

Согласие на обработку персональных данных

Я, **Алексеев Максим Игоревич**, паспорт **75 16 829161**, выдан **ОТДЕЛОМ УФМС РОССИИ ПО ЧЕЛЯБИНСКОЙ ОБЛАСТИ В ГОР.КОПЕЙСКЕ 4 августа 2016 г.**, зарегистрирован по адресу **Челябинская обл, г Копейск, ул Гастелло, д 34А**,

даю свое согласие Образовательному Фонду «Талант и успех», зарегистрированному по адресу: Российская Федерация, 354349, Краснодарский край, г. Сочи, Олимпийский проспект, д. 40, являющемуся оператором по формированию и ведению государственного информационного ресурса о детях, проявивших выдающиеся способности (далее - оператор), на обработку следующих персональных данных:

- фамилия, имя, отчество (при наличии);
- дата рождения;
- реквизиты документа, удостоверяющего личность;
- наименование организаций, осуществляющих образовательную деятельность, в которых обучаюсь;
- класс / курс;
- сведения о получении образования вне организаций, осуществляющих образовательную деятельность (в форме семейного образования или самообразования);
- наименования образовательных программ, по которым обучаюсь;
- сведения об обучении по индивидуальному учебному плану в организации, осуществляющей образовательную деятельность;
- сведения об индивидуальных достижениях по итогам участия в олимпиадах и иных интеллектуальных и (или) творческих конкурсах, мероприятиях, направленных на развитие интеллектуальных и творческих способностей, способностей к занятиям физической культурой и спортом, интереса к научной (научно-исследовательской), творческой, физкультурноспортивной деятельности, а также на пропаганду научных знаний, творческих и спортивных достижений, подтвержденных соответствующими документами, выданными организаторами указанных мероприятий;
- страховой номер индивидуального лицевого счета страхового свидетельства обязательного пенсионного страхования;
- мои контактные данные (телефон, адрес электронной почты).

Я даю свое согласие на использование персональных данных исключительно в целях размещения их в государственном информационном ресурсе о детях, проявивших выдающиеся способности, сопровождения и мониторинга моего дальнейшего развития.

Настоящее согласие предоставляется мной на осуществление действий, включающих: сбор, систематизацию, накопление, хранение, уточнение (обновление, изменение), использование, обезличивание, блокирование, уничтожение персональных данных, а также на передачу такой информации третьим лицам, в случаях, установленных законодательными и нормативными правовыми документами.

Персональные данные, предоставлены мной сознательно и добровольно, соответствуют действительности и корректны.

Подтверждаю, что мной дано согласие на рассылку рекламного, информационного характера от оператора и уполномоченных оператором лиц на указанный электронный адрес.

Я проинформирован, что оператор гарантирует обработку персональных данных в соответствии с действующим законодательством РФ.

Настоящее согласие действует бессрочно, но может быть отозвано в любой момент по соглашению сторон или в случае нарушения оператором требований законодательства о персональных данных.



(Подпись)



(Расшифровка подписи)

22.02.2020

(Дата)

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 5

ШИФР



рём

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 3375. Ответ необходимо представить в виде целого числа. 1680

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}, \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 4.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6, \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .

б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$3375 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 1 \quad \text{№1.}$$

① кол-во чисел с двумя цифрами = 1. (число состоит из цифр 5, 5, 5, 3, 3, 3)

$$\frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!} = \frac{7 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2} = 560$$

② кол-во чисел с тремя цифрами = 7
(число состоит из цифр: 5, 5, 5, 3, 3, 3, 1, 1, 1)

$$\frac{8!}{3! \cdot 3!} = \frac{7 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3} = 7720$$

$$① + ② = 7680$$

Ответ: 7680

№5.

$$\begin{cases} |y-3-x| + |y+3+x| = 6 & ① \\ (|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = a & ② \end{cases} \quad a - ? \quad \text{а реш}$$

ОДЗ: $a \geq 0$

$$① |y-3-x| + |y+3+x| = 6$$

$$1) y \geq x+3, y \geq -x+3$$

$$y-3-x + y-3+x = 6$$

$$y = 6$$

$$2) y < x+3, y < -x+3$$

$$-y+3-x - y+3+x = 6$$

$$y = 0$$

$$3) y \geq x+3, y < -x+3$$

$$y-3-x - y+3-x = 6$$

$$x = -3$$

$$1) \begin{cases} y < x+3 \\ y < x+3 \\ -y+3 < x-4+3 \end{cases} \Rightarrow x=0$$

$$y < x+3, y \geq -x+3$$

$$-y+3 < x-4+3 \Rightarrow x=0$$

$$x+y+3 < x+y-3+3 \Rightarrow x=0$$

$$x=3$$

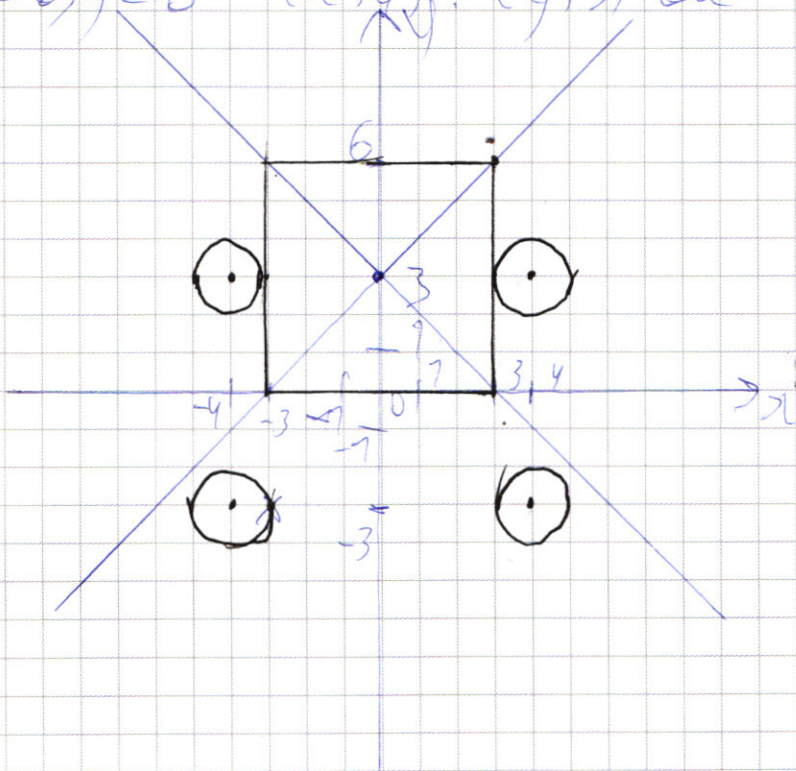
$$2) (|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = a$$

$$1) x \geq 0, y \geq 0 \quad (x-4)^2 + (y-3)^2 = a \quad O(4; 3) \quad r = \sqrt{a}$$

$$2) x \geq 0, y < 0 \quad (x-4)^2 + (y+3)^2 = a \quad O(4; -3) \quad r^2 = a$$

$$3) x < 0, y \geq 0 \quad (x+4)^2 + (y-3)^2 = a \quad O(-4; 3) \quad r^2 = a$$

$$4) x < 0, y < 0 \quad (x+4)^2 + (y+3)^2 = a \quad O(-4; -3) \quad r^2 = a$$



$$a < 1 - 0 \text{ реш.}$$

$$a = 1 - 2 \text{ реш.}$$

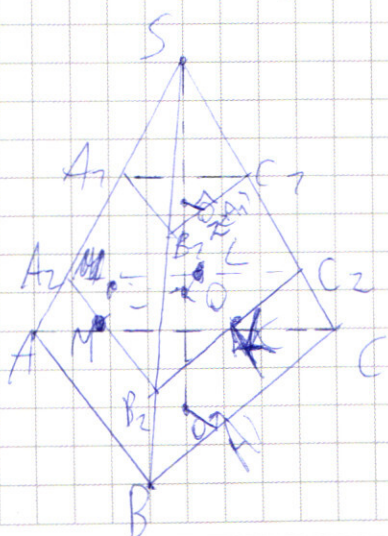
$$1 < a < 10 - 4 \text{ реш.}$$

$$10 < a < 25 - 4 \text{ реш.}$$

$$a = 25 - 2 \text{ реш.}$$

$$a > 25 - 0 \text{ реш.}$$

Ответ: ~~a=1~~ или ~~a=5~~



Дано:
многогр. упр. SABC
в попл. SABC
ср. $SO \perp (ABC)$

$$SO \perp (ABC)$$

$$S_{ABC} = 4$$

$$SO \perp (A_1B_1C_1)$$

$$OK \perp$$

$$EKSO - ?$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Решение:

$$1) SO \perp (ABC) \\ SO \perp (A_1B_1C_1) \quad \Rightarrow \Delta A_1B_1C_1 \sim \Delta ABC \\ S_{ABC} - \text{треугольник} \quad K = \sqrt{\frac{S_{A_1B_1C_1}}{S_{ABC}}} = \frac{1}{2}$$

анал. $\Delta A_2B_2C_2 \sim \Delta ABC$
 $\Delta A_2B_2C_2 \sim \Delta A_1B_1C_1$
 пусть $SO_2 = x$; $SO = x + r$
 $SO_1 = x + 2r$

$$2) O_1A_1 \perp B_1C_1 \\ OK \perp B_2C_2 \\ O_1A_1 \perp BC \\ \Delta SO_1A_1 \sim \Delta SOK \sim \Delta SO_1A_1 \quad \Rightarrow \\ \text{т.к. } \Delta A_1B_1C_1 \sim \Delta ABC \sim \Delta A_2B_2C_2 \Rightarrow \\ \text{и у подобн. } \Delta \text{ все линейные размеры}$$

$$\Rightarrow \frac{SO_2}{SO_1} = \sqrt{\frac{S_{A_1B_1C_1}}{S_{ABC}}} = \frac{1}{2} \quad \frac{x}{x+2r} = \frac{1}{2} \quad x = 2r$$

$$\frac{SO_2}{SO} = \sqrt{\frac{S_{A_1B_1C_1}}{S_{A_2B_2C_2}}} \quad \frac{x}{x+r} = \frac{2r}{3r} = \sqrt{\frac{S_{A_1B_1C_1}}{S_{A_2B_2C_2}}}$$

$$4S_{A_2B_2C_2} = 9S_{A_1B_1C_1} \quad S_{A_2B_2C_2} = \frac{9}{4}$$

$$3) \Delta SOK (\angle O = 90^\circ) \\ \tan \angle KSO = \frac{KO}{SO} = \frac{r}{x+r} = \frac{r}{3r} = \frac{1}{3} \\ \angle KSO = \arctan \frac{1}{3}$$

Ответ: $\angle KSO = \arctan \frac{1}{3}$; $S = \frac{9}{4}$

N2.

$$\cos 7x - \cos 3x - \sin 7x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$-2 \sin 7x \cdot \sin 4x + 2 \cos 7x \cdot \sin 4x = \sqrt{2} \cos^2 7x - \sqrt{2} \sin^2 7x : \sqrt{2}$$

$$(\cos 7x - \sin 7x)(\cos 7x + \sin 7x) = \sqrt{2} \sin 4x (\cos 7x - \sin 7x)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x \neq \frac{\pi}{4} \end{array} \right.$$

$$\cos 7x + \sin 7x = \sqrt{2} \sin 4x \quad (1)$$

$$\textcircled{1} \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 7x + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 7x \right) = \sqrt{2} \sin 4x : \sqrt{2}$$

$$\sin \left(7x + \frac{\pi}{4} \right) = \sin 4x$$

$$\sin \left(7x + \frac{\pi}{4} \right) - \sin 4x = 0$$

$$2 \cos \left(\frac{7x}{2} + \frac{\pi}{8} \right) \cdot \sin \left(\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{8} \right) = 0$$

$$\cos 7x - \cos 3x - \sin 7x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$-2 \sin 7x \cdot \sin 4x - 2 \cos 7x \cdot \sin 4x = \sqrt{2} \cos 4x : \sqrt{2}$$

$$-\sqrt{2} \sin 7x \cdot \sin 4x - \sqrt{2} \cos 7x \cdot \sin 4x = \cos^2 7x - \sin^2 7x$$

$$-\sqrt{2} \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) = (\cos 7x - \sin 7x)(\cos 7x + \sin 7x)$$

$$-\sqrt{2} \sin 4x = \cos 7x - \sin 7x$$

$$(\cos 7x + \sin 7x) \neq 0$$

$$\sqrt{2} \sin 4x = \sin 7x - \cos 7x$$

$$\sqrt{2} \sin 4x = \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \sin 7x - \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 7x \right)$$

$$\sin 4x = \sin \left(7x - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$2 \cos \left(\frac{7x}{2} - \frac{\pi}{8} \right) \cdot \sin \left(\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{8} \right) = 0$$

$$\cos \left(\frac{7x}{2} - \frac{\pi}{8} \right) = 0$$

$$\sin \left(\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{8} \right) = 0$$

$$7x = \frac{5\pi}{4} + 2\pi k$$

$$3x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n$$

$$\frac{7x}{2} - \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{8} = \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{5\pi}{44} + \frac{2\pi k}{11}$$

$$x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{3}$$

$$\text{Answer: } \frac{5\pi}{44} + \frac{2\pi k}{11}; \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{3}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$-2\sin 7x \cdot \sin 4x + 2 \cdot \cos 7x \cdot \sin 4x = \sqrt{2} \cos 14x.$$

$$\sqrt{2} \cos^2 7x - \sqrt{2} \sin^2 7x$$

$$2 \sin 4x (\cos 7x - \sin 7x)$$

$$\sqrt{2} \cos^2 7x - 2 \cos 7x \cdot \sin 4x = \sqrt{2} \sin^2 7x - 2 \sin 7x \cdot \sin 4x$$

$$\cos^2 7x - \sqrt{2} \cos 7x \cdot \sin 4x = \sin^2 7x - \sqrt{2} \sin 7x \cdot \sin 4x$$

$$\cos 7x (\cos 7x - \sqrt{2} \sin 4x) = \sin 7x (\sin 7x - \sqrt{2} \sin 4x)$$

$$\operatorname{tg} 7x = \frac{\cos 7x}{\sin 7x}$$

$$\cos^2 7x - \sin^2 7x = \sqrt{2} \sin 4x (\cos 7x - \sin 7x)$$

$$(\cos 7x - \sin 7x) (\cos 7x + \sin 7x) = \sqrt{2} \sin 4x (\cos 7x - \sin 7x)$$

$$\cos 7x + \sin 7x = \sqrt{2} \sin 4x$$

$$\sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 7x + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 7x \right) = \sqrt{2} \sin 4x$$

$$\sin \left(\frac{\pi}{4} + 7x \right) = \sin 4x$$

$$\cos \frac{7\pi}{4} - \cos \frac{3\pi}{4} - \sin \frac{3\pi}{4} + \sin \frac{3\pi}{4} = \sqrt{2} \cos \frac{7\pi}{4}$$

$$\cos \frac{3\pi}{4} - \cos \frac{3\pi}{4} - \sin \frac{3\pi}{4} + \sin \frac{3\pi}{4} = \sqrt{2}$$

$$x = \frac{3\pi}{4}$$

$$\cos \frac{\pi}{4} - \cos \frac{\pi}{4} - \sin \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{4} = \sqrt{2}$$

$$x = -\frac{\pi}{4}$$

$$\cos \frac{5\pi}{4} - \cos \frac{5\pi}{4} - \sin \frac{5\pi}{4} + \sin \frac{5\pi}{4} = \sqrt{2}$$

$$\pi + 2\pi k + \frac{\pi}{4} =$$

$$= \frac{5\pi}{4} + 2\pi k$$

$$2\pi k + \frac{\pi}{4}$$

$$y^{5 \lg x} \cdot x^{-\lg x} = y^{2 \lg x + 2 \lg y} \cdot y^{2 \lg y}$$

$$y^{3 \lg x} = y^{2 \lg y} \cdot x^{\lg x}$$

$$\begin{cases} x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0 \end{cases}$$

$$y^{3 \lg x - 2 \lg y} = x^{\lg x} \quad \text{по}$$

$$(3 \lg x - 2 \lg y) \log_x y = \lg x.$$

$$x = \frac{y^3}{y^2}$$

$$(3 \lg x - 2 \lg y) \lg y = \lg x.$$

$$x = \frac{y^3}{y^2} = y \quad \text{по}$$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ»
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cos 77x - \cos 3x - \sin 77x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^2 \lg(2xy) \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 72y = 0 \end{cases}$$

$$\frac{y^5 \lg x}{x^{\lg x}} = y^2 \lg x \cdot y^2 \lg y$$

$$y^3 \lg x = x^{\lg x} \cdot y^2 \lg y$$

$$\sqrt{5-x^2} - 2xy$$

$$|y-3-x| + |y-3+x| = 6$$

$$y-3=x \quad y = x+3$$

$$y-3=x+y-3+x=6$$

$$2y=72 \quad y=6$$

$$x+3+2x+3=3+x=6$$

$$x=3$$

$$y-3-x=3-x=6$$

$$x=-3$$

$$(|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = a$$

$$1) x > 0, y > 0$$

$$(x-4)^2 + (y-3)^2 = a$$

$$2) x < 0, y > 0$$

$$(x+4)^2 + (y-3)^2 = a$$

$$x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 72y = 0$$

$$(x-y)^2 - 4x - 4y^2 + 72y = 0$$

$$x(x-2y)$$

$$xy = x(x-y) - y(y-y)$$

$$y = x - y$$

$$(x$$

$$a = ? \text{ 2 рещ.}$$

$$y = -x + 3$$

$$-y+3+x-y+3+x=6$$

$$y=0$$

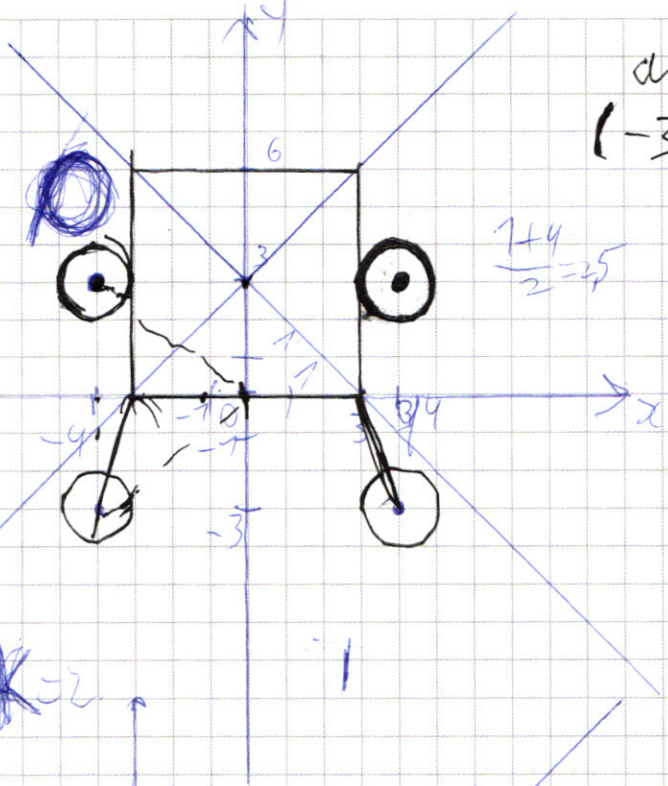
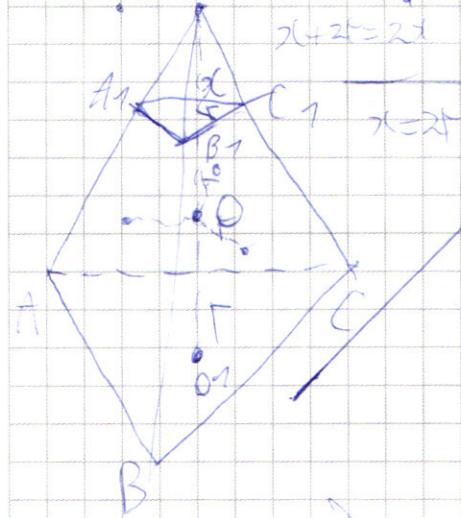
$$a > 0$$

$$3) x < 0, y < 0$$

$$(x+4)^2 + (y+3)^2 = a$$

$$\cos x - \cos y = \frac{-2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}}{\frac{x+y}{2} = 2}$$

$$\sin x - \sin y = \frac{2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}}{\frac{x+y}{2} = 2}$$



$$d=7$$

$$(-3+4)^2 + (3)^2 = d^2$$

$$d = \sqrt{10}$$

$$a = 10$$

$$\sqrt{9+16} = 5$$

$$a = 5$$

$$\frac{2x}{3x} = \frac{4}{9}$$

$$\cos \frac{\pi}{2} - \cos \frac{\pi}{6} = 0 - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$-2 \sin \frac{\pi}{3} \sin \frac{\pi}{6}$$

$$\left(\frac{x+2}{x} \right) \cdot 7 = 9$$

$$\left(\frac{x+2}{x+2} \right) \cdot 4 = \frac{0}{4}$$

$$r_1 = r_2 = 5$$

$$\angle CAD = 90^\circ$$

$$O_1 O_2 = 2x$$

$$0 < x < 10$$

$$\frac{\sin x}{\cos x} = \frac{1}{3}$$

