

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 6

ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в р
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 4 и 9.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12, \\ (|x| - 6)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

11

$$16875 = 5^4 \cdot 3^3$$

Варианты:

1) 4 5ки; 3 3ки и 1 единица

располагаем все 5ки, потом на оставшиеся
места 3ки, а для единицы остается 1 место

$$\frac{8!}{(8-4)! \cdot 4!} \cdot \frac{4!}{(4-3)! \cdot 2!} = 70 \cdot 4 = 280$$

2) 4 5ки; 1 3ка; 1 3ка и 2 единицы

аналогично с первым вариантом (сначала 5ки,
потом единицы, а для 3ки и 3ки остается 2
места, т.е. нужно будет умножить на 2):

$$\frac{8!}{(8-4)! \cdot 4!} \cdot \frac{4!}{(4-2)! \cdot 2!} \cdot 2 = 70 \cdot 6 \cdot 2 = 840$$

итого $280 + 840 = 1120$ чисел.

Ответ: 1120

u2.

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$1) \cos 7x + \cos 3x = 2 \cos 5x \cdot \cos 2x$$

$$2) \cos 10x = \cos(5x+5x) = (\cos 5x + \sin 5x)(\cos 5x - \sin 5x)$$

$$3) \sin 7x + \sin 3x = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x + \sin 5x) - \sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x)(\cos 5x - \sin 5x) = 0$$

$$(\cos 5x - \sin 5x)(2 \cos 2x - \sqrt{2} \cos 5x - \sqrt{2} \sin 5x) = 0$$

$$4) \cos 5x - \sin 5x = \cos 5x - \cos(\frac{\pi}{2} - 5x) = -2 \sin(5x + \frac{\pi}{4}) \cos(\frac{\pi}{4}) = -\sqrt{2} \sin(5x + \frac{\pi}{4})$$

$$5) -\frac{\sqrt{2}}{2} (\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 5x + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 5x) = -2 \sin(5x + \frac{\pi}{4})$$

$$6) 2 \cos 2x = 2 \sin(\frac{\pi}{2} - 2x)$$

$$-\sqrt{2} \sin(5x + \frac{\pi}{4}) \cdot (2 \sin(\frac{\pi}{2} - 2x) - 2 \sin(5x + \frac{\pi}{4})) = 0$$

$$\sin(5x + \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$5x + \frac{\pi}{4} = \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5}; k \in \mathbb{Z}$$

$$\sin(\frac{\pi}{2} - 2x) = \sin(5x + \frac{\pi}{4})$$

$$\frac{\pi}{2} - 2x = 5x + \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$-7x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

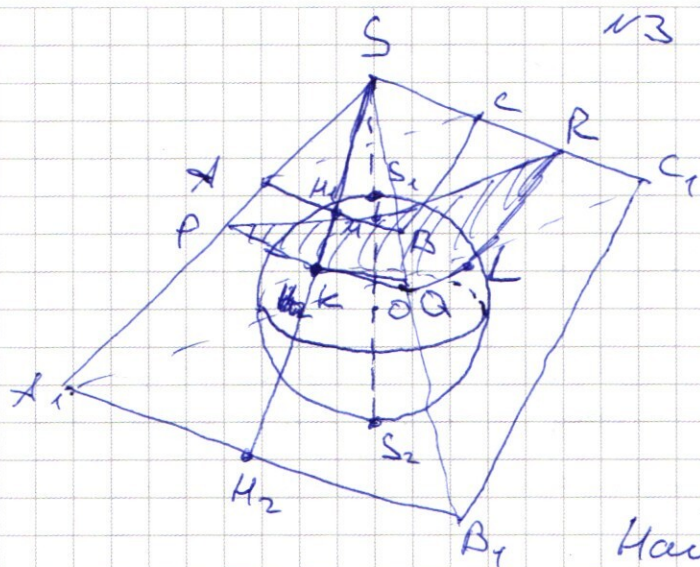
$$x = \frac{\pi}{28} + \frac{2\pi n}{7}; n \in \mathbb{Z}$$

$$3x = \frac{\pi}{4} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi m}{3}; m \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ответ: } x = -\frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5}; k \in \mathbb{Z}; x = \frac{\pi}{28} + \frac{2\pi n}{7}; n \in \mathbb{Z}; x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi m}{3}; m \in \mathbb{Z}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Дано:

$(O; r)$ - сфера.

$SX_1B_1C_1$ - трёхгранный угол

K, L, M - точки касания

$S_{\triangle B_1C_1} = 4$; $S_{\triangle X_1B_1C_1} = 9$

$(\triangle B_1C_1) \perp SO$; $(\triangle X_1B_1C_1) \perp SO$

Найти $\angle KSO$; $S_{\triangle PQR}$

Решение:

1) $P, Q, R \in (KLM)$

2) $\triangle X_1B_1C_1$ и $\triangle XBC$

$AB \parallel X_1B_1$; $BC \parallel B_1C_1$; $XC \parallel X_1C_1 \Rightarrow \triangle X_1B_1C_1 \sim \triangle XBC \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{S_{\triangle XBC}}{S_{\triangle X_1B_1C_1}} = k^2$; $\frac{XB}{X_1B_1} = k = \frac{2}{3}$

3) $\triangle SXB$ и $\triangle SX_1B_1$

$AB \parallel X_1B_1$
 $\angle S$ - общий $\Rightarrow \triangle SXB \sim \triangle SX_1B_1 \Rightarrow \frac{SX_1}{SX} = \frac{XB}{X_1B_1} = k$

4) $\triangle SS_1H_1 \sim \triangle SS_2H_2$ ($\frac{SH_1}{SH_2} = k$; $\angle S$ - общий; прямые углы) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{SS_1}{SS_2} = k$; $SS_2 = SS_1 + 2R$

$3SS_1 = 2SS_1 + 4R$

$$SS_1 = 4R \quad ; \quad R = \frac{SS_1}{4}$$

5) $\triangle SOK$ - прямоугольный (K - точка касания)
 $SO = \frac{SS_1}{4}$; $OK = R \Rightarrow \sin \angle KSO = \frac{OK}{SO} = \frac{1}{5} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \angle KSO = \arcsin\left(\frac{1}{5}\right) \quad ; \quad \cos \angle KSO = \frac{\sqrt{6}}{5}$$

аналогично для $\angle LSO$ и $\angle MSO \Rightarrow$

$$\Rightarrow \angle LSO = \angle MSO = \angle KSO = \arcsin\left(\frac{1}{5}\right)$$

6) проведем окружности, принадлежащие срединным ~~и~~ проходящие через точки K, L, M ; L, M, N ; M, N, K .
 SL ; SK ; SM - касательные $\Rightarrow SK = SL = SM$.

$$\begin{array}{l} PQ \parallel AB \\ QR \parallel BC \\ RP \parallel AC \end{array} \quad \Rightarrow \quad \triangle ABC \sim \triangle PQR$$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{PQR}} = \left(\frac{SL}{SK}\right)^2 = \left(\frac{\frac{SS_1}{2\sqrt{6}}}{\frac{\sqrt{6}SS_1}{100}}\right)^2 = \frac{25}{36}$$

$$S_{PQR} = \frac{S_{ABC} \cdot 36}{25} = \frac{4 \cdot 36}{25} = \frac{576}{100} = 5,76$$

Ответ: $\angle KSO = \arcsin \frac{1}{5}$; $S_{PQR} = 5,76$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 5.

$$\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12 & ① \\ (|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a & ② \end{cases}$$

$$a \geq 0$$

$$① |x-6-y| + |x-6+y| = 12$$

$$x-6=y \quad y=6-x$$

$$\text{при } x-6 > y$$

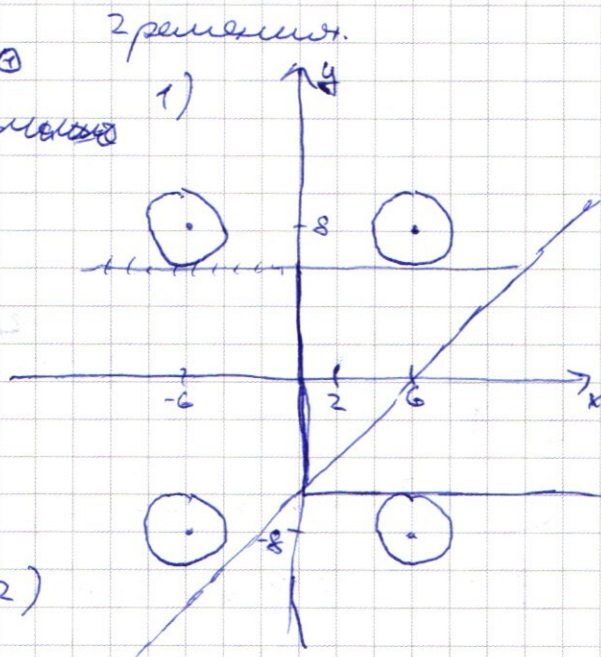
$$x-6-y-x+6-y=12$$

$$y=-6 \Rightarrow x > 0; x \in (0; 12)$$

$$\text{при } y > x-6 > y$$

$$-x+6+y+x-6+y=12$$

$$y=6 \Rightarrow 0 < x < 12$$



② графиком будет являться окружность или часть окружности, находящаяся в 1 четверти, отзеркаленная относительно Ox , Oy и начала координат.

0. $a < 0$ - решений нет

1. $\sqrt{a} \in [0; 7)$; $a \in [0; 49)$ - решений нет.

2. $\sqrt{a} \in [7; 11]$ - 2 решения.

3. $\sqrt{a} \in (11; 13\sqrt{2})$; $a \in (121; 32)$ - 6 решений

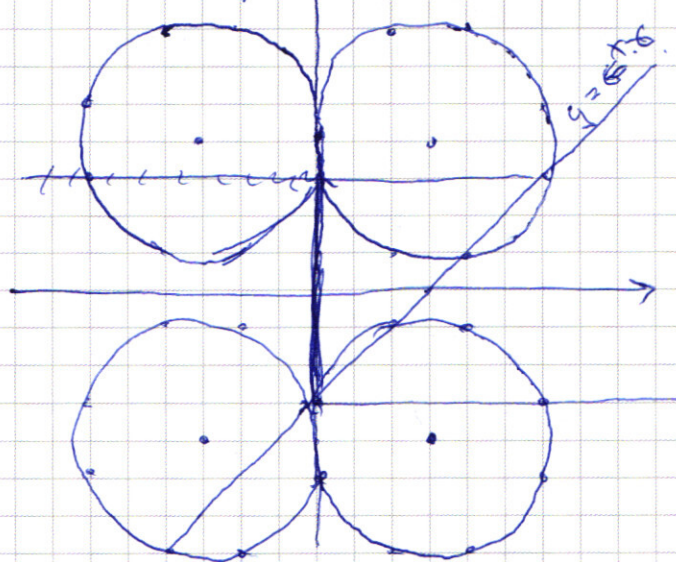
4. $a = 32$ - 2 решения.

5. $a > 32$ - 4 решения.
 6. $a = 100$ - 2 решения.

Ответ: $a = 1$; $a = 32$.

~~а=100~~ $a = 100$

7. $a > 100$ - 1 решение.



$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 \end{cases}$$

$$(2) \quad 2y^2 - y(x+8) - (x^2+4x) = 0$$

$$D = (x+8)^2 + 8(x^2+4x) = (3x+8)^2$$

$$y_1 = x+2$$

$$y_2 = -\frac{x}{2}$$

$$(1) \quad \left. \begin{array}{l} x < 0, y - xy > 0 \\ -x < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow y > 0$$

$$\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg_{10} y} = (-x)^{\lg_{10}(-x)} \cdot (-x)^{\lg_{10} y}$$

$$x^{4 \lg_{10} y} \cdot y^{-2 \lg_{10} y} = (-x)^{-\lg_{10}(-x)} \cdot (-x)^{\lg_{10} y}$$

$$100 \cdot (-x)^{4 \lg_{10} y} = 0,1 \cdot (-x)^{\lg_{10} y}$$

$$(-x)^{\lg_{10} y} = 1$$

$$1000x^4 = 1$$

$$1\left(\frac{1}{1000}\right)^{\frac{1}{4}} = 0 \quad + (1000x^4 - 1) = 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 4. (продолжение)

$$x=0$$

$$x = \frac{1}{10}$$

$$(-x) \log_{10} y = 0 \Rightarrow x \neq 0$$

не угадали

$$(-x) \log_{10} y = 0,1$$

$$\log_{10} y = \log_{10} (-x) \cdot 10^{-1}$$

$$\log_{10} y = -\frac{1}{\log_{10} (-x)}$$

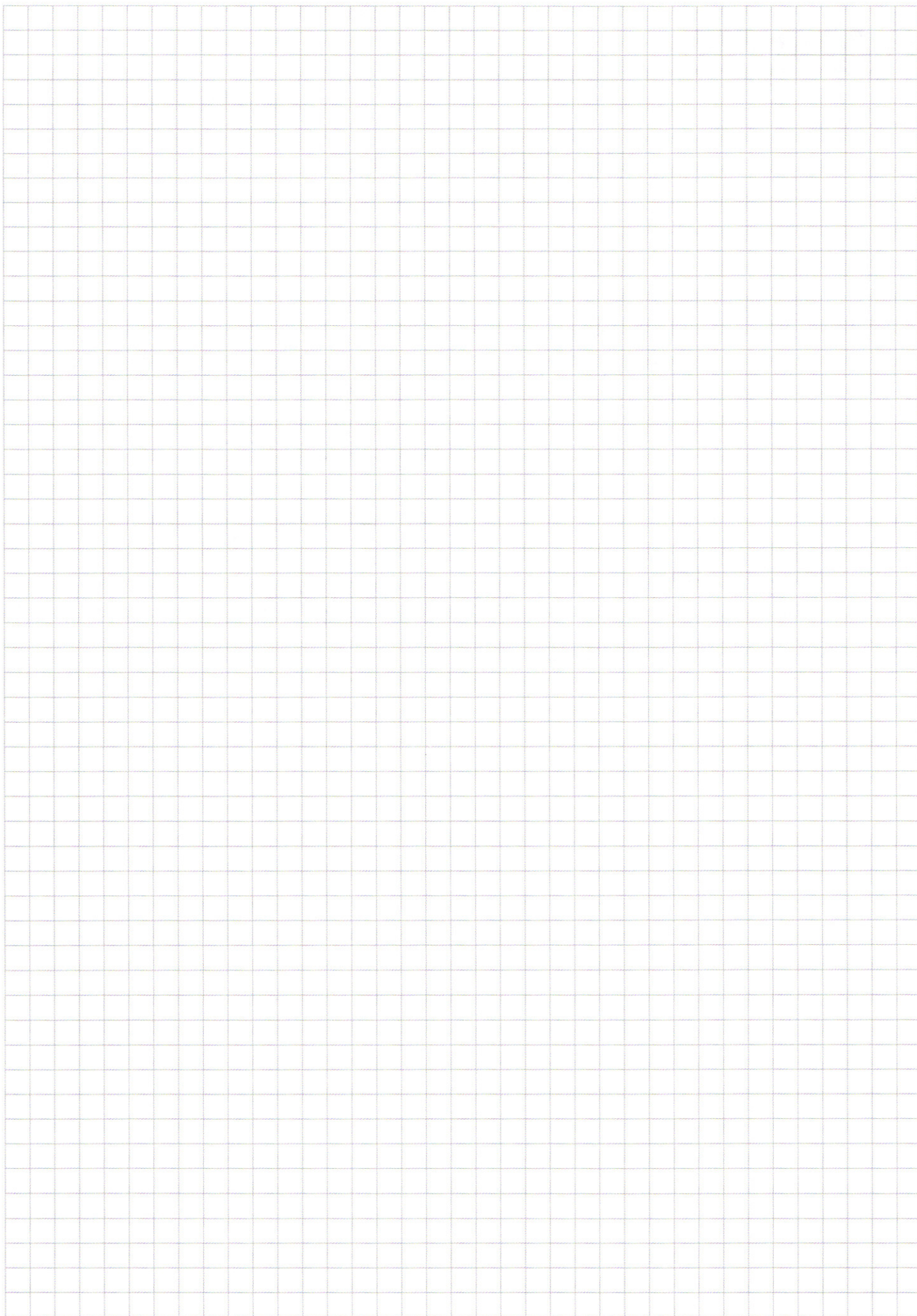
$$-\log_{10} y \cdot \log_{10} (-x) = 1$$

~~$$\log_{10} y = -\frac{1}{\log_{10} (-x)}$$~~

~~$$\log_{10} y + \log_{10} (-x) = 0$$~~

$$1) -\log_{10} (x+2) \cdot \log_{10} (-x) = 1$$

2)



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

уч.

$\frac{SS_1}{SS_2} = \frac{x_1 B_1}{x_1 B_1} = \frac{2}{3}$
 $SS_2 = SS_1 + 2R$
 $3SS_1 = 2SS_1 + 2S_1 S_2 \quad (6R)$
 $SS_1 = 4R$
 $SO = \frac{SS_1}{2}$
 $R = \frac{SS_1}{4}$
 $\sin \angle KSO = \frac{SO}{SK} = \frac{1}{5}$
 $\angle KSO = \arcsin \frac{1}{5}$
 $\frac{SM_1}{SO} = \frac{SS_1}{SK}$
 $SM_1 \cdot SK = SS_1 \cdot \frac{5}{4} SS_1 = \frac{5}{4} SS_1^2$
 $\left(\frac{SM_1}{SK} \right)^2 = \left(\frac{S_{ABC}}{S_{PQR}} \right)^2 = \left(\frac{\frac{5}{4} SS_1}{\frac{5}{4} SS_1} \right)^2 = \left(\frac{1}{6} \right)^2 = \frac{1}{36}$
 $S_{PQR} = \frac{25}{36} = 4$

$k_{SO} = ?$
 $S_{ABC} = 4$
 $S_1 \in (ABC)$
 $S_2 \in (A, B, C_1)$
 $S_{ABC_1} = S$
 $\frac{SK}{SO} = \cos \angle KSO$
 $SK = 2\sqrt{6} \cdot \frac{5}{4} SS_1 = \frac{5\sqrt{6}}{2} SS_1$
 $\frac{SS_1}{SM_1} = \cos \angle KSO$
 $SM_1 = \frac{SS_1}{\sqrt{1 - \frac{1}{25}}} = \frac{5SS_1}{2\sqrt{6}}$

05.

$$\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12 \\ \left(\frac{|x-6|}{3}\right)^2 + \left(\frac{|y-6|}{3}\right)^2 = a \end{cases}$$

2 решения.

$$\begin{matrix} x & y \\ 0 & 3 \\ 6 & 6 \\ 6 & 9 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 6+6=12 \\ 13-6 \\ 3 \end{matrix}$$

$$|x-6-y| + |x-6+y| = 12$$

$$\begin{aligned} x-6 > y & \quad y = 6-x \\ x-6 & = -y \\ \text{при } x-6 > y \end{aligned}$$

$$x-6-y - x+6-y = 12$$

$$-2y = 12$$

$$y = -6 \Rightarrow x > 0 \quad \text{при } x-6 < y$$

$$\text{при } x-6 < y$$

$$-x+6+y + x+6+y = 12$$

$$\begin{aligned} 2y & = 12 \\ y & = 6 \end{aligned}$$

$$\text{при } x-6 < -y$$

$$\begin{aligned} -x+6+y - x+6+y & = 12 \\ x & = 0 \Rightarrow y < 6 \end{aligned}$$

$$a > \sqrt{36-4}$$

$$a \geq 32$$

$a \in (-\infty; 1)$ - решений нет

$a \in [1; 32]$ - 8 решений

$a = 32$ - 5 решений.

$$|-6-y| + |-6+y| = 12$$

$$S_k = \sqrt{30^2 - \frac{SS_1^2}{16}} = \frac{\sqrt{6}}{2} \cdot \frac{42}{5} = \frac{2\sqrt{6}}{5}$$

$$\sqrt{\frac{25SS_1^2 - SS_1^2}{16}} = \frac{2\sqrt{6}}{5} SS_1 = \frac{\sqrt{6}}{2} SS_1$$

☒ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

16875/5

$$16875 = 5^4 \cdot 3^3$$

Варианты:

1) 5 5 5 5 3 3 3 1

2) 5555 9311

$$\begin{array}{r} 21 \\ - 16875 / 5 \\ \hline 5 \\ - 10 \\ \hline 15 \\ - 15 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3275 / 5 \\ \hline 30 \\ - 30 \\ \hline 27 \\ - 25 \\ \hline 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 675 / 5 \\ \hline 60 \\ - 60 \\ \hline 75 \\ - 75 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 135 / 5 \\ \hline 10 \\ - 10 \\ \hline 35 \\ - 35 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ - 15 \\ \hline 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ - 25 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \cancel{625} \\ \times 22 \\ \hline + 1250 \\ \hline 13750 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 625 \\ \times 27 \\ \hline + 4375 \\ 1250 \\ \hline 16875 \end{array}$$

2 2 2 3 1

$$\begin{array}{r} 70 \times 6 \times 2 = 840 \\ + 280 \\ \hline 1120 \end{array}$$

5 5 5 5 3 3 3

5 5 5 5

7-24

5 5 5 0 0 0 0

44

35
7 x 5

$$\frac{4!}{3!} = 4$$

Diagram a:

```

    2
   / \
  2   1
  
```

Diagram b:

```

    3
   / \
  2   1
 / \   \
1  2  1
   \   \
  2  2  2
     \
      3
     / \
    2   3
   / \   \
  1  3   1
   \   \   \
  3   2   2
     \   \
      2   2
  
```

Diagram c:

```

    1
   / \
  2   3
 / \   \
1  2  3
   \   \
  2  2  2
     \
      3
     / \
    2   3
   / \   \
  1  3   1
   \   \   \
  3   2   2
     \   \
      2   2
  
```

~~$4 + 3 + 2 + 1 + 3 + 2 + 1 + 2 + 1 + 1 = 4 + 2 + 3 + 2 + 2 + 4 = 16$~~

~~2 20 24 x 5~~

$$5 + 4 \times 2 + 3 \times 3 + 2 \times 4 + 1 \times 5 = 10 + 12 + 9 + 8 + 5 = 44$$

~~$4 + 3 + 2 + 1 + 2 + 3 + 4$~~

~~$= 3 + 2 + 1 + 2 + \dots + 12$~~

$$\frac{n!}{(n-m)!(m!)}$$

$$\begin{array}{r} 7 \div 5 = 1 \text{ R } 2 \\ (7-5) \cdot 4 = 8 \\ 8 \div 2 = 4 \end{array}$$

25 *

$$\begin{array}{r} 333 \\ 5628^2 \\ 81 \\ \hline 1.41 \times 4 \\ \hline 280 \end{array}$$

12

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$\cos(5x+2x)$$

$$\cos(5x+2x) = \cos 5x \cos 2x - \sin 5x \sin 2x$$

$$\cos 7x + \cos 3x = 2 \cos 5x \cdot \cos 2x$$

$$\sin 7x + \sin 3x = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - 7x\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right) = 2 \cos\left(-5x + \frac{\pi}{2}\right) \cdot \cos(-2x)$$

$$\cos 10x = (\cos 5x + \sin 5x)(\cos 5x - \sin 5x)$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) - \sqrt{2} \cos 10x = 0$$

$$\cos 5x - \cos\left(\frac{\pi}{2} - 5x\right) = -2 \sin\left(5x + \frac{\pi}{4}\right) \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\sqrt{2} \sin\left(5x + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\cos\left(5x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 5x + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 5x$$

$$\cos\left(5x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 5x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 5x$$

$$\cos \alpha - \cos \beta$$

$$\cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2} + \frac{\alpha-\beta}{2}\right) = \cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right) -$$

$$\sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2} - \frac{\alpha-\beta}{2}\right) = \cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right) +$$

$$2 \cos 2x \cdot (-\sqrt{2} \sin(5x + \frac{\pi}{4})) - \sqrt{2} \cos 10x = 0$$

$$\sin(5x + \frac{\pi}{4}) = \sin 5x \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 5x$$

$$-\sqrt{2} (2 \cos 2x \cdot \sin(5x + \frac{\pi}{4}) - \cos 10x) = 0$$

$$(\sin(2x + \frac{\pi}{4}) - \sin$$

$$-\sqrt{2} \cos 2x = \cos(5x - \frac{\pi}{4})$$

$$\sin \alpha - \sin \beta =$$

$$\sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2} + \frac{\alpha-\beta}{2}\right) = \sin \cos + \sin \frac{\alpha-\beta}{2} \cos \frac{\alpha+\beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = -2 \sin \frac{\alpha-\beta}{2} \cos \frac{\alpha+\beta}{2}$$

$$(\cos 5x - \sin 5x)(2 \cos 2x - \sqrt{2} \sin(5x + \frac{\pi}{4})) = 0$$

$$\cos 2x = \sin(5x + \frac{\pi}{4})$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cos 2x = \sin(5x + \frac{\pi}{4})$$

$$\sin(\frac{\pi}{2} - 2x) = \sin(5x + \frac{\pi}{4})$$

$$\frac{\pi}{2} - 2x = 5x + \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \quad \frac{\pi}{2} - 2x = \pi - 5x - \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$-2x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi k$$

$$2x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k$$

$$x = \frac{\pi}{8} + \frac{2\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

$$3x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n$$

$$x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{3}$$

$$\sin(5x + \frac{\pi}{4}) > 0$$

$$5x + \frac{\pi}{4} = \pi m, m \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\frac{\pi}{20} + \frac{\pi m}{5}, m \in \mathbb{Z}$$

$$2x = 5x - \frac{\pi}{4} + 2\pi k$$

$$2x = \frac{\pi}{4} - 5x + 2\pi k$$

$$\text{т.к. } \frac{x^4}{y^2} \geq 0 \Rightarrow (-x)^{\lg(-xy)} \geq 0 =$$

$$= -x \geq 0 \Rightarrow x \leq 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y \geq 0$$

$$48 = 8 \cdot 3 \cdot 2$$

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 \end{cases}$$

$$2y^2 = y(x+8) - (x^2+4x) = 0$$

$$0 = (x+8)^2 + 8(x^2+4x) = x^2 + 16x + 64 + 8x^2 + 32x =$$

$$= 9x^2 + 48x + 64 = (3x+8)^2$$

$$y_1 = \frac{x+8+(3x+8)}{4} = x+2$$

$$y_2 = \frac{x+8-(3x+8)}{4} = -\frac{x}{2}$$

$$\left(\frac{x^2}{y}\right)^{2 \lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} = -x^{\lg(-x) + \lg(y)} = -x^{\lg(-x)} \cdot x^{\lg(y)}$$

$$\left(\frac{x^2}{y}\right)^{-2 \log_y 10} = \frac{1}{x^2} \cdot \frac{1}{y^2} \cdot 10^2 = \frac{1}{x^2} \cdot \frac{1}{y^2} \cdot 100$$

$$x^{-4 \log_y 10} \cdot y^{2 \log_y 10} = \frac{1}{x^4} \cdot y^2 \cdot 10^{-2}$$

$$x^{4 \log_y 10} \cdot 100 = \frac{1}{x^4} \cdot 10^2$$

$$x=0 \\ y=-100$$

$$\log x \log y = 1$$

$$(16+100) + (-6+100) = 212$$

$$100 y^4 = \frac{1}{10}$$

$$1000 y^4 - y = 0$$

$$y(\sqrt[3]{1000 y^3} - 1) = 0$$

$$y=0$$

$$1000 y^3 = 1$$

$$y^3 = \frac{1}{1000}, y = \frac{1}{10} = 0,1$$

$$x \log y = 0 \Rightarrow x=0$$

$$y=2, y=0$$

$$x \log y = 0,1$$

$$\log y = \log_x 0,1 = -\log_x 10$$

$$\log_{10} y = -\log_x 10$$

$$x-6 > y$$

$$y > -6 \Rightarrow x > 0$$

$$-y < x-6 < y$$

$$y > 6 \Rightarrow 0 < x < 12$$

$$x-6 < -y$$

$$x < 0 \Rightarrow y < 6$$

$$\begin{aligned} (4x^2)^{\log(\frac{x}{2})} &= (-x)^{\log \frac{x^2}{2}} \\ 4x^2 \log(-\frac{x}{2}) &= (-x)^2 \log(-\frac{x}{2}) \\ 4x^2 &= -x^2 \\ x &= 0 \end{aligned}$$

$$\left(-\frac{1}{100}\right)^{\log y} = \frac{1}{10}$$