

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 6

ШИФ]

Бланк задания должен быть вложен в рз
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 4 и 9.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12, \\ (|x| - 6)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

Разложим число 16875 на простые множители. $16875 = 5^4 \cdot 3^3$. Тогда заметим, что каждая цифра восьмизначного числа, которое мы ищем должна быть произведением ^{простых} множителей (может быть одно) числа 16875 (т.к. если там будет множитель отличный от 3 и 5, то их произведение не будет 16875). Т.к. в разложении 16875 есть 5, то рассмотрим цифру восьмизначного числа которая $\div 5$. Т.к. если в числе есть 0, то произведение его цифр 0, то все цифры в нашем числе кратные 5 это 5 $\Rightarrow$ т.к. в 16875 пятерка входит в четвертой степени, то в нашем числе есть четыре 5. Очевидно что произведение оставшихся 4 цифр равно 3^3 .

Итак (эти цифры 9, 3, 1, 1).

Подсчитаем кол-во восьмизначных чисел из цифр 5, 5, 5, 5, 9, 3, 1, 1. Их $\frac{8!}{4! \cdot 2!}$ (делим на $4!$, т.к. пятерок-4, и на $2!$, т.к. единиц две)

II случай (эти 4 цифры - это 3, 3, 3, 1)

Тогда посчитаем кол-во восьмизначных чисел из цифр 5, 5, 5, 5, 3, 3, 3, 1. Их $\frac{8!}{4! \cdot 3!}$ (четыре на 4!, т.к. четыре 5, и делим на 3!, т.к. трижды 3). $\Rightarrow$

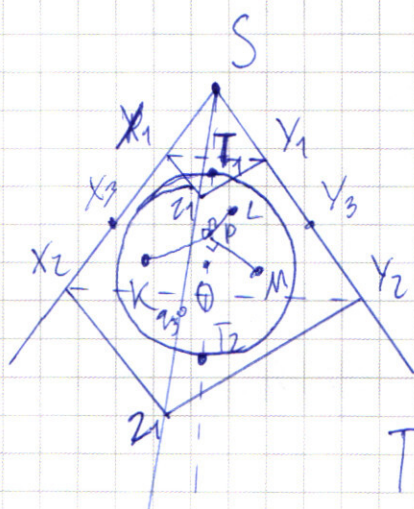
$\Rightarrow$ всего восьмизначных чисел удовлетвор. условию задачи $\frac{8!}{4! \cdot 2!} + \frac{8!}{4! \cdot 3!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2} + \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{6} =$
 $= 5 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 8 + 5 \cdot 7 \cdot 8 = 840 + 280 = 1120$

Замечание: $16875 = 5^4 \cdot 3^3$, т.к.

$$\begin{array}{r} \times 625 \\ 27 \\ \hline 4375 \\ + 1250 \\ \hline 16875 \end{array}$$

Ответ: 1120

N4



Пусть пересечения сечений с ребрами угла X_1, Y_1, Z_1 и X_2, Y_2, Z_2 (см. рис).

Пусть точка касания X_1, Y_1, Z_1 со сферой T_1 , а с $X_2, Y_2, Z_2 - T_2$

Т.к. плоскости $X_1Y_1Z_1$ и $X_2Y_2Z_2$ параллельны $\Rightarrow$ тетраэдры $SX_1Y_1Z_1$ и $SX_2Y_2Z_2$ подобны с центром подобия S. Пусть $ST_1 = k$, а радиус сферы R.

Тогда коэф. подобия тетраэдров равен

$$\frac{ST_1}{ST_2} = \frac{k}{k+2R}. \text{ А с другой стороны он равен } \sqrt{\frac{S_{X_1Y_1Z_1}}{S_{X_2Y_2Z_2}}}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Т.к. каскады относятся, как хор, хорды в квадрате, $\sqrt{\frac{Sx_1x_4z_1}{Sx_2y_2z_2}} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{k}{k+2R} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3k = 2k + 4R \Rightarrow k = 4R.$$

Апелль точки S относительно стороны $ST_1 \cdot ST_2$,
а с другой стороны $Sk^2 \Rightarrow Sk^2 = ST_1 \cdot ST_2 =$
 $= 4R \cdot 6R = 24R^2 \Rightarrow Sk = \sqrt{24} R$. Рассмотрим

прямоугольный треугольник ΔSKO . $\cos \angle KSO =$
 $= \frac{SK}{SO} = \frac{\sqrt{24} R}{4R + R} = \frac{\sqrt{24}}{5} \Rightarrow \angle KSO = \arccos\left(\frac{\sqrt{24}}{5}\right).$

Заметим, что $\Delta SKO = \Delta SOL = \Delta SOM$, по трем
сторонам, т.к. SO — общая $KO = OM = OL$ как радиусы,
 $SK = SL = SM$, как отрезки касательных из S .

Тогда из этого следует, что высоты из K, M и
на SO $\perp$ KL падают на одну точку (P) . $\Rightarrow KLM \perp$

SO . Тогда пусть плоскость KLM пересекает
ребра тетраэдра $у$ в точках x_3, y_3, z_3 .

Тогда т.к. плоскости $x_1x_4z_1$ и $x_3x_3z_3$ перпенди-
кулярны $SO \Rightarrow$ тетраэдры $Sx_1y_1z_1$ и $Sx_3y_3z_3$
подобны подобны гомотетичны с центром гомоте-
тии S . Очевидно что хор. их заметим это

$$\frac{ST_1}{SP}.$$

Рассмотрим прямоугольный $\triangle SKO$, кр в нем
 высота $\Rightarrow \triangle SKO$ тоже прямоугол. $\Rightarrow$
 $\Rightarrow SP = \cos \angle KSO \cdot KS = \frac{\sqrt{24}}{5} \cdot \sqrt{24} R = \frac{24}{5} R \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{ST_1}{SP} = \frac{4R}{\frac{24}{5}R} = \frac{20}{24} \Rightarrow \frac{S_{x_1x_1z_1}}{S_{x_3y_3z_3}} = \left(\frac{20}{24}\right)^2 \Rightarrow S_{x_3y_3z_3} = \frac{4 \cdot 24^2}{20^2} =$$

$$= \frac{4 \cdot 6^2}{5^2} = \frac{180}{25} = 6 \frac{20}{25} = 6 \frac{4}{5} = \frac{144}{25} = 5 \frac{19}{25}$$

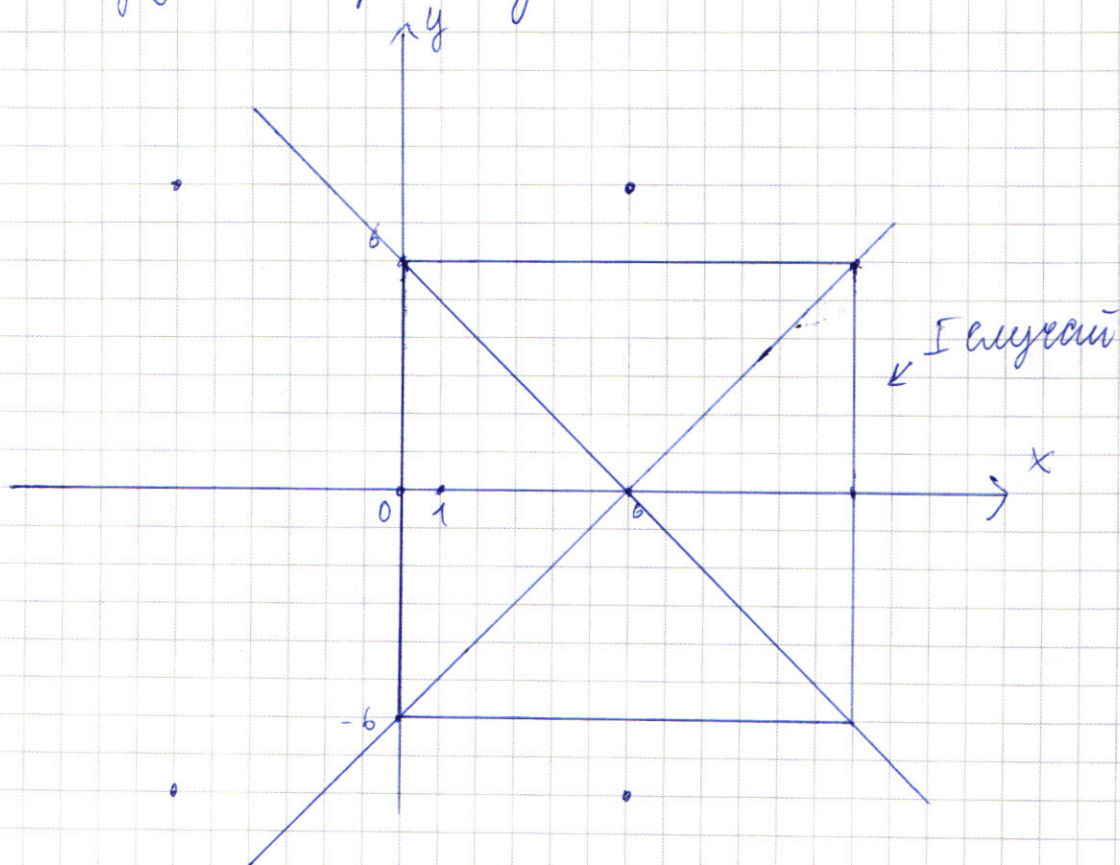
Ответ: ~~$\arccos\left(\frac{\sqrt{24}}{5}\right); 5 \frac{19}{25}$~~

$\angle KSO = \arccos\left(\frac{\sqrt{24}}{5}\right); S_{x_3y_3z_3} = 5 \frac{19}{25}$

N5

$$\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12 \\ (|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a \end{cases}$$

Рассмотрим первое уравнение и найдем ГМТ
 точек удовлетвор. ему.



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Для удобства напомним прежде $x-6=y$ и $x-6=-y$. Заметим, что если ~~находимся~~ ^{прямой} точка выше $x-6=y$, то $|x-6-y|$ раскрывается с минусом, а если ниже, то $|x-6-y|$ раскрывается с плюсом. Аналогично, если точка выше прямой $x-6=-y$, то $x-6 > -y$, то $|x-6+y|$ раскрывается с плюсом, а если ниже, то $x-6 < -y$ и $|x-6+y|$ раскрывается с минусом.

I случай $|x-6-y|$ и $|x-6+y|$ раскрываем с плюсом.
 $\Rightarrow x-6-y+x-6+y=12 \Rightarrow 2x-12=12 \Rightarrow x=12$.

И.т.к. $|x-6-y|$ и $|x-6+y|$ раскр. с плюсом, то все подходящие этому случаю точки ниже $x-6=-y$ и выше $x-6=y$ и их абсцисса равна 12. Это Вертикаль.

II случай $|x-6-y|$ раскр. с минусом, а $|x-6+y|$ с плюсом.
 $\Rightarrow -x+6+y+x-6+y=12 \Rightarrow 2y=12 \Rightarrow y=6$.

Т.к. $|x-6-y|$ раскр. с мин., то $|x-6+y|$ раскр. с плюсом, то точки в этом случае ~~ни~~ выше $x-6=y$ и $x-6=-y$. Это и их ордината 6. Вертикаль.

III случай $|x-6-y|$ раскр с плюсом, $|x-6+y|$ с минусом $\Rightarrow$
 $\Rightarrow \cancel{x-6-y} + \cancel{x-6+y} = x-6-y-x+6-y = -12 \Rightarrow -2y = -12 \Rightarrow$
 $\Rightarrow y = 6 \Rightarrow$ т.к. $|x-6-y|$ раскр с плюсом,
 $|x-6+y|$ раскр с минусом $\Rightarrow$ точки из этого
 случая лежат ниже $x-6 = -y$ и выше $x-6 = y$
 и имеют ординату -6 . Третьи.

IV случай $|x-6-y|$ и $|x-6+y|$ раскр с минусом $\Rightarrow$
 $\Rightarrow -x+6+y-x+6-y = 12 \Rightarrow -2x+12 = 12 \Rightarrow x=0 \Rightarrow$
 точки из этого случая, т.к. $|x-6-y|$ и $|x-6+y|$
 раскр. с минусом, лежат ниже $x-6 = -y$ и
 выше $x-6 = y$ и их абсцисса равна 0. Третьи.

Замечание: когда говорится, что точка
 выше или ниже прямой, то подразумева-
 ется, что она лежит выше или ниже.

Получился квадрат с вершинами $(0;6); (12;6);$
 $(0;-6); (12;-6)$

Заметим, что $\sqrt{(x-6)^2 + (y-8)^2} = a$ описывает
 и окружности с центрами в точках $(6;8); (6;-8);$
 $(-6;8); (-6;-8)$ и радиусами a . Третьи. Если
 такая окружность вылезет за свои пределы
 в которой находится её центр, то на коорди-
 натной плоскости ее части за пределами
 четверти изобразят.

Поскольку чтобы решить задачу мы должны

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Найти ~~так~~ a при которых эти окружности пересекают наш квадрат ровно в двух точках. Заметим, что миним a две единицы это $a=4$ и $a=100$ соответственно радиусы окружностей в этих случаях 2 и 10, т.к. если радиусы окружностей < 2 , то окружность не пересечет квадрат если $2 < a < 10$, то они будут пересекать квадрат в 4 точках (две на прямой $x=0$ и две на прямой $x=12$). А если и радиусы > 10 , то снова ни одна окружность не пересечет квадрат. Заметим что радиусы 2 и 10 подходят, т.к. при радиусе 2 эти 2 точки эти точки касания окр. с функциями $(6; 8)$ и $(6; -8)$ с квадратом, а при радиусе 10 точки пересек окр. с квадратом $(0; 0)$ и $(12; 0) \Rightarrow$
 $\Rightarrow$ Ответ: 4 и 100.

$$N^3 \quad \begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} \\ (x+2y)(-x+y-4) = 0 \end{cases}$$

Заметим что, т.к. есть $\lg y$ и $\lg(-xy) \Rightarrow$
 $\Rightarrow y > 0$ и $x < 0$

Т.к. $(x+2y)(-x+y-4) = 0 \Rightarrow$ 2 случая
 I $x+2y=0 \Rightarrow x=-2y \Rightarrow$

$$\Rightarrow \left(\frac{16y^4}{y^2}\right)^{\lg y} = 2y^{\lg 2y^2} \Rightarrow (16y^2)^{\lg y} = 2y^{\lg 2y^2}$$

$$(16y^2)^{\frac{1}{\log_y 10}} = 2y^{\frac{1}{\log_{2y} 10}}$$

$$(16y^2)^{\log_{2y} 10} = 2y^{\log_y 10}$$

$$4^{\log_{2y} 10} \cdot 100 = 2^{\log_y 10}$$

$$4^{\frac{1}{\log_y 2y}} \cdot 10 = 2$$

$$\frac{1}{\log_y 2y} = \log_4 \frac{1}{5}$$

$$\frac{1}{\log_4 \frac{1}{5}} = \log_y 2y$$

$$y^{\frac{1}{\log_4 \frac{1}{5}}} = 2y$$

$$y^{\frac{1}{\log_4 \frac{1}{5}} - 1} = 2$$

$$y = 2^{\log_4 \frac{1}{5} - 1}$$

$$(\log_{2y} 10 = \frac{\log_y 10}{\log_y 2y})$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{aligned}(16y^2) \log_{2y^2} 10 &= 2y \log_y 10 \\ 8 \log_{2y^2} 10 \cdot 10 &= 2 \log_y 10 \cdot 10 \\ 2^3 \log_{2y^2} 10 &= 2 \log_y 10 \\ 3 \log_{2y^2} 10 &= \log_y 10 \\ 3 \frac{\log_y 10}{\log_y 2y^2} &= \log_y 10 \\ 3 &= \log_y 2y^2 \\ y^3 &= 2y^2 \Rightarrow y = 2\end{aligned}$$

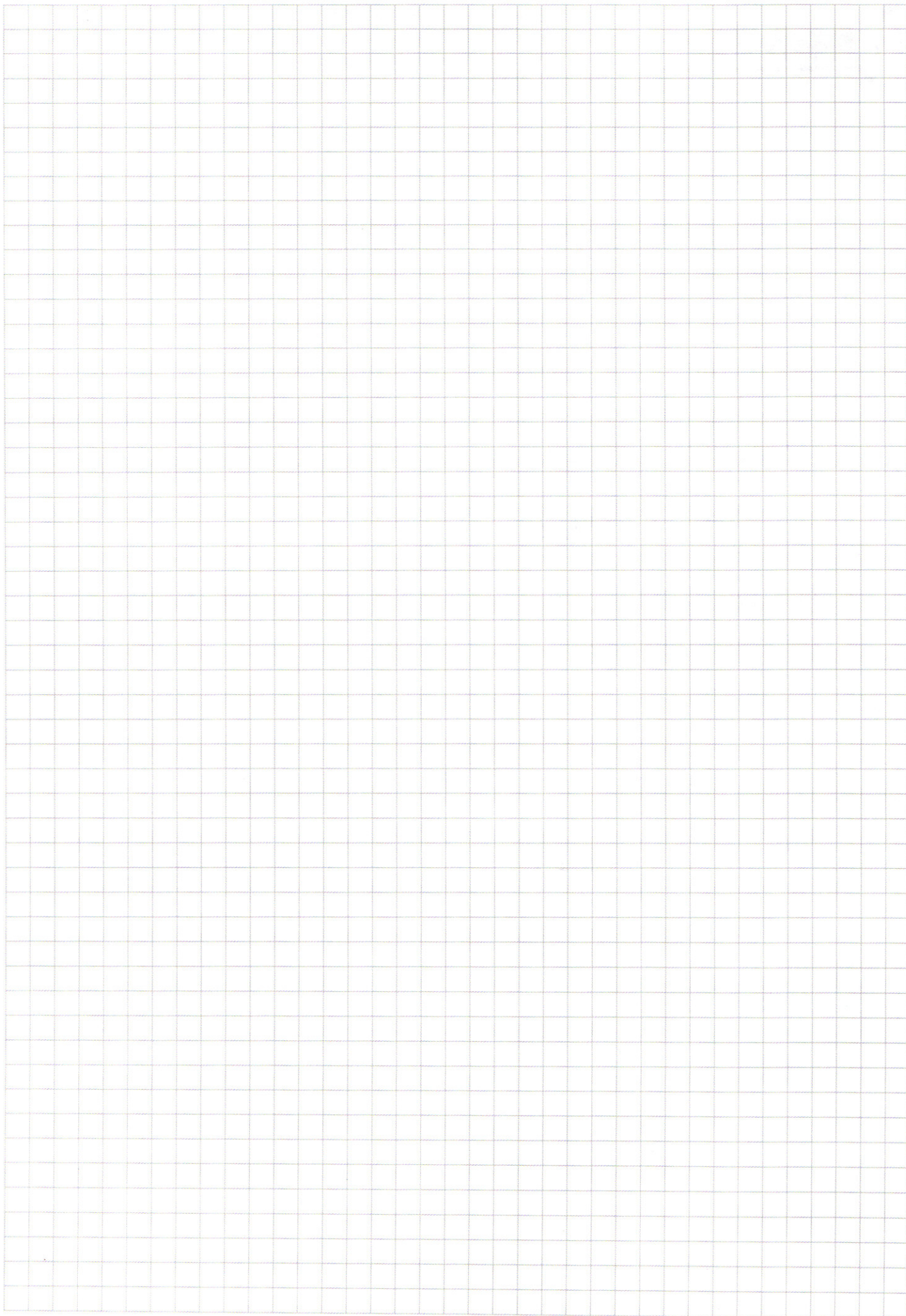
II случай

$$-x + y - 4 = 0 \Rightarrow x = y - 4$$

$$\left(\frac{(y-4)^4}{y^2} \right) \log y = (-y+4) \log(-y^2+4y)$$

...

Ответ: 2

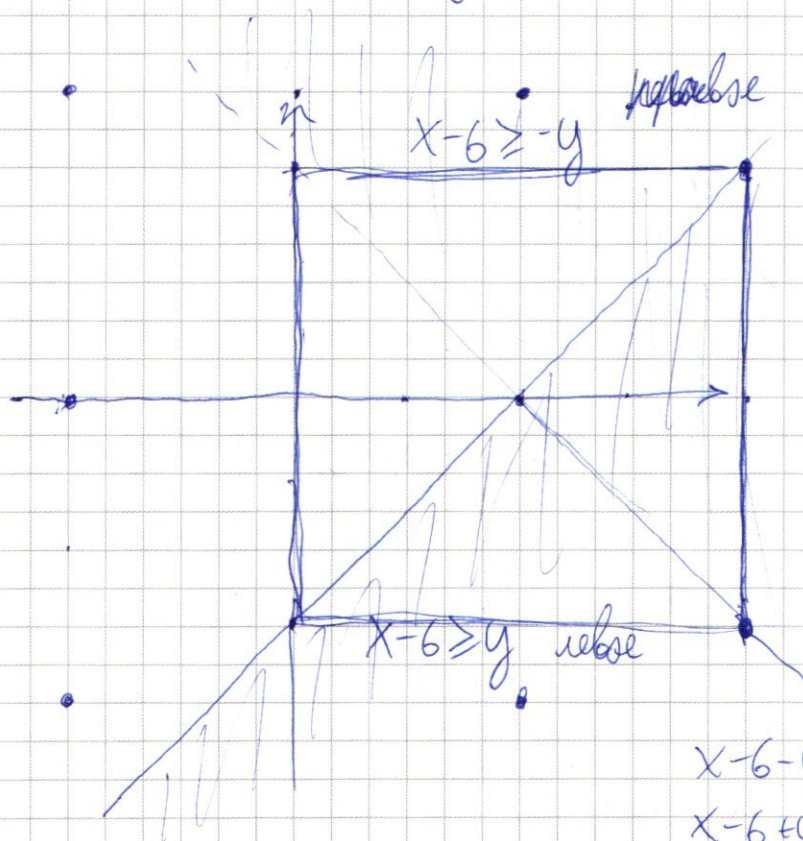


☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12 \\ (|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a \end{cases}$$



$$\begin{aligned} x+y &\geq 6 \\ (x-6) &\geq -y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x-y &> 6 \\ x &> 6+y \\ x-6 &> y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -x+6+y + x-6+y \\ 2y &= 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -x+6+y + x-6+y \\ -2y + 12 &= 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x-6-y &> 0 \\ x-6+y &> 0 \\ 6-y &> 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -x+6+y - x+6-y \\ -2x+12 &= 12 \end{aligned}$$

$$2x-12=12$$

$$x=12$$

$$\begin{aligned} x+6-y - x+6-y \\ 2y &= 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x-6-y - x+6-y \\ -2y &= 12 \\ -6 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} \log_{10} 10 \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 \end{cases}$$

$$\frac{\log_c a}{\log_c b} = \log_b a$$

$$(a_1x + b_1y + c_1)(a_2x + b_2y + c_2)$$

$$a_1a_2x^2$$

$$a_1a_2 = -1$$

$$a_1 = 1 \quad a_2 = -1$$

$$b_1b_2 = 2$$

$$c = 4$$

$$b_1 = 2 \quad b_2 = 1$$

$$a_1b_2 + a_2b_1 = -1$$

$$c_2a_1 = -4$$

$$(x + 2y)(-x + y - 4) = 0$$

$$c_2a_1 = -8$$

$$-x^2 + 2y^2 - xy - 4x - 8y$$

$$\log_y 2y$$

$$\frac{1}{\log_y 10}$$

$$\log_3 8$$

$$(16y^2)^{\log_y 10} = (2y)^{\log_y 10}$$

$$4^{\log_y 10} \cdot 100 = 2^{\log_y 10} \cdot 10$$

$$(16y^2)^{\lg y} = 2y^{\lg 2y}$$

$$2y = y^2$$

$$4^{\log_y 10} \cdot 10 = 2^{\log_y 10}$$

$$\frac{1}{2} = \log_y 2y = 2$$

$$4^{\frac{\log_y 10}{\log_y 2y} \cdot 10} = 2^{\log_y 10}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r}
 16 \ 8 \ 7 \ 5 \\
 15 \\
 18 \\
 15 \\
 37 \\
 35 \\
 25 \\
 25 \\
 \hline
 0
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 5 \\
 \hline
 3375 \\
 30 \\
 37 \\
 35 \\
 25 \\
 25 \\
 \hline
 0
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 5 \\
 \hline
 675 \\
 5 \\
 17 \\
 15 \\
 25 \\
 25 \\
 \hline
 0
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 5 \\
 \hline
 135 \\
 10 \\
 35 \\
 35 \\
 \hline
 6
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 5 \\
 \hline
 27 = 39 \ 3^3
 \end{array}$$

$$5^4 \cdot 3^3$$

$$5555$$

$$9 \ 3 \ 11$$

$$3331$$

$$\square \square \square \square$$

$$\frac{8!}{4! \cdot 2!} + \frac{8!}{4! \cdot 3!} = \frac{5 \cdot 7 \cdot 8}{2!} + \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{6}$$

$$4 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 8$$

$$20 \ 56$$

$$1120$$

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$

$$\cos(a+b) = \cos a \cdot \cos b - \sin a \cdot \sin b$$

$$-\sqrt{2} (\cos 7x \cdot \cos 3x - \sin 7x \cdot \sin 3x)$$

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 7x \cdot \cos 3x = \sin 7x + \sin 3x + \sqrt{2} \sin 7x \sin 3x$$

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}$$

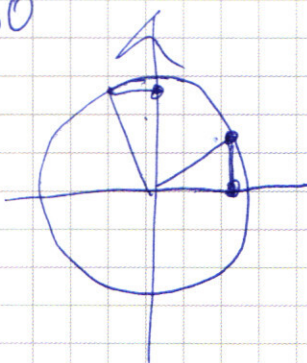
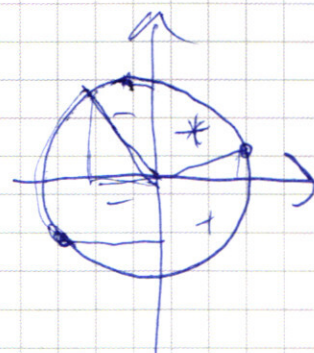
$$\frac{\sqrt{5}}{2} \quad 45$$

$$2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 1$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad 45$$

$$\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\sqrt{\frac{k(k+2R)}{k+R}}$$

$$\frac{k}{4} = \frac{k+2R}{9}$$

$$9k = 4k + 8R$$

$$5k = 8R$$

$$R = \frac{5}{8}k$$

$$\frac{k}{k+2R} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$$

$$3k = 2k + 4R$$

$$k = 4R$$

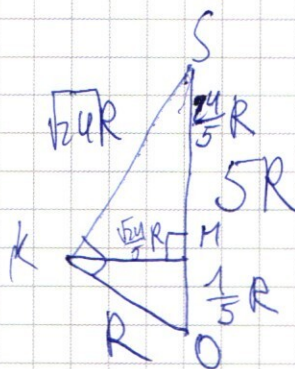
$$\frac{\sqrt{k(k+\frac{10}{8}k)}}{\frac{13}{8}k} = \frac{\sqrt{\frac{18}{8}}}{\frac{13}{8}} = \frac{8}{13} \sqrt{\frac{18}{8}} =$$

$$= \frac{\sqrt{8 \cdot 18}}{13} = \frac{\sqrt{144}}{13} = \frac{12}{13}$$

$$\arccos\left(\frac{12}{13}\right)$$

$$\frac{\sqrt{4R \cdot 6R}}{5R} = \frac{\sqrt{24}}{5}$$

$$R \sqrt{24}$$



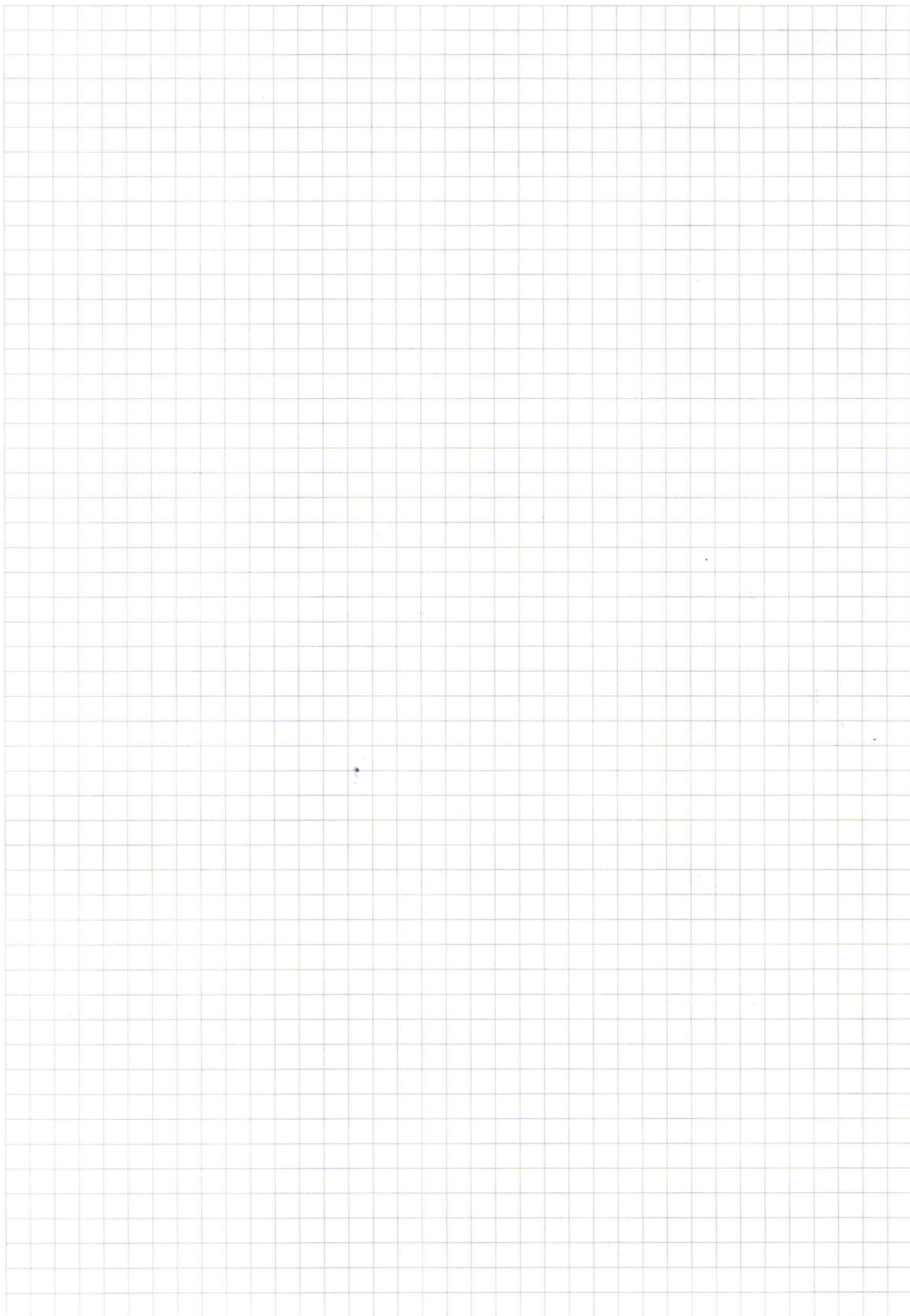
$$\frac{4R}{4R + \frac{24}{5}R} = \sqrt{\frac{4}{5}}$$

$$\frac{4}{\frac{44}{5}} = \sqrt{\frac{4}{5}}$$

$$\frac{5}{11} = \sqrt{\frac{4}{5}}$$

$$\begin{matrix} 36 \\ 4 \\ 144 \end{matrix}$$

Зачем



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cos(7x) + \cos(3x) - \sqrt{2} \cos 10x = \cos(7x - \frac{\pi}{2}) + \cos(3x - \frac{\pi}{2})$$

$$\cos 7x \cdot \cos \frac{\pi}{2} + \sin 7x \cdot \sin \frac{\pi}{2}$$

$$\cos(7x) - \cos(7x - \frac{\pi}{2})$$

$$+ \cos(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} - 7x)$$

$$\cos(\frac{3\pi}{2} - 7x)$$

$$\cos(7x) + \cos(\frac{3\pi}{2} - 7x) = \cos \frac{3\pi}{4} \cdot \cos(7x - \frac{3\pi}{4})$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \cos$$

$$-\frac{\sqrt{2}}{2} \cos(7x - \frac{3\pi}{4}) - \frac{\sqrt{2}}{2} (\cos(3x - \frac{3\pi}{4})) - \sqrt{2} \cos 10x = 0$$

$$\cos(7x - \frac{3\pi}{4}) + \cos(3x - \frac{3\pi}{4}) + 2 \cos 10x = 0$$

$$2 \cos(5x - \frac{3\pi}{4})$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 7x + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 3x - \cos 10x = \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 7x + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 3x$$

$$\cos(7x + \frac{\pi}{4}) + \cos(3x + \frac{\pi}{4}) + \cos 10x = 0$$

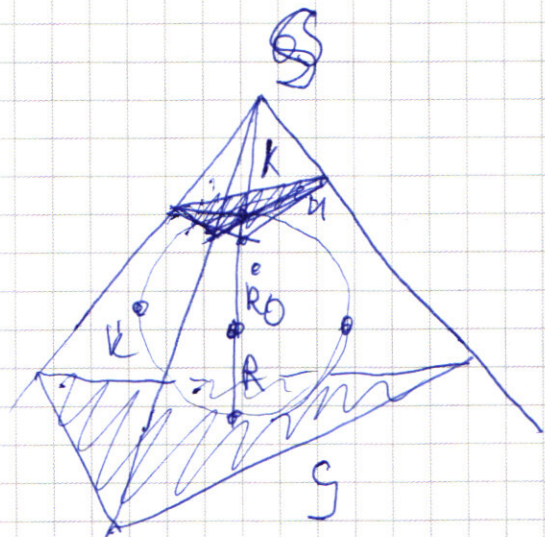
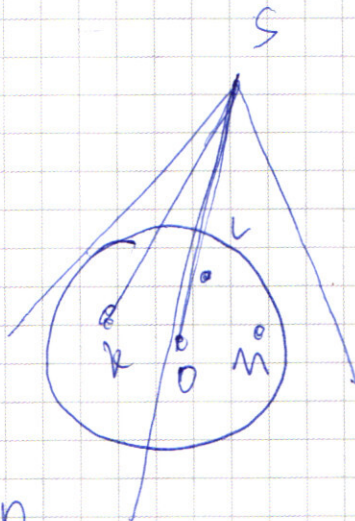
$$2 \cos(5x + \frac{\pi}{4}) \cdot \cos(2x) + \cos 10x = 0$$

N3

$$\left\{ \begin{aligned} \left(\frac{x^4}{y^2}\right) \lg y &= (-x) \lg(-xy) = (-x) \lg y + \lg(-x) = (-x) \lg y \cdot (-x) \lg(-x) \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y &= 0 \end{aligned} \right.$$

$$x^2 + xy + 4x + 8y - 2y^2 = 0$$

625
24
4345
1250
16845
6815



$$\frac{k}{4} = \frac{k+2R}{9}$$

$$9k = 4k + 8R$$

$$5k = 8R$$

$$\frac{5}{8}k = R$$

$$k(k+2R) = Sk^2$$

$$\sqrt{k(k+2R)} = Sk$$

$$= \frac{\sqrt{1 + \frac{10}{8}}}{1 + \frac{5}{8}} = \frac{\sqrt{\frac{18}{8}}}{\frac{13}{8}} =$$

$$\cos \angle KOS = \frac{Sk}{SO} = \frac{\sqrt{k(k+2R)}}{k+R}$$

$$\frac{\sqrt{k(k + \frac{10}{8}k)}}{k + \frac{5}{8}k} =$$