

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 6

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 4 и 9.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12, \\ (|x| - 6)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
- б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~ 1

$16875 = 3^3 \cdot 5^4$ В данном числе могут использоваться только цифры 1, 3, 5, 9, и единичные возможные наборы этих цифр: 1) 1 - "9", 1 - "3", 2 - "1", 4 - "5"
2) 3 - "3", 4 - "5", 1 - "1"

Для первого набора кол-во таких чисел равно:

$$C_8^1 \cdot C_7^1 \cdot C_6^2 \cdot C_4^4 = 8 \cdot 7 \cdot \frac{6!}{4!2!} \cdot 1 = 8 \cdot 7 \cdot \frac{5 \cdot 6}{2} = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 3 = 840$$

Для второго набора:

$$C_8^3 \cdot C_5^4 \cdot C_1^1 = \frac{8!}{3!5!} \cdot \frac{5!}{4!1!} \cdot 1 = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 3} = 5 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 4 = 280$$

Всего таких чисел: $840 + 280 = 1120$

Ответ: 1120

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 6y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} \\ y = x + 4 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} \\ y = -\frac{x}{2} \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} 2) \quad & 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 6y = 0 \\ & 2y^2 - y(x+6) - (x^2+4x) = 0 \\ & D = (x+6)^2 + 6(x^2+4x) = \\ & = x^2 + 16x + 64 + 6x^2 + 32x = \\ & = 9x^2 + 48x + 64 = (3x+8)^2 \\ & \begin{cases} y = x + 4 \\ y = -\frac{x}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\textcircled{1} \quad \text{ОДЗ:} \quad \begin{cases} y > 0 \\ -xy > 0 \\ y \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y > 0 \\ -x > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y > 0 \\ x < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+4 > 0 \\ x < 0 \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} x > -4 \\ x < 0 \end{cases}$$

$$x \in (-4; 0)$$

Подставим y в первое уравнение

$$\left(\frac{x^4}{(x+4)^2} \right)^{\log_{\frac{1}{2}}(x+4)} = (-x)^{\log_{\frac{1}{2}}(-x(x+4))}$$

Трансформировав левую и правую часть по очн. 10

$$\log \left(\left(\frac{x^4}{(x+4)^2} \right)^{\log_{\frac{1}{2}}(x+4)} \right) = \log \left((-x)^{\log_{\frac{1}{2}}(-x(x+4))} \right)$$

$$\log_{\frac{1}{2}}(x+4) \log \frac{x^4}{(x+4)^2} = \log(-x(x+4)) \log(-x)$$

$$\log(x+4) (4 \log(-x) - 2 \log(x+4)) = (\log(-x) + \log(x+4)) \log(-x)$$

$$4 \log(-x) \log(x+4) - 2 \log^2(x+4) = \log^2(-x) + \log(-x) \log(x+4)$$

$$\log^2(-x) - 3 \log(-x) \log(x+4) + 2 \log^2(x+4) = 0$$

$$\log(-x) = u \quad \log(x+4) = v$$

$$u^2 - 3uv + 2v^2 = 0$$

$$0 = 9v^2 - 8v^2 = v^2$$

$$\begin{cases} u = 2v \\ u = v \end{cases}$$

$$$$

$$\begin{cases} \log(-x) = 2 \log(x+4) \\ \log(-x) = \log(x+4) \end{cases}$$

$$$$

$$\begin{cases} \log(-x) = \log(x+4)^2 \\ \log(-x) = \log(x+4) \end{cases}$$

$$$$

$$\begin{cases} -x = x^2 + 8x + 16 \\ -x = x + 4 \end{cases}$$

$$$$

$$\begin{cases} x^2 + 9x + 16 = 0 \\ x = -2 \end{cases}$$

$$$$

$$D = 81 - 4 \cdot 16 = 81 - 64 = 17$$

$$x_{1,2} = \frac{-9 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$\begin{cases} x = \frac{-9 + \sqrt{17}}{2} \\ x = \frac{-9 - \sqrt{17}}{2} \end{cases}$$

$$$$

$$\begin{cases} x = -2 \end{cases}$$

- не подходит по ОДЗ

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} x = \frac{-9 + \sqrt{17}}{2} \\ x = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \begin{cases} x = \frac{-9 + \sqrt{17}}{2} \\ y = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \end{cases} \\ \begin{cases} x = -2 \\ y = 2 \end{cases} \end{cases}$$

② 003: $\begin{cases} y > 0 \\ -xy > 0 \\ y \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y > 0 \\ -x > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y > 0 \\ x < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -\frac{x}{2} > 0 \\ x < 0 \end{cases}$
 $\Downarrow$
 $x < 0$

$$x \in (-\infty, 0)$$

Подставим y в первое уравнение

$$\left(\frac{x^4}{(-\frac{x}{2})^2} \right)^{\lg(-\frac{x}{2})} = (-x)^{\lg(-x \cdot (-\frac{x}{2}))}$$

Проверим левую и правую часть по оси 10

$$\lg \left(\left(\frac{x^4}{(-\frac{x}{2})^2} \right)^{\lg(-\frac{x}{2})} \right) = \lg \left((-x)^{\lg(-x \cdot (-\frac{x}{2}))} \right)$$

$$\lg(-\frac{x}{2}) \lg \left(\frac{x^4}{(-\frac{x}{2})^2} \right) = \lg(-x \cdot (-\frac{x}{2})) \lg(-x)$$

$$(\lg(-x) - \lg 2) (4 \lg(-x) - 2(\lg(-x) - \lg 2)) = (\lg(-x) + \lg(-\frac{x}{2}) - \lg 2) \lg(-x)$$

$$(\lg(-x) - \lg 2) (2 \lg(-x) + 2 \lg 2) = 2 \lg^2(-x) - \lg 2 \lg(-x)$$

$$2 \lg^2(-x) - 2 \lg^2 2 = 2 \lg^2(-x) - \lg 2 \lg(-x)$$

$$\lg 2 \lg(-x) = 2 \lg^2 2$$

$$\lg(-x) = 2 \lg 2 = \lg 4$$

$$-x = 4$$

$$x = -4$$

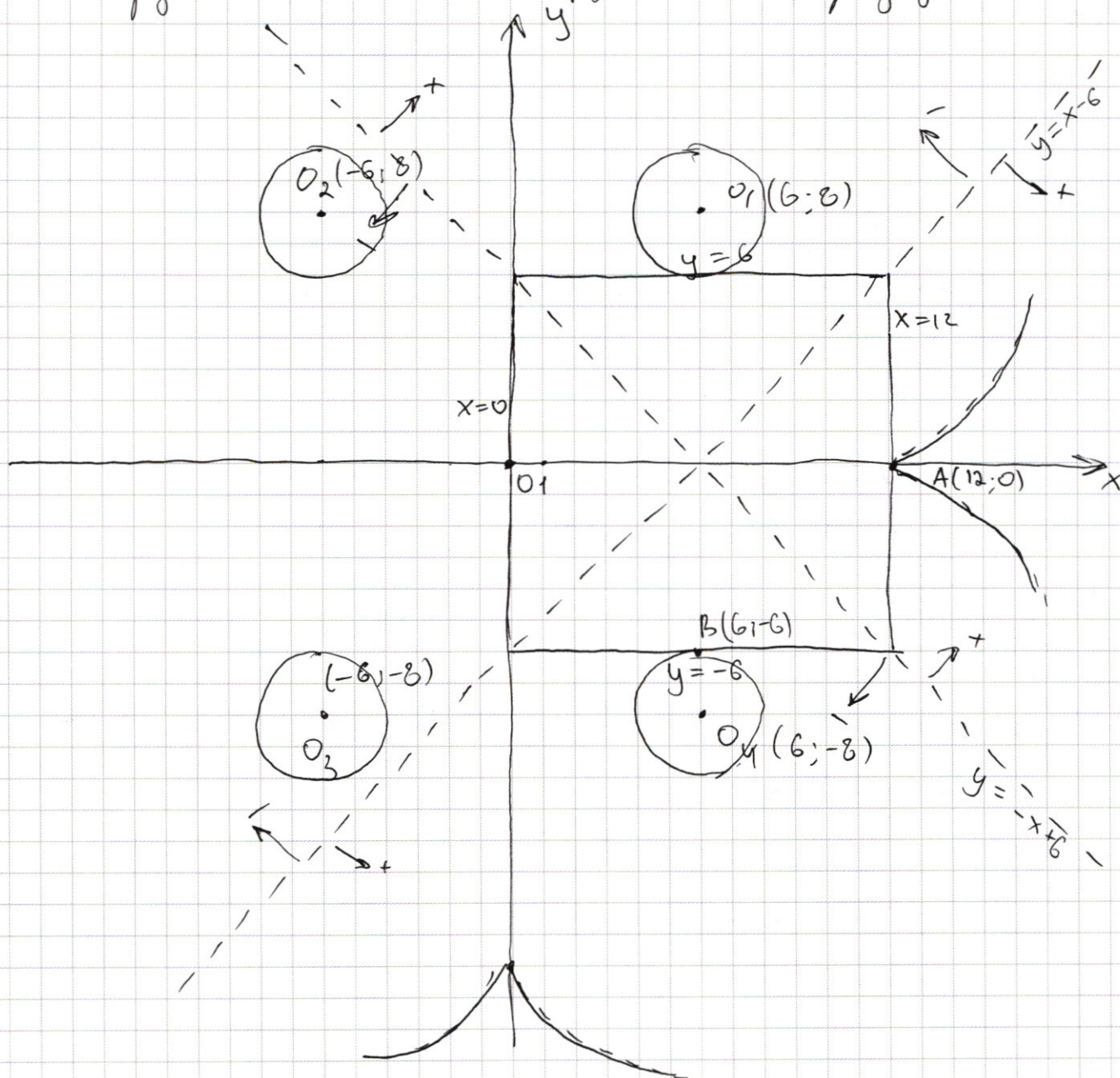
$$\begin{cases} x = -4 \\ y = 2 \end{cases}$$

Ответ: $\left(\frac{-8+\sqrt{17}}{2}, \frac{-1+\sqrt{17}}{2}\right); (-2, 2); (-4, 2)$

~ 5

$$\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12 \\ (|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a \end{cases}$$

Первое уравнение задает квадрат, а второе (при $a \geq 0$) — 4 окружности (или части окружностей) с радиусом $\sqrt{a}$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Два решения возможны только когда

$$R = O_4 B \text{ и } R = O_4 A$$

$$O_4 B = \sqrt{(6-6)^2 + (-8+6)^2} = 2$$

$$O_4 A = \sqrt{(12-6)^2 + (-8-0)^2} = \sqrt{36+64} = \sqrt{100} = 10$$

$$\alpha = R^2 \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 4 \\ \alpha = 100 \end{cases}$$

Ответ: 4; 100

~ 2

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} (\cos 5x - \sin 5x) = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2} (\cos 5x - \sin 5x) (\cos 5x + \sin 5x) \quad | : \sqrt{2}$$

$$(\cos 5x - \sin 5x) (\sqrt{2} \cos 2x - (\cos 5x + \sin 5x)) = 0$$

$$\begin{cases} \cos 5x = \sin 5x \\ \cos 5x + \sin 5x = \sqrt{2} \cos 2x \end{cases} \quad | \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$1) \cos 5x = \sin 5x$$

$$5x = \frac{\pi}{4} + \pi n$$

$$x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi n}{5}, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$2) \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 5x + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 5x = \cos 2x$$

$$\cos \frac{\pi}{4} \cos 5x + \sin \frac{\pi}{4} \sin 5x = \cos 2x$$

$$\cos \left(\frac{\pi}{4} - 5x \right) = \cos 2x$$

~~$$\frac{\pi}{4} - 5x = \pm 2x + 2\pi n$$~~

$$\cos\left(\frac{\pi}{4} - 5x\right) - \cos 2x = 0$$

$$2 \sin \frac{\frac{\pi}{4} - 5x + 2x}{2} \cos \frac{2x - (\frac{\pi}{4} + 5x)}{2} = 0$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{6} - \frac{3x}{2}\right) \cos\left(\frac{7x}{2} - \frac{\pi}{6}\right) = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} \frac{\pi}{6} - \frac{3x}{2} = \pi n \\ \frac{7x}{2} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + \pi n \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{l} \frac{3x}{2} = \frac{\pi}{6} - \pi n \\ \frac{7x}{2} = \frac{5\pi}{6} + \pi n \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{l} X = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{3} \\ X = \frac{5\pi}{28} + \frac{2\pi n}{7} \\ X = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi n}{5} \end{array} \right. \quad n \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $\left[\begin{array}{l} X = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{3} \\ X = \frac{5\pi}{28} + \frac{2\pi n}{7} \\ X = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi n}{5} \end{array} \right. \quad n \in \mathbb{Z}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r} 168753 \\ 56253 \\ 18753 \\ 6255 \\ 1255 \\ 255 \\ 55 \\ 1 \end{array}$$

$$3^3 \cdot 5^4$$

$$3 \ 5 \ 9$$

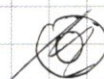
$$9 \cdot 3 \cdot 5$$

$$5555$$

$$8 \cdot 7 \cdot$$

$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$$

$$\begin{array}{r} \times 625 \\ 27 \\ \hline 4375 \\ + 1250 \\ \hline 16875 \end{array}$$



$$9 \ 3 \ 11 \ 5555$$

$$\textcircled{9} \cdot \textcircled{3} \cdot \textcircled{1} \cdot \textcircled{7} \cdot 1$$

$$\lg\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = \lg(-x)^{\lg(-x)}$$

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$\cos(10x - 3x) + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin(10x - 3x) + \sin(10x - 7x)$$

$$\cos 10x \cos 3x + \sin 10x \sin 3x + \cos 10x \cos 7x$$

$$\cos 2 + \cos \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}$$

$$2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0$$

$$y_1 = \frac{x+8+3x+8}{4} =$$

$$= \frac{4x+16}{4} = x+4$$

$$y_2 = \frac{x+8-3x-8}{4} = -\frac{2x}{4} = -\frac{x}{2}$$

$$1) \left(\frac{x^4}{(x+4)^2}\right)^{\lg(x+4)} = (-x)^{\lg(-x(x+4))}$$

$$\lg y \lg \frac{x^4}{y^2} = \lg(-xy) \cdot \lg(-x)$$

$$\begin{array}{l} x+4 > 0 \\ x > -4 \end{array} \quad \begin{array}{l} y > 0 \\ x < 0 \end{array} \quad x \in (-4; 0)$$

$$\lg(x+4) \lg \frac{x^4}{(x+4)^2} = \lg(-x(x+4)) \lg(-x)$$

$$2y^2 - y(x+8) - x^2 - 4x = 0$$

$$10 = (x+8)^2 + 8(x^2+4x) =$$

$$= x^2 + 16x + 64 + 8x^2 + 32x =$$

$$= 9x^2 + 48x + 64 = (3x+8)^2$$

$$\begin{cases} y = x+4 \\ y = -\frac{x}{2} \end{cases}$$

$$-xy > 0$$

$$xy < 0$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ y < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < 0 \\ y < 0 \end{cases}$$

$$\lg y (4 \lg x - 2 \lg y)$$

$$\lg(x+4) (4 \lg(-x) - 2 \lg(x+4)) = (\lg(-x) + \lg(x+4)) \cdot \lg(-x)$$

$$4 \lg(x+4) \lg(-x) - 2 \lg^2(x+4) = \lg^2(-x) + \lg(x+4) \lg(-x)$$

$$\lg^2(-x) - 3 \lg(x+4) \lg(-x) + 2 \lg^2(x+4) = 0$$

$$\lg(-x) = U \quad \lg(x+4) = V$$

$$U^2 - 3UV + 2V^2 = 0$$

$$\lg(-x) = \lg(x+4)$$

$$D = 9V^2 - 8V^2 = V^2$$

$$\lg(-x) = 2 \lg(x+4)$$

$$U_1 = \frac{3V - V}{2} = V$$

$$\begin{cases} -x = x+4 \\ -x = (x+4)^2 \end{cases}$$

$$U_2 = \frac{3V + V}{2} = 2V$$

$$\begin{cases} X = -2 \\ X = \frac{-9 \pm \sqrt{17}}{2} \\ y = x+4 \end{cases}$$

$$x^2 + 8x + 16 + x = 0$$

$$x^2 + 9x + 16 = 0$$

$$D = 81 - 4 \cdot 16 = 81 - 64 = 17$$

$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$y > 0 \quad x < 0$$

$$-\frac{x}{2} > 0 \quad -x > 0 \quad x < 0$$

$$\lg\left(-\frac{x}{2}\right) \lg \frac{x^4}{\left(\frac{x}{2}\right)^2} = \lg(-x \cdot (-\frac{x}{2})) \cdot \lg(-x)$$

$$\lg\left(-\frac{x}{2}\right) (4 \lg(-x) - 2 \lg(-\frac{x}{2})) = (\lg(-x) + \lg(-\frac{x}{2})) \lg(-x)$$

$$(\lg(-x) - \lg 2) (4 \lg(-x) - 2 \lg(-x) - \lg 2) = (\lg(-x) + \lg(-x) - \lg 2) \lg(-x)$$

$$(\lg(-x) - \lg 2) (2 \lg(-x) + 2 \lg 2) = (2 \lg(-x) - \lg 2) \lg(-x)$$

$$\cancel{2 \lg^2(-x)} - \cancel{2 \lg 2 \lg(-x)} + 2 \lg 2 (\lg(-x) - \lg 2) = \cancel{2 \lg^2(-x)} - \lg 2 \lg(-x)$$

$$\lg 2 \lg(-x) = 2 \lg^2 2$$

$$\lg(-x) = 2 \lg 2$$

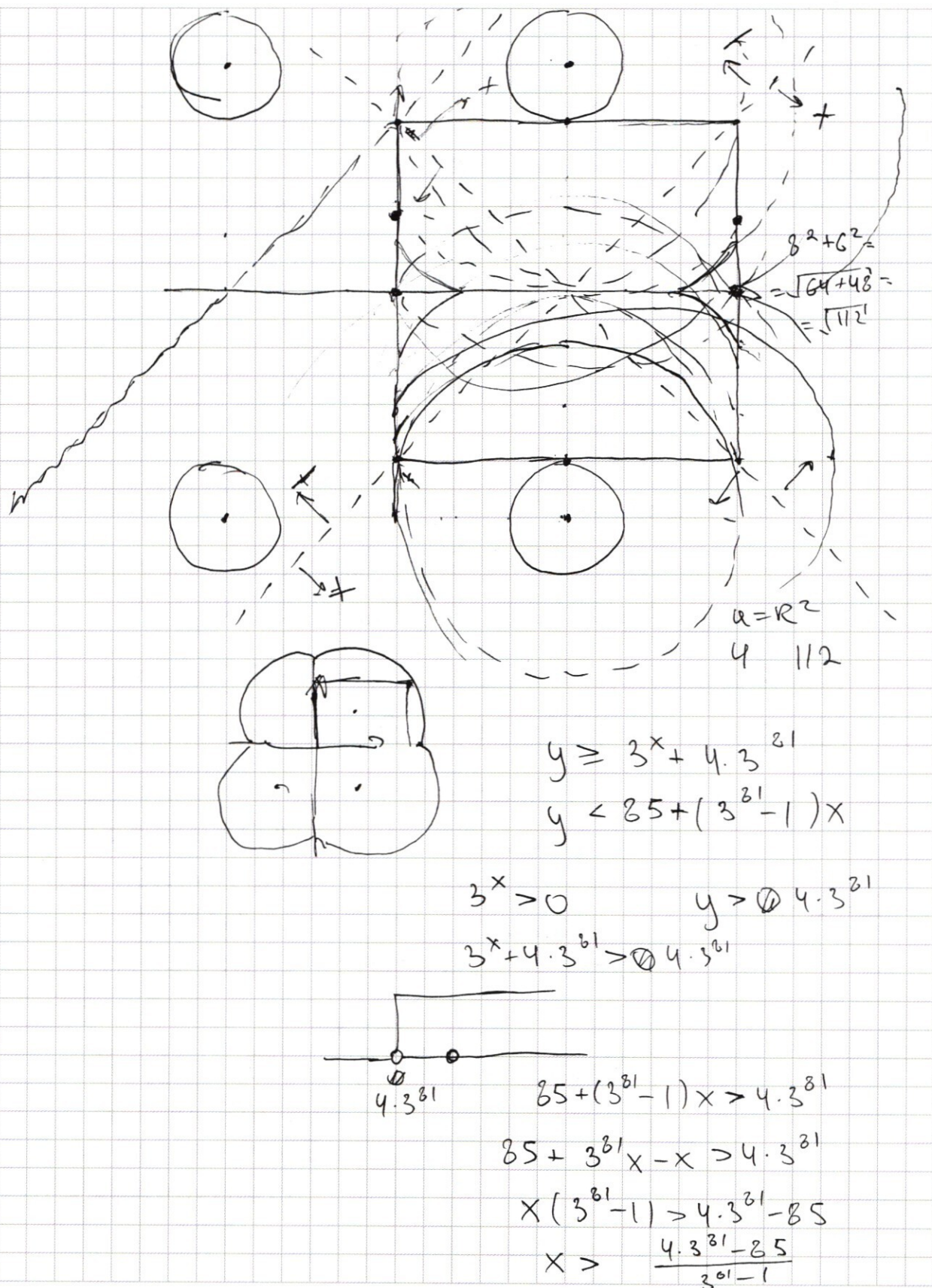
$$x = -4$$

$$\lg(-x) = \lg 4$$

$$-x = 4$$

$$y = \frac{x}{2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$\cos 7x - \sin 7x + \cos 3x - \sin 3x = \sqrt{2} (\cos 7x \cos 3x - \sin 7x \sin 3x)$$

$$\cos 2 + \cos \beta = 2 \cos \frac{2+\beta}{2} \cos \frac{2-\beta}{2} =$$

$$\cos(2+\beta) + \cos(2-\beta) =$$

$$\cos 7x + \cos 3x = 2 \cos 5x \cos 2x$$

$$= 2 \cos 2 \cos \beta$$

$$+ \sin 2 + \sin \beta$$

$$2 + \beta = x \quad 2 - \beta = y$$

$$- \sin 2 - \sin \beta$$

$$2\alpha = x + y$$

$$x - y = 2\beta$$

$$\sin(2+\beta) + \sin(2-\beta) = 2 \sin 2 \cos \beta$$

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$$

$$\sin 7x + \sin 3x = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} \cos 10x = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} \cos^2 5x + \sqrt{2} \sin^2 5x = 2 \sin 5x \cos 2x \quad / : \cos^2 5x$$

$$2 \frac{\cos 2x}{\cos 5x} - \sqrt{2} + \sqrt{2} =$$

$$\cos 5x (2 \cos 2x - \sqrt{2} \cos 5x) + \sin 5x (\sqrt{2} \sin 5x - 2 \cos 2x) = 0$$

$$\cos 5x (2 \cos 2x - \sqrt{2} \cos 5x) + \sin 5x (\sqrt{2} \cos 2x - \sqrt{2} \sin 5x) = 0$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2} (\cos^2 5x - \sin^2 5x)$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2} (\cos 5x - \sin 5x) (\cos 5x + \sin 5x)$$

$$(\cos 5x - \sin 5x) (2 \cos 2x - \sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x)) = 0$$

$$1 \leq \cos 5x \leq -1$$

$$2 \leq \cos 5x \leq -2$$

$$1 \leq \sin 5x \leq -1$$

$$-2\sqrt{2} \geq \cos 5x \geq 2\sqrt{2}$$

$$-2 \leq 2 \cos 2x \leq +2$$

$$1 \leq \cos 2x \leq -1$$

$$-\sin 5x + \cos 5x = 0$$

$$2 \leq \cos 2x \leq -2$$

$$\cos 5x = 1$$

$$-2\sqrt{2} \leq -\sqrt{2} \cos 5x \leq 2\sqrt{2}$$

$$5x = \frac{\pi}{4} + \pi n$$

$$x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi n}{5}$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + \sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

$$\cos$$

$$-\sqrt{2}$$

$$-\sqrt{2} \leq \cos 5x + \sin 5x \leq \sqrt{2}$$

$$-2 \leq \sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x) \leq 2$$

$$-2 \leq -\sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x) \leq 2$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{cccc} 1 & 1 & 2 & 4 \\ 9 & 3 & 1 & 5 \\ 3 & 4 & 1 & \\ 3 & 5 & 1 & \end{array}$$

$$33555$$

$$33$$

$$3.3$$

$$.33$$

$$\cos(\alpha+\beta) - \cos(\alpha-\beta) =$$

$$= 2 \sin \alpha \sin \beta$$

$$C_3^2 - P_2 = \frac{3!}{2!1!} - 2! =$$

$$\cos y - \cos x =$$

$$= 2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$C_n^n = \frac{n!}{(n-1)!1!}$$

$$C_3^3 = \frac{3!}{3!0!} = 1$$

$$8 \cdot 7 \cdot C_6^2 \cdot C_4^4 = 8 \cdot 7 \cdot \frac{6!}{4!2!} \cdot 1 =$$

$$C_6^2 = \frac{6!}{2!4!}$$

$$C_6^4 = \frac{6!}{4!2!}$$

$$C_n^n = \frac{n!}{1!(n-1)!} = n$$

$$= 8 \cdot 7 \cdot \frac{5 \cdot 6}{2} = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 3 = 840$$

$$C_8^3 \cdot C_5^4 \cdot C_1^1$$

$$5 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 4 =$$

$$= 10 \cdot 28 = 280$$

$$C \frac{2!}{5!3!} \cdot \frac{5!}{1!4!} =$$

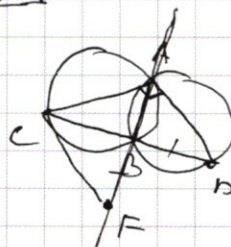
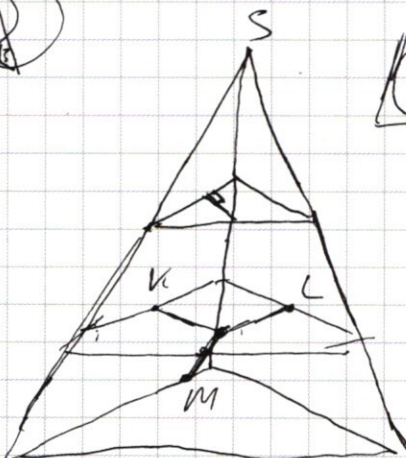
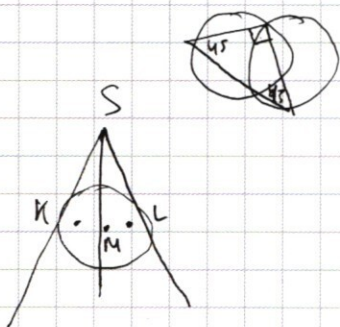
$$\frac{2!}{5!3!} \cdot \frac{5!}{1!4!} = \frac{2}{6 \cdot 7 \cdot 8} \cdot 5 =$$

$$C_{\frac{4}{8}}^4 \cdot C_4^3 = \frac{8!}{4!4!} \cdot \frac{4!}{3!1!} =$$

$$= 2 \cdot 7 \cdot 4 \cdot 5$$

$$= \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 3 \cdot 4} \cdot 4 = 5 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 4$$

$$\begin{array}{r} 840 \\ 280 \\ \hline 1120 \end{array}$$



$$\frac{x+6+3x+8}{4} =$$

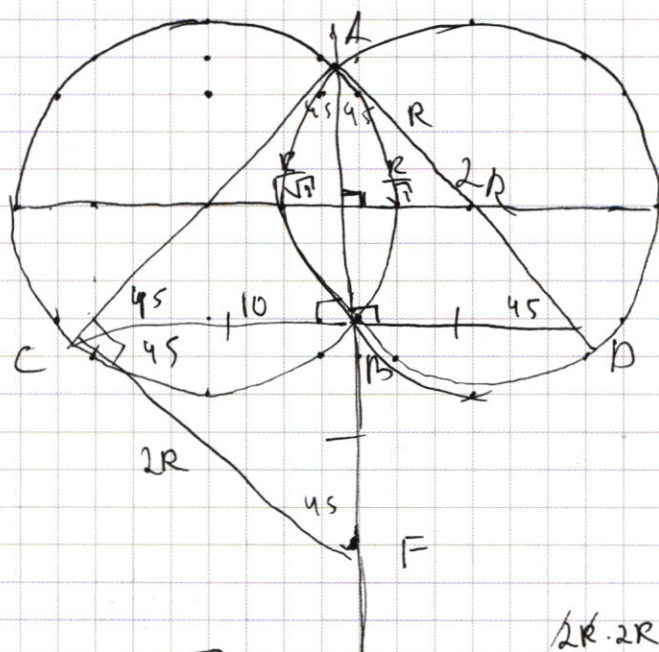
$$= x+4$$

$$\frac{x+6-3x-8}{4}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 5x + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 5x = \cos 2x$$

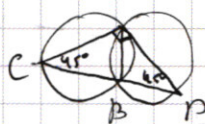
$$\cos \frac{\pi}{4} \cos 5x + \sin \frac{\pi}{4} \sin 5x = \cos 2x$$

$$\cos(\frac{\pi}{4} - 5x) = \cos 2x$$



$$\begin{aligned} \Delta^2 \\ a^2 + b^2 &= R^2 \\ \sqrt{2}a &= R \\ a &= \frac{R}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

(2G)



$$\sqrt{4R^2 + 4R^2} = 2\sqrt{2}R$$

$$\frac{2R \cdot 2R}{2\sqrt{2}R} = \sqrt{2}R$$

$$\begin{aligned} 0 &> -G \\ y &= x - G \\ y &= -x + G \\ 0 &< G \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= x + G \\ y &= -x + G \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x - G - y + x - G + y &= 12 \\ 2x - 12 &= 12 \\ 2x &= 24 \\ x &= 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x - G - y - G \\ -x + G + y - x + G - y &= 12 \\ -2x + 12 &= 12 \\ x &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} |x - G - y| + |x - G + y| = 12 \\ (|x| - G)^2 + (|y| - G)^2 = a \end{cases}$$

