left(5x - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\cos 2x = \cos \left(5x - \frac{\pi}{4} \right)$$

откуда:

$$\begin{aligned} 1) 2x &= 5x - \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} & 2) 2x &= -5x + \frac{\pi}{4} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z} \\ x &= \frac{\pi}{4} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z} & x &= \frac{\pi}{28} + \frac{25\pi m}{7}; m \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

Заметим, что в сл. 1 и 2 корни
 не совпадают. Действ., пусть
 при пер. x_0 :

$$\frac{\pi}{4} + 2\pi k + 4x_0 = 3x_0 = \frac{\pi}{4} + 2\pi m$$

откуда

$$\begin{aligned} 2\pi(m - k) &= 4x_0, k \in \mathbb{Z} \\ x_0 &= \frac{\pi}{4} (m - k) = \frac{5\pi}{2} \cdot n, n \in \mathbb{Z} \\ \text{но } x_0 &= \left(\frac{\pi}{4} + 2\pi k \right) \cdot \frac{1}{3} = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi k}{3} = \frac{5\pi}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5\pi + 8\pi k &= 6\pi n \\ 1 + 8k &= 6n \\ \text{неверно} \end{aligned}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

ОДЗ: $y > 0$
 $-xy > 0 \Rightarrow y > 0$
 $-xy > 0$
 $x < 0$

~ 3

$\begin{matrix} y > 0 \\ x < 0 \end{matrix}$

Пусть $t = -x$; $t > 0$. Тогда

$$\left(\frac{t^4}{y^2} \right)^{\log y} = t^{\log t y} \quad (1)$$

$$2y^2 + ty - t^2 + 4t - 2y = 0 \quad (2)$$

из (2):

$$2y^2 + y(t-2) - t^2 + 4t = 0$$

$$D = t^2 - 16t + 64 + 8t^2 - 32t = 9t^2 - 48t + 64 = (3t-8)^2$$

Значит,

$$y = \frac{-t+8-3t+8}{4}$$

ОДЗ: $\begin{matrix} t < 4 \\ 4-t > 0 \end{matrix}$ I

$$y = 4-t$$

Или: $\left(\frac{t^4}{(4-t)^2} \right)^{\log(4-t)} = t^{\log t(4-t)}$

$$t^{\log(4-t)} = t^{\log t(4-t)}$$

Пусть $4-t = 10^a$

$$t = 10^b$$

тогда получим:

$$10^{b \cdot 4 \cdot \log 10^a} = 10^{b \cdot \log 10^a \cdot 10^b} \quad a \cdot 2 \log 10^a$$

$$10^{4ab} = 10^{b(a+b)} \cdot 10^{2a^2}$$

тогда:

$$4ab = ab + b^2 + 2a^2$$

$$2a^2 - 3ab + b^2 = 0$$

$$y = \frac{-t+8+3t-8}{4}$$

II $y = \frac{t}{2}$
 ОДЗ: $\begin{matrix} t > 0 \\ y > 0 \end{matrix}$

подставим в (1):

$$\left(\frac{t^4}{\frac{t^2}{4}} \right)^{\log \frac{t}{2}} = t^{\log \frac{t^2}{2}}$$

прим. по основанию t :

(при $t=1$ $4 \log \frac{1}{2} = 1 \log \frac{1}{2}$ - неверно)

значит, $t \neq 1$, а по ОДЗ $t > 0$

получим:

$$\log_t (4t^2) \cdot \log \frac{t}{2} = \log \frac{t^2}{2}$$

$$\log_t (4t^2) = \frac{\log \frac{t^2}{2}}{\log \frac{t}{2}}$$

$$\log_t (4t^2) = \log \frac{t^2}{2}$$

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Все же это просто по определению отрезок прямой SO , заключенный между ними, а этот отрезок является диаметром сферы. Пусть O_1' и O_1'' — центры сечений сфер. п.п. α и β . Заметим $SO_1' < SO_1''$, а $\triangle R'O_1'L'M'$ и $\triangle R'O_1'L''M''$ — соответственно эти сечения. В.р., $\triangle R'O_1'L'M' \sim \triangle R'O_1'L''M''$ ($\alpha \parallel \beta$) $k = \sqrt{\frac{S_{\triangle R'O_1'L''M''}}{S_{\triangle R'O_1'L'M'}}} = \sqrt{\frac{2}{4}} = \frac{3}{2}$, то

$$\frac{SO_1''}{SO_1'} = k = \frac{3}{2} = \frac{SO_1' + 2R}{SO_1'} \Rightarrow 3SO_1' = 2SO_1' + 4R \Rightarrow SO_1' = 4R.$$

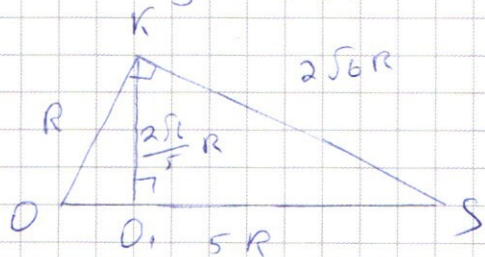
Рассмотрим $\triangle SRO$: $\angle SRO = 90^\circ$ (SR — рас. к сфере),

при этом $OR = R$
 $SO = SO_1' + O_1'O = 4R + R = 5R$

тогда $\sin \angle RSO = \frac{RO}{SO} = \frac{R}{5R} = \frac{1}{5}$.

$\angle RSO = \arcsin \frac{1}{5}$.

Заметим, что $RO \perp SO$ ($RO \perp \alpha$ ($RO \perp (P_1M)$); $(P_1M) \parallel SO$),
 тогда RO_1 — высота при $\triangle RSO$



$RS = \sqrt{OS^2 + OR^2} = 25R$, тогда

$2S_{\triangle RSO} = RS \cdot OR = 25R^2 = RO_1 \cdot SO \Rightarrow$

$\Rightarrow RO_1 = \frac{25R^2}{5R} = \frac{25}{5} R$, тогда

$SO_1 = \sqrt{RS^2 - O_1R^2} = \sqrt{24R^2 - \frac{24}{5}R^2} =$

$= 25R \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{25}} = \frac{24R}{5}$. Отсюда

В.р., $\triangle RLM \sim \triangle R'O_1'L'M'$; $k^2 = \frac{S_{\triangle RLM}}{S_{\triangle R'O_1'L'M'}} = \left(\frac{SO_1}{SO_1'}\right)^2 = \left(\frac{\frac{24}{5}R}{4R}\right)^2 = \frac{36}{25} \Rightarrow$

$\Rightarrow S_{RLM} = \frac{36}{25} \cdot S_{\triangle R'O_1'L'M'} = \frac{36 \cdot 4}{25} = \frac{144}{25}$

ответ: $\arcsin \frac{1}{5}$, $\frac{144}{25}$.

$$\left\{ \begin{array}{l} |x-6-y| + |x-6+y| = 12 \quad (1) \\ (|x|-6)^2 + (|y|-6)^2 = a \quad (2) \quad (a > 0) \end{array} \right.$$

наблюдения при помощи выражения в (1):

$$A \geq 0 : \cancel{X-6} + \cancel{X-6} + y = 12$$

$$\begin{aligned} A \neq 0: & -x + b = y + x - b + y = 11 \\ B \geq 0: & y = 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &= 0 & -x + 6 + y - x + 6 - y &= 12 \\ B &= 0 & x &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A \geq 0: & \quad x - b - y - x + b - y = \\ B \geq 0: & \quad = -2y = 12 \\ & \quad y = -6 \end{aligned}$$

 $y(2) =$

$$\begin{aligned} x \geq 0: & \quad (x-6)^2 + (y-8)^2 = a \\ y \geq 0: & \end{aligned}$$

и др., или
части
орр.
пустых
целых:
 $0; 0_1; 0_2; 0_3; 0_4$.

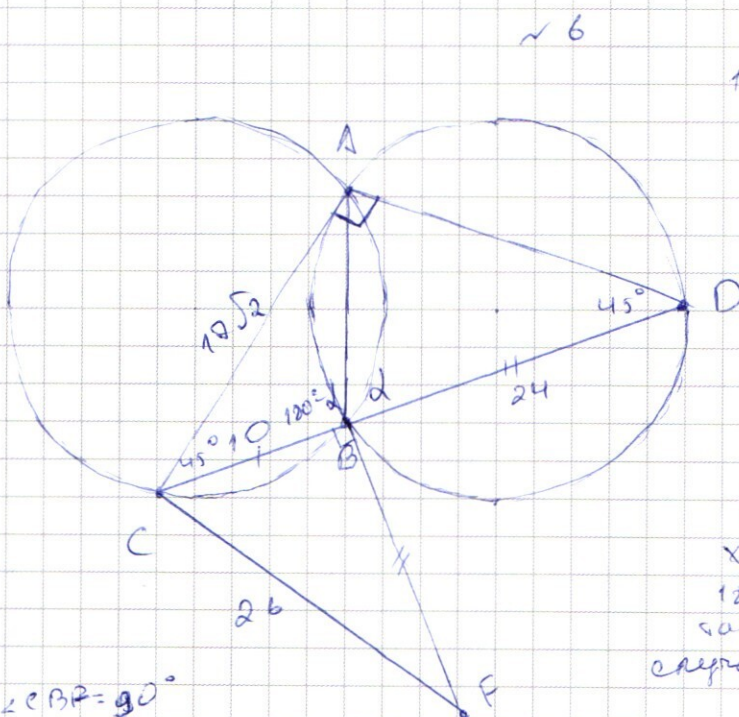
Заметим, что при $R = \sqrt{a} \geq 6$ у гр-ка ур-е (1)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

для орбитальности с центром O_3 , а при $R \in (2; 6)$ для жод не орбитальности их будет 2 (для других орб. при $R \leq 6$ решений нет). Для $R \leq 2$ решений не будет и для $O_3 \rightarrow \rightarrow$ решений не будет вообще.

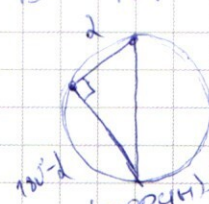
Значит, $P \in (2; 6) \Rightarrow \exists a \in (2; 6) \Rightarrow a \in (4; 36)$

Orber: $(4; 36)$.



1) Боковые радиусы окружности равны, то

$$\angle BOC + \angle AOD = 180^\circ$$



однако
тогда,
если
совместить
их по
вертикали

то угол между ними
будет 20° , а $\angle$ центрально
хорды стянутя дугу $\angle$
 $120^\circ \Rightarrow$ диаметр с ней
связан будет 130° . В таком
случае $BC^2 + BD^2 = d^2 = 4R^2$

2) $\angle CBF = 90^\circ$

$$R = \sqrt{CB^2 + BP^2} = \sqrt{CB^2 + BD^2} = \sqrt{2^2} = 2R = 26$$

3) $BC = 10$

3) $BC = 10$
 тогда по доказ: $BD = \sqrt{4R^2 - BC^2} = 24$. Раскроем
 хорды AD и AC . В равных окружностях они
 стягивают дуги, равные $\widehat{AC} = 2\alpha$ и $360^\circ - 2\alpha = \widehat{AD}$,
 (т.е. $\widehat{AD}$ — большая дуга) $\widehat{AD} = 360^\circ - (360^\circ - 2\alpha) = 2\alpha = \widehat{AC} \Rightarrow$
 дуги AD и AC стягивают одинаковые хорды $\Rightarrow AD = AC$.

но точка ΔCAD - равнобедренный, притом $\Rightarrow$

$$\Rightarrow AC = AD = \frac{CD}{\sqrt{2}} = \frac{CB + BD}{\sqrt{2}} = 17\sqrt{2}; \angle ACD = \frac{\pi}{4}.$$

$$\sin \angle AEF = \sin(\angle FCB + \frac{\pi}{4}) = \sin \angle PCB \cdot \cos \frac{\pi}{4} + \cos \angle PCB \cdot \sin \frac{\pi}{4} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \left(\frac{BP}{CP} + \frac{BC}{CP} \right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \left(\frac{24}{26} + \frac{10}{26} \right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{17}{13} = \frac{17}{13\sqrt{2}}$$

$$\text{откуда: } S_{AEP} = \frac{1}{2} AC \cdot CP \cdot \sin \angle AEF = \frac{1}{2} \cdot 17\sqrt{2} \cdot \frac{26}{13\sqrt{2}} = 289$$

Ответ: 26; 289.

$$\begin{aligned} & \sqrt{y} \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ & y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{aligned} \quad \begin{aligned} & A = 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ & B = 85 + (3^{81} - 1)x \end{aligned}$$

Несложно заметить, что для некоторых A и B :

$B > A$ кол-во решений будет равно $B - A$.

Действительно, всевозможные подходящие пары:

$$y = A; A+1; \dots; B-1 - B-A \text{ чисел.}$$

Остается только найти такие x , при которых $B > A$.

$$\text{Введем функцию: } f(x) = B - A = 85 + (3^{81} - 1)x - 3^x - 4 \cdot 3^{81}$$

Заметим, что т.е. решения есть при $f(x) = B - A > 0$ ($x \in \mathbb{Z}$)

$$f(4) = 85 + 4 \cdot 3^{81} - 4 - 81 - 4 \cdot 3^{81} = 0$$

$$f(85) = 85 + 85 \cdot 3^{81} - 85 - 3^{85} - 4 \cdot 3^{81} = 81 \cdot 3^{81} - 3^{85} = 3^{81} \cdot (81 - 3^4) = 0.$$

Пусть $x < 4$. Тогда $3^x < 81$, а $(3^{81} - 1) \cdot x < 3 \cdot 3^{81}$, ($x \leq 3$)

$$\text{но всегда } 85 + (3^{81} - 1)x - 3^x - 4 \cdot 3^{81} <$$

$$< 85 + 3 \cdot 3^{81} - 27 - 4 \cdot 3^{81} = -3^{81} + 58 < 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{при } x < 4 \quad f(x) < 0$$

$$(3^{86} > 2(3^{81} + 85))$$

Пусть теперь $x > 85$

$$\text{при } x = 86 \quad f(x) = 85 + 86 \cdot 3^{81} - 86 - 3^{86} - 4 \cdot 3^{81} < 0$$

при $x > 86$ показательная функция $y(x) = 3^x$ быстрее, чем $h(x) = (3^{81} - 1) \cdot x \Rightarrow$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

$$f(x) = b(x) - g(x) + c \text{ убывает } \rightarrow$$

$$\text{при } x \geq 81 \quad f(x) < 0.$$

$$(f(x) > 0)$$

Дополним сверху, что все $x \in [5, 84]$ подходит.

Случай $x > 81$, тогда

$$f(x) = 85 + 3^{81} - 81 - 81 - 3^{81} - 4 \cdot 3^{81} > 0$$

Случай $x > 81$ ($x \leq 84$) ($3^x \leq 3^{84}$ при $x \in [5, 84]$)

$$\begin{aligned} f(x) &> 85 + 3^{81} - 81 - 84 - 3^{81} - 4 \cdot 3^{81} = \\ &= 3^{85} - 3^{84} - 4 \cdot 3^{81} + 1 = 2 \cdot 3^{84} - 4 \cdot 3^{81} + 1 > 0 \end{aligned}$$

Случай $x < 81$ ($x \geq 5$)

$$\frac{3^x}{(x \geq 5)} < \frac{3^{81}}{(x \geq 5)} \quad (3^{81} - 1) \cdot x > 3^{81} \cdot 5 - 81$$

тогда

$$f(x) > 3^{81} \cdot 5 + 85 - 81 - 3^{81} - 4 \cdot 3^{81} = 4 > 0.$$

Значит, подходит только $x \in [5, 84]$

Но тогда кол-во подходящих итераций

равно $B - A \approx f(x) \rightarrow$ общее число решений

равно $f(5) + f(6) + \dots + f(84) =$

~~80 элементов~~

$$= 80(85 - 4 \cdot 3^{81}) + (3^{81} - 1) \cdot (5 + 6 + \dots + 84) -$$

$$- (3^5 + 3^6 + 3^7 + \dots + 3^{84}) =$$

$$= 80 \cdot 80 + (3^{81} - 1) \cdot \left\{ \frac{5+84}{2} \cdot 80 - \right.$$

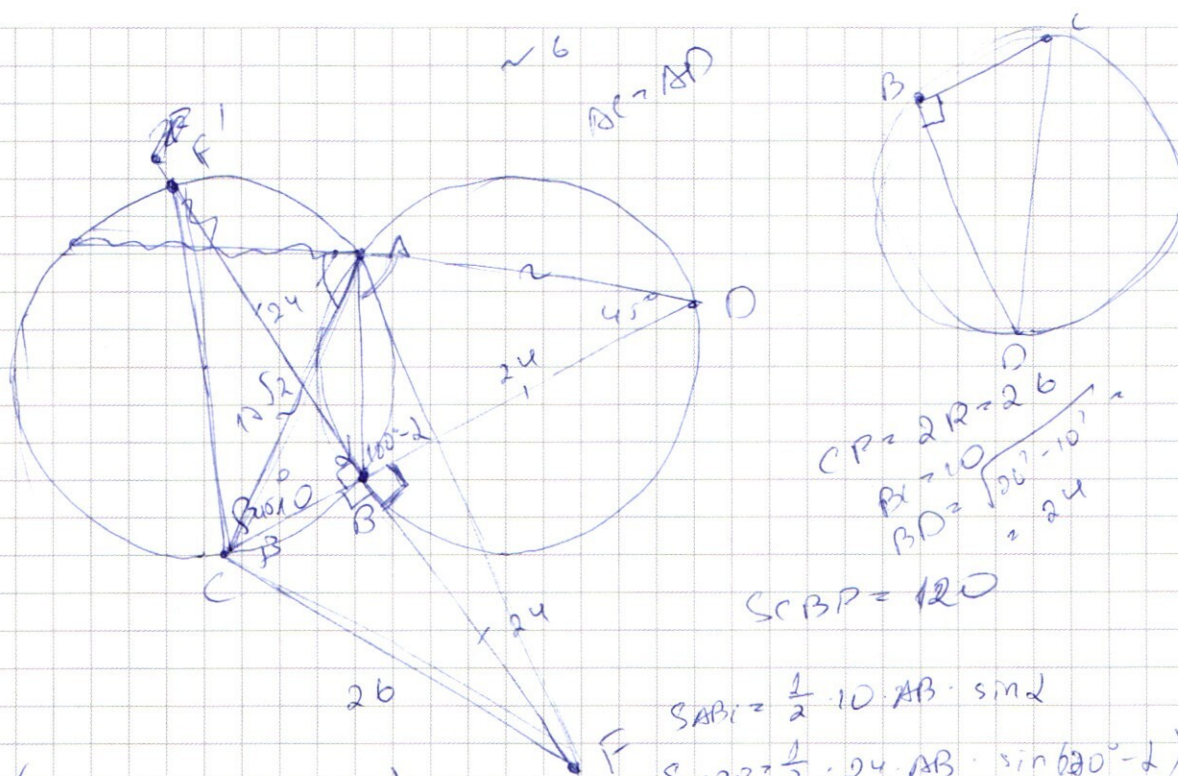
$$\left. - 3^5 \cdot (1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{80}) \right\} = (3^{81} - 1) \cdot 80 \left(\frac{89}{2} - 4 \right) -$$

$$- 3^5 \cdot \frac{3^{80} - 1}{2} + 81 \cdot 80 = \frac{(3^{81} - 1) \cdot 80 \cdot 81}{2} - 3^5 \cdot \frac{3^{80} - 1}{2} + 81 \cdot 80 =$$

$$= \frac{(3^{81} + 1) \cdot 80 \cdot 81}{2} - 3^5 \cdot \frac{3^{80} - 1}{2} = \frac{(3^{81} + 1) \cdot 40 \cdot 81 - 3^5 \cdot (3^{80} - 1)}{2}$$

$$\text{Ответ: } \frac{(3^{81} + 1) \cdot 40 \cdot 81 - 3^5 \cdot (3^{80} - 1)}{2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$AB \cdot (\sin 2 - 10 \cos 2) =$$

$$= AB \cdot 13 \cdot \sin 2 \quad \text{--- arcsin } \frac{12}{13}$$

$$AC = AD = 13\sqrt{2}$$

$$S_{ABi} = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot AB \cdot \sin \alpha$$

$$S_{ABP} = \frac{1}{2} \cdot 24 \cdot AB \cdot \sin(60^\circ - 2) =$$

$$= -\frac{1}{2} \cdot 24 \text{ MB} \cdot \sin(90^\circ - 2) =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 20 \text{ MB} \cdot \sin(2 - 00^\circ) =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot AB \cdot \cos 2$$

$$\sin(45^\circ + \beta) = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (\sin \beta - \cos \beta) = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \left(\frac{12}{13} + \frac{5}{13} \right) = \frac{17}{13\sqrt{2}}$$

$$S = 10 \sqrt{2} \cdot \frac{2}{20} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{17}{15\sqrt{2}} = 280.$$

$$y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{21}$$

$$u < 85 + (3^{81} - 1) \cdot x$$

420 - верно

$$85 + 3^{81} \cdot x - x \rightarrow 3^4 + 4 \cdot 3^{81}$$

$$3^x < 3^{81} (x-5) + 85$$

X²3

3 2 2 3 1

$$3^8 \cdot (x-5) + 25 > 0$$

$$38) (x-5) > -2$$

~~X 7.3~~

[illegible]

x^2

$x^2 \quad 8 \quad 85$

$85 \angle 3$

3 85 - 1
3 100 - 1

--	--	--	--	--	--

$$x=84$$

$$3^x$$

$$3^{84} < 3^{81} \cdot 27$$

$$3^x < 3^{81} (x-4) - x + 85$$

$$3^{82} < 3$$

$$x=83$$

$$3^{83} < 3^{81}$$

$$x=83$$

$$x=82$$

$$3^{83} < 3^{81} (83-4) - x + 85$$

$$3^{83} < 3^{81} \cdot 79 - 82 + 85$$

верно

$$3^{84} < 3^{81}$$

$$x=85$$

$$3^{85} + 4 \cdot 3^{81} = 85 + 3^{81} \cdot 85 - 85$$

$$3^{85} = 81 \cdot 3^{81} + 3^{85}$$

$$x \in [4; 84]$$

$$f(x) = 85 + (3^{81} - 1)x - 3^x - 4 \cdot 3^{81} =$$

$$f(4) + f(5) + \dots + f(84) = 85 + (3^{81} - 1)x - 4 \cdot 3^{81} - 3^x$$

81 знамен.

$$(85 - 4 \cdot 3^{81}) \cdot 81 + (3^{81} - 1) \cdot (4 + 5 + \dots + 84) -$$

$$- 3^4 - 3^5 - \dots - 3^{84} =$$

$$81 \cdot 85 - 81 \cdot 4 \cdot 3^{81}$$

$$= (85 - 4 \cdot 3^{81}) \cdot 81 + (3^{81} - 1) \cdot 44 \cdot 81 - \frac{3^4 (3^{81} - 1)}{2} =$$

$$= 81 \cdot 4 \cdot 81 (3^{81} - 1) + 81^2 + (3^{81} - 1) \cdot 44 \cdot 81 - \frac{81}{2} \cdot (3^{81} - 1)$$

$$= (3^{81} - 1) \cdot 81 \left(4 \cdot 81 - \frac{81}{2} \right) + 81^2 =$$

$$= (3^{81} - 1) \cdot \frac{1215}{2} + 81^2$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$$16825 \rightarrow 5^4 \cdot 3^3$$

$$\begin{array}{r} 311 \cdot 625 \\ \times 27 \\ \hline 4375 \\ 7250 \\ \hline 16825 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16825 \overline{) 125} \\ \underline{150} \\ 182 \\ \underline{175} \\ 125 \end{array} \quad \begin{array}{r} 625 \overline{) 27} \\ \underline{125} \\ 150 \end{array}$$

среди цифр ровно 4 пятёрки

$$1) 3 \ 3 \ 3 \ 1$$

$$2) 9 \ 3 \ 1 \ 1$$

$$3$$

$$C_8^4 \cdot \left(C_4^1 + 4 \cdot 3 \right) = C_8^4 \cdot (4 + 12) = \\ = C_8^4 \cdot 16 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot 16 = 20 \cdot 16 = 320$$

№2

$$\cos 2x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 2x + \sin 3x$$

$$2 \cdot \cos 5x \cdot \cos 2x - \sqrt{2} \cos 10x = 2 \cdot \sin 5x \cdot \cos 2x$$

$$2 \cdot \cos 2x \cdot (\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2} \cos 10x =$$

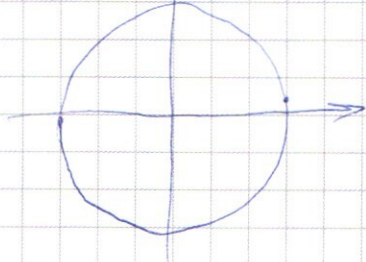
$$= \sqrt{2} (\cos 5x - \sin 5x) / (\cos 5x + \sin 5x)$$

$$2 \cos 5x = \sqrt{2} \sin x$$

$$\sin x = 1$$

$$\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} + \sin n$$

$$x = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\pi n}{2}$$



$$2 \cos 2x = \sqrt{2} (\cos 5x - \sin 5x)$$

$$2 \cos 2x = 2 \cdot \sin \left(5x + \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\sin \left(\frac{\pi}{4} + 5x \right) = \cos \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} - 5x \right) =$$

$$= \cos \left(\frac{\pi}{4} - 5x \right) = \cos 2x$$

$$\frac{\pi}{4} - 5x = 2x + 2\pi n$$

$$2x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n$$

$$x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}$$

$$\frac{\pi}{4} - 5x + 2x + 2\pi n = 0$$

$$3x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n$$

$$x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{3}$$

$$\frac{1}{20} + \frac{n}{5} = \frac{1}{20} + \frac{2R}{2} \parallel \cdot 140$$

$$7 + 28n = 5 + 40R$$

$$2(1+4n) = 5 \cdot (1+8R)$$

$$n=1;$$

~3

12y

2y

$$4y^2 - 7xy - 7x^2 - 8x - 16y = 0$$

$$16x^2 + 3y^2 - 3x^2 - 8x - 16y = 0$$

$$-x = t; t > 0$$

$$\left(\frac{d4}{y^2}\right) \cdot \frac{dy}{y} = \frac{dy}{y} = \frac{dy}{y} + \frac{dy}{y}$$

$$2y^2 + 6y - 8^2 - 4t - 8y = 0$$

$$\frac{3dy}{y} = \frac{dy}{y} + \frac{dy}{y} \cdot y^{2dy}$$

$$\frac{3dy}{y} = \frac{dy}{y} \cdot y^{2dy}$$

$$\frac{3dy}{y} - \frac{dy}{y} = y^{2dy}$$

$$2y^2 - y(x+8) - x^2 - 4x = 0$$

$$D = x^2 + 16x + 64 + 8x^2 + 32x = 9x^2 + 48x + 64 = (3x+8)^2$$

$$x+8 \pm \frac{(3x+8)}{4}$$

$$y = \frac{4x+16}{4} = x+4$$

$$y = 4 - t$$

$$\log(4d^2) \cdot \log \frac{1}{2} = \log \frac{d^2}{2}$$

$$\log_2(4d^2) = \frac{\log \frac{d^2}{2}}{\log \frac{1}{2}} = \log_2 \frac{d^2}{2}$$

$$\log_2 x^{(2^{2R-1})} = \log_2 x^{(2^{2R-1})}$$

$$y = \frac{-2x}{4} = -\frac{x}{2}$$

$$y = \frac{1}{2}$$

$$\frac{d4}{y^2} = \frac{d4}{d^2} \cdot 4 = \frac{1}{(4d^2)^{\log \frac{1}{2}}} = \frac{1}{2} \log \frac{1}{2}$$

$$d = 2^k$$

$$\frac{2R+2}{R} = \frac{2R-1}{R-1}$$

$$\begin{matrix} y > 0 \\ -xy > 0 \\ -x > 0 \\ x < 0 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 2x^2 - 4x - 2x - 2 = 2x^2 - 6x - 2 \\ R^2 - 3R - 1 \\ R = 4 \end{matrix}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$y = 4 - t$
 $\frac{dy}{dt} = -1$
 $\frac{dy}{dt} = \frac{dy}{(4-t)^2} = -1$
 $\int dy = \int \frac{dy}{(4-t)^2}$
 $y = \frac{1}{4-t} + C$
 $4 - t = 10^a$
 $t = 10^a$
 $10^{b \cdot 4a} = 10^{b \cdot (a+b)}$
 $10^{4ab} = 10^{2a^2 + ab + b^2}$
 $2a^2 + ab + b^2 = 0$
 $(2a+b)(a+b) = 0$
 $a = -\frac{b}{2}$
 $4 - t = 10^a$
 $t = 10^{2a} = (4-t)^2$
 $t^2 - 8t + 16 = 0$
 $t = 4$
 $t = 16 - 8t + 16 = 0$
 $9t - 64 = 12$
 $t = \frac{9 \pm \sqrt{81}}{2}$
 $t = \frac{9 - \sqrt{81}}{2}$
 $t = \frac{9 - 9}{2} = 0$
 $t = \frac{9 + 9}{2} = 9$
 $t = 9$
 $t = 16 - 8t + 16 = 0$
 $t = 16 - 8 \cdot 9 + 16 = 0$
 $t = 16 - 72 + 16 = -40$
 $t = -40$
 $t = 16 - 8t + 16 = 0$
 $t = 16 - 8 \cdot (-40) + 16 = 0$
 $t = 16 + 320 + 16 = 352$
 $t = 352$
 $t = 16 - 8t + 16 = 0$
 $t = 16 - 8 \cdot 352 + 16 = 0$
 $t = 16 - 2816 + 16 = -2800$
 $t = -2800$
 $t = 16 - 8t + 16 = 0$
 $t = 16 - 8 \cdot (-2800) + 16 = 0$
 $t = 16 + 22400 + 16 = 22432$
 $t = 22432$
 $t = 16 - 8t + 16 = 0$
 $t = 16 - 8 \cdot 22432 + 16 = 0$
 $t = 16 - 179456 + 16 = -179440$
 $t = -179440$
 $t = 16 - 8t + 16 = 0$
 $t = 16 - 8 \cdot (-179440) + 16 = 0$
 $t = 16 + 1435520 + 16 = 1435552$
 $t = 1435552$
 $t = 16 - 8t + 16 = 0$
 $t = 16 - 8 \cdot 1435552 + 16 = 0$
 $t = 16 - 11484416 + 16 = -11484400$
 $t = -11484400$
 $t = 16 - 8t + 16 = 0$
 $t = 16 - 8 \cdot (-11484400) + 16 = 0$
 $t = 16 + 91875200 + 16 = 91875232$
 $t = 91875232$
 $t = 16 - 8t + 16 = 0$
 $t = 16 - 8 \cdot 91875232 + 16 = 0$
 $t = 16 - 735001856 + 16 = -735001840$
 $t = -735001840$
 $t = 16 - 8t + 16 = 0$
 $t = 16 - 8 \cdot (-735001840) + 16 = 0$
 $t = 16 + 5880014720 + 16 = 5880014752$
 $t = 5880014752$
 $t = 16 - 8t + 16 = 0$
 $t = 16 - 8 \cdot 5880014752 + 16 = 0$
 $t = 16 - 47040118016 + 16 = -47040118000$
 $t = -47040118000$
 $t = 16 - 8t + 16 = 0$
 $t = 16 - 8 \cdot (-47040118000) + 16 = 0$
 $t = 16 + 376320944000 + 16 = 376320944032$
 $t = 376320944032$
 $t = 16 - 8t + 16 = 0$
 $t = 16 - 8 \cdot 376320944032 + 16 = 0$
 $t = 16 - 3010567552256 + 16 = -3010567552240$
 $t = -3010567552240$
 $t = 16 - 8t + 16 = 0$
 $t = 16 - 8 \cdot (-3010567552240) + 16 = 0$
 $t = 16 + 24084540417920 + 16 = 24084540417952$
 $t = 24084540417952$
 $t = 16 - 8t + 16 = 0$
 $t = 16 - 8 \cdot 24084540417952 + 16 = 0$
 $t = 16 - 192676323343616 + 16 = -192676323343600$
 $t = -192676323343600$
 $t = 16 - 8t + 16 = 0$
 $t = 16 - 8 \cdot (-192676323343600) + 16 = 0$
 $t = 16 + 1541410586748800 + 16 = 1541410586748832$
 $t = 1541410586748832$
 $t = 16 - 8t + 16 = 0$
 $t = 16 - 8 \cdot 1541410586748832 + 16 = 0$
 $t = 16 - 12331284693990656 + 16 = -12331284693990640$
 $t = -12331284693990640$
 $t = 16 - 8t + 16 = 0$
 $t = 16 - 8 \cdot (-12331284693990640) + 16 = 0$
 $t = 16 + 98650277551925120 + 16 = 98650277551925136$
 $t = 98650277551925136$
 $t = 16 - 8t + 16 = 0$
 $t = 16 - 8 \cdot 98650277551925136 + 16 = 0$
 $t = 16 - 789202220415401088 + 16 = -789202220415401072$
 $t = -789202220415401072$
 $t = 16 - 8t + 16 = 0$
 $t = 16 - 8 \cdot (-789202220415401072) + 16 = 0$
 $t = 16 + 6313617763323208576 + 16 = 6313617763323208592$
 $t = 6313617763323208592$
 $t = 16 - 8t + 16 = 0$
 $t = 16 - 8 \cdot 6313617763323208592 + 16 = 0$
 $t = 16 - 50508942106585668736 + 16 = -50508942106585668720$
 $t = -50508942106585668720$
 $t = 16 - 8t + 16 = 0$
 $t = 16 - 8 \cdot (-50508942106585668720) + 16 = 0$
 $t = 16 + 404071536852685349760 + 16 = 404071536852685349776$
 $t = 404071536852685349776$
 $t = 16 - 8t + 16 = 0$
 $t = 16 - 8 \cdot 404071536852685349776 + 16 = 0$
 $t = 16 - 3232572294821482798208 + 16 = -3232572294821482798192$
 $t = -3232572294821482798192$
 $t = 16 - 8t + 16 = 0$
 $t = 16 - 8 \cdot (-3232572294821482798192) + 16 = 0$
 $t = 16 + 25860578358571862385536 + 16 = 25860578358571862385728$
 $t = 25860578358571862385728$
 $t = 16 - 8t + 16 = 0$
 $t = 16 - 8 \cdot 25860578358571862385728 + 16 = 0$
 $t = 16 - 206884626868574907085824 + 16 = -206884626868574907085808$
 $t = -206884626868574907085808$
 $t = 16 - 8t + 16 = 0$
 $t = 16 - 8 \cdot (-206884626868574907085808) + 16 = 0$
 $t = 16 + 1655077014948599256686464 + 16 = 1655077014948599256686624$
 $t = 1655077014948599256686624$
 $t = 16 - 8t + 16 = 0$
 $t = 16 - 8 \cdot 1655077014948599256686624 + 16 = 0$
 $t = 16 - 13240616119588794053492992 + 16 = -13240616119588794053492976$
 $t = -13240616119588794053492976$
 $t = 16 - 8t + 16 = 0$
 $t = 16 - 8 \cdot (-13240616119588794053492976) + 16 = 0$
 $t = 16 + 105924928956710352427943808 + 16 = 10592492895671035242794400$
 $t = 10592492895671035242794400$
 $t = 16 - 8t + 16 = 0$
 $t = 16 - 8 \cdot 10592492895671035242794400 + 16 = 0$
 $t = 16 - 84739943165368281938355200 + 16 = -84739943165368281938355184$
 $t = -84739943165368281938355184$
 $t = 16 - 8t + 16 = 0$
 $t = 16 - 8 \cdot (-84739943165368281938355184) + 16 = 0$
 $t = 16 + 677919545322946255506841472 + 16 = 677919545322946255506841600$
 $t = 677919545322946255506841600$
 $t = 16 - 8t + 16 = 0$
 $t = 16 - 8 \cdot 677919545322946255506841600 + 16 = 0$
 $t = 16 - 5423356362583570044054732800 + 16 = -5423356362583570044054732784$
 $t = -5423356362583570044054732784$
 $t = 16 - 8t + 16 = 0$
 $t = 16 - 8 \cdot (-5423356362583570044054732784) + 16 = 0$
 $t = 16 + 43386850900668560352437862272 + 16 = 43386850900668560352437862400$
 $t = 43386850900668560352437862400$
 $t = 16 - 8t + 16 = 0$
 $t = 16 - 8 \cdot 43386850900668560352437862400 + 16 = 0$
 $t = 16 - 347094807205348482819502908800 + 16 = -347094807205348482819502908784$
 $t = -347094807205348482819502908784$
 $t = 16 - 8t + 16 = 0$
 $t = 16 - 8 \cdot (-347094807205348482819502908784) + 16 = 0$
 $t = 16 + 2776758457642787862556023270272 + 16 = 2776758457642787862556023270288$
 $t = 2776758457642787862556023270288$
 $t = 16 - 8t + 16 = 0$
 $t = 16 - 8 \cdot 2776758457642787862556023270288 + 16 = 0$
 $t = 16 - 22214067661142302900448186162304 + 16 = -22214067661142302900448186162288$
 $t = -22214067661142302900448186162288$
 $t = 16 - 8t + 16 = 0$
 $t = 16 - 8 \cdot (-22214067661142302900448186162288) + 16 = 0$
 $t = 16 + 177712541289138423203585489306304 + 16 = 177712541289138423203585489306320$
 $t = 177712541289138423203585489306320$
 $t = 16 - 8t + 16 = 0$
 $t = 16 - 8 \cdot 177712541289138423203585489306320 + 16 = 0$
 $t = 16 - 1421700330313107385628683914450560 + 16 = -1421700330313107385628683914450544$
 $t = -1421700330313107385628683914450544$
 $t = 16 - 8t + 16 = 0$
 $t = 16 - 8 \cdot (-1421700330313107385628683914450544) + 16 = 0$
 $t = 16 + 11373602642504859085029471315604352 + 16 = 11373602642504859085029471315604368$
 $t = 11373602642504859085029471315604368$
 $t = 16 - 8t + 16 = 0$
 $t = 16 - 8 \cdot 11373602642504859085029471315604368 + 16 = 0$
 $t = 16 - 90988821140038872680235770524834944 + 16 = -9098882114003887268023577052483488$
 $t = -9098882114003887268023577052483488$
 $t = 16 - 8t + 16 = 0$
 $t = 16 - 8 \cdot (-9098882114003887268023577052483488) + 16 = 0$
 $t = 16 + 72791056912031098144188616419867904 + 16 = 72791056912031098144188616419867920$
 $t = 72791056912031098144188616419867920$
 $t = 16 - 8t + 16 = 0$
 $t = 16 - 8 \cdot 72791056912031098144188616419867920 + 16 = 0$
 $t = 16 - 582328455296248785153508931358943360 + 16 = -582328455296248785153508931358943344$
 $t = -582328455296248785153508931358943344$
 $t = 16 - 8t + 16 = 0$
 $t = 16 - 8 \cdot (-582328455296248785153508931358943344) + 16 = 0$
 $t = 16 + 4658627642370790281228071450871546752 + 16 = 4658627642370790281228071450871546768$
 $t = 4658627642370790281228071450871546768$
 $t = 16 - 8t + 16 = 0$
 $t = 16 - 8 \cdot 4658627642370790281228071450871546768 + 16 = 0$
 $t = 16 - 37269021138966322249824571607052374144 + 16 = -3726902113896632224982457160705237408$
 $t = -3726902113896632224982457160705237408$
 $t = 16 - 8t + 16 = 0$
 $t = 16 - 8 \cdot (-3726902113896632224982457160705237408) + 16 = 0$
 $t = 16 + 29815216911173057799859657285641899264 + 16 = 29815216911173057799859657285641899280$
 $t = 29815216911173057799859657285641899280$
 $t = 16 - 8t + 16 = 0$
 $t = 16 - 8 \cdot 29815216911173057799859657285641899280 + 16 = 0$
 $t = 16 - 238521735289384462398877258285135194240 + 16 = -238521735289384462398877258285135194224$
 $t = -238521735289384462398877258285135194224$
 $t = 16 - 8t + 16 = 0$
 $t = 16 - 8 \cdot (-238521735289384462398877258285135194224) + 16 = 0$
 $t = 16 + 1908173882315075707191018066281081553792 + 16 = 1908173882315075707191018066281081553808$
 $t = 1908173882315075707191018066281081553808$
 $t = 16 - 8t + 16 = 0$
 $t = 16 - 8 \cdot 1908173882315075707191018066281081553808 + 16 = 0$
 $t = 16 - 15265391058520605657528144530248652430464 + 16 = -15265391058520605657528144530248652430448$
 $t = -15265391058520605657528144530248652430448$
 $t = 16 - 8t + 16 = 0$
 $t = 16 - 8 \cdot (-15265391058520605657528144530248652430448) + 16 = 0$
 $t = 16 + 122123128468164845260225156241989219443584 + 16 = 122123128468164845260225156241989219443600$
 $t = 122123128468164845260225156241989219443600$
 $t = 16 - 8t + 16 = 0$
 $t = 16 - 8 \cdot 122123128468164845260225156241989219443600 + 16 = 0$
 $t = 16 - 976985027745318762081801250735913755548800 + 16 = -976985027745318762081801250735913755548784$
 $t = -976985027745318762081801250735913755548784$
 $t = 16 - 8t + 16 = 0$
 $t = 16 - 8 \cdot (-976985027745318762081801250735913755548784) + 16 = 0$
 $t = 16 + 7815880221962550176654410005887310044390272 + 16 = 7815880221962550176654410005887310044390288$
 $t = 7815880221962550176654410005887310044390288$
 $t = 16 - 8t + 16 = 0$
 $t = 16 - 8 \cdot 7815880221962550176654410005887310044390288 + 16 = 0$
 $t = 16 - 62527041775700401413235280047098480355122304 + 16 = -62527041775700401413235280047098480355122288$
 $t = -62527041775700401413235280047098480355122288$
 $t = 16 - 8t + 16 = 0$
 $t = 16 - 8 \cdot (-62527041775700401413235280047098480355122288) + 16 = 0$
 $t = 16 + 500216334205603211305882240376787842840978304 + 16 = 500216334205603211305882240376787842840978320$
 $t = 500216334205603211305882240376787842840978320$
 $t = 16 - 8t + 16 = 0$
 $t = 16 - 8 \cdot 500216334205603211305882240376787842840978320 + 16 = 0$
 $t = 16 - 4001730673644825690447057923014302742727826560 + 16 = -4001730673644825690447057923014302742727826544$
 $t = -4001730673644825690447057923014302742727826544$
 $t = 16 - 8t + 16 = 0$
 $t = 16 - 8 \cdot (-4001730673644825690447057923014302742727826544) + 16 = 0$
 $t = 16 + 32013845389158605523576463384114421941822612352 + 16 = 32013845389158605523576463384114421941822612368$
 $t = 32013845389158605523576463384114421941822612368$
 $t = 16 - 8t + 16 = 0$
 $t = 16 - 8 \cdot 32013845389158605523576463384114421941822612368 + 16 = 0$
 $t = 16 - 256110763113268844188611707072915375534580899072 + 16 = -256110763113268844188611707072915375534580898912$
 $t = -256110763113268844188611707072915375534580898912$
 $t = 16 - 8t + 16 = 0$
 $t = 16 - 8 \cdot (-256110763113268844188611707072915375534580898912) + 16 = 0$
 $t = 16 + 2048886104906150753508893656583323004276647191296 + 16 = 2048886104906150753508893656583323004276647191312$
 $t = 2048886104906150753508893656583323004276647191312$
 $t = 16 - 8t + 16 = 0$
 $t = 16 - 8 \cdot 2048886104906150753508893656583323004276647191312 + 16 = 0$
 $t = 16 - 16391088839249206028071149252666584034213177530496 + 16 = -16391088839249206028071149252666584034213177530480$
 $t = -16391088839249206028071149252666584034213177530480$
 $t = 16 - 8t + 16 = 0$
 $t = 16 - 8 \cdot (-16391088839249206028071149252666584034213177530480) + 16 = 0$
 $t = 16 + 131128710713993648224569194021332672273705420243840 + 16 = 131128710713993648224569194021332672273705420244000$
 $t = 131128710713993648224569194021332672273705420244000$
 $t = 16 - 8t + 16 = 0$
 $t = 16 - 8 \cdot 131128710713993648224569194021332672273705420244000 + 16 = 0$
 $t = 16 - 1049029685711949185796553552170661378189643361952000 + 16 = -1049029685711949185796553552170661378189643361951840$
 $t = -1049029685711949185796553552170661378189643361951840$
 $t = 16 - 8t + 16 = 0$
 $t = 16 - 8 \cdot (-1049029685711949185796553552170661378189643361951840) + 16 = 0$
 $t = 16 + 8392237485695593486372428417365291025517146895614720 + 16 = 8392237485695593486372428417365291025517146895614736$
 $t = 8392237485695593486372428417365291025517146895614736$
 $t = 16 - 8t + 16 = 0$
 $t = 16 - 8 \cdot 8392237485695593486372428417365291025517146895614736 +$

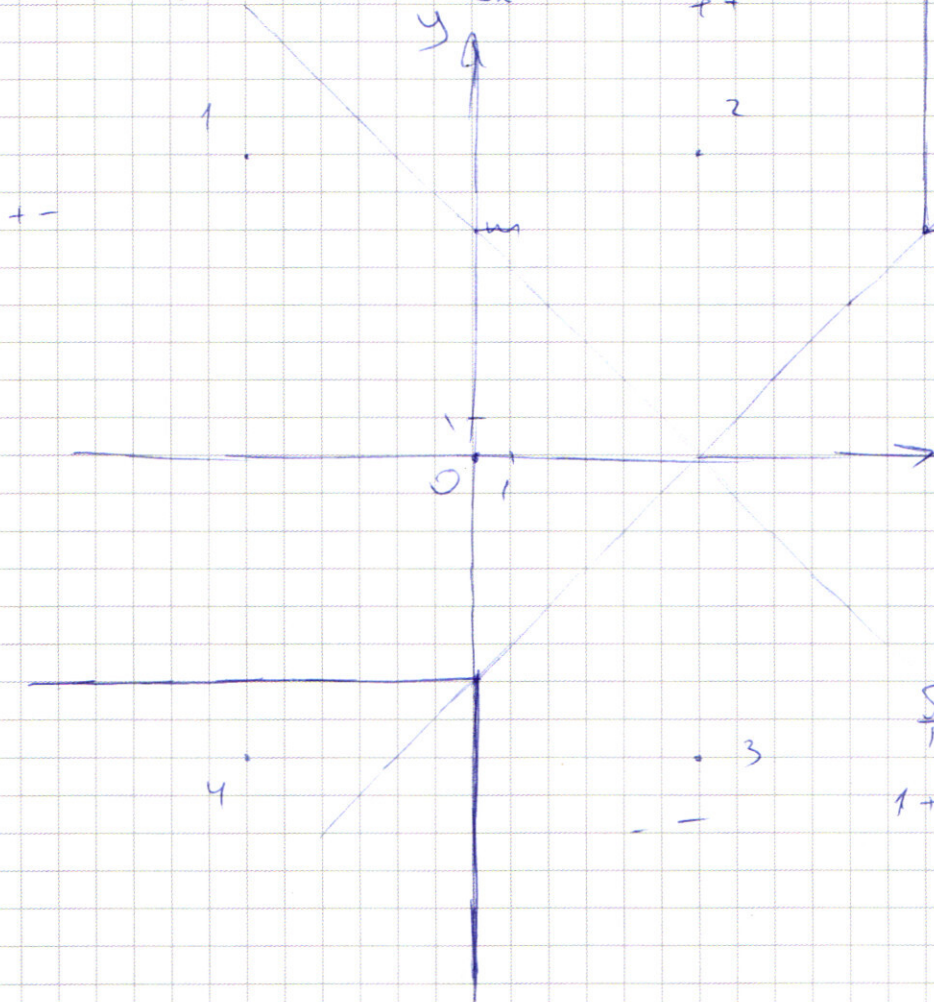
~ 5

2 реш.

$$\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12 \\ (|x|-6)^2 - (|y|-6)^2 = a^2 = R^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-y-6=0 \\ x+y-6=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=x-6 \\ y=6-x \end{cases}$$



$$\begin{aligned} x &= 12 \\ 2x - 12 &= 12 \quad y > 6 \\ -x + 6 + y - x + 6 - y &= 12 \\ -x + 6 + y - x + 6 - y &= 12 \\ x &= 0 \\ x - 6 - y - x + 6 - y &= 12 \\ -2y &= 12 \quad y < -6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\pi}{20} + \frac{\pi n}{5} &= \frac{\pi t}{2} / 20 \\ 1 + 4n &= 10t \\ \frac{\pi}{12} + \frac{25\pi R}{3} &= \frac{\pi r}{2} \\ 1 + 8R &= 6r \end{aligned}$$

Вспомогательные, но при $R \geq 6$ 2 и 4 имеют 4 решения, но не подходят, значения $R < 6$.
 При $R > 2$ - где 4 - 2 решения
 значения, $R \in (2, 6)$.

~ 6

$$\begin{aligned} \frac{\pi}{4} + 25\pi R &= 4\pi x_0 \quad x_0 + 25\pi m \\ 4x_0 &= 25(m - R) \\ x_0 &= \frac{25}{4}(m - R) \text{ - не целое } \end{aligned}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$f(x) = 85 + (3^{81} - 1)x - 3^x - 4 \cdot 3^{81}$$

$$f(x) \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 81$$

$$f(4) = 85 + 4 \cdot 3^{81} - 4 - 81 - 4 \cdot 3^{81} = 0$$

$$x = 1$$

$$85 + 3^{81} - 1 - 3 - 4 \cdot 3^{81} < 0$$

$$x > 85$$

$$x > 86$$

$$85 + 3^{81} \cdot 86 - 86 - 3^{86} - 4 \cdot 3^{81} - 1$$

$$85 - x > 0$$

$$x \in (5, 84)$$

$$3^{81} \cdot x - 3^x - 4 \cdot 3^{81} > 0$$

$$\text{при } x \leq 3^{81}$$

$$\text{при } x = 81$$

$$3^{81} \cdot 81 - 3^{81} - 4 \cdot 3^{81} > 0 \quad 3^{85} - 3^{84}$$

$$\text{при } x > 81$$

$$3^{81} \cdot x - 3^x > 3^{81} \cdot 81 - 3^{81} > 2 \cdot 3^{81}$$

$$x < 81$$

$$3^{81} \cdot x > 4 \cdot 3^{81} + 3^{81}$$

$$81 + 4 \cdot 3^{81} = 85 + 3^{81} \cdot 81 - 84$$

$$80 \cdot (85 - 4 \cdot 3^{81}) + (3^{81} - 1) \cdot (5 + 6 + \dots + 84) - 3^5 - \dots - 3^{84} =$$

$$= 80 \cdot (85 - 4 \cdot 3^{81}) + (3^{81} - 1) \cdot \frac{80 \cdot 80}{2} - 3^5 \cdot \frac{3^{80} - 1}{2} =$$

$$= 80 \cdot (3^{81} - 1) \cdot \frac{80 \cdot 80}{2} - (3^{81} - 1) \cdot 80 \cdot 4 + 81 \cdot 80 - 3^5 \cdot \frac{3^{80} - 1}{2} =$$

$$= (3^{81} - 1) \cdot 80 \cdot \frac{81}{2} + 81 \cdot 80 - 3^5 \cdot \frac{3^{80} - 1}{2} = \frac{(3^{81} + 1) \cdot 40 \cdot 81 - 3^5 \cdot (3^{80} - 1)}{2}$$

$$\begin{array}{r}
 \lambda \quad 625 \\
 \quad 22 \\
 \hline
 4385 \\
 1250 \\
 \hline
 16875
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 5, 5, 5 \\
 3, 3, 3, 1 \\
 3, 2, 1, 1 \\
 \hline
 22
 \end{array}$$

$$\frac{5}{4} \times 3000 \times 2 \times 6 + \frac{5}{4} \times 3000 \times 1$$