МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МА

11 класс

ВАРИАНТ 6 ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2}\cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM, если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO, равны 4 и 9.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} |x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12, \\ (|x| - 6)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y), удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geqslant 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)\,x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2

$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2}\cos 10x = \sin 7x + \sin 3x.$

Используем формулы суммы синусов и суммы косинусов.

$2\cos 5x \cdot \cos 2x - \sqrt{2}\cos 10x = 2\cdot\sin 5x \cdot \cos 2x$

$2\cos 2x(\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2}\cos 10x \quad |:\sqrt{2}$

$\sqrt{2}\cos 2x(\cos 5x - \sin 5x) = \cos^2 5x - \sin^2 5x$

$\sqrt{2}\cos 2x(\cos 5x - \sin 5x) - (\cos 5x - \sin 5x)(\cos 5x + \sin 5x) = 0$

$(\cos 5x - \sin 5x)(\sqrt{2}\cos 2x - \cos 5x - \sin 5x) = 0$

$\left[\begin{array}{l}\cos 5x - \sin 5x = 0 \quad (1)\\ \sqrt{2}\cos 2x - \cos 5x - \sin 5x = 0 \quad (2)\end{array}\right.;$

(1) $\cos 5x = \sin 5x \quad |:\cos 5x \neq 0$

$\operatorname{tg} 5x = 1$

$5x = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

$x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5}, k \in \mathbb{Z}$

(2) $\cos 5x + \sin 5x - \sqrt{2}\cos 2x = 0 \quad |\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\frac{\sqrt{2}}{2}\cos 5x + \frac{\sqrt{2}}{2}\sin 5x - \cos 2x = 0$

$\cos\frac{\pi}{4}\cdot\cos 5x + \sin\frac{\pi}{4}\cdot\sin 5x - \cos 2x = 0$

$\cos\left(\frac{\pi}{4} - 5x\right) - \cos 2x = 0$

Используем формулу разности косинусов.

$-2\cdot\sin\left(\frac{\frac{\pi}{4} - 5x + 2x}{2}\right)\cdot\sin\left(\frac{\frac{\pi}{4} - 5x - 2x}{2}\right) = 0$

$\sin\left(\frac{\pi}{8} - \frac{3x}{2}\right)\cdot\sin\left(\frac{\pi}{8} - \frac{7x}{2}\right) = 0$

$\left[\begin{array}{l}\sin\left(\frac{\pi}{8} - \frac{3x}{2}\right) = 0\\ \sin\left(\frac{\pi}{8} - \frac{7x}{2}\right) = 0\end{array}\right.; \quad \left[\begin{array}{l}\frac{\pi}{8} - \frac{3x}{2} = \pi n, n \in \mathbb{Z}\\ \frac{\pi}{8} - \frac{7x}{2} = \pi m, m \in \mathbb{Z}\end{array}\right.$

№3 (прод-ие)

$\lg\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = \lg(-x)^{\lg(-xy)}$

$\lg(y)\cdot\lg\left(\frac{x^4}{y^2}\right) = \lg(-xy)\cdot\lg(-x)$

Т.к. по ОДЗ $y>0$ и $x<0$, то:

$\lg(y)\cdot\left(4\lg(-x) - 2\lg(y)\right) = \lg(-x)\cdot\left(\lg(y)+\lg(-x)\right)$

$4\lg(y)\cdot\lg(-x) - 2\lg^2(y) = \lg(y)\cdot\lg(-x) + \lg^2(-x)$

$2\lg^2(y) - 3\lg(y)\cdot\lg(-x) + \lg^2(-x) = 0$

I. $\lg(-x)=0$: $2\lg^2(y)=0$

Т.е., если $\lg(-x)=0$, то получаем систему: $\begin{cases}\lg(-x)=0\\ 2\lg^2(y)=0\end{cases}$; $\begin{cases}x=-1\\ y=1\end{cases}$

Подставим $\begin{cases}x=-1\\ y=1\end{cases}$ в (2): $2+1-1+4-8\neq 0$

$-2\neq 0$

Значит, $(-1;1)$ не явл. решением начальной системы.

II. Если $\lg(-x)\neq 0$, т.е. $x\neq -1$

$2\lg^2(y) - 3\lg(y)\cdot\lg(-x) + \lg^2(-x) = 0 \quad |:\lg^2(-x)$

$2\left(\frac{\lg(y)}{\lg(-x)}\right)^2 - 3\,\frac{\lg(y)}{\lg(-x)} + 1 = 0$

Пусть $\frac{\lg(y)}{\lg(-x)} = c$.

$2c^2 - 3c + 1 = 0$

$D = 9 - 8 = 1 > 0$

$c_{1,2} = \frac{3\pm 1}{4} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} c_1 = 1\\ c_2 = \frac{1}{2}\end{array}\right.$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\left[\begin{array}{l} \frac{3x}{2} = \frac{\pi}{8} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ \frac{7x}{2} = \frac{\pi}{8} + \pi m, m \in \mathbb{Z} \end{array}\right. ; \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{28} + \frac{2\pi m}{7}, m \in \mathbb{Z} \end{array}\right.$$

Возвр. в совокупность: $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5}, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{28} + \frac{2\pi m}{7}, m \in \mathbb{Z} \end{array}\right.$

Ответ: $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5}, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{28} + \frac{2\pi m}{7}, m \in \mathbb{Z} \end{array}\right.$.

№3

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} & (1) \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 & (2) \end{cases}$$

ОДЗ: $\begin{cases} y > 0 \\ -xy > 0 \end{cases}$; $\begin{cases} y > 0 \\ xy < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y > 0 \\ x < 0 \end{cases}$

(1) $\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}$

Прологарифмируем обе части уравнения по основанию 10.

$$\left[\begin{aligned} &\frac{\lg(y)}{\lg(-x)} = 1 \\ &\frac{\lg(y)}{\lg(-x)} = \frac{1}{2} \end{aligned}\right. ; \quad \left[\begin{aligned} &\lg(y) - \lg(-x) = 0 \\ &\lg(-x) = 2\lg(y) \end{aligned}\right. ; \quad \left[\begin{aligned} &9(y+x) = 0 \\ &\lg(-x) = \lg(y^2) \end{aligned}\right.$$

$$\left[\begin{aligned} &y = -x \quad (3) \\ &-x = y^2 \quad (4) \end{aligned}\right.$$

(3) ~~III. Рассмотрим систему при $y=-x$~~ : а) Подставим (3) в (2):

~~$y \neq -x$~~

$$2x^2 + x^2 - x^2 - 4x + 8x = 0$$

$$2x^2 + 4x = 0$$

$$x(x+2) = 0$$

$$\left[\begin{aligned} &x_1 = 0 \text{ (не подх. по ОДЗ)} \\ &x_1 = -2 \end{aligned}\right. \Rightarrow x_1 = -2$$

$$y_1 = -x_1 = 2.$$

Значит, $(-2;2)$ – решение системы

б) Подставим (4) в (2):

$$2y^2 + y^3 - y^4 + 4y^2 - 8y = 0$$

$$y^3 - y^4 + 6y^2 - 8y = 0$$

$$y^4 - y^3 - 6y^2 + 8y = 0$$

$$y(y^3 - y^2 - 6y + 8) = 0$$

$$\left[\begin{aligned} &y = 0 \text{ – не подх. по ОДЗ} \\ &y^3 - y^2 - 6y + 8 = 0 \end{aligned}\right. \Rightarrow$$

$$y^3 - y^2 - 6y + 8 = 0$$

$$y^3 - 2y^2 + y^2 - 2y - 4y + 8 = 0$$

$$y^2(y-2) + y(y-2) - 4(y-2) = 0$$

$$(y-2)(y^2 + y - 4) = 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\left[\begin{array}{l} y=2 \\ y^2+y-4=0 \ (5) \end{array}\right. ; \quad \left[\begin{array}{l} y_3=2 \\ y_2=\frac{\sqrt{17}-1}{2} \end{array}\right.$$

(5) : $y^2+y-4=0$

$D=1+16=17$

$y_1=\frac{-1-\sqrt{17}}{2}<0 \Rightarrow \notin ОДЗ$

$y_2=\frac{-1+\sqrt{17}}{2}$

$x_3=-y_3^2=-4$

$x_2=-y_2^2=-\frac{17+1-2\sqrt{17}}{4}=-\frac{18-2\sqrt{17}}{4}=\frac{\sqrt{17}-9}{2}$

Значит, $(-4;2)$ и $\left(\frac{\sqrt{17}-9}{2};\frac{\sqrt{17}-1}{2}\right)$ – решения системы.

Ответ: $(-2;2)$; $(-4;2)$; $\left(\frac{\sqrt{17}-9}{2};\frac{\sqrt{17}-1}{2}\right)$

№1

$16875=5\cdot5\cdot5\cdot5\cdot3\cdot9$. Разделим все наши восьмизначные числа на те, в которых есть 9, и на те, в которых 9 нет.

I. Числа, в которых есть цифра 9. Тогда ~~это~~, чтобы произведение цифр числа равнялось 16875, оно должно состоять из 5, 5, 5, 5, 3, 9, 1, 1.

Количество таких цифр: $\frac{8!}{4!\cdot2!}=\frac{\cancel{48}\cdot7\cdot6\cdot5\cdot\cancel{4}\cdot\cancel{3}\cdot\cancel{2}}{\cancel{4}\cdot\cancel{3}\cdot\cancel{2}\cdot\cancel{2}}=4\cdot7\cdot6\cdot5=30\cdot28=840$

II. Числа, в которых нет цифры 9. Тогда, чтобы произведение цифр числа равнялось 16875, оно должно состоять из 5, 5, 5, 5, 3, 3, 3, 1.

Кол-во таких цифр: $\frac{8!}{4!\cdot3!}=\frac{8\cdot7\cdot\cancel{6}\cdot5\cdot\cancel{4!}}{\cancel{4!}\cdot\cancel{6}}=8\cdot7\cdot5=56\cdot5=280$

Тогда общее кол-во восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875, равно $280 + 840 = 1120$.

Согласно основной теоремы арифметики других разложений 16875 на простые числа нет.

Ответ: 1120

№5

$$\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12 \\ (|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a \end{cases}$$

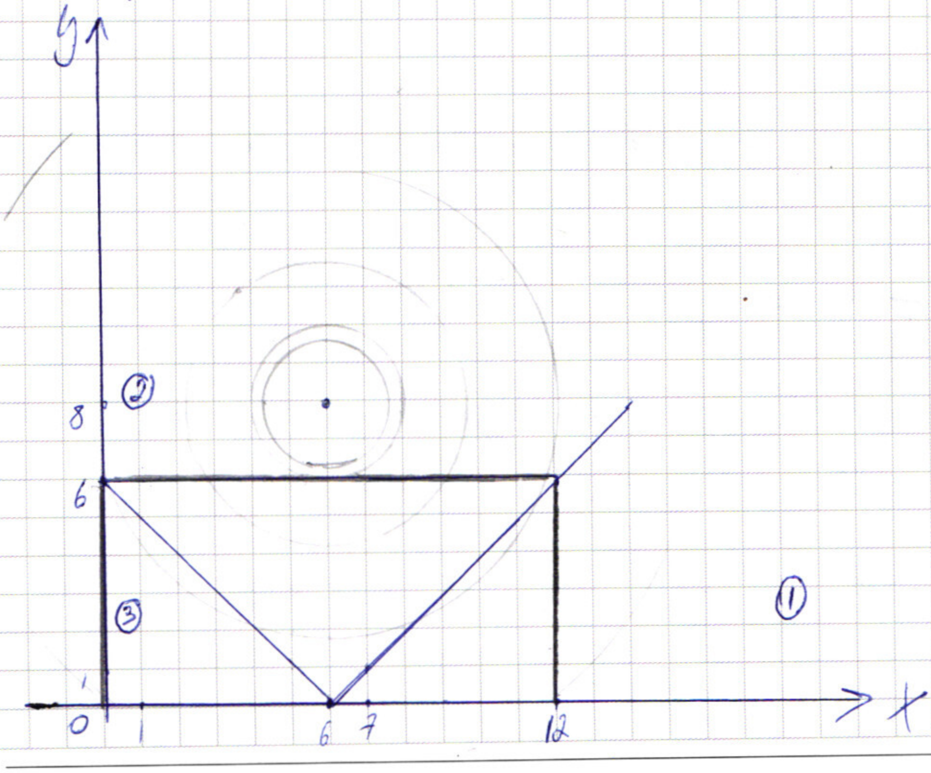
Сумма квадратов всегда неотрицательна, поэтому $a \geq 0$.

I. $x \geq 0$ и $y \geq 0$

$$\begin{cases} (x-6)^2 + (y-8)^2 = (\sqrt{a})^2 \quad (1) \\ |x-6-y| + |x-6+y| = 12 \quad (2) \end{cases}$$

(1): Окружность с центром в $(6;8)$ и радиусом $\sqrt{a}$

(2): Нули модулей: $y = x-6$ и $y = 6-x$



①: $x-6-\cancel{y}+x-6+\cancel{y}=12$

$2x = 24 \Rightarrow x = 12$

②: $y-\cancel{x}+6+\cancel{x}-6+y=12$

$y = 6$

③: $y-x+6-x-y+6=12$

$x=0$

1) при $a=0$: 0 решений

$a \in (0;4)$: 0 решений

при $a=4$: 1 решение

при $a \in (4;100)$: 2 решения

при $a=100$: 2 решения

при $a>100$: решений нет.

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

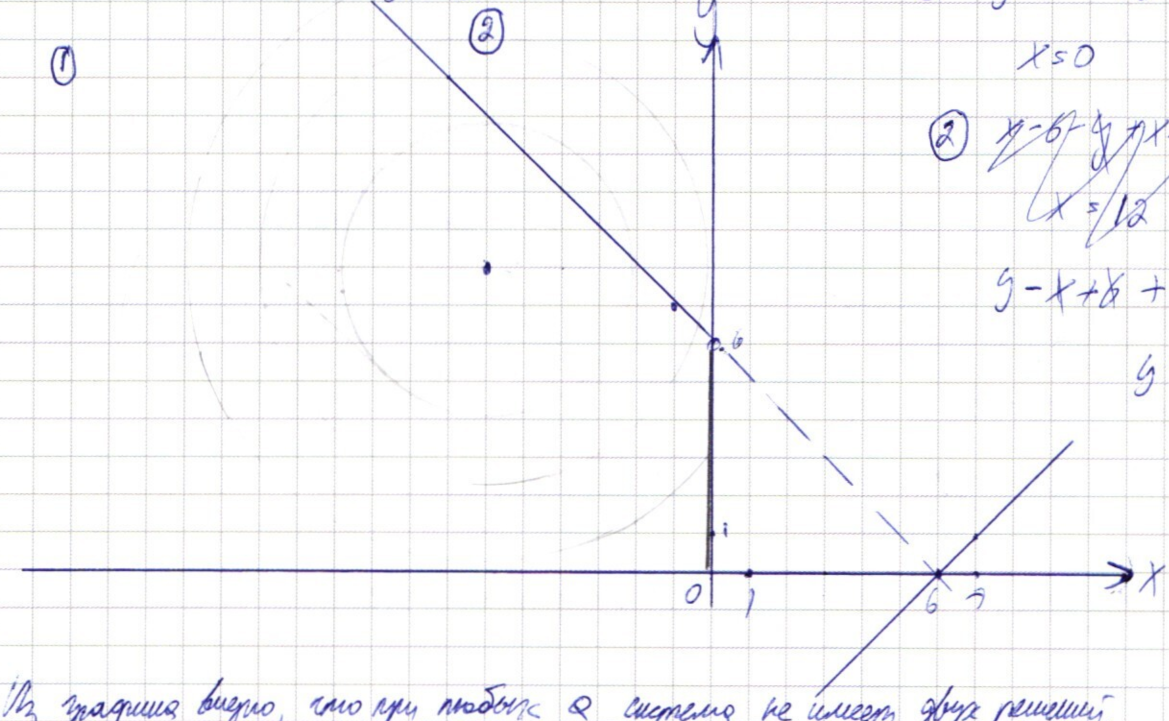
II. $x<0$; $y>0$

$$\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12 & (3) \\ (x+6)^2 + (y-8)^2 = (\sqrt{a})^2 & (4) \end{cases}$$

(4) : Окружность с центром в $(-6; 8)$ и радиусом $\sqrt{a}$.

(3) : Изломы модулей: $y = x-6$

$y = 6-x$



① : $y+6-x+6-x-y=12$

$x=0$

② $\cancel{x-6-y+x-6+y=12}$

$\cancel{x=12}$

$y-x+\cancel{6}+x-\cancel{6}+y=12$

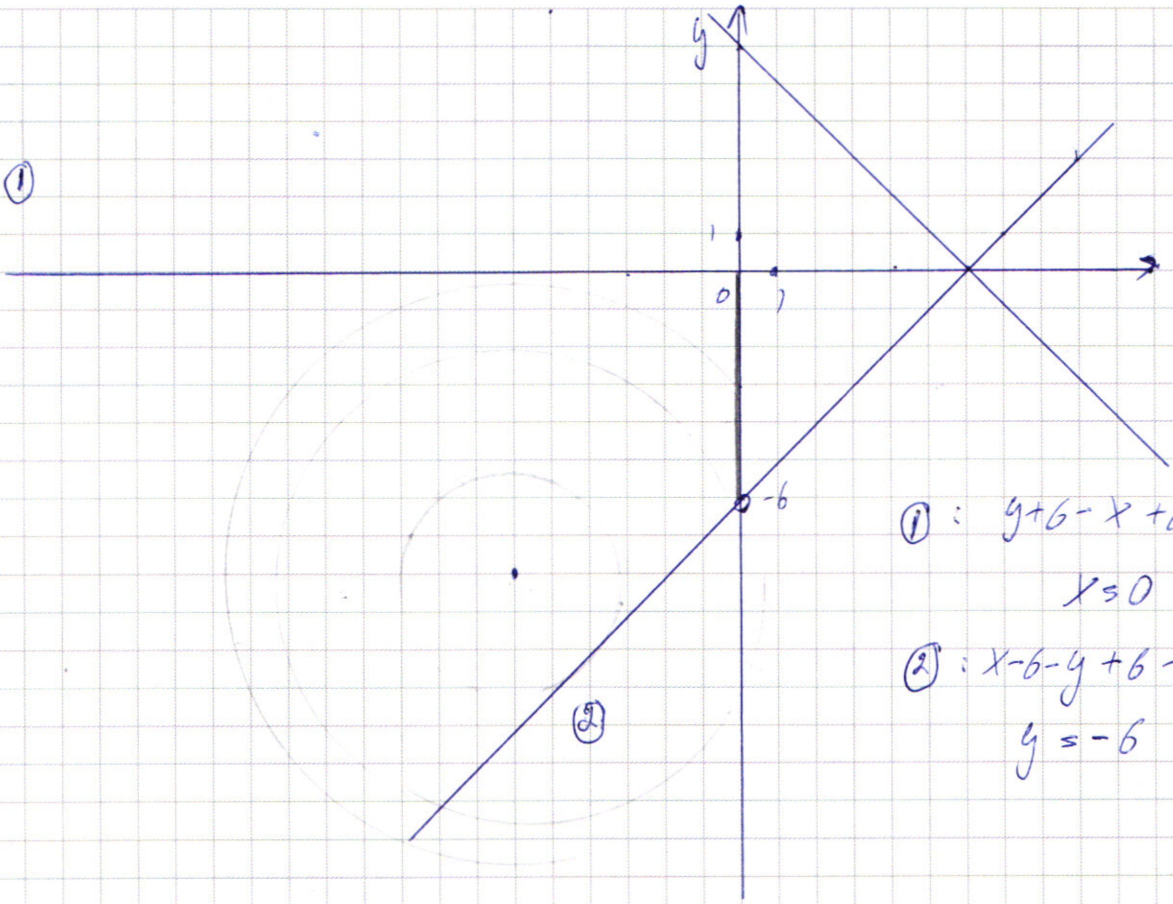
$y=6$

Из графика видно, что при любых a система не имеет двух решений.

III. $y<0$; $x<0$

$$\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12 \\ (x+6)^2 + (y+8)^2 = (\sqrt{a})^2 & (5) \end{cases}$$

(5) Окружность с центром в $(-6; -8)$ и радиусом $\sqrt{a}$.



① : $y+6-x+6-x-y=12$

$x=0$

② : $x-6-y+6-x-y=12$

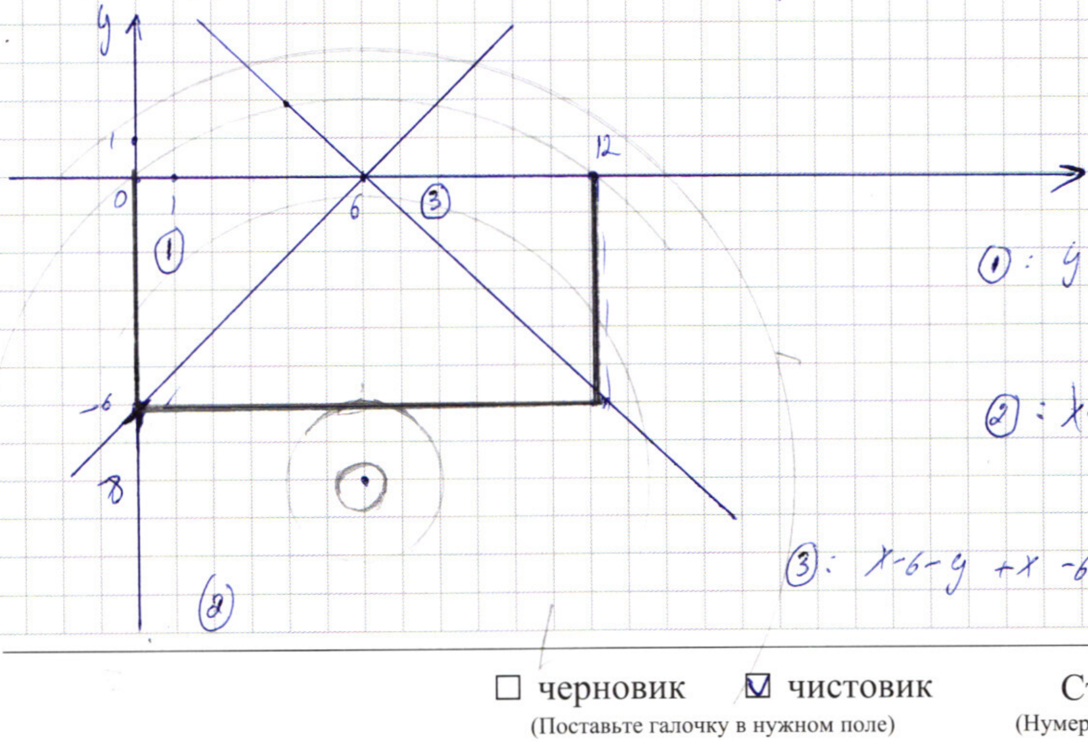
$y=-6$

Из графика видно, что при любых а система не имеет двух решений

IV. $x\geq 0$; $y\leq 0$

$$\begin{cases}(x-6)^2+(y+8)^2=(\sqrt{a})^2 \quad (6)\\ |x-6-y|+|x-6+y|=12\end{cases}$$

(6) : Окружность с центром в $(6;-8)$ и радиусом $\sqrt{a}$



① : $y+6-x-x-y+6=12$

$x=0$

② : $x-6-y-x+6-y=12$

$y=-6$

③ : $x-6-y+x-6+y=12 \Rightarrow x=12$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

При $a=0$: 0 решений

при $a\in(0;4)$: 0 решений

При $a=4$: 1 решение

При $a\in(4;100)$: 2 решения

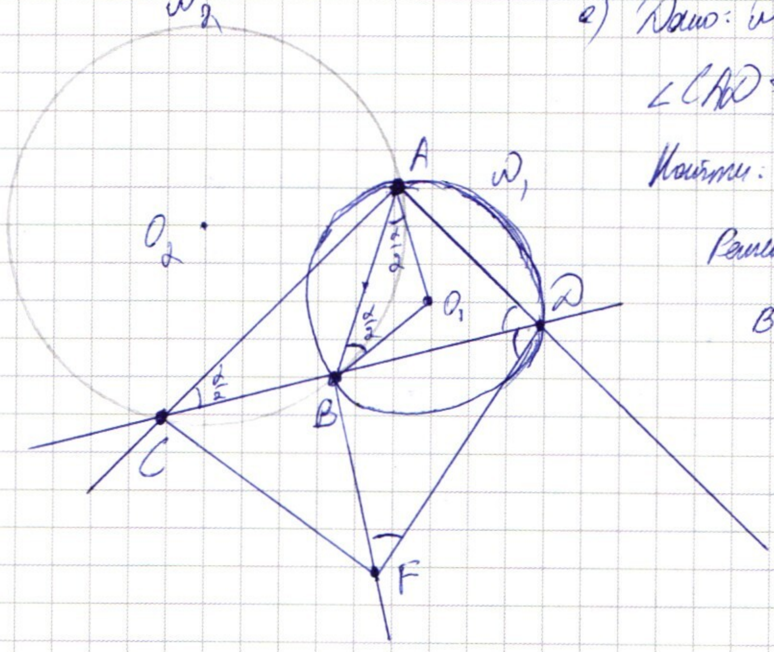
При $a=100$: 2 решения

$a>100$: 0 решений

Итак, система имеет два решения при $a\in[4;100]$

Ответ: $a\in[4;100]$

№6



а) Дано: $\omega_1(O_1;R)$; $\omega_2(O_2;R)$; $R=13$; $\angle CAD=90^0$; $BF\perp CD$; $BF=BD$

Найти: CF

Решение: 1) $\triangle DBF$ - прямоуг. - т.к. $BF\perp CD$

$BF=BD \Rightarrow$, $\triangle DBF$ - равнобед. - по опред-ию равнобед. $\triangle$-ка

$\angle BDF=\angle BFD$ (углы при основании равнобедр. Δ-ка)

$\angle BDF+\angle BFD=90^0$ - сумма острых углов прямоуг. Δ-ка

$\Rightarrow$, $\angle BDF=\angle BFD=45^0$.

2) Рассмотрим $\triangle ABO_1$ и $\triangle ABO_2$

$AO_2 = CO_2 = AO_1 = O_1B = R$
AB - общая
$\Rightarrow \triangle ABO_1 = \triangle ABO_2$ - по трем сторонам.

3) Из равенства $\triangle$-ов ABO_1 и ABO_2: $\angle AO_1B = \angle AO_2B = \alpha$

$\alpha = \angle AO_2B = \smile AB$ - по св-ву центрального угла

$\angle ACB = \frac{\smile AB}{2} = \frac{\alpha}{2}$ - по св-ву впис. угла

4) Для ω_1: $\alpha = \angle AO_1B = \smile AB$ - по св-ву центрального угла.

$\angle ADB = \frac{\smile AB}{2} = \frac{\alpha}{2}$ - по св-ву вписанного угла.

5) Рассмотрим $\triangle CAD$ - прямоуг.

$\angle ACD + \angle ADB = \frac{\alpha}{2} + \frac{\alpha}{2} = \alpha = 90^\circ$ - ~~по св-ву~~ ~~впис~~ сумма острых углов прямоугольного треугольника

6) ~~По т. косинусов для $\triangle AO_2B$: AB~~ Т. Пифагора для $\triangle AO_2B$: $AB^2 = 2R^2$

$AB = R\sqrt{2} = 13\sqrt{2}$

7) $\triangle ABD$ вписан в ω_1 - по у-ию.

Значит, AO_1 - бис-са $\angle BAD$ - центр опис. окруж. - т. пересечения бис-с.

Значит, $\angle BAO_1 = \angle O_1AD = 45^\circ$. Значит, $\angle CAB = 0^\circ$, т.е. точки A, O_1, B лежат на одной прямой.

~~Отв~~: Тогда $\triangle CAB$ - прямоуг.

Т. Пифагора: $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 2AB^2 = 4R^2 \Rightarrow AC = 2R = 26$

Из $\triangle ABD$: $AB = BD$ - т.к. $\triangle$ - равнобедр

$BD = AB = BF = 13\sqrt{2} = BC$

По т. Пифагора для $\triangle CBF$: $BC^2 + BF^2 = CF^2 = 4R^2 \Rightarrow CF = 2R = 26$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

7) Значит, AO_1 – срединный перпендикуляр – т.к. центр опис. окружности т. пересечения ср. перпендикуляров.

Значит, $BO_1 = O_1D = R$. Т. B, O_1, D лежат на одной прямой

$BD = 2R = BF$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\cos\alpha + \cos\beta = \cos\alpha - \cos(\pi - \beta) = -2\sin\left(\frac{\alpha+\pi-\beta}{2}\right)\cdot\sin\left(\frac{\alpha+\beta-\pi}{2}\right) =$

$= 2\sin\left(\frac{\pi}{2} - \left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\right)\cdot\sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\alpha-\beta}{2}\right) = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}.$

$\sin\frac{\pi}{4} + \sin\frac{\pi}{4} = \sqrt{2} = 2\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot 1 = \sqrt{2}$ $\quad \sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$

$2\cos 5x\cdot\cos 2x - \sqrt{2}\cos 10x = 2\sin 5x\cdot\cos 2x$

$\sqrt{2}\cos 2x(\cos 5x - \sin 5x) = \cancel{\sqrt{2}}\cos 10x = \cos^2 5x - \sin^2 5x$

$\sqrt{2}\cos 2x(\cos 5x - \sin 5x) = (\cos 5x - \sin 5x)(\cos 5x + \sin 5x)$

*

~~$\sqrt{2}\cos 2x\cdot\cos 5x - \sqrt{2}\cdot\cos 2x\cdot\sin 5x = \cos^2 5x - \sin^2 5x$~~

$\sqrt{2}(\cos 5x - \sin 5x)\cos 2x - (\cos 5x - \sin 5x)(\cos 5x + \sin 5x) = 0$

$(\cos 5x - \sin 5x)(\cancel{\sqrt{2}\cos 2x} \; \cos 5x + \sin 5x - \sqrt{2}\cos 2x) = 0$

$\cos 5x + \sin 5x - \sqrt{2}\cos 2x = 0 \quad | \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad \cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$

$\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\cos 5x + \frac{\sqrt{2}}{2}\sin 5x - \cos 2x = 0$ $\quad \sin\left(\frac{\frac{\pi}{4} - 3x}{2}\right)\cdot\sin\left(\frac{\frac{\pi}{4} - 7x}{2}\right) = 0$

$\sin\left(\frac{\pi}{8} - \frac{3x}{2}\right)\cdot\sin\left(\frac{\pi}{8} - \frac{7x}{2}\right) = 0$

$\cancel{\sin}\; \cos\frac{\pi}{4}\cdot\cos 5x + \sin\frac{\pi}{4}\cdot\sin 5x - \cos 2x = 0$

$\cos\left(\frac{\pi}{4} - 5x\right)$ $\quad \cos\frac{3\pi}{28} - \sqrt{2}\cdot\cos\frac{5\pi}{14} = \sin\frac{3\pi}{28}$

$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right) = +\frac{\sqrt{2}}{2}$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

$$\begin{cases} \left(\dfrac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} & (1) \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 \end{cases}$$

ОДЗ: $\begin{cases} y>0 \\ -xy>0 \end{cases}$; $\begin{cases} y>0 \\ xy<0 \end{cases}$ $\begin{cases} y>0 \\ x<0 \end{cases}$

(1) $\left(\dfrac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}$. Прол.

$$\lg\left(\frac{x^4}{y^2}\right)\cdot \lg y = \lg(-x)\cdot\lg(-xy)$$

$$\lg(y)\cdot(4\lg(-x) - 2\lg(y)) = \lg(-x)\cdot(\lg y + \lg(-x))$$

$$4\lg(y)\cdot\lg(-x) - 2\lg^2(y) = \lg(y)\cdot\lg(-x) + \lg^2(-x)$$

$$2\lg^2(y) - 3\lg(y)\cdot\lg(-x) + \lg^2(-x) = 0 \quad | : \lg^2(-x)$$

$$2\,\frac{18-2\sqrt{17}}{4} - \frac{(\sqrt{17}-9)(\sqrt{17}-1)}{4} - \frac{(\sqrt{17}-9)^2}{4} - 2(\sqrt{17}-9) - 4(\sqrt{17}-1) = 0\ 1.4$$

$36 - 4\sqrt{17} - 17 + \sqrt{17} + 9\sqrt{17} - 9 - 17 - 81 + 18\sqrt{17} - 8\sqrt{17} + 72 - 16\sqrt{17} + 16$

$2;\ -7;\ -88 \quad 50$

(1) $16875 = 5\cdot5\cdot5\cdot5\cdot27 = 5\cdot5\cdot5\cdot5\cdot3\cdot9$

$625 \cdot 27$: $4375 + 1250\ldots = 16875$

$16875 : 5 = 3375$; $3375 : 5 = 675$; $675 : 5 = 135$; $135 : 5 = 27$

черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

I. Есть 9. Тогда $5\cdot5\cdot5\cdot5\cdot3\cdot9\cdot1\cdot1$

555 $\quad \frac{3\cdot2\cdot1}{3!} = 1$ $\qquad 28\cdot30 =$ $\qquad 1212$

1122; 1212; 1221; 2211; 2121; 2112

$5\cdot5\cdot2$: 255; 525; 552 $= 900\cdot60$ $\qquad \frac{4!}{4} = 6$

$\frac{3\cdot2\cdot1}{2\cdot1} = 3$

$R = 13$

$\angle CAD = 90^\circ$

$BF = BD$

$CF = ?$