

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 6

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра-
боты без вложенного задания не проверяются.

- ✓ 1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
- ✓ 2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.
- ✓ 3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 4 и 9.
- ✓ 5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12, \\ (|x| - 6)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
- б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$$16875 = 5 \cdot 3375 = 5 \cdot 5 \cdot 675 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 135 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 27 = 5^4 \cdot 3^3 = 5^4 \cdot 9 \cdot 3$$

Пусть число будет иметь запись в виде четырех «пятирок», трех «троек» и одной «единицы», тогда произведение цифр будет равно 16875.

Чтобы расставить «пятирки» необходимо C_8^4 способов, для «троек» C_4^3 способа и один способ поставить единицу.

Средством, кол-во чисел с таким набором цифр равно

$$C_8^4 \cdot C_4^3 = \frac{8!}{4!4!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 5 \cdot 7 \cdot 8 = 280 \quad (1)$$

Также число может иметь четыре «пятирки», одну «девятку», одну «тройку» и две «единицы». Кол-во способов расставить «пятирки» равно C_8^4 , для «девятки» — C_4^1 ,

а для двух «единиц» C_3^2 , для «тройки» остается один способ. А кол-во чисел с таким набором цифр равно

$$C_8^4 \cdot C_4^1 \cdot C_3^2 = \frac{8!}{4!4!} = \frac{3 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{1} = 280 \cdot 18 \quad (2)$$

Суммарное кол-во чисел, произведение цифр которого даёт 16875, равно (1)+(2), т.е. $280 + 280 \cdot 18 = 280 \cdot 19 = 5320$

Ответ: 5320

№3

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(xy)} \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y > 0, -xy > 0 \Rightarrow x < 0 \\ x < 0 \end{cases}$$

$$2y^2 - 2xy + xy - x^2 - 4x - 8y = 0$$

$$y(2y + x) - x(x + 2y) - 4(x + 2y) = 0$$

$$(x + 2y)(y - x - 4) = 0$$

$$1) x + 2y = 0 \quad \vee \quad 2) y - x - 4 = 0$$

$$1) x = -2y$$

$$\left(\frac{(-2y)^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (2y)^{\lg(2y^2)}$$

$$(16y^2)^{\lg y} = (2y)^{\lg(4y^2)}$$

$$\lg(16y^2) \cdot \lg y = \lg(2y) \cdot \lg(2y^2)$$

$$\lg(4y) \cdot \lg(y^2) = \lg(2y) \cdot \lg(2y^2) \quad \left| \cdot \frac{1}{\lg(2y) \cdot \lg(y^2)} \right|$$

$$\lg(4y - 2y) = \lg(2y^2 - y^2)$$

$$\lg(2y) = \lg(y^2)$$

$$2y = y^2$$

$$y^2 - 2y = 0$$

$$y(y - 2) = 0$$

$$\begin{matrix} y = 0 \\ \text{н.к.} \\ (y > 0) \end{matrix} \begin{cases} y = 2 \\ x = -4 \end{cases}$$

$$2) y = x + 4, \quad x + 4 > 0$$

$$\begin{matrix} x > -4, \\ x \in (-4, 0) \end{matrix}$$

$$\left(\frac{x^4}{(x+4)^2}\right)^{\lg(x+4)} = (-x)^{\lg(-x(x+4))}$$

$$2\lg(x+4) \cdot \lg \frac{x^2}{x+4} = \lg(-x) \cdot \lg(-x(x+4))$$

$$\lg x^2 \cdot 2\lg(x+4) - 2\lg^2(x+4) = \lg^2(-x) + \lg(-x) \cdot \lg(x+4)$$

(умножение) $\rightarrow \otimes \lg(x+4)$

$$4\lg(-x) \cdot \lg(x+4) - 2\lg^2(x+4) = \lg^2(-x) + \lg(-x) \cdot \lg(x+4)$$

$$3\lg(-x) \cdot \lg(x+4) = \lg^2(-x) + 2\lg^2(x+4)$$

$$\lg(x+4) \cdot \lg(-x) - \lg^2(x+4) = (\lg(x+4) - \lg(-x))^2$$

$$\lg(x+4)(\lg(-x) - \lg(x+4)) - (\lg(-x) - \lg(x+4))^2 = 0$$

$$(\lg(-x) - \lg(x+4))(\lg(x+4) - \lg(-x) + \lg(x+4)) = 0$$

$$\lg(-x) = \lg(x+4)$$

$$-x = x + 4$$

$$\begin{cases} x = -2 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$2\lg(x+4) = \lg(-x)$$

$$(x+4)^2 = -x$$

$$x^2 + 9x + 16 = 0$$

$$D = 81 - 64 = 17$$

$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$x = \frac{-9 - \sqrt{17}}{2}$$

н.к. $(x > -4)$

$$\begin{cases} x = \frac{-9 + \sqrt{17}}{2} \\ y = \frac{\sqrt{17} - 1}{2} \end{cases}$$

Ответ: $(-4; 2); (-2; 2); \left(\frac{-9 + \sqrt{17}}{2}; \frac{\sqrt{17} - 1}{2}\right)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5

$$\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12 \\ ((x-6)^2 + (y-8)^2 = a \end{cases}, \text{ два решения}$$

1) $x-6-y \geq 0$ $x-6+y \geq 0$

$y \leq x-6$ $y \geq 6-x$

$$x-6-y + x-6+y = 12$$

$x=12$

2) $x-6-y \geq 0$ $x-6+y \leq 0$

$y \leq x-6$ $y \leq 6-x$

$$x-6-y - x+6-y = 12$$

$y=-6$

3) $x-6-y \leq 0$ $x-6+y \geq 0$

$y \geq x-6$ $y \geq 6-x$

$y=-6$

4) $x-6-y \leq 0$ $x-6+y \leq 0$

$y \geq x-6$ $y \leq 6-x$

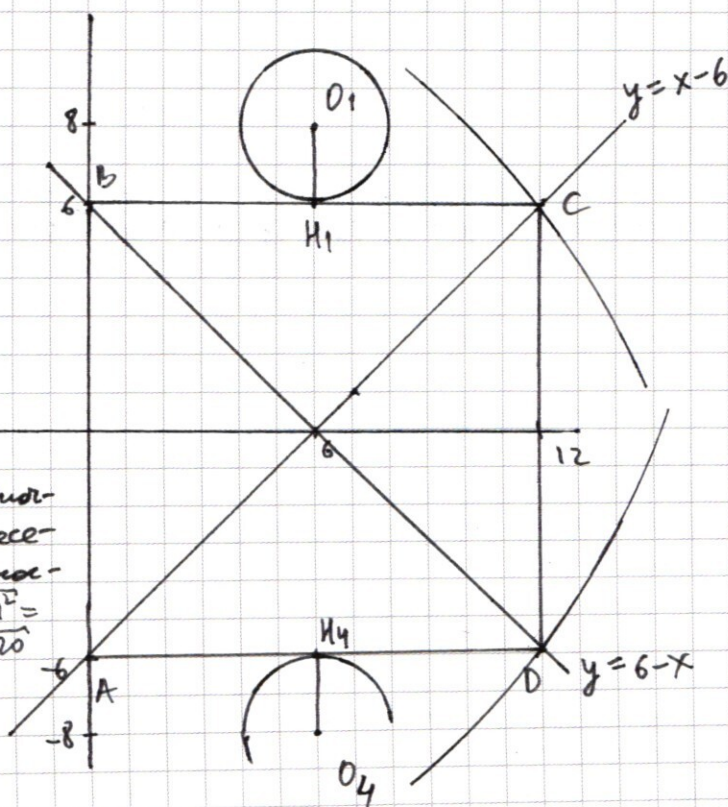
$x=0$

Единственный
случай, когда система
имеет 2 решения,
это когда окружности
 O_1 и O_4 касаются
ближайшей к ним
стороне квадрата $ABCD$,
т.к. во всех остальных
случаях,
когда O_1 и O_4 пере-
секают квадрат только в 2-х по-
ложениях, существуют ещё пере-
сечения квадрата и окружностей
 O_2 и O_3 , кроме $a = r = \sqrt{18^2 + 14^2} = \sqrt{520}$

$a=4$, т.к. $O_1H_1 = O_4H_4 = 2$

$a=520$, т.к. $O_2D = O_3C = \sqrt{520}$

Ответ: $a=4$; $a=520$



O_1, O_2, O_3, O_4 — центры окружностей
с радиусом a .

N2

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$2 \cdot \cos 5x \cdot \cos 2x - \sqrt{2} \cos 10x = 2 \sin 5x \cdot \cos 2x$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2} (\cos^2 5x - \sin^2 5x)$$

$$(\cos 5x - \sin 5x) (2 \cos 2x - \sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x)) = 0$$

$$\cos 5x - \sin 5x = 0$$

$$\cos 5x = \sin 5x$$

$$5x = \frac{\pi}{4} + \pi k$$

$$x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5}, k \in \mathbb{Z}$$

$$2 \cos 2x - \sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x) = 0$$

$$2 \cos 2x = \sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x)$$

$$\cos 2x = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 5x + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 5x$$

$$\cos 2x = \cos\left(\frac{\pi}{4} - 5x\right)$$

$$\cos 2x = \cos\left(\frac{\pi}{4} - 5x\right)$$

$$1) 2x = \frac{\pi}{4} - 5x \quad 2) 2x = -\frac{\pi}{4} + 5x$$

$$7x = \frac{\pi}{4}$$

$$3x = \frac{\pi}{4}$$

$$x = \frac{\pi}{28}$$

$$x = \frac{\pi}{12}$$

$$3) -2x = \frac{\pi}{4} - 5x$$

$$4) -2x = 5x - \frac{\pi}{4}$$

$$3x = \frac{\pi}{4}$$

$$7x = \frac{\pi}{4}$$

$$x = \frac{\pi}{12}$$

$$x = \frac{\pi}{28}$$

$$\text{Ответ: } x = \frac{\pi}{12}; x = \frac{\pi}{28}; x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5}, k \in \mathbb{Z}.$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$$16875 = 5 \cdot 3375 = 5 \cdot 5 \cdot 675 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 135 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 27 = 5^4 \cdot 3^3$$

$$5^4 \cdot 3^3$$

четыре 5 три 3 один 4

четыре 5 три 3 три 3 один 1

$$C_8^4 \cdot C_4^3 = \frac{8!}{4!4!} \cdot \frac{4!}{3!1!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{4 \cdot 3 \cdot 2} = 5 \cdot 7 \cdot 2 = 140$$

$$C_8^4 \cdot C_4^3 \cdot C_2^2 = \frac{8!}{4!4!} \cdot \frac{4!}{3!1!} \cdot \frac{2!}{2!0!} = \frac{8!}{4!4!} \cdot \frac{4!}{3!1!} = 140$$

$$C = 280 + 280 \cdot 18 = 280 \cdot 19 = 5320$$

$$\begin{array}{r} 28 \\ \times 19 \\ \hline 252 \\ 280 \\ \hline 532 \end{array}$$

$$= 56 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 3 =$$

$$= 280 \cdot 18$$

№2

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$2 \cos 5x \cdot \cos 2x - \sqrt{2} \cos 10x = 2 \sin 5x \cdot \cos 2x$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2} \cos 10x \quad \sqrt{2} (2 \cos^2 5x - 1)$$

$$\cos^2 5x + \sin^2 5x - 2 \quad \frac{1 + \cos 10x}{2} = \cos^2 5x \quad \cos^2 5x - \sin^2 5x$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) - \sqrt{2} \cos 10x = 0$$

$$\cos 10x = \cos^2 5x - \sin^2 5x$$

$$2 \cos 2x \cdot \cos 5x - 2 \cos 2x \cdot \sin 5x - \sqrt{2} \cos^2 5x + \sqrt{2} \sin^2 5x = 0$$

$$\cos 5x (2 \cos 2x - \sqrt{2} \cos 5x) - \sin 5x (2 \cos 2x - \sqrt{2} \sin 5x) = 0$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2} (\sin 5x + \cos 5x) (\cos 5x - \sin 5x)$$

$$(\cos 5x - \sin 5x) (2 \cos 2x - \sqrt{2} \sin 5x + \sqrt{2} \cos 5x) = 0$$

$$\cos 5x = \sin 5x$$

$$2 \cos 2x = \sqrt{2} (\sin 5x + \cos 5x) \quad \sqrt{2} \cos 2x - \cos 5x = \sin 5x$$

$$\cos 5x \neq 0$$

$$\tan 5x = 1$$

$$2 \cos^2 2x = 1 + \sin 10x$$

$$\cos 5x \cdot \sqrt{2} \cos 2x = (\tan 5x + 1) \sqrt{2} \cos 5x$$

$$5x = \frac{\pi}{4} + \pi k$$

$$2 \cos^2 2x - 1 = \sin 10x$$

$$2x = 2\pi k$$

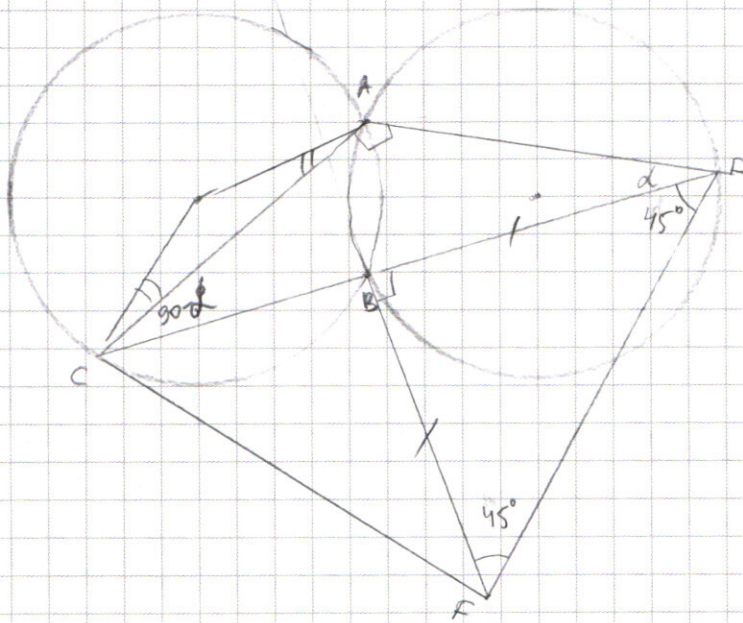
$$x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\cos 4x = \sin 10x$$

$$x = \pi k$$

$$\cos^2 4x = 1 - \cos^2 10x$$

CF-!



Страница №____
(Нумеровать только чистовики)

$$-2 \sin 5x \cdot \sin 2x - \sqrt{2} (\sin 5x + \cos 5x) (\cos 5x - \sin 5x) = 2 \sin 5x \cdot \cos 2x$$

$$\cos 5x + \sin 5x \geq 2 \sqrt{\cos 5x \sin 5x}$$

$$\cos 5x + \sin 5x \geq 2 \sqrt{\sin 10x} \quad \cos 5x = \sin 5x = \sqrt{1 - \cos 10x}$$

$$2 \cos 2x = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{\sin 10x}$$

$$\cos 2x = \sqrt{\sin 10x}$$

$$\cos 2x \geq 0$$

$$\frac{\pi}{2} + 2\pi k \leq 2x \leq \frac{\pi}{2} + 2\pi k$$

$$-\frac{\pi}{4} + \pi k \leq x \leq \frac{\pi}{4} + \pi k$$

$$\cos^2 2x = \sin 10x$$

$$\sin 2 + \cos 2$$

$$\sqrt{\frac{\cos 2 - 1}{2}} + \sqrt{\frac{\cos 2 + 1}{2}}$$

$$\sqrt{\frac{\cos 10x - 1}{2}} + \sqrt{\frac{\cos 10x + 1}{2}}$$

$$2 \cos 2x = \sqrt{\cos 10x - 1} + \sqrt{1 - \cos 10x}$$

$$2 \cos 2x - 2 = \sqrt{2}$$

$$\cos \frac{\pi}{12} = \cos \left(\frac{\pi}{4} - \frac{5\pi}{28} \right)$$

$$\frac{3\pi - 5\pi}{28} = \frac{2\pi}{28} = \frac{\pi}{14}$$

$$2x = 5x - \frac{\pi}{4}$$

$$2x - 3x = -\frac{\pi}{4} \quad x = \frac{\pi}{12}$$

$$\frac{\pi}{6} = \cos \left(\frac{\pi}{4} - \frac{5\pi}{12} \right)$$

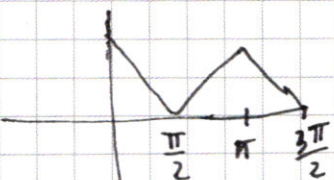
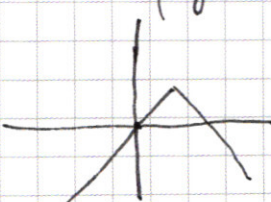
$$\frac{3\pi - 5\pi}{12} = -\frac{2\pi}{12} = -\frac{\pi}{6}$$

$$\sqrt{18^2 + 14^2} = 196 + 324 =$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times 14 \\ \hline 72 \\ 180 \\ \hline 252 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 324 \\ + 196 \\ \hline 520 \end{array}$$

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$



$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 3^4 + 4 + 3^{81} \cdot x - x \end{cases}$$

$$3^4 + 4 + 3^{81} \cdot x - x > 3^x + 4 \cdot 3^{81}$$

$$3^{81}(x - 4) + 3^4 - 3^x + 4 - x > 0$$

$$\cos 2x = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 5x + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 5x$$

$$\cos \frac{\pi}{4} \cdot \cos 5x + \sin$$

$$\cos 2x = \cos \left(\frac{\pi}{4} - 5x \right)$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\leq \frac{\pi}{4} - 5x \leq \frac{\pi}{4}$$

$$-2x = \frac{\pi}{4} - 5x$$

$$3x = \frac{\pi}{4}$$

$$-2x = -5x - \frac{\pi}{4}$$

$$3x = -\frac{\pi}{4}$$

$$\cos -\frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{4} + \frac{5\pi}{12}$$

$$\cos -\frac{\pi}{6} = \cos \frac{8\pi}{12}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y}} &= (-x)^{\lg(-xy)} & \begin{cases} y > 0 \\ x < 0 \end{cases} & \begin{matrix} \text{до} \\ xy < 0 \end{matrix} \\ y^{\lg\left(\frac{x^4}{y^2}\right)} &= (-xy)^{\lg(-x)} \\ y^{2 \cdot \lg \frac{x^2}{y}} &= y^2 \cdot \lg x^2 - \lg y = \frac{y^{2 \lg x^2}}{y^{2 \lg y}} = (-x)^{\lg(-x)} \cdot (-x)^{\lg y} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y &= 0 \\ y(y-x) + y & \\ 2y^2 - 2xy + xy - x^2 - 4x - 8y &= 0 \\ y(x+y) - x(x+y) - 4(x+y) &= 0 \\ (x+y)(y-x-4) &= 0 \\ x = -2y \vee y = 4+x \\ y = \frac{-x}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |x-6-y| + |x-6+y| &= 12 \\ (|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 &= a \end{aligned}$$

$$3) \quad x-6-y < 0 \quad x-6+y > 0$$

$$\begin{aligned} y > x-6 \quad y > 6-x \\ -x+6+y+x-6+y &= 12 \\ 2y &= 12 \\ y &= 6 \end{aligned}$$

$$4) \quad x-6-y < 0 \quad x-6+y < 0$$

$$\begin{aligned} y &\geq x-6 \quad y < 6-x \\ -x+6+y+6-x-y &= 12 \\ -2x+12 &= 12 \\ x &= 0 \end{aligned}$$

$$x-6-y=0 \quad x-6+y=0$$

$$y=x-6 \quad y=6-x$$

$$12-6-6 + 12-6+6 = 12 \quad \sqrt{(12-6)^2 + (0-8)^2} = \sqrt{36+64} = 10 \quad a=100$$

$$1) \quad \begin{aligned} x-6-y &\geq 0 & x-6+y > 0 \\ y &\leq x-6 & y > 6-x \end{aligned}$$

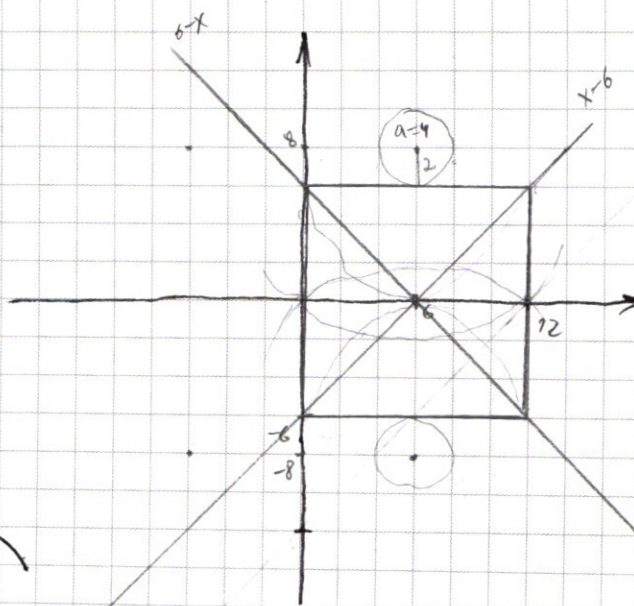
$$x-6-y+x-6+y=12$$

$$2x=24 \quad x=12$$

$$2) \quad x-6-y > 0 \quad x-6+y < 0$$

$$y < x-6 \quad y \leq 6-x$$

$$\begin{aligned} x-6-y-x+6-y &= 12 \\ -2y &= 12 \\ y &= -6 \end{aligned}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$(x+2y)(y-x-4)=0$$

$$x=-2y \quad y=-\frac{1}{2}x \quad \vee \quad y=x+4, \quad x+4>0$$

$$x>-4 \quad x \in (-4; 0)$$

$$\left(\frac{x^4}{(x+4)^2}\right)^{\lg(x+4)} = (-x)^{\lg(-x \cdot (x+4))}$$

$$\left(\frac{4x^4}{x^2}\right)^{\lg(-\frac{x}{2})} = (-x)^{\lg(-x - \frac{1}{2}x)}$$

$$4x^2 \lg(-\frac{x}{2}) = (-x) \lg \frac{x}{2}$$

$$\left(\frac{x}{2}\right)^{2 \lg 2x} = \left(\frac{x}{2}\right)^{\lg(-x)}$$

$$\frac{x^2 \lg 2x}{4} = \frac{x^2 \lg(-x)}{2}$$

$$\left(\frac{x^4}{(x+4)^2}\right)^{\lg(x+4)} = (-x)^{\lg(-x^2-4x)}$$

$$\lg\left(\frac{x^4}{(x+4)^2}\right) \cdot \lg(x+4) = \lg(-x) \cdot \lg(-x^2-4x)$$

$$(\lg x^4 - \lg(x+4)^2) \cdot \lg(x+4)$$

$$\lg(x^4 + x+4) - \lg(x+4)^2 = \lg(-x) \lg(-x^2-4x)$$

$$\lg(x+4) \cdot \lg x^4 - \lg(x+4)^2 \cdot \lg(x+4) = \lg(-x) \cdot \lg(-x) + \lg(-x) \cdot \lg(x+4)$$

$$4 \lg(x+4) \cdot \lg(-x) - 2 \lg^2(x+4) = \lg^2(-x) + \lg(-x) \cdot \lg(x+4)$$

$$3 \lg(x+4) \cdot \lg(-x) = 2 \lg^2(x+4) + \lg^2(-x)$$

$$\lg(x+4) \cdot \lg(-x) - \lg^2(x+4) = (\lg(x+4) - \lg(-x))^2$$

$$\lg(x+4) (\lg(-x) - \lg(x+4)) - (\lg(x+4) - \lg(-x))^2 = 0$$

$$(\lg(-x) - \lg(x+4)) (\lg(x+4) - \lg(x+4) + \lg(-x)) = 0$$

$$\lg(-x) = \lg(x+4) \quad \lg(-x) \neq 0 \quad 2 \lg(x+4) = \lg(-x)$$

$$-x = x+4 \quad -x = 1$$

$$2x = -4 \quad \sqrt{x} = -1$$

$$x = -2 \quad x = -3$$

$$y = 2$$

$$(2y)^4 \lg y = (2y)^{\lg(2y^2)}$$

$$(16y^2)^{\lg y} = (2y)^{\lg(2y^2)}$$

$$(4y)^{2 \lg y} = (2y)^{\lg(2y^2)}$$

$$\lg 4y \cdot 2 \lg y = \lg 2y \cdot \lg 2y^2$$

$$2 \lg 4y \cdot 2 \lg y^2 = \lg 2y \cdot \lg 2y^2 \quad \left| \frac{1}{\lg 2y \cdot \lg y^2} \right.$$

$$\lg(4y-2y) = \lg(2y^2-y^2)$$

$$4y-2y = 2y^2-y^2$$

$$2y = y^2 \Rightarrow y^2-2y=0$$

$$y(y-2)=0$$

$$y=0 \quad y=2$$

$$\text{п.к.} \quad \begin{cases} y=2 \\ x=-4 \end{cases}$$

$$y = \frac{-9 \pm \sqrt{17}}{2} + 4$$

$$y = \frac{\sqrt{17}-1}{2}$$

$$D = 81 - 16 \cdot 4 =$$

$$81 - 64$$

$$9^2 - 8^2 = 1.17$$

$$-3.5$$

$$\frac{-9-4}{2} = \frac{-13}{2}$$

$$\frac{-9+4}{2} = \frac{-5}{2}$$

$$\frac{81}{64} \quad \frac{1}{9}$$

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$2 \cos 5x \cdot \cos 2x - \sqrt{2} \cos 10x = 2 \sin 5x \cdot \cos 2x$$

$$2 \cos 2x / (\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2} \cos 10x$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2} (\cos^2 5x - \sin^2 5x)$$

$$(\cos 5x - \sin 5x) (2 \cos 2x) - \sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x) = 0$$

$$\cos 5x = \sin 5x$$

$$2 \cos 2x = \sqrt{2} \cos 5x + \sqrt{2} \sin 5x$$

$$\sin 5x = 1$$

$$5x = \frac{\pi}{4} + \pi k$$

$$x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5}$$

$$\sqrt{2} \cos 2x = \cos 5x + \sin 5x$$

$$[\sqrt{2}; \sqrt{2}] = [\sqrt{2}; \sqrt{2}] \quad [1; \sqrt{2}]$$

$$5x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k$$

$$x = \frac{\pi}{20} +$$