МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 6 ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2}\cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM, если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO, равны 4 и 9.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} |x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12, \\ (|x| - 6)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y), удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geqslant 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)\, x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

Разложим 16875 на множители:

16875	5
3375	5
675	5
135	5
27	3
9	3
3	3
1	1

Множителей восемь – 4 '5';

3 '4';

1 '1'.

Как мы можем составить числа:

① Рассмотрим положение '1' в различных местах числа:

1 . . . . – на месте остальных ~~мож~~ цифр можно разместить цифры '4' и '5' $C_2^1 \cdot 7$ способами, что равняется: $C_2^1 \cdot 7 = 14$ способов

И так будет для каждого положения '1'.

Таким образом, всего способов $8 \cdot 14 = 112$.

Ответ: 112

№2

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2}\cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$2\cdot\cos 5x\cdot\cos 2x - 2\sqrt{2}\cos^2 5x + \sqrt{2} - 2\cdot\sin 5x\cdot\cos 2x = 0$$

$$2\cdot\cos 2x\,(\cos 5x - \sin 5x) - \sqrt{2}\,(\cos^2 5x - \sin^2 5x) = 0$$

$$2\cdot\cos 2x\,(\cos 5x - \sin 5x) - \sqrt{2}\,(\cos 5x - \sin 5x)(\cos 5x + \sin 5x) = 0$$

$$(\cos 5x - \sin 5x)(2\cos 2x - \sqrt{2}\cdot(\cos 5x + \sin 5x)) = 0$$

$$\left[\begin{array}{l}\cos 5x - \sin 5x = 0 \quad (:\cos 5x)\\ 2\cos 2x - \sqrt{2}\,(\cos 5x + \sin 5x) = 0 \quad (:2)\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l}\operatorname{tg} 5x = 1\\ \cos 2x - (\cos\frac{\pi}{4}\cdot\cos 5x + \sin\frac{\pi}{4}\cdot\sin 5x) = 0\end{array}\right. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l}x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi n}{5}\\ \cos 2x - \cos(\frac{\pi}{4} - 5x) = 0\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l}x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi n}{5}\\ -2\cdot\sin\frac{\frac{\pi}{4} - 3x}{2}\cdot\sin\frac{7x - \frac{\pi}{4}}{2} = 0\end{array}\right.$$

№2 (продолжение)

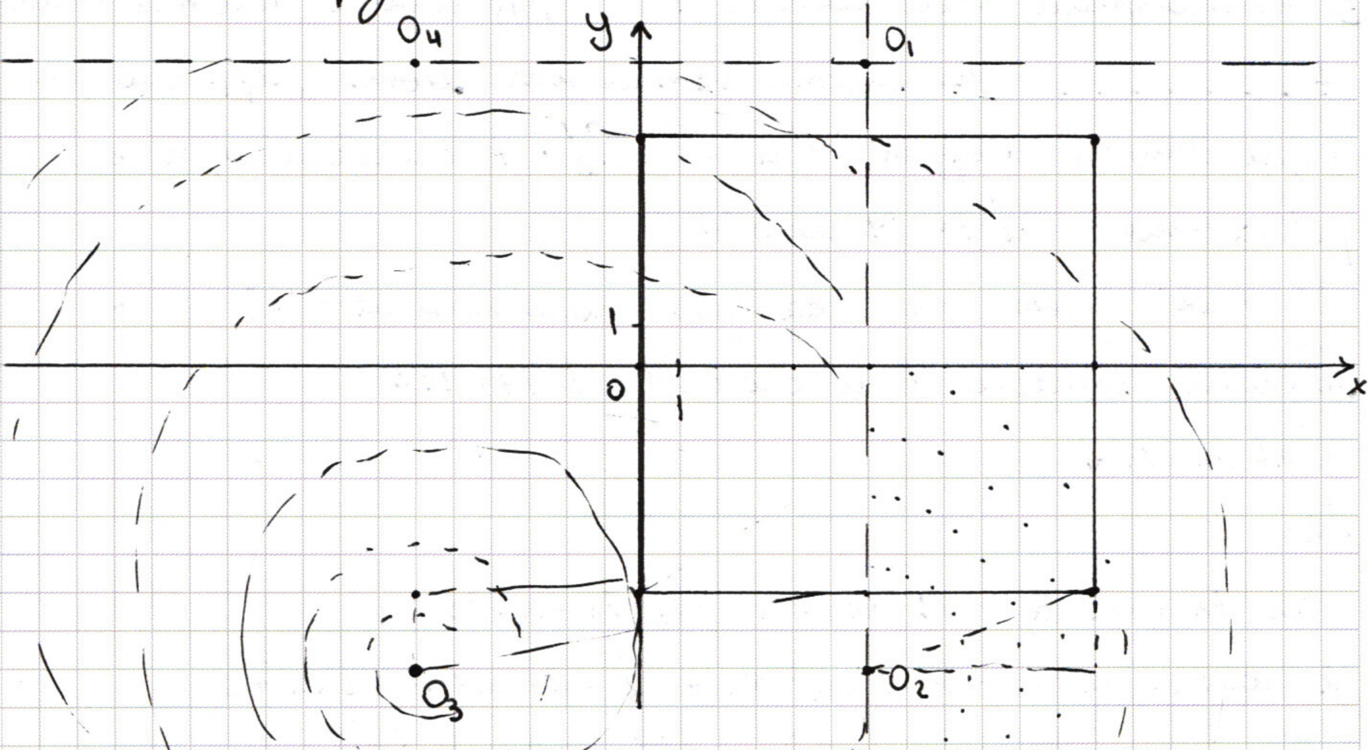
$$\left[\begin{aligned} &x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi n}{5} \\ &\frac{7x - \frac{\pi}{4}}{2} = \pi k \\ &\frac{\frac{\pi}{4} - 3x}{2} = \pi t \end{aligned}\right. \qquad \left[\begin{aligned} &x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi n}{5}, \ n \in Z \\ &x = \frac{2\pi k}{7} + \frac{\pi}{28}, \ k \in Z \\ &x = \frac{\pi}{12} - \frac{2\pi t}{3}, \ t \in Z \end{aligned}\right.$$

Ответ: $\frac{\pi}{20} + \frac{\pi n}{5}, n \in Z$; $\frac{2\pi k}{7} + \frac{\pi}{28}, k \in Z$; $\frac{\pi}{12} - \frac{2\pi t}{3}, t \in Z$

№5

$$\begin{cases} |x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12 \ (1) \\ (|x| - 6)^2 + (|y| - 8)^2 = a \ (2) \end{cases}$$

Уравнение (1) при построение представляет из себя квадрат со стороной $= 12$. Изобразим оба уравнения на координатной плоскости.



O_1, O_2, O_3, O_4 - ~~точки~~ центры окружностей, которые записаны в ур. 2.
Причём окр. с центром O_1 сущ-ет только при $x \geq 6; y \geq 8$;
окр. с центром O_2 сущ-ет только при $x \geq 6; y < 8$;
окр. с центром O_3 сущ-ет только при $x < 6; y < 8$;
окр. с центром O_4 сущ-ет только при $x < 6; y \geq 8$.
Таким образом, нам необходимо рассматривать окр. с центрами O_2 и O_3

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5 продолжение

Рассмотрим окружность с центром в O_2.

При радиусе окружности меньшем или равном 2, система иметь решений не будет, т.к. ни одна окр. не будет касаться квадрата.

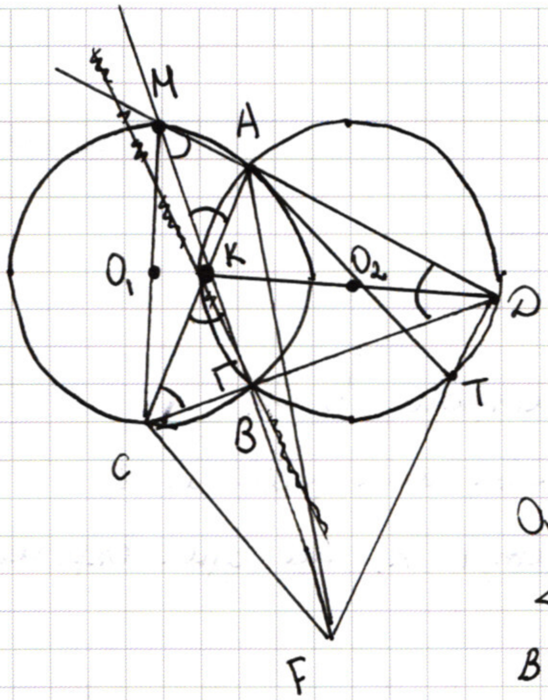
$R>2 \Rightarrow$ окр. с ц. O_2 ~~каса~~ пересекает в двух точках квадрат. Это происходит до $R=\sqrt{6^2+2^2}=2\sqrt{10}$. При $R>2\sqrt{10}$ окружность с ц. O_2 пересекает квадрат в 1-ой точке, но при этом окр. с ц. O_3 пересекает квадрат 2 раза.

До $R=\sqrt{2^2+12^2}=\sqrt{148}=2\sqrt{37}$ окр. с ц. O_3 пересекает квадрат 2 раза. $\Rightarrow$ Далее окр. с. ц. O_3 пересекает квадрат 1 раз. Это происходит до $R=14$. При $R\geq 14$ окр. с ц. O_2 пересекает квадрат 2 раза. Это продолжается до тех пор, пока $R=\sqrt{196+36}=\sqrt{232}$. При этом значении R, окр. с ц. O_2 в последний раз проходит через точку квадрата, при этом в 1 точке. Далее, при больших значениях R, окр. с ц. O_3 проходит через кв. 1 раз. Таким образом, подходящие значение R - это $R\in(2;2\sqrt{10}]$ и $(\sqrt{148};14)$ и $\{\sqrt{232}\}\Rightarrow$

Значение $a\in(4;40]$ и $(148;196)$ и $\{232\}$

Ответ: $(4;40]$ и $(148;196)$ и $\{232\}$

№6



Т.к. $\angle MBD = 90° \Rightarrow KD = D = 26$

$\angle KAD = 90° \Rightarrow$ он так же по опирается на D.

Т.к. ω_1 и ω_2 равны, то дуги $\breve{AB}$ для ω_1 и ω_2 так же равны. $\Rightarrow \angle ADC = \angle ACD = \frac{90}{2} = 45°$

Откуда $\angle CKB = 45°$; $\angle KMA = 45°$; $\angle MKA = 45°$;

$BF = BD$, $\angle DBF = 90° \Rightarrow \angle BDF = 45°$; $\angle BFD = 45° \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle ADT = 90° \Rightarrow AT = D$

ΔCKB – равнобедр. (по углам по $45°$) $\Rightarrow CB = BK$; $BF = BD$ (по условию); $\Delta CBF = \angle KBD = 90° \Rightarrow$

$\Rightarrow \Delta CBF = \Delta BKD \Rightarrow CF = KD = D = 26$ см

а). Ответ: 26 см.

б). $BC = 10 = BK \Rightarrow CK = \sqrt{200}$; из ΔMBC: $MB = \sqrt{26^2 - 10^2} = 24$

S_{ACF} – ?

Аналогично $BD = 24 = BF \Rightarrow DF = 24\sqrt{2}$

$MB = MK + BK \Rightarrow MK = 14$ см; по св-ву хорд $CK \cdot AK = BK \cdot MK \Rightarrow$

$\Rightarrow AK = \frac{BK \cdot MK}{CK} = \frac{10 \cdot 14}{10\sqrt{2}} = 7\sqrt{2}$ см $\Rightarrow AD = \sqrt{(7\sqrt{2})^2 + 26^2} = \sqrt{578} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ из ΔAFD, который явл. прямоугольным, $AF = \sqrt{AD^2 + FD^2} = \sqrt{578 + 2 \cdot 576} = \sqrt{1730}$; $AC = CK + KA = 10\sqrt{2} + 7\sqrt{2} = 17\sqrt{2}$;

$CF = 26$ $\quad p = \frac{17\sqrt{2} + \sqrt{1730} + 26}{2} = \frac{AC + AF + CF}{2}$

$$S_{\Delta ACF} = \sqrt{p(p-AC)(p-AF)(p-CF)} = \sqrt{\frac{17\sqrt{2}+\sqrt{1730}+26}{2} \cdot \frac{-17\sqrt{2}+\sqrt{1730}+26}{2} \cdot \frac{17\sqrt{2}-\sqrt{1730}+26}{2} \cdot \frac{17\sqrt{2}+\sqrt{1730}-26}{2}}$$

№3

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} \quad (1) \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 \quad (2) \end{cases}$$

ОДЗ: $\begin{cases} y>0 \\ -xy>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y>0 \\ xy<0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y>0 \\ x<0 \end{cases}$

Преобразуем уравнение (2):

$$y^2 - xy + y^2 - x^2 - 4(x+2y) = 0$$

$$y(y-x) + (y-x)(y+x) - 4(x+2y) = 0$$

$$(y-x)\cdot(2y+x) - 4(x+2y) = 0 \Rightarrow (2y+x)\cdot(y-x-4) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} 2y+x=0 \\ y-x-4=0 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y = -\frac{x}{2} \quad (3) \\ y = x+4 \Rightarrow x+4>0 \Rightarrow x>-4 \quad (4) \end{array}\right.$$

Подставим (3) в (1):

$$\left(\frac{x^4\cdot 4}{x^2}\right)^{\lg(-\frac{x}{2})} = (-x)^{\lg(\frac{x^2}{2})} \Rightarrow (4x^2)^{\lg(-\frac{x}{2})} = (-x)^{\lg(\frac{x^2}{2})} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (2x)^{2\lg(-\frac{x}{2})} = (-x)^{\lg(\frac{x^2}{2})} \Rightarrow (2x)^{\lg(\frac{x^2}{4})} = (-x)^{\lg(\frac{x^2}{2})} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2^{\lg(\frac{x^2}{4})}\cdot x^{\lg\frac{x^2}{4}}\cdot(-1)^{\lg(\frac{x^2}{2})}\cdot x^{\lg\frac{x^2}{2}} = 0$$

$$2^{\lg(\frac{x^2}{4})}\cdot(-1)^{\lg\frac{x^2}{2}}\cdot x^{\lg\frac{x^2}{4}+\lg\frac{x^2}{2}} = 0 \Rightarrow 2^{\lg(\frac{x^2}{4})}\cdot(-1)^{\lg\frac{x^2}{2}}\cdot x^{\lg\frac{x^4}{8}} = 0 \Rightarrow$$

$\Rightarrow x\in\varnothing$, т.к. $2^{\lg(\frac{x^2}{4})}\neq 0;\ (-1)^{\lg\frac{x^2}{2}}\neq 0;\ x^{\lg\frac{x^4}{8}}\neq 0.$

Подставим (4) в (1)

$$\left(\frac{x^4}{(x+4)^2}\right)^{\lg(x+4)} = (-x)^{\lg(-x(x+4))} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{x^2}{x+4}\right)^{\lg(x+4)^2} = (-x)^{\lg(-x(x+4))} \Rightarrow x=-2 \Rightarrow y=-2+4=2$$

Проверка: $-2>-4 \Rightarrow$ удовлетворяет $y>0$

$(-2;2)$

Подставим (3) в (1):

$$\left(\frac{x^4\cdot 4}{x^2}\right)^{\lg(-\frac{x}{2})} = (-x)^{\lg(\frac{x^2}{2})} \Rightarrow (2x)^{\lg\frac{x^2}{4}} = (-x)^{\lg\frac{x^2}{2}} \Rightarrow$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\Rightarrow 2^{\lg(\frac{x^2}{4})}\cdot x^{\lg(\frac{x^2}{4})} - (-1)^{\lg\frac{x^2}{2}}\cdot x^{\lg\frac{x^2}{2}} = 0$

$x^{\lg(\frac{x^2}{4})}\left(2^{\lg(\frac{x^2}{4})} - (-1)^{\lg\frac{x^2}{2}}\cdot x^{(\lg\frac{x^2}{2}-\lg\frac{x^2}{4})}\right)=0 \quad x^{\lg(\frac{x^2}{4})}\neq 0 \Rightarrow$

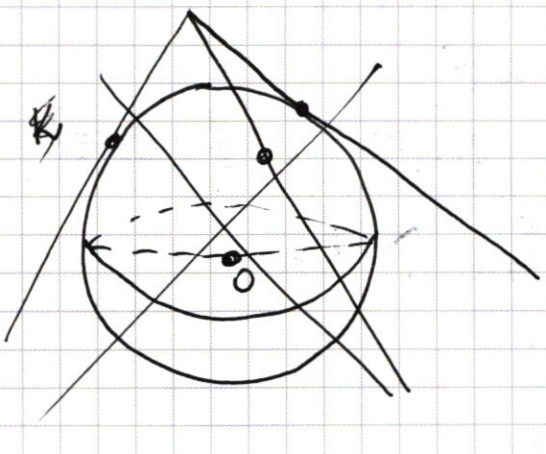
$2^{\lg\frac{x^2}{4}} - (-1)^{\lg\frac{x^2}{2}}\cdot \cancel{x^{(\lg\frac{x^2}{2}-\lg}}\cdot x^{\lg 2}) = 0 \Rightarrow$

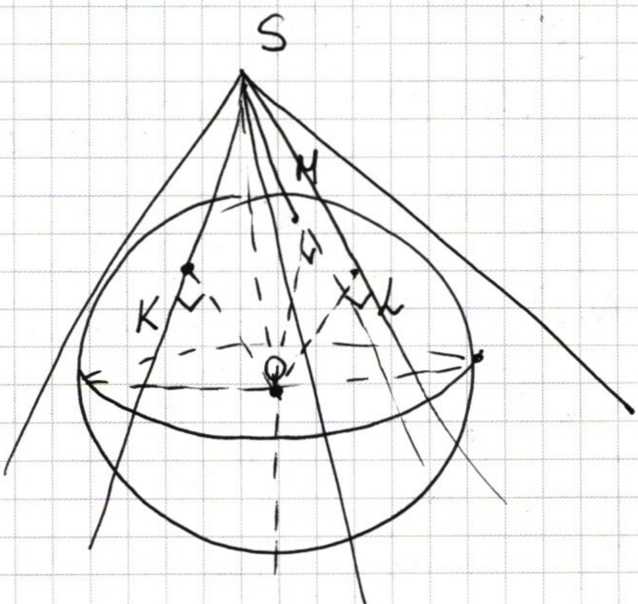
$\Rightarrow (-1)^{\lg\frac{x^2}{2}}\cdot\left((-2)^{\lg\frac{x^2}{4}} - x^{\lg 2}\right) = 0$

$2^{\lg\frac{x^2}{4}} = -x^{\lg 2} \Rightarrow x=-4 \Rightarrow y=2$; Проверку проходит.

Ответ: $(-4;2)$; $(-2;2)$

№4.





Т.к угол касается сферу гранями, то $\angle SKO = 90°$

...

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

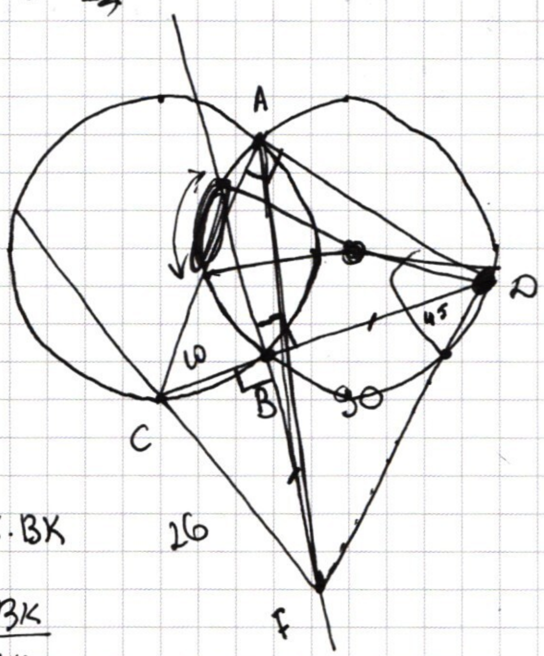
② №3

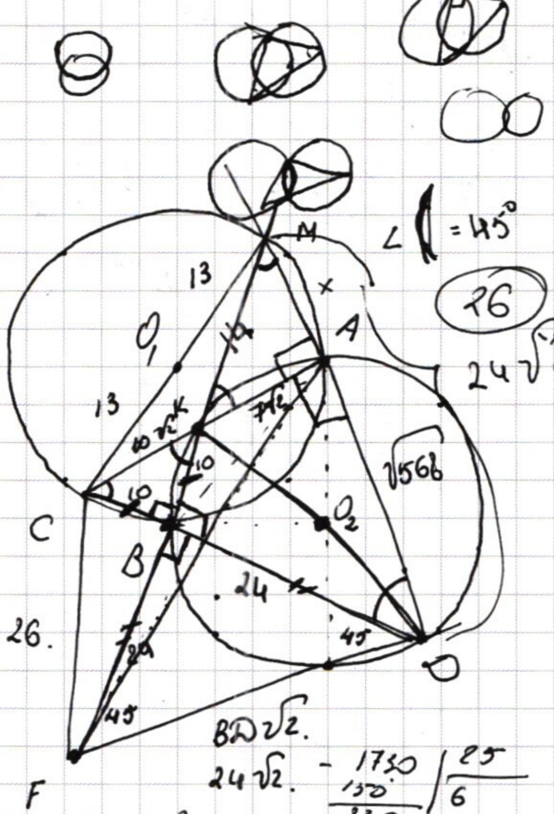
$y = x+4 \Rightarrow \left(\frac{x^4}{(x+4)^2}\right)^{\lg(x+4)} = (-x)^{\lg(-x(x+4))}$

$\left(\frac{x^2}{x+4}\right)^{\lg(x+4)^2}$

26. а ✓.

б.





а) $CK \cdot AK = MK \cdot BK$ 26

$\frac{CK}{MK} = \frac{BK}{AK}$ $\frac{AM}{MD} = \frac{AK}{FD} = \frac{MK}{MF}$

б) $BC = 10 = BK$

S_{ACF} - ? $MD = 24\sqrt{2} = FD$. $\frac{AM}{24}$

$(26^2 - 10^2) = 24^2 = MB \Rightarrow BM = 24 - 10 = 14 \Rightarrow \frac{AM}{24\sqrt{2}} = \frac{14}{\cancel{48}} \Rightarrow AM = 7\sqrt{2}$.

$AK = AM = x$ $2x^2 = 196 \Rightarrow x^2 = 98 \Rightarrow x = \sqrt{98} = 7\sqrt{2}$.

$10\sqrt{2} \cdot x = 14 \cdot 10 \Rightarrow x = \frac{14}{\sqrt{2}} = 7\sqrt{2}$.

$FK = 34 + 14 = 48$.

$AD = \sqrt{676 - 98} = \sqrt{568} \Rightarrow AF = \sqrt{568 + 576 \cdot 2} = \sqrt{1720}$

S

$1730 : 2 = 865$

$676 - 98 = 578$

$1152 + 578 = 1652 + 78 = 1730$

$\angle = 45^\circ$ 26 $24\sqrt{3}$.

$BD\sqrt{2}$. $24\sqrt{2}$. 225.

$1730 : 6$

$576 \cdot 2 = 1152$, $+568 = 1720$

$2\sqrt{430}$

568.

$2^{\lg(\frac{x^2}{4})} \cdot x^{\lg(\frac{x^2}{4})} - (-1)^{\lg\frac{x^2}{2}} \cdot x^{\lg\frac{x^2}{2}} = 0.$

$x^{\lg\frac{x^2}{4}}\left(2^{\lg(\frac{x^2}{4})} - (-1)^{\lg\frac{x^2}{2}} \cdot x^{\lg\frac{x^2}{2}-\lg\frac{x^2}{4}}\right)=0$

$\cancel{x^{\lg\frac{x^2}{4}}} \cdot \left(2^{\lg(\frac{x^2}{4})} - (-1)^{\lg\frac{x^2}{2}} \cdot x^{\lg 2}\right)=0.$

$2^{\lg(\frac{x^2}{4})} - (-1)^{\lg\frac{x^2}{2}} \cdot x^{\lg 2}=0.$ $\quad \left((-1)\cdot(-2)\right)^{\lg\frac{x^2}{4}}$

$(-1)^{\lg\frac{x^2}{4}}\left(-2^{\lg\frac{x^2}{4}} - x^{\lg 2}\right)=0.$ $\quad (-1)$

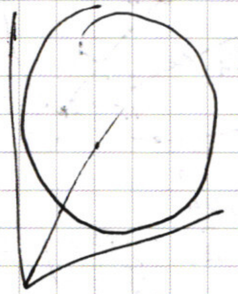
$2^{\lg\frac{x^2}{4}} = -x^{\lg 2}$

$\cancel{2^{\lg 1} = 2^{\lg 2}}$ $\quad 4^{\lg 2} = 2^{\lg 4}$ $\quad x=-4.$ $\quad 64^{\lg 2} = 4^{\lg 8}.$

$y=2$

$2^{\lg 4} = 2^{\lg 4}$

$\cancel{4^{\lg 2} = 2^{\lg 4}}$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

16875	5
3375	5
675	5
135	5
27	3
9	3
3	3
1	1

4 '5'

3 '3'

1 '1'

1122

121

121
211
112

8 7 6 5 4 3 2 1

3 2 2 2 1 1 1 1 $\cdot 8 = 3 \cdot 64 = 192$

1 2 2 2 1 1 1 1
4 4 4 5 5 5 5

$C_2^1 = \frac{5!}{4!} \cdot 2$

$2 \cdot 5$

1 5 5 5 5 3 3 3
1 5 5 5 3 5 3 3
1 5 5 5 3 3 5 3
1 5 5 5 3 3 3 5
1 5 5 3 5

3 1 1 2 2 2

2 2 2 2 1 $= 16$

11222
12122
12212
12221
21122
21212
21221
22121
22211
22112

№2

$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$

$2 \cdot \cos 5x \cdot \cos 2x - \sqrt{2} \cos 10x = 2 \cdot \sin 5x \cdot \cos 2x$

$2 \cos 5x \cdot \cos 2x - 2 \sin 5x \cdot \cos 2x - \sqrt{2} \cos 10x = 0$

$\cancel{2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) - \sqrt{2} \cos 10x = 0}$

$2 \cos 5x \cdot \cos 2x - \sqrt{2}(2 \cdot \cos^2 5x - 1) - 2 \sin 5x \cdot \cos 2x = 0$

$2 \cos 5x \cos 2x - 2 \sin 5x \cos 2x - 2\sqrt{2} \cos^2 5x - \sqrt{2} = 0$

$\cancel{2 \cos 5x (\cos 2x - \sqrt{2} \cdot \cos 5x) - 2 (\sin 5x}$

1122 1212 1221
2211 2121 2112

1 1 2 2 2   21122
1 2 1 2 2   21212
1 2 2 1 2   21221
1 2 2 2 1   22112
22121
22211

№3

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 \end{cases}$$

$y > 0, \quad -xy > 0 \Rightarrow xy < 0$

$\left(\frac{x^2}{y}\right)^{2 \lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}$

$(y-4-x-2)(y-4+x+2) = \left(\frac{1}{2}x - y + \frac{1}{2}x\right)\left(\frac{1}{2}x + y - \frac{1}{2}x\right)$

$(y-x-6)(y+x-2) = (x-y) \cdot y$

$(x^4 \cdot y^{-2})^{\lg y} = x^{4 \lg y} \cdot y^{-2 \lg y}$

$y^2 + y^2 + 0{,}25x^2 - 1{,}25x^2$

$y^2 - 8y + 16 - (x^2 + 4x + 4) - xy + y^2 = 0$

$(y-4)^2 - (x+2)^2 = xy - y^2$

$-y^2 + xy - \frac{1}{4}x^2 =$

$= -(y^2 - xy + (\frac{1}{2}x)^2)$

$- (y - \frac{1}{2}x)^2 + \frac{1}{4}x^2$

3 1 2 2

1 3 2 2
2 3 1 2
2 3 2 1

$3 \cdot 4$

3122
3212
3221

$4 \cdot 3 = 12$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

№5 $|x-6-y|+|x-6+y|=12$

$(|x|-6)^2+(|y|-8)^2=a$

2 решение

$y>8$

$x>6 \to$

$(x-6)^2+(y-8)^2=a$

$x>6,\ y<8$

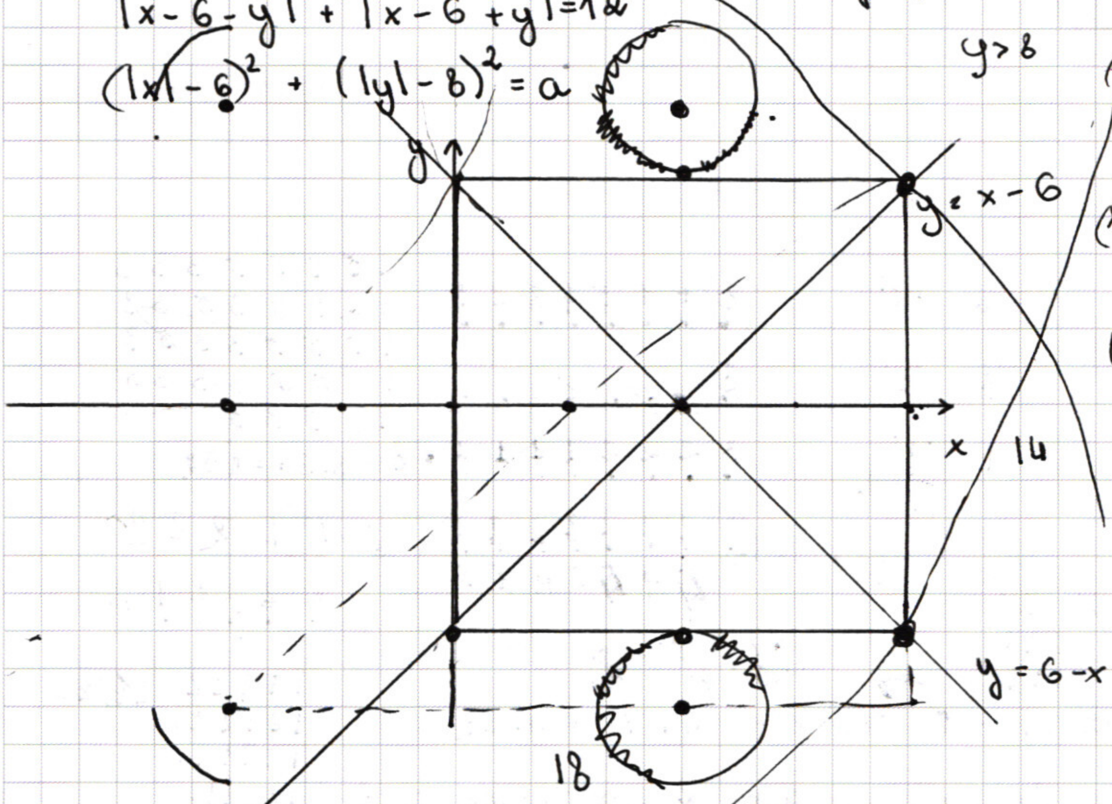
$(x-6)^2+(y+8)^2=a$

$1+(y+8)^2=9$

$1+(-4+8)^2=9$

$-5 \quad 10$

$(x+6)^2+(y+8)$



$|x-6-y|+|x-6+y|=12.$

① $x-6-y\geq0;\quad x-6+y\geq0$

$\begin{cases} y\leq-6+x \\ y\geq6-x \end{cases} \Rightarrow x-6-y+x-6+y=12$

$2x=24 \Rightarrow x=12$

② $x-6-y\geq0;\quad x-6+y<0$

$\begin{cases} y\leq-6+x \\ y\leq6-x \end{cases} \Rightarrow x-6-y-x+6-y=12$

$-2y=12 \Rightarrow y=-6$

④ $x-6-y<0;\quad x-6+y>0$

$\begin{cases} y>x-6 \\ y>6-x \end{cases} \Rightarrow -x+6+y+x-6+y=12$

$y=6$

$a=4;\quad a=\sqrt{520}$

$x-6-y \qquad x-6+y$

$\begin{cases} y>x-6 \\ y<6-x \end{cases}$

③ $x-6-y<0;\quad x-6+y<0$

$-x+6+y-x+6-y=12$

$x=0.$

$324+196=$

$=\sqrt{520}$

$x^{\lg(x+4)^2}\cdot(x+4)^{\lg\frac{1}{(x+4)^2}}+$

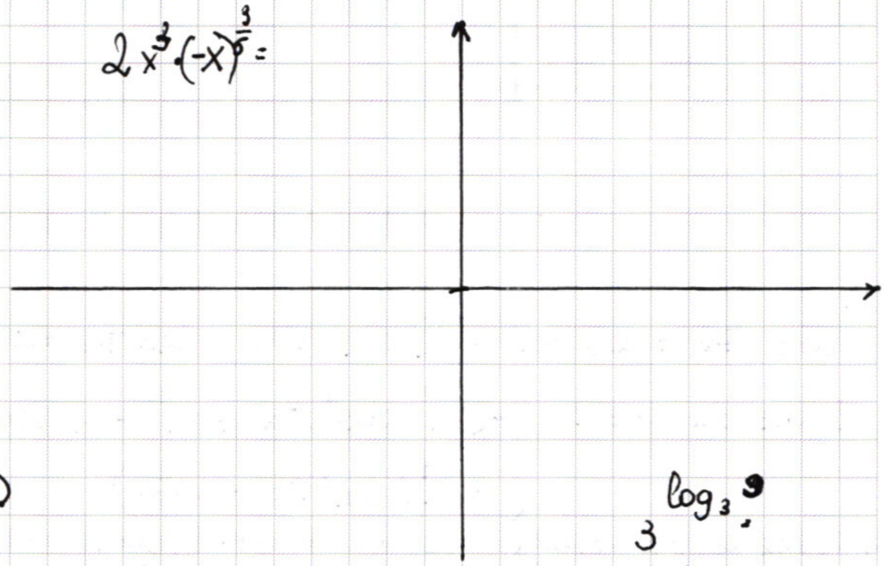
☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

№7

$$\begin{cases} y \geq 3^{x} + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81}-1)x \end{cases}$$

$2x^{3} \cdot (-x)^{\frac{3}{5}} =$



$3^{81} - 1 = \cancel{3}^{3^4}$

$3^{27 \cdot 3}$

№3.

$$\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}$$

$3^{\log_3 9} =$

$\cancel{\lg}$ $\quad \lg(-xy) = \left(\lg(-x) + \lg y\right)$

$(-x)$

$\cancel{3^5 = 3} \ 7^5$ $\qquad 3^2 = 9$

$3^{\log_5 3}$

$$\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-x)} \cdot (-x)^{\lg y}$$

$(y-4)^2 - (x+2)^2 = xy - y^2$

$$\begin{cases} -xy > 0 \\ y > 0 \end{cases} \Rightarrow \quad \begin{matrix} xy < 0 \\ y > 0 \end{matrix} \Rightarrow x < 0; y > 0$$

$4^{\log_2 4} = \cancel{16}$

$xy - y^2 < 0 \Rightarrow (y-4)^2 - (x+2)^2 < 0 \Rightarrow (y-4)^2 < (x+2)^2$

$4^{\log_4 2} = 2$

$|y-4| < |x+2| \qquad$ 1) $\ y - 4 > 0; \ x + 2 < 0.$

$y > 4 \qquad x < -2.$

$\cancel{2 = 3^{\lg 1}}$ $\qquad 9^{\lg 1}$

$\cancel{\frac{1}{4}x^2 < \left(y - \frac{1}{2}x\right)^2}$

$y - 4 < -x - 2 \Rightarrow y < 2 - x$

2) $\qquad -x(x+4) = 1$

$-x^2 - 4x = 1 \Rightarrow x^2 + 4x - 1 = 0 \quad \lg 1$

$16 = \quad 2^{\lg 2}$

$y^2 - xy + y^2 - x^2 - 4(x + 2y$ $\qquad -3$

$y(y-x) + (y-x)(y+x) - 4(x+2y) = 0 \qquad 3 \cdot 1 \quad 3^{\lg 3}$

$(y-x)(2y+x) - 4(x+2y) = 0 \Rightarrow (x+2y)(y-x-4) = 0$

$$\left[\begin{matrix} x + 2y = 0 \\ y = x + 4 \end{matrix}\right. \qquad \left[\begin{matrix} y = -\frac{x}{2} \\ y = x + 4 \end{matrix}\right.$$

1) $\ y = -\frac{x}{2} \Rightarrow \left(\frac{x^4 \cdot 4}{x^2}\right)^{\lg\left(-\frac{x}{2}\right)} = (-x)^{\lg\left(\frac{x^2}{2}\right)}$

$(x^2 \cdot 4)^{\lg -\frac{x}{2}} = (-x)^{\lg \frac{x^2}{2}}$

$(2x)^{2\lg -\frac{x}{2}} = (-x)^{\lg \frac{x^2}{2}}$

$x + 4 > 0 \Rightarrow x > -4$

$2^{2\lg \frac{-x}{2}} \cdot x^{2\lg \frac{-x}{2}} = -x^{\lg \frac{x^2}{2}}$

$\frac{x^2}{4} + \frac{x^2}{4} = \frac{x^2}{2}.$

$\frac{4}{2} = 2^{\lg 4}$

$2^{\lg \frac{x^2}{4}} \cdot x^{\lg \frac{x^2}{4}} = -x^{\lg \frac{x^2}{2}}$

$x^{\lg \frac{x^2}{4}}\left(2^{\lg \frac{x^2}{4}} + x^{\lg \frac{x^2}{4}}\right) = 0. \quad 2 \quad \lg 4$

$2^{\lg \frac{x^2}{4}} \cdot x^{\lg \frac{x^2}{4}} + x^{\lg \frac{x^2}{2}} = 0$

$\neq 0$

$2^{\lg \frac{x^2}{4}} = -x^{\lg \frac{x^2}{4}} \Rightarrow -x = 2 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow y < 1$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2

$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2}\cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$

$2\cdot\cos 5x\cdot\cos 2x - 2\sqrt{2}\cdot\cos^2 5x + \sqrt{2} - 2\cdot\sin 5x\cdot\cos 2x = 0$

$-\sqrt{2}(\cos^2 5x - \sin^2 5x)$

$2\cos 2x(\cos 5x - \sin 5x) - \sqrt{2}(\cos 5x - \sin 5x)(\cos 5x + \sin 5x) = 0$

$(\cos 5x - \sin 5x)(2\cos 2x - \sqrt{2}\cos 5x - \sqrt{2}\sin 5x) = 0$

$\cos 5x - \sin 5x = 0$ или $2\cos 2x - \sqrt{2}\cos 5x - \sqrt{2}\sin 5x = 0$

$1 = \operatorname{tg} 5x$

$5x = \frac{\pi}{4} + \pi n$

$x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi}{5}n$

$\cos 2x - (\overset{\cos\frac{\pi}{4}}{\frac{1}{\sqrt{2}}}\cos 5x + \frac{1}{\sqrt{2}}\sin 5x) = 0$

$\cos 2x - \cos(\frac{\pi}{4} - 5x) = 0$

$-2\cdot\sin\frac{2x + \frac{\pi}{4} - 5x}{2}\cdot\sin\frac{2x - \frac{\pi}{4} + 5x}{2} = 0$

$\sin\frac{7x - \frac{\pi}{4}}{2} = 0$ или $\sin\frac{\frac{\pi}{4} - 3x}{2} = 0$

$\frac{7x - \frac{\pi}{4}}{2} = \pi k$

$7x - \frac{\pi}{4} = 2\pi k \Rightarrow x = \frac{2\pi k + \frac{\pi}{4}}{7} = \frac{2}{7}\pi k + \frac{\pi}{28}$

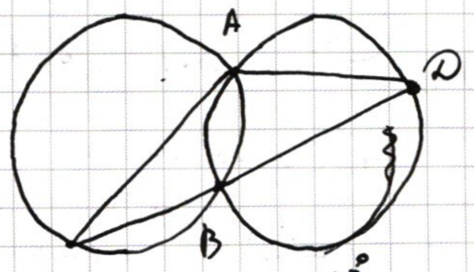
$\frac{\frac{\pi}{4} - 3x}{2} = \pi t$

$\frac{\pi}{4} - 3x = 2\pi t$

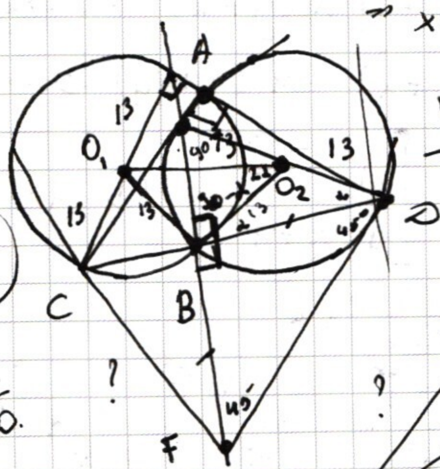
$3x = \frac{\pi}{4} - 2\pi t \Rightarrow$

$\Rightarrow x = \frac{\pi}{12} - \frac{2}{3}\pi t$.

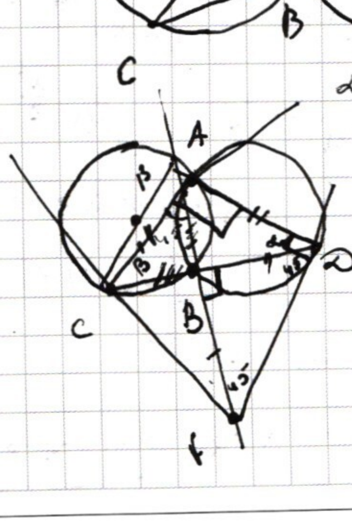
№6.



$\alpha = \beta = 45°$



$\frac{180 - 2\alpha}{2} = 90 - \alpha$



$\frac{CB}{BD} = \frac{AC}{FD}$

?