МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 5 ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 3375. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2}\cos 14x$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2\lg xy}, \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM, если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO, равны 1 и 4.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} |y-3-x| + |y-3+x| = 6, \\ (|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y), удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leqslant 70 + (2^{64} - 1)\,x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

© МФТИ, 2020

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1

$3375 = 5^3 \cdot 3^3$

т. е. $3375 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 1 =$
$= 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 9 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$

следовательно у нас есть два набора ~~чисел~~ цифр для восьмизначного числа

при наборе 5, 5, 5, 3, 3, 3, 1, 1 можно составить

$3! \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 3! \cdot 6!$ чисел

при наборе 5, 5, 5, 3, 9, 1, 1, 1 можно составить

$4! \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 3! \cdot 2 \cdot 6! = 2 \cdot 3! \cdot 6!$ чисел $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ всего $3 \cdot 3! \cdot 6! = 3 \cdot 6 \cdot 720 = 3 \cdot 4320 =$
$= 12960$ чисел

Ответ: 12960 чисел

3

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2\lg x \cdot y} \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0 \end{cases}$$

ОДЗ: $x > 0$
$y > 0$

р-м первое равенство

$\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2\lg x \cdot y}$ | прологарифмируем

$(5\lg y - \lg x)\lg x = \lg y \cdot 2 \cdot (\lg x + \lg y)$

$5\lg y \cdot \lg x - \lg^2 x = 2\lg y \cdot \lg x + 2\lg^2 y$

$2\lg^2 y - 3\lg y \lg x + \lg^2 x = 0$

$(2\lg y - \lg x)(\lg y - \lg x) = 0$

$$\left[\begin{array}{l} \lg y^2 = \lg x \\ \lg y = \lg x \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y^2 = x \\ y = x \end{array}\right.$$

подставим полученные выражения во второе равенство

1. $\begin{cases} x = y \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0 \end{cases}$

$x^2 - 2x^2 - 4x - 3x^2 + 12x = 0$

$-4x^2 + 8x = 0$

$x^2 - 2x = 0$

$x(x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$

2. $\begin{cases} x = y^2 \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0 \end{cases}$

$y^4 - 2y^3 - 4y^2 - 3y^2 + 12y = 0$

$y(y^3 - 2y^2 - 7y + 12) = 0$

$y(y-3)(y^2 + y - 4) = 0$

$\Downarrow$

$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} y = 3 \\ x = 9 \end{cases} \\ \begin{cases} y = \frac{-1+\sqrt{17}}{2} \\ x = \frac{9-\sqrt{17}}{2} \end{cases} \end{array}\right.$

$y^2 + y - 4 = 0$

$D = 1 + 16 = 17$

$y = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$

$y = \frac{-1-\sqrt{17}}{2} < 0$

$\left(\frac{-1+\sqrt{17}}{2}\right)^2 = \frac{18 - 2\sqrt{17}}{4} = \frac{9-\sqrt{17}}{2}$

Ответ: $x = 2; y = 2$

$x = 9; y = 3$

$x = \frac{9-\sqrt{17}}{2}; \ y = \frac{-1+\sqrt{17}}{2}$

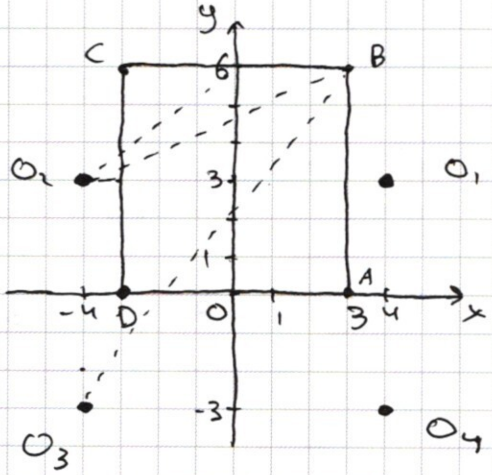
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5

$$\begin{cases} |y-3-x| + |y-3+x| = 6 \\ (|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = a \end{cases}$$

заметим, что 1е равенство не зависит от параметра => мы можем абсолютно точно отобразить его графически
это будет квадрат с вершинами
A (3; 0) D(-3; 0)
B(3; 6) C(-3; 6)

второе равенство задает 4 окружн. с центрами в точках
$O_1(4; 3)$ $O_4(4; -3)$
$O_2(-4; 3)$ $O_3(-4; -3)$
их радиусы будут равны $\sqrt{a}$ (очевидно, что при $a<0$ сис-ма не имеет решений)



при $R<1$ ни одна из окр не пер. ABCD
при $R=1$ окр. 1 и 2 (с центр. в O_1 и O_2 соотв) кас AB и CD (соотв.) => две точки пересеч.
при $1<R<5$ каждая из окр 1 и 2 пересек перим. ABCD в 2х точках => решений больше двух
при $R=5$ O_1 и O_2 пересек. пер. в двух одинак. точках, но окр 3 и 4 пересек. в разных точках => решений больше двух

при $5 < R \leq \sqrt{58}$ окружности 1 и 2 пересек. периметр ABCD в 2х точках каждая ($\sqrt{58} = O, B$)

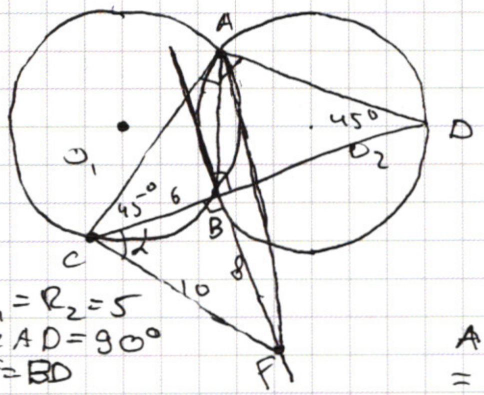
при $R > \sqrt{58}$ окр 1 и 2 не пересек. пер. ABCD $\Rightarrow$ остаются окр 3 и 4 они не могут пересекать ABCD в одинаковых полностью точках $\Rightarrow$ $\Rightarrow$ каждая из них должна пересекать ABCD 1 раз

такое возможно при $R = \sqrt{130}$ $(R = O_3B)$ при меньших R 3я и 4я окр будут пересекать ABCD больше двух раз

$$\left[\begin{array}{l} a = 1^2 \\ a = \sqrt{130}^2 \end{array}\right.$$

Ответ: $a = 1$
$a = 130$

⑥



$R_1 = R_2 = 5$
$\angle CAD = 90^0$
$BF = BD$
$BF \perp CD$
$CF = ?$

$$CF^2 = CB^2 + BF^2 = CB^2 + BD^2$$

$$\angle ACB = \frac{1}{2}\overset{\frown}{AB} = \angle ADC$$

$$\angle ACB + \angle ADC = 90^0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle ACB = \angle ADC = 45^0 \Rightarrow AC = AD = \sqrt{2}CD;$$

$$\Rightarrow \overset{\frown}{AB} = 90^0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{2}R = 5\sqrt{2}$$

$$AB^2 = AD^2 + BD^2 - 2 \cdot AD \cdot BD \cdot \cos 45^0 =$$

$$= \left(\frac{(CB+BD)}{\sqrt{2}}\right)^2 + BD^2 - \sqrt{2} \cdot \frac{CB+BD}{\sqrt{2}} \cdot BD =$$

$$= \frac{CB^2 + BD^2}{2} + BD^2 + CB \cdot BD - CB \cdot BD - BD^2 =$$

$$= \frac{CB^2 + BD^2}{2} = \frac{CF^2}{2}$$

$$CF = \sqrt{2AB^2} = \sqrt{100} = 10$$

при $CB = 6$

$BD = BF = \sqrt{CF^2 - BC^2} = 8 \Rightarrow CD = 14 \Rightarrow AC = 7\sqrt{2}$

$\angle DCF = \alpha$

$$\sin(45^0 + \alpha) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \cos\alpha + \sin\alpha \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}(\sin\alpha + \cos\alpha) =$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2}\left(\frac{8}{10} + \frac{6}{10}\right) = \frac{7\sqrt{2}}{10} \Rightarrow S_{ACF} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot CF \cdot \frac{7\sqrt{2}}{10} = \frac{7 \cdot \sqrt{2} \cdot 10 \cdot 7\sqrt{2}}{2 \cdot 10} =$$

$= 49$ Ответ: а) $CF = 10$
б) $S_{ACF} = 49$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

②

$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$

$-2\sin 7x \cdot \sin 4x - 2\sin 4x \cdot \cos 7x = \sqrt{2}(\cos^2 7x - \sin^2 7x)$

$-\cancel{2}^{\sqrt{2}} \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) = \sqrt{2}(\cos 7x - \sin 7x)(\cos 7x + \sin 7x)$

$(\sin 7x + \cos 7x)(\sin 7x - \cos 7x - \sqrt{2}\sin 4x) = 0$

$\left[\begin{array}{l} 1.\ \sin 7x + \cos 7x = 0 \\ 2.\ \sin 7x - \cos 7x = \sqrt{2}\sin 4x \end{array}\right.$

1. $\sin 7x + \cos 7x = 0$

$\frac{1}{\sqrt{2}}\sin 7x + \frac{1}{\sqrt{2}}\cos 7x = 0$

$\sin\left(7x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$

$7x + \frac{\pi}{4} = \pi k, \ k \in Z$

$x = \frac{\pi}{7}\left(k - \frac{1}{4}\right), \ k \in Z$

2. $\sin 7x - \cos 7x = \sqrt{2}\sin 4x$

$\sin\left(7x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin 4x$

$\sin\left(7x - \frac{\pi}{4}\right) - \sin 4x = 0$

$-2\cos\frac{11x - \frac{\pi}{4}}{2} \cdot \sin\frac{-3x + \frac{\pi}{4}}{2} = 0$

$\left[\begin{array}{l} \cos\frac{11x - \frac{\pi}{4}}{2} = 0 \\ \sin\frac{-3x + \frac{\pi}{4}}{2} = 0 \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} \frac{11x - \frac{\pi}{4}}{2} = \pi n + \frac{\pi}{2}, \ n \in Z \\ \frac{-3x + \frac{\pi}{4}}{2} = \pi m, \ m \in Z \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi(2n + \frac{5}{4})}{11}, \ n \in Z \\ x = \frac{\pi(\frac{1}{4} - 2m)}{3}, \ m \in Z \end{array}\right.$

Ответ: $x = \frac{\pi(k - \frac{1}{4})}{7}, k \in Z$

$x = \frac{\pi(2n + \frac{5}{4})}{11}, n \in Z$

$x = \frac{\pi(\frac{1}{4} - 2m)}{3}, m \in Z$

7. $\begin{cases} y > 2^x + 3\cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64}-1)x \end{cases}$

$\Downarrow$

$70 + (2^{64}-1)x > 2^x + 3\cdot 2^{65}$

$(70-x) + 2^{64}(x-6) > 2^x$

очевидно, что при $x<0$ нерав. не выполняется ~~т~~

р-м $f(x) = 2^x + 3\cdot 2^{65}$ и $g(x) = 70 + (2^{64}-1)x$

$g'(x) = 2^{64}-1$ $f'(x) = 2^x \cdot \ln 2$

$g(0) < f(0)$

$\Downarrow$

~~сначала~~

сначала $g(x)$ будет расти, пересечется с $f(x)$ при $x=6$

$g(6) = f(6)$

при определенном $x_{посл.}$ $f'(x) > g'(x) \Rightarrow$

$\Rightarrow f(x)$ начнет расти быстрее $g(x)$ и пересечет при $x = 70$

$g(70) = f(70)$

после этого $\begin{cases} f'(x) > g'(x) \\ f(x) > g(x) \end{cases} \forall x \in [x_{посл}; +\infty)$

$\Downarrow$

нам надо посчитать пары x и y при $x \in [6; 70]$

$n = \sum\limits_{x=6}^{70} g(x) - f(x) = \sum\limits_{x=6}^{70} (70-x) + 2^{64}(x-6) - 2^x =$

$= \sum\limits_{x=6}^{70} (70-x) + \sum\limits_{x=6}^{70} 2^{64}(x-6) - \sum\limits_{x=6}^{70} 2^x$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\sum_{6}^{70}(70-x) = \frac{64+0}{2}\cdot 65 = 32\cdot 65$$

$$\sum_{6}^{70} 2^{64}\cdot(x-6) = 2^{64}\cdot\sum_{6}^{70}(x-6) = 2^{64}\cdot\frac{0+64}{2}\cdot 65 =$$

$$= 2^{64}\cdot 32\cdot 65$$

$$\sum_{6}^{70} 2^{x} = 2^{6}\sum_{6}^{70} 2^{x-6} = 2^{6}\cdot(1+2+4+8+\ldots+2^{64}) =$$

$$= 2^{6}\cdot\frac{(2^{65}-1)}{2-1} = 2^{6}\cdot(2^{65}-1) =$$

$$= 128\cdot 2^{64} - 64$$

$$\Downarrow$$

$$n = 32\cdot 65 + 2^{64}\cdot 32\cdot 65 - 128\cdot 2^{64} - 64 =$$

$$= 1952\cdot 2^{64} + 2016$$

Ответ: $1952\cdot 2^{64} + 2016$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} y > 2^x + 3\cdot 2^{65} \\ y \le 70 + (2^{64}-1)x \end{cases} \qquad = 6\cdot 2^{64}$$

$70 + 2^{65} - 2$ $\qquad 4+3\cdot 2^{65} =$

$70 + 3\cdot 2^{64} - 3$ $\qquad 4+3\cdot 2^{65}$

$70 + (2^{64}-1)x > 2^x + 3\cdot 2^{65}$

$x=6$ $\quad 64 + 6\cdot 2^{64} = -64 + 8\cdot 2^{64}$

$70 + (2^{64}-1)x$ $> 2^x + 3\cdot 2^{65}$

$\cancel{70 + 2^{64}x > 2^x + 3\cdot 2^{65} + x}$

$f(x)$ $\qquad g(x)$

$f'(x) = 2^{64}-1$ $\qquad g'(x) = 2^{65}\cdot \ln 2$

$x=0$ $<$ $x=1$

$6 \quad 64$

$2^{65}\cdot \ln 2 \qquad 2^{64}-1$

$e^{2^{65}\cdot \ln 2} \qquad 2^{64-1}$

$f(x) = g(x)$ при $x = 6$ $\qquad 2^{2^{65}} \qquad e^{2^{64}-1}$

$x = 70$

$(70-x) + 2^{64}x =$ $\qquad 2^{65}\cdot x > 2^{64}-1$

$= 2^x + 3\cdot 2^{65}$ $\qquad x \ge \frac{1}{2}$

$\ln 2 > \frac{1}{2}$

$5 + 65\cdot 2^{64} = 2^{65} + 3\cdot 2^{65} =$ $\qquad 2 > e^{\frac{1}{2}}$

$= 4\cdot 2^{65} =$ $\qquad 4 > e$

$4 + 66\cdot 2^{64} =$ $\qquad = 8\cdot 2^{64}$

$= 2^{66} + 3\cdot 2^{65} =$ $\qquad (70-x) + 2^{64}(x-6) = 2^x$

$= 10\cdot 2^{64}$ $\qquad 64\cdot 2^{64} = 2^{70} =$

$3 + 67\cdot 2^{64} = 2^{67} + 3\cdot 2^{65} =$ $\qquad = 64\cdot 2^{64}$

$70 \quad \sum_{x=6}^{64} (70-x) + 2^{64}(x-6) - 2^x + 6\cdot 2^{64} = \sum_{6}^{64}(70-x) + \sum_{6}^{64}$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2}\cos 14x =$$

$$= \sqrt{2}(\cos^2 7x - \sin^2 7x)$$

$$-2\sin 7x \cdot \sin 4x - 2\sin 4x \cdot \cos 7x =$$

$$= -2\sin 4x(\sin 7x + \cos 7x)$$

$$0 = (\sin 7x + \cos 7x)(\cos 7x - \sin 7x + \sqrt{2}\sin 4x)$$

$$\sin 7x + \cos 7x = 0$$

$$\cancel{\cos 7x - \sin 7x =}$$

$$\sin 7x - \cos 7x = \sqrt{2}\sin 4x$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\sin 7x - \frac{1}{\sqrt{2}}\cos 7x = \sin 4x$$

$$\sin\left(7x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin 4x$$

$$\sin\left(7x - \frac{\pi}{4}\right) - \sin 4x = 0$$

$$-2\cos\frac{11x - \frac{\pi}{4}}{2} \cdot \sin\frac{-3x + \frac{\pi}{4}}{2} = 0$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3375	5
675	5
135	5
27	3
9	3
3	3
1	
1	

$3375 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 1$

$(-\sqrt{2}\, S4 + S7 - \cancel{C7})(S7 + C7)$

$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$

6 24 120

720

123 => 3!

1233

1 2 3
1 3 2
2 1 3
2 3 1
3 1 2
3 2 1

$3! \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 3! \cdot 6!$

$4! \cdot 3 \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{6} = \frac{4! \cdot 6!}{2} = 2 \cdot 3! \cdot 6!$

$\times\, 6 \cdot 72$, 12, +42, 4320

$6 \cdot 720 + \cancel{288} = 2 \cdot 3! \cdot 6! =$

$= 3 \cdot 4320 = 12960$

$C7 + \sqrt{2}\, S4 - S7$

$\times\, 24 \cdot 12$, 48, +24, 288

$\sin x + \cos x =$

$=$

$\sqrt{2} \cos 14x = \sqrt{2}(\cos^2 7x - \sin^2 7x) =$

$= \sqrt{2}(\cos 7x + \cos 7y)$

$(C - S)$

$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$

$\cancel{\cos 11x - \sin 11x + (\cos 3x - \sin 3x)}$

$\cos 11x \cdot \cos 3x - \sin 11x \cdot \sin 3x$

$\cos A + \cos B = \cos x \cos y + \sin x \sin y + \cos$

$\cos(x+y) - \cos(x-y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \sin y - \cos \cos - s \cdot s =$

$= -2 \sin x \cdot \sin y$

$-2 \sin 7x \cdot \sin 4x$

$-\sin \overset{7+4}{A} + \sin \overset{7-4}{B} = -\sin \overset{7}{x} \cos \overset{4}{y} - \sin y \cos x + \sin x \cos y - \sin y \cos x$

$= -2 \cos \overset{7x}{x} \sin \overset{4x}{y}$

$-2 \sin 4y(\sin 7x + \cos 7x)$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

$\cos 7x + \sqrt{2}\sin 4x - \sin 7x = 0$

~~cos 4x cos 3x ... sin 4x sin 3x~~

③ $\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2\lg xy}$ $\quad$ $y>0$, $x>0$ $\quad$ $(y^3)^{\lg y^2} = (y^2)^{\lg y^3}$

$\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2\lg x + \lg y} = (y^2)^{\lg x} + (y^2)^{\lg y}$

$(\lg \frac{y^5}{x})\lg x = \lg y \cdot 2 \cdot \lg xy$

$5\lg y \cdot \lg x - \lg^2 x = 2\lg^2 y + 2\lg x \cdot \lg y$

$2\lg^2 y - 3\lg x \cdot \lg y + \lg^2 x$

$2y_1^2 - 3xy + x_1^2 = (2y_1 - x)(y_1 - x_1)$

$\left[\begin{array}{l}\lg y^2 = \lg x \\ \lg y = \lg x\end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l}y^2 = x \\ y = x\end{array}\right.$

$x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0$

$x^2 - (2y-4)x - 3y(y-4) = 0$

при $y = x$

$x^2 - 2x^2 - 4x - 3x^2 + 12x = 0$

$-4x^2 + 8x = 0$

$-x^2 + 2x = 0$ $\quad$ $x = y^2$

$x\cdot(x-2)$

$x = 2$ $\quad$ $x = 2$, $y = 2$

$y^4 - 2y^3 - 4y^2 - 3y^2 + 12y = 0$

$y^4 - 2y^3 - 7y^2 + 12y = 0$ $\quad$ $y^2 + y - 4$

$D = 1 + 16$

$y(y^3 - 2y^2 - 7y + 12) = 0$ $\quad$ $-3y^2$ $\quad$ $y = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$

$8 - 8 - 14 + 12 = -2$

$27 - 18 - 21 + 12 = 39 - 39$

$y(y-3)(y^2 + 1y - 4)$

$\left[\begin{array}{l}y = 3 \Rightarrow x = 9 \\ y = \frac{-1+\sqrt{17}}{2} \Rightarrow \frac{(\sqrt{17}-1)^2}{4}\end{array}\right.$

$1 < \frac{-1+\sqrt{17}}{2} < 2$

$2 < -1 + \sqrt{17} < 4$

$3 < \sqrt{17} < 5$

$\frac{(\sqrt{17}-1)^2}{4} = \frac{17+1-2\sqrt{17}}{4} = \frac{18-2\sqrt{17}}{4} = \frac{9-\sqrt{17}}{2}$

~~$70 + (2^{64}-1)x > 2^x + 3\cdot(2^{65}-2)$~~

$70 + (2^{64}-1)x > 2^x + 3\cdot 2^{65}$

$y = 2^x - (2^{64}-1)x + 3\cdot 2^{65} - 70$

$y' = 2^x \cdot \ln 2 - 2^{64} + 1$

$2^x = \frac{2^{64}-1}{\ln 2}$

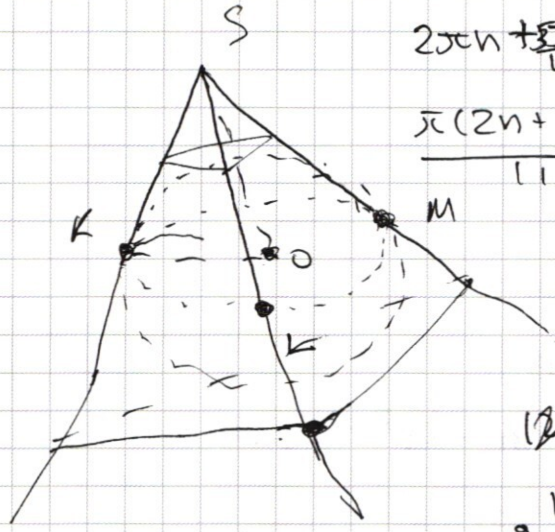
☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4



$2\pi n + \frac{5\pi}{4}$

$\frac{\pi(2n+\frac{5}{4})}{11}$

$2\pi m$

$\frac{\pi(2m-\frac{1}{4})}{3}$

$|-1-3|+|1-3| = 4+2$

$y-x=9$

$y+x=3$

$2y=12$
$y=6$
$x=-3$

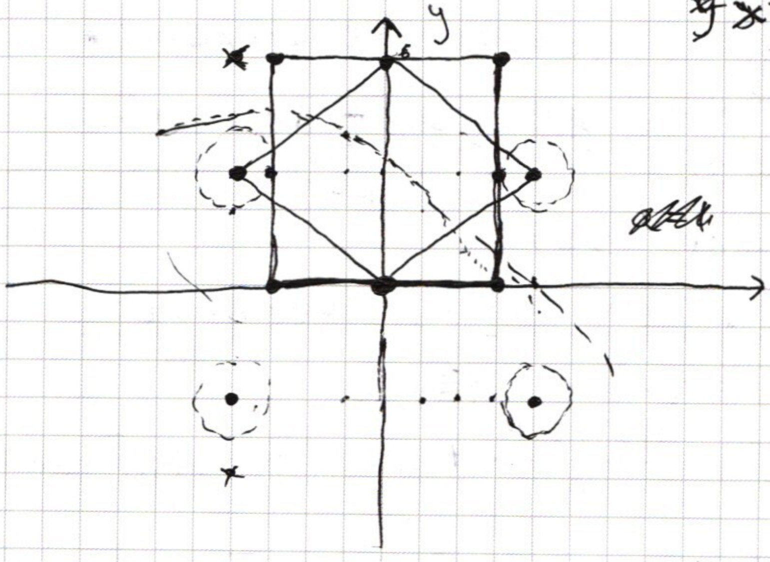
$y-x=-3$
$y+x=3$
$2y=0$
$y=0$
$x=3$

5

$$\begin{cases}|y-x-3|+|y+x-3|=6\\(|x|-4)^2+(|y|-3)^2=a\end{cases}$$

$a=R^2$

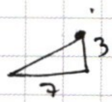
$x+y=9$
$y-x=3$



$2y=12$
$y=6$
$x=3$

$y+x=-3$
$y-x=3$
$y=0$
$x=-3$

$a=1$

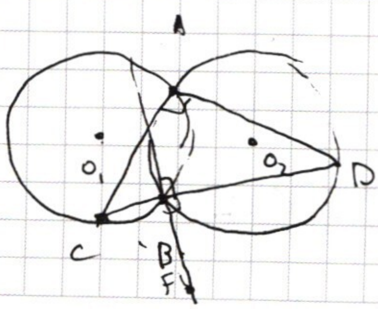


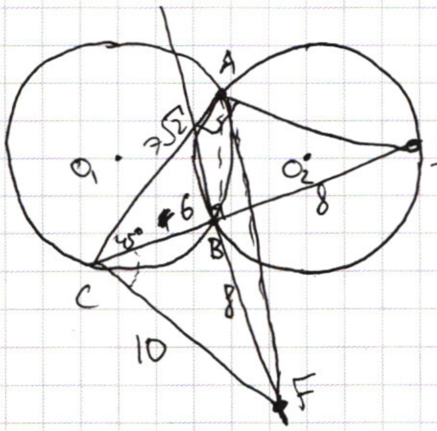
$|6+3-3|+|6-3-3|$
$|6+2-3|+|6-2-3|$

$49+9=58$

$\left[\begin{array}{l}a=1\\a=130\end{array}\right.$

$7^2+9^2=49+81=130$





$BF = BD$

$CF^2 = CB^2 + BF^2 = CB^2 + BD^2$

$\angle ACB = \frac{1}{2} \smile AB = \angle ADB \Rightarrow 45°$

$AC = AD$

$CD = \sqrt{2} AD$

$AB = 5\sqrt{2}$

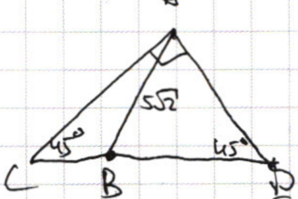
$50 = AC^2 + CB^2 - \sqrt{2} AC \cdot CB$

$50 = AB^2 + DB^2 - \sqrt{2} AB \cdot DB$

$\cancel{AC^2} + CB^2 - \sqrt{2} AC \cdot CB - \cancel{AB^2} - DB^2 + 2AB \cdot DB = 0$

$\cancel{CB^2 - DB^2 - \sqrt{2}AC(CB - DB) = 0}$

$\cancel{(CB - DB)(CB + DB - \sqrt{2}AC) = 0}$



$50 = BD^2 + AD^2 - \sqrt{2} AD \cdot BD$

$\cancel{AD^2 - \sqrt{2} AD \cdot BD - 50 + BD^2 = 0}$

$\cancel{(AD - BD)^2}$

$\sin(45 + \alpha) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sin\alpha + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}(\sin\alpha + \cos\alpha) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{7}{5} = \frac{7\sqrt{2}}{10} \Rightarrow S = \frac{1}{2} \cdot 7\sqrt{2} \cdot 10 \cdot \frac{7\sqrt{2}}{10} = 49$

$\cancel{\cos(45° + \arccos\frac{6}{10})} =$

$= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \cos ar - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin ar$

$50 = BD^2 + \frac{(BD + CB)^2}{} - \cancel{\sqrt{2}} BD \frac{(BD + BC)}{\cancel{\sqrt{2}}}$

$\frac{\sqrt{2}}{2}(\cos ar - \sin ar) = \frac{\sqrt{2}}{2}\left(-\frac{2}{10}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{10}$

$50 = \cancel{BD^2} + \frac{BD^2 + CB^2}{2} + \cancel{BD \cdot CB} - \cancel{BD^2} - \cancel{BD \cdot BC}$

$BD^2 + CB^2 = 100 = CF^2 \qquad CF = 10$

$BC = 6$

$2^x + 3 \cdot 2^{65} = 2^x + 6 \cdot 2^{64}$

$70 + (2^{64} - 1)x > 2^x + 6 \cdot 2^{64} =$

$\cancel{70 + 2^{64}(x-1) - x + (2^{64}-1)x +}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sum_{6}^{64}(70-x) =$

$= \frac{64+6}{2}\cdot 59 = 35\cdot 59$

$64-6 = 58$

59

$\sum_{6}^{64} 2^{64}(x-6) = 2^{64}\sum_{6}^{64}(x-6)$

$70-6 = 64$

65

$2^{64}\cdot\frac{0+58}{2}\cdot 59 = 2^{64}\cdot 29\cdot 59$

$\sum_{6}^{64} 2^{x} = 2^{6}\cdot\sum_{6}^{64} 2^{x-6} =$

$= 2^6(1+2+4+\ldots+2^{58}) =$

$= 2^6\frac{(2^{59}-1)}{(2-1)} = 2^6\cdot(2^{59}-1) =$

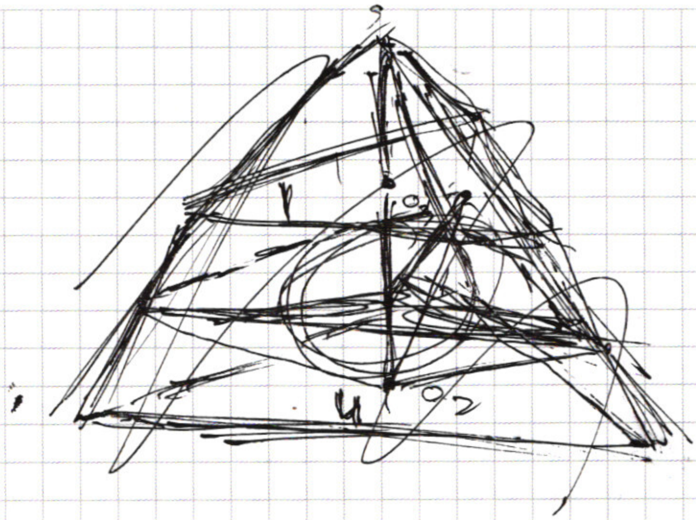
$= 2^{65}-2^{6}$

$\sum_{0}^{70}$

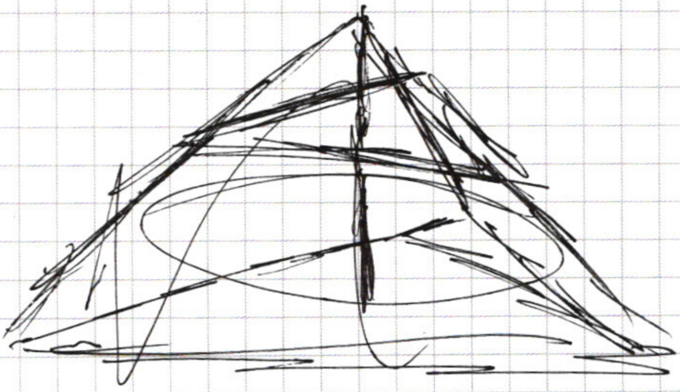
$$\begin{array}{r} 32\\ \times 65\\ \hline 160\\ +192\\ \hline 2080\\ -64\\ \hline 2016 \end{array}\qquad \begin{array}{r} 2080\\ -0128\\ \hline 1952 \end{array}$$

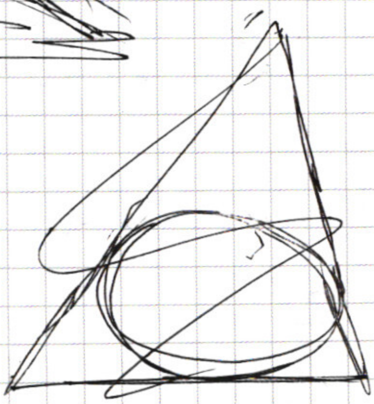
☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

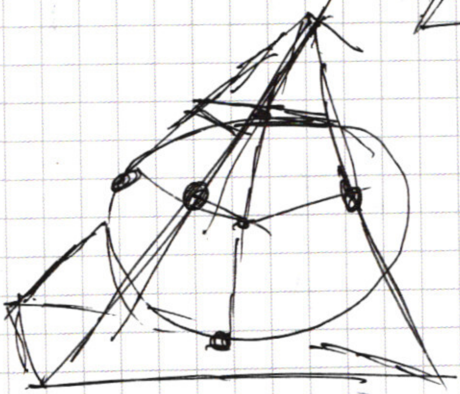
Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



S○ = 2R







☐ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)