

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 6

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 4 и 9.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12, \\ (|x| - 6)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5.

$$\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12 \\ (|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a \end{cases}$$

— четыре окр. с центрами: $(6; 8)$ $(-6; 8)$
и $(6; -8)$ $(-6; -8)$
Ограничение на координаты

$$|x-6-y| + |x-6+y| = 12$$

$$1) \begin{cases} x \geq 6+y \\ x \geq 6-y \end{cases}$$

$$x-6-y + x-6+y = 12$$

$$x = 12 \Rightarrow \begin{cases} y \leq 6 \\ y \geq -6 \end{cases} \quad \text{— прямая от } (12; -6) \text{ до } (12; 6)$$

$$2) \begin{cases} x \geq 6+y \\ x \leq 6-y \end{cases}$$

$$x-6-y - x+6-y = 12$$

$$y = -6 \Rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \leq 12 \end{cases} \quad \text{— прямая от } (0; -6) \text{ до } (12; -6)$$

$$3) \begin{cases} x \leq 6+y \\ x \geq 6-y \end{cases}$$

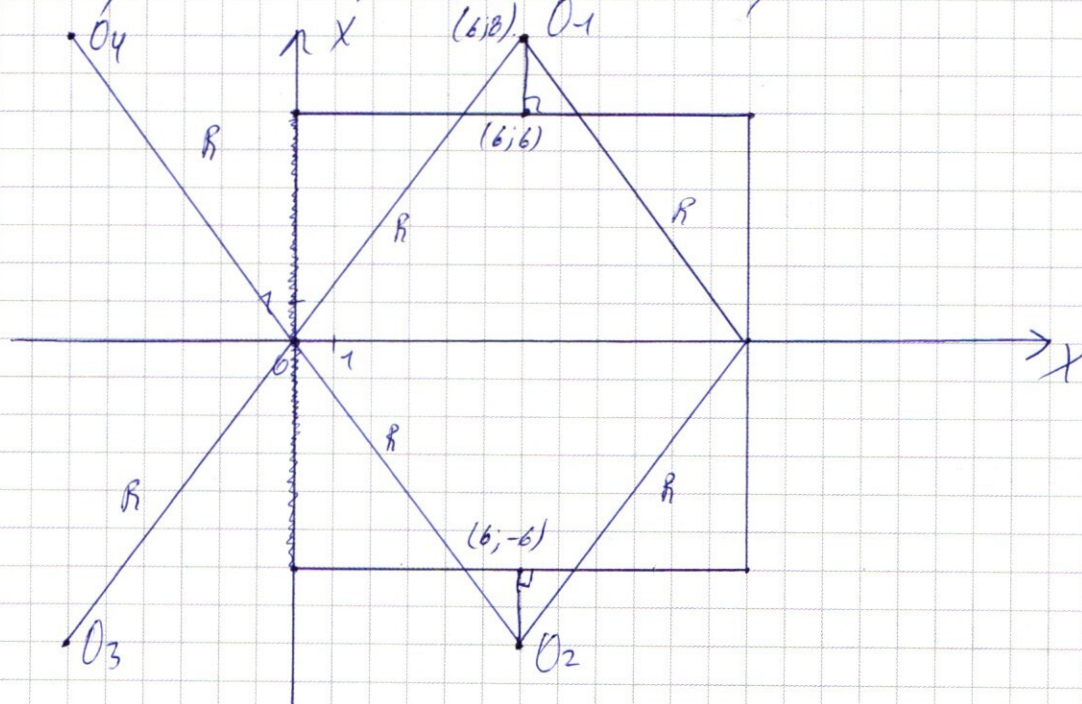
$$-x+6+y + x-6+y = 12$$

$$y = 6 \Rightarrow \begin{cases} x \leq 12 \\ x \geq 0 \end{cases} \quad \text{— прямая от } (0; 6) \text{ до } (12; 6)$$

$$4) \begin{cases} x \leq 6+y \\ x \leq 6-y \end{cases}$$

$$-x+6+y - x+6-y = 12$$

$$\begin{cases} y \geq -6 \\ y \leq 6 \end{cases} \quad \text{— прямая от } (0; -6) \text{ до } (0; 6)$$



1) Т.к. расположенные окр. сч. O_1 и O_2 - абсолютно симметрично относительно ~~каждого~~ диагонального, образующего нулевой ур-ния. $\Rightarrow$ окр. должны касаться этого квадрата $\Rightarrow R = \sqrt{a} = 2$ $a = 4$.

2) Другой вариант, когда только 2 решетки - когда точки пересечения окр. O_1 и O_2 - совпадают (в этой ситуации O_3 и O_4 тоже пересекают квадрат, но в той же точке, что и O_1 и O_2).

$$R = \sqrt{a} = \sqrt{36+64} = 10 \quad \underline{a = 100}.$$

Примечание: заметим, что каждая окр. расположена в одной из четвертей и за ее пределами выйти не может).

Ответ: 4; 100.

н7.

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y \leq 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

$x, y \in \mathbb{Z}$ кол-во (x, y) - ?

1) Для $x \in (-\infty; 0)$ $y \geq 4 \cdot 3^{81} + 1$, т.к. $y \in \mathbb{Z}$

$y \leq 85 + (3^{81} - 1)x$, пусть $x = -n$, т.к. $x = 0$ - не подходит $x < 0$, $x \in \mathbb{Z}$.

$$85 + n - 3^{81}n > 4 \cdot 3^{81} + 1$$

$$\Rightarrow n(1 - 3^{81}) > 4 \cdot 3^{81} - 84 \quad \begin{matrix} 4 \cdot 3^{81} - 84 > 0 \\ 1 - 3^{81} < 0 \end{matrix} \Rightarrow n < 0 \Rightarrow \text{противоречие}$$

$\Rightarrow x > 0$.

2) Для $x \in [1; +\infty)$.

$$3^x + 4 \cdot 3^{81} < 85 + (3^{81} - 1)x$$

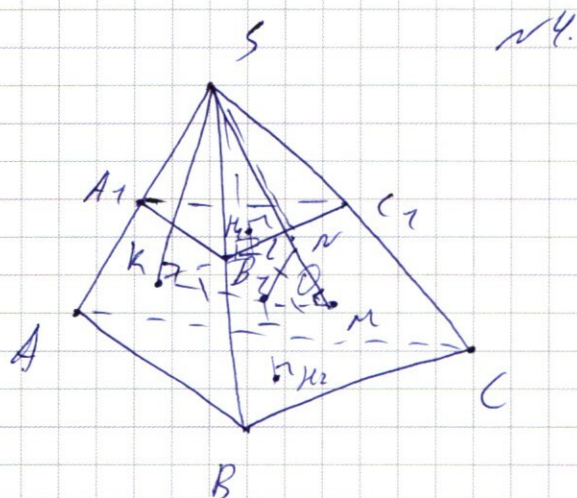
$$3^x < (85 - x) + 3^{81}(x - 4)$$

$$\Rightarrow (85 - x) \cdot 3^x < 3^x \quad x = 4 \quad 3^4 < 3^4 + 3^{81} \cdot 0 = 3^4 + 1 \Rightarrow \text{подходит 1 пара } (4; 82).$$

$$x = 58 \quad 3^{58} < 3^{58} + 3^{81} \cdot 54 \Rightarrow \text{подходит 27 пар}$$

Ответ: 28 пар

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Дано: сфера $(O; r)$ $\cap$ т.г. $\text{углы} = k_1, k_2$

$$S_1 = 4 \quad S_2 = 9$$

$$\angle KSO = ? \quad S_{\text{кин}} = ?$$

Решение: 1. Пусть сечение
с т.г. $S_1 - \triangle ABC$, с $S_2 - \triangle A_1B_1C_1$

$$\text{П.к. } (ABC) \perp SO, (A_1B_1C_1) \perp SO \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ эти сечения образуют усеченную пирамиду, где
прямая SO - высота. П.к. $(ABC) \parallel (A_1B_1C_1) \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$

$$\Rightarrow \frac{S_2}{S_1} = k^2 = \frac{9}{4} \quad k = \frac{3}{2} = \frac{AB}{A_1B_1} = \frac{SK_2}{SK_1} \Rightarrow SK_1 = \frac{2SK_2}{3}$$

$$\Rightarrow H_1 + H_2 = SK_2 - SK_1 = \frac{SK_2}{3}$$

П.к. т.г. SO совпадает с т.г. $H_1 + H_2$, а O - центр сферы $\Rightarrow$

$$\Rightarrow H_1 + H_2 = 2r \quad r = \frac{SK_2}{6}$$

2. Рассмотрим $\triangle KSO$: KO - радиус $\Rightarrow \angle SKO = 90^\circ$, $KO = r = \frac{SK_2}{6}$

$$SO = SK_1 + r = \frac{2SK_2}{3} + \frac{SK_2}{6} = \frac{5SK_2}{6}$$

$$\text{П.к. } \triangle KSO - \text{прямоугольный} \Rightarrow \sin(KSO) = \frac{KO}{SO} = \frac{(\frac{SK_2}{6})}{(\frac{5SK_2}{6})} = \frac{1}{5}$$

$$\angle KSO = \arcsin\left(\frac{1}{5}\right)$$

$$3. \text{ Из } \triangle KSO: SK = \sqrt{SO^2 + KO^2} = \sqrt{\frac{25SK_2^2}{36} + \frac{SK_2^2}{36}} = \frac{SK_2}{6} \sqrt{26}$$

4. Определим из т.к. проведенной на стороне SO : $KL \perp SO \Rightarrow$

$$\Rightarrow \angle LKO = \angle KSO \text{ (по подобию } \triangle LKO \sim \triangle KSO \text{ по двум углам)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow LO = KO \tan(KSO) = r \cdot \frac{1}{5} = \frac{r}{5} \Rightarrow SL = SO - \frac{r}{5} = \frac{5SK_2}{6} - \frac{SK_2}{30} = \frac{24SK_2}{30} = 0.8SK_2$$

5. Рассмотрим величину $\sin \angle KLM$:

$(KLM) \perp SO \Rightarrow (KLM) \parallel (ABC) \Rightarrow$ по ~~теореме~~ подобия $\Rightarrow$

$$\frac{S_{KLM}}{S_{ABC}} = \left(\frac{SL}{SK_2} \right)^2 = \left(\frac{0,8 SK_2}{SK_2} \right)^2 = 0,8^2 = 0,64$$

$$S_{KLM} = 0,64 \cdot 9 = 5,76$$

Ответ: $\arcsin\left(\frac{1}{5}\right)$; 5,76.

р1.

$abcde fgy - ?$, где $a \cdot b \cdot c \cdot d \cdot e \cdot f \cdot g \cdot y = 16875 = 5^4 \cdot 3^3$

М.к. $5 \cdot 5 = 25 > 9$, $3 \cdot 5 = 15 > 9$, но $3 \cdot 3 = 9 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ число может состоять только из цифр 1, 3, 5, 9.

Причем 5 будет четным, 9 - нечетным, 1, 3 - 1 или 3, 1 - одна или две.

1) Числа, состоящие из 1, 1, 3, 9, 5, 5, 5, 5.

Поставим сначала "3" (·8), потом "9" (·7), где "1" (· $\frac{6 \cdot 5}{2!}$),

$$4 \text{ "5" } \left(\cdot \frac{4!}{4!} \right) : X_1 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4!}{2! \cdot 4!} = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 3 = 840$$

2) Числа, состоящие из 1, 3, 3, 3, 5, 5, 5, 5.

Поставим сначала "1" (·8), 3 "3" (· $\frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3!}$), 4 "5" (· $\frac{4!}{4!}$).

$$\text{Всего: } X_2 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4!}{3! \cdot 4!} = 8 \cdot 7 \cdot 5 = 280$$

М.к. другой набор цифр невозможен, найдем кол-во таких восьмизначных чисел: $X_1 + X_2 = 840 + 280 = 1120$

Ответ: 1120.

р2.

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} \cos 10x = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$\sqrt{2} \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) = \cos 10x = 2 \cos^2 5x - 1 = \cos^2 5x - \sin^2 5x$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$n \in \mathbb{Z}$ (продолжите).

$$\sqrt{2} \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) = (\cos 5x + \sin 5x) (\cos 5x - \sin 5x)$$

$$(\cos 5x - \sin 5x) (\cos 5x + \sin 5x - \sqrt{2} \cos 2x) = 0$$

$$1) \cos 5x = \sin 5x \quad | : \cos 5x \neq 0$$

(не обращаем
внимание на
нуль)

$$1 = \tan 5x$$

$$5x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n$$

$$x = \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi n}{5}$$

$$2) \cos 5x + \sin 5x - \sqrt{2} \cos 2x = 0$$

$$\sqrt{2} (\sin 5x \cos \varphi + \cos 5x \sin \varphi) = \sqrt{2} \cos 2x$$

$\sin 5x = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$$\sqrt{2} (\cos 5x \cos \varphi + \sin 5x \sin \varphi) = \sqrt{2} \cos 2x \quad \cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\cos(5x + \varphi) = \cos 2x$$

$$5x + \varphi = 2x$$

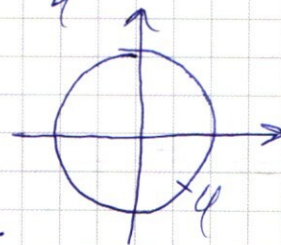
$$3x = -\varphi \quad 3x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n$$

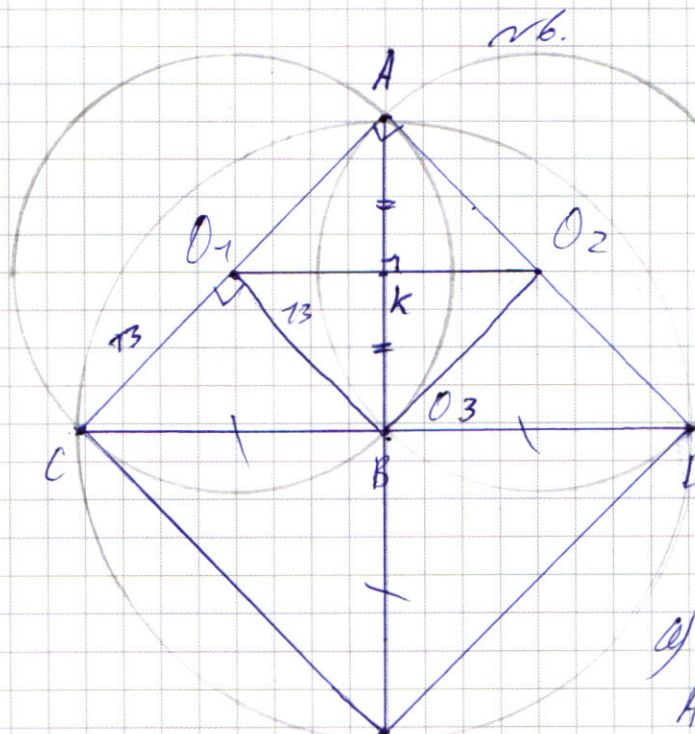
$$x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{3}$$

$$\text{Ответ: } \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi n}{5}; \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}.$$

$$\sin \varphi = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\varphi = -\frac{\pi}{4} + 2\pi n$$





Дано: $\triangle ABC$ (О₁; 13)

О₂ (О₂; 13).

О₁ ∩ О₂ = A, B.

C ∈ О₁ D ∈ О₂

B ∈ CD ∠CAD = 90° FB ⊥ CD

DBF = BD а) CF - ?

б) BC = 10 SAIF - ?

а) Докажите: ⊥. По Th AB ⊥ O₁O₂,

AK = KB

2. П.к. ∠CAD = 90° ⇒ можно провести оцр. (О₃; AC), такую

что Δ ACD - вписанный, CD - диаметр, О₃ ∈ CD, О₃C = О₃D.

3. По Th Пифагора: AC² + AD² = CD² = (CB + BD)²

~~AB² + BD² = AD² ⇒ AD² + CB² = AC²~~

По Th DB · DC = AD²; CA² = CB · BD = CD² - AD²

DB · DC + CB · CD = CB² + BD² + 2CB · BD

CD(CB + DB) = (CB + BD)²

Из подобия CB = BD ⇒ AC = AD.

⇒ AB - медиана и высота ⇒

⇒ BF = $\frac{1}{2}$ CD

4. Δ CDB ~ Δ ABCAD ⇒ CB = 13√2 ⇒ BF = CB = 13√2

5. Т.к. BF ⊥ CD ⇒ CF = CB = 26
CB = BF

б)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3.

$$\left\{ \begin{aligned} \left(\frac{x^4}{y^2} \right)^{\lg y} &= (-x)^{\lg(-xy)} \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y &= 0 \end{aligned} \right.$$

$$2y^2 - 2xy + xy - x^2 - 4x - 8y = 0$$

$$(2y+x)(y-4-x) = 0$$

$$\begin{cases} 2x+x=0 \\ y-4-x=0 \end{cases} \begin{cases} x=-2y \\ y=4+x \end{cases}$$

Замена:

$$\lg y = t \quad 10^t = y$$

$$\lg(2y^2) = p \quad 10^p = 2y^2 \quad y = \sqrt{\frac{10^p}{2}}$$

Подставим указанные значения:

$$3 \lg y = \lg(2y^2) \quad \lg y^3 = \lg(2y^2)$$

$$y^3 = 2y^2 \quad y^2(y-2) = 0 \quad y \neq 0; 2,$$

0-е не подходит по О.В.З.

$$y=2 \Rightarrow x=-4 \text{ - не подходит по О.В.З.}$$

$$2) y=4+x \quad \text{О.В. } y>0, \text{ то } 4+x>0 \quad x>-4.$$

$$\Rightarrow -4 < x < 0 \quad 0 < y < 4$$

$$\left(\frac{x^4}{(4+x)^2} \right)^{\lg(4+x)} = (-x)^{\lg(-4x-x^2)}$$

$$\frac{x^4 \lg(4+x)^4}{(4+x)^2 \lg(4+x)^2} = (-x)^{\lg(-4x-x^2)}$$

$$\text{О.В. 3: } y > 0 \quad xy > 0 \Rightarrow x < 0$$

$$1) x = -2y:$$

$$\left(\frac{16y^4}{y^2} \right)^{\lg y} = (2y)^{\lg(2y^2)}$$

$$(16y^2)^{\lg y} = (2y)^{\lg(2y^2)}$$

$$\text{Можно: } \left(16 \cdot \frac{10^p}{2} \right)^t = (2 \cdot 10^t)^p$$

$$8^t \cdot 10^{pt} = 2^p \cdot 10^{tp} \quad \left| : 10^{tp} \neq 0 \right. \\ \left. (т.к. y \neq 0) \right.$$

$$8^t = 2^p \quad 2^{3t} = 2^p$$

$$3t = p$$

$$\frac{x^4 \lg(4+x)}{(4+x)^2 \lg(4+x)} = (-x)^{\lg(-4x-x^2)}$$

$$\text{Пусть } \lg(4+x) = t \\ 10^t = 4+x \quad x = 10^t - 4$$

$$\frac{x^{4t}}{(x+4)^{2t}} = (-x)^{\lg(-x)+t}$$

$$x^{4t} = (x+4)^{2t} \cdot (-x)^{\lg(-x)} \cdot (-1)^t$$

$$x^{3t} = (x+4)^{2t} \cdot (-x)^{\lg(-x)} \cdot (-1)^t$$

$$x^{3t} = 10^{2t^2} \cdot (-1)^t \cdot (-x)^{\lg(-x)}$$

$$x^{3t} = 10^{2t^2} \cdot (-1)^t \cdot 10^{p^2}$$

$$\lg(-x) = p \quad 10^p = -x$$

$$x = -10^p$$

~~а) Если $t:2$:~~

$$-10^{3pt} = (-1)^t \cdot 10^{p^2+2t^2}$$

а) Если $t:2$: $-10^{3pt} = -10^{p^2+2t^2}$ $3pt = p^2+2t^2$

$$p^2 - 3pt + 2t^2 = 0 \quad (p-2t)(p-t) = 0$$

$$p = 2t \quad \lg(4+x)^2 = \lg(-x) \quad 16+8x+x^2 = -x$$

$$x^2 + 9x + 16 = 0$$

$$x = \frac{-9 + \sqrt{17}}{2} \quad y = \frac{8 - 9 + \sqrt{17}}{2} = \frac{\sqrt{17} - 1}{2}$$

$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{81-64}}{2} = \frac{-9 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$\left(\frac{\sqrt{17}-9}{2}; \frac{\sqrt{17}-1}{2} \right)$$

$$-\frac{9-\sqrt{17}}{2} < -4 \Rightarrow \text{не подходит, т.к. } 4 < x < 10$$

б) Если $t:2$: $-10^{3pt} = 10^{p^2+2t^2} \Rightarrow$ такого не может быть!

Ответ: $\left(\frac{\sqrt{17}-9}{2}; \frac{\sqrt{17}-1}{2} \right); (-4; 2).$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12 \\ (|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = 9 \end{cases} \quad 1) \quad x \geq 6 \pm y: \quad x-6-y + x-6+y = 12$$

$$x = 24 \quad |y| \leq 18$$

$$2) \quad \cancel{x \geq 6+y} \quad 6+y \leq x \leq 6-y: \quad x-6-y - x+6-y = 12$$

$$k = x-6 \quad |k-y| + |k+y| = 12 \quad -2y = 12 \quad y = -6 \quad 0 \leq x \leq 12$$

$$3) \quad \begin{cases} x-6-y \leq 0 & 6-y \leq x \leq 6+y \\ x-6+y \geq 0 \end{cases} : \quad x+6+y + x-6+y = 12$$

$$2y = 12 \quad y = 6 \quad 0 \leq x \leq 12$$

$$4) \quad x-6-y \leq 0 \quad x \leq 6 \pm y: \quad -x+6-y - x+6-y = 12$$

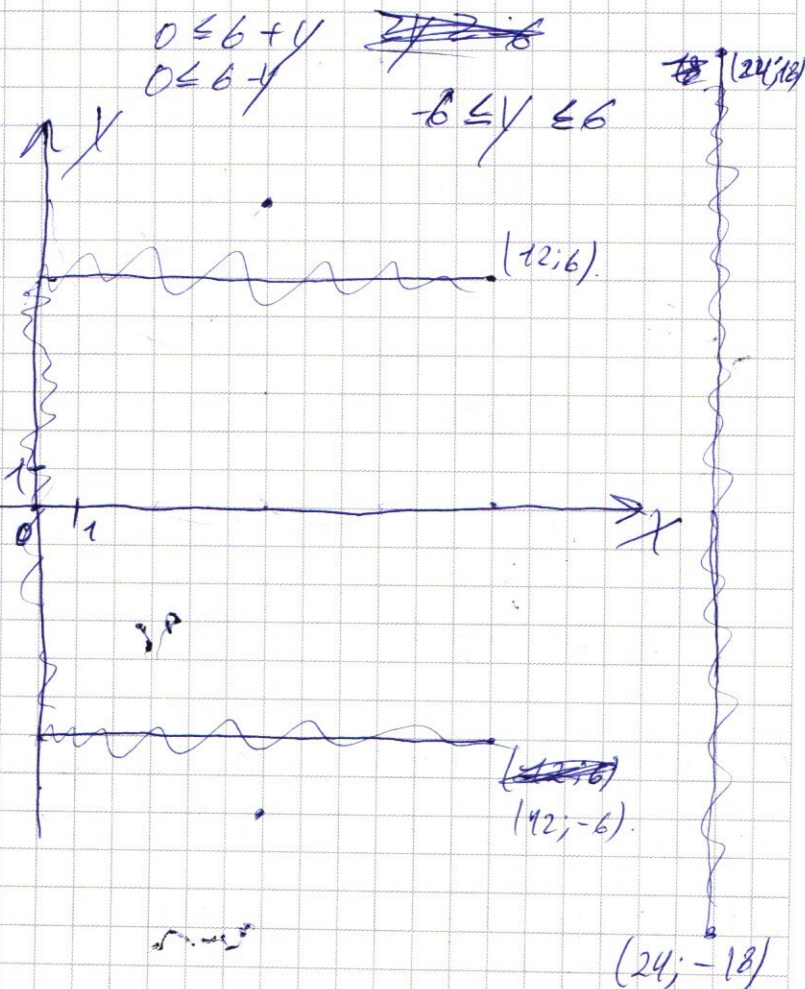
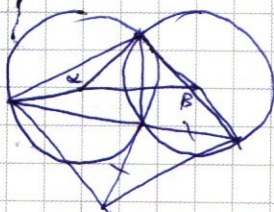
$$x-6+y \leq 0 \quad -2x = 0 \quad x = 0$$

окр. $(6; 8)$ и $r = 3$

окр. $(-6; -8)$

$$k \geq |y|$$

$$2k \geq 12 \quad k$$



$$y = 23^x + 4 \cdot 3^{81}$$

$$y = \lg(x) \quad 10^y = x \quad 10^{y^2}$$

$$x \in (-\infty; 0), \text{ то } y \geq 4 \cdot 3^{81} \quad x \leq \lg_3(y - 4 \cdot 3^{81})$$

$$x = -n \quad 85 + (3^{81} - 1) \cdot x \geq 4 \cdot 3^{81}$$

$$x < 85$$

$$x > \frac{y - 85}{3^{81} - 1}$$

$$y < 85 + n \cdot 3^{81}$$

$$4 \cdot 3^{81} + 1 = 85 + n - 3^{81}n$$

$$3^{81}(4+n) = 84+n$$

$$n = \frac{4 \cdot 3^{81} - 84}{1 - 3^{81}}$$

$$3^{81} = \frac{84+n}{4+n} \quad \lg_2 = \lg(1-2)$$

$$\sqrt{2}(\cos 4 \cos 7x - \sin 7x \sin 4) = \cos(4\beta + 7x)$$

$$\sqrt{2}(\cos(4+x) + \cos(4+3x)) = \cos 2 + \cos 6 = 2 \cos \frac{2+6}{2} \cos \frac{x-6}{2}$$

$$= 2 \cdot 2 \cos(4+5x) \cos 2x = \cos 4 \cos 5x + \sin 4 \sin 5x = 2 \sin \frac{4+6}{2} \sin \frac{x-6}{2}$$

$$\sin 4 + \sin 6 = 2 \sin \frac{4+6}{2} \cos \frac{6-4}{2}$$

$$\cos 4x + \cos 3x = 2 \cos 5x \cos 2x$$

$$\cos 10x = 2 \cos^2 5x - 1$$

$$\sin 7x + \sin 3x = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$CB = BD$$

$$AD^2 = AB^2 + BD^2$$

$$\sqrt{2} \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} \sin 5x \cos 2x = \cos 10x$$

$$(\sqrt{2} \cos 2x - 2 \cos^2 5x)(\cos 5x - \sin 5x) = 0$$

$$+ 2 \cos 5x \sin 5x \quad AC^2 + AD^2 = CD^2 = 2 + 2 \sin^2 5x + 7$$

$$\sqrt{2} \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} \cos 2x \sin 5x = -1 \quad DB \cdot DC + CD \cdot CD =$$

$$(\sqrt{2} \cos 2x - 2 \sin 5x + 1)(\cos 5x - \sin 5x - 1) = 0 \quad 81 - 64 = 17$$

$$\sqrt{2} \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) - 1 + 2 \sin^2 5x = 0 = \cos 10x$$

$$4(\cos 5x - \sin 5x) = 2 \cos^2 5x + 1 = 3 \cos^2 5x + \sin^2 5x \quad AB^2 = CB \cdot BD = 24$$

$$\cos 4x - \sin 4x + \cos 3x - \sin 3x - \sqrt{2} \cos 7x = 0$$

$$\sin 4 \cos 7x - \sin 7x \cos 4 = \sqrt{2} \sin(4-7x) \quad AB^2 + CB^2 + AB^2 + BD^2 = 2x^2 + 2x^2 + 2(CB \cdot BD)$$

$$\sin 4 = \frac{1}{\sqrt{2}} = 45^\circ \quad \sqrt{2} \sin(4-7x) + \sqrt{2} \sin(4-3x) - \sqrt{2} \cos 7x = 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

abcd + 9x

$$a \cdot b \cdot c \cdot d \cdot e \cdot f \cdot g \cdot y = 16875 \cdot 5$$

$$= 5^4 \cdot 3^3 \cdot 1^n$$

1) 5, 5, 5, 5, 3, 3, 3, 1

337

$$60^\circ \quad 2.53$$

$$\textcircled{1} \text{SL} + \textcircled{1} \text{SP} = 2 \text{SL} + \text{P}$$

$8 \cdot 7 \cdot 6$
 $N_3^8 = 2$
 $5 \cdot 5 = 25 > 9$
 $3 \cdot 3 = 9$

135

$$\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2}$$

$\cos \alpha = \frac{1}{2}$

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x - 1 = 2 \cos \frac{2+\pi}{2} \cos^2 \left(\frac{x-\pi}{2} \right)$$

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 4x \cos 3x + \sqrt{2} \sin 7x \sin 3x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$\cos 10x = \cos(7x + 3x) = \cos 7x \cos 3x - \sin 7x \sin 3x$$

~~$(1057x + 1053x + 1)$~~

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \cos\left(\frac{1}{2}\right) \cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - \sin\left(\frac{1}{2}\right) \sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$\cos\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}-1}{4}$$

$$\cos 7x - \sin 7x + \cos 3x - \sin 3x +$$

$$\cos 7x = \cos(4x + 3x) = \cos 4x \cos 3x - \sin 4x \sin 3x$$

$$+ \sqrt{2} \sin 4x \sin 3x - \sqrt{2} \cos 4x \cos 3x = 0$$

$$\cos 4x \cos 3x - \sin 4x \sin 3x - \sin 4x \cos 3x -$$

$$- \sin 3x \cos 4x + \cos 3x - \sin 3x +$$

$$\sin(7x) = \sin 4x \cos 3x + \sin 3x \cos 4x$$

$$+ \sqrt{2} \sin 4x \sin 3x \cos 3x + \sqrt{2} \sin^2 3x \cos 4x -$$

$$\sin d \cdot \sin p = \frac{\sin \frac{d+p}{2}}{2} + \frac{\sin \frac{d-p}{2}}{2}$$

$$-\sqrt{2} \cos 4x \cos^2 3x + i\sqrt{2} \sin 4x \sin 3x \cos 3x$$

$$4 \cdot \left(\frac{0.25 \text{ Hz}}{2} \right)^2 = 4 \cdot \left(\frac{4^2 \cdot 3}{2 \cdot 5} \right)^2$$

$$2 \sin d \sin \beta = \sin(d+\beta) + \sin(d-\beta)$$

$$2. \frac{7}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$\frac{\cos \alpha + \cos \beta}{\sqrt{2}} = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 1 = \sqrt{3}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} = 2 \cdot \frac{1}{2}$$

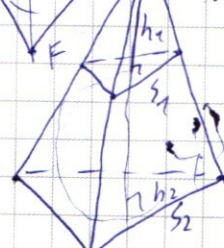
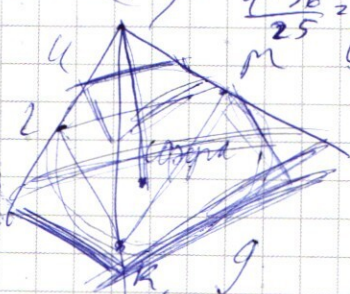
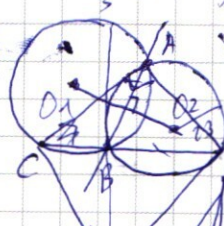
$\frac{1}{2} \times 10 = 5$

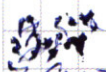
$$\frac{23}{2} \quad 8.7.6.5.4 \quad 840 \quad 38$$

$$\begin{array}{ccccccc} & & & 2! & \cdot & 4! & +8 \\ 2 & & & & & & \\ & 1 & 2! & 2! & 1 & 1 & \end{array}$$

$$\frac{2}{3} \cdot 112 = \frac{2}{3} \cdot 112 = 224 = 112 - 6 + 2 = \frac{2}{3} \cdot 112 = 224$$

$$V_2 = \frac{1}{6} A_2$$





$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 3^x &= t \quad x = \log_3 t \\ x^2 + 4x + 10P &= 0 \\ x &= \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 10P}}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{cccc} & 1 & & \\ & 1 & 1 & \\ & 1 & 2 & 1 \\ & 1 & 3 & 3 & 1 \\ & 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \end{array}$$

$$\frac{y^4 - 16y^3 + 16y^2 - 64y + 4^4}{y^2} = y^2 - 16y + 16 - \frac{64 \cdot 4}{y} + \frac{4^4}{y^2}$$

$$y \geq t + 4 \cdot 3^{81}$$

$$y < 85 + (3^{81} - 1) \log_3 t$$

$$\frac{1 - 2 - \sqrt{4 - 10P}}{2}$$

$$\frac{16 - 16 - 8\sqrt{4 - 10P} + 2 + 4 + 10P - 2\sqrt{4 - 10P}}{4}$$

$$\left(\frac{x^4}{y^2} \right)^{\log y} = (t-x)^{\log(1-x)} \left(\frac{t^4}{t^2 + 16} \right)^{\log t} \left(\frac{10^t - 4}{10^{2t}} \right)^{\log t} \left(\frac{4-t}{10} \right)^{\log(4 \cdot 10^t - 10^t)}$$

$$\begin{cases} 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 \\ (2y+x)(y-4-x) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2y+x=0 \\ y=4+x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -\frac{x}{2} \\ y = 4+x \end{cases} \Rightarrow x = -2y$$

$$\frac{y^4}{x^2} = \left(\frac{4x^4}{x^2} \right)^{\log(-\frac{x}{2})} = x^{\log x}$$

$$\frac{(16y^2)^{\log y}}{(2y)^{\log(2y^2)}} = \frac{(y-4)^4}{y^2} = (4-y)^{\log(4-y)}$$

$$3 \log_{10} y = \log_{10}(2y^2) \quad x = y - 4$$

$$y^3 = 2y^2 \quad y^2(y-2) = 0 \quad y = 0; 2$$

$$\frac{x^4}{16+8x+x^2} = (-x)^{\log(4-x)} \log(4-x)^2$$

$$\log_{10}(4+x) = t \quad \log_{10}(-4x-x^2) = p$$