

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 6

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 4 и 9.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12, \\ (|x| - 6)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x - 6 - y &> 0 \\ x - 6 + y &> 0 \\ |x| - 6 > 0 \\ |y| - 8 > 0 \end{aligned}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
- б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

(N2)

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$2 \cos 5x \cdot \cos 2x - \sqrt{2} (\cos^2 5x - \sin^2 5x) = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) - \sqrt{2} (\cos 5x - \sin 5x) (\cos 5x + \sin 5x) = 0$$

$$(\cos 5x - \sin 5x) (2 \cos 2x - \sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x)) = 0$$

$$(\cos 5x - \sin 5x) \left(2 \cos 2x - 2 \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cos 5x + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 5x \right) \right) = 0$$

$$(\cos 5x - \sin 5x) \left(2 \cos 2x - 2 \cos \left(\frac{\pi}{4} - 5x \right) \right) = 0$$

$$\begin{cases} \cos 5x - \sin 5x = 0 & (1) \\ \cos 2x = \cos \left(\frac{\pi}{4} - 5x \right) & (2) \end{cases}$$

$$(1) \cos 5x - \sin 5x = 0 \parallel : \cos 5x \neq 0, \text{ т.к. еще}$$

$$\cos 5x = 0 \Rightarrow \sin 5x = 0 \Rightarrow \text{проверка с ОТО}$$

$$\sin^2 5x + \cos^2 5x = 1$$

$$0 + 0 \neq 1$$

$$1 - \operatorname{tg} 5x = 0$$

$$\operatorname{tg} 5x = 1$$

$$5x = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5}, k \in \mathbb{Z}$$

$$(2) \cos 2x = \cos \left(\frac{\pi}{4} - 5x \right)$$

$$\begin{cases} 2x = \frac{\pi}{4} - 5x + 2\pi k \\ 2x = 5x - \frac{\pi}{4} + 2\pi k \end{cases} \begin{cases} 7x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k \\ 3x = \frac{\pi}{4} - 2\pi k \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{28} + \frac{2\pi k}{7} \\ x = \frac{\pi}{12} - \frac{2\pi k}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5} \\ x = \frac{\pi}{28} + \frac{2\pi k}{7} \\ x = \frac{\pi}{12} - \frac{2\pi k}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $\frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5}$, $\frac{\pi}{28} + \frac{2\pi k}{7}$; $\frac{\pi}{12} - \frac{2\pi k}{3}$, $k \in \mathbb{Z}$

(N3)

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} & (1) \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 & (2) \end{cases}$$

$$(2) \quad 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0$$

$$(y-x)(y+x) + y^2 - xy - 4x - 8y = 0$$

$$(y-x)(y+x) + y(y-x) - 4(x+2y) = 0$$

$$(y-x)(x+2y) - 4(x+2y) = 0$$

$$(x+2y)(y-x-4) = 0$$

$$\begin{cases} x = -2y \\ x = y - 4 \end{cases}$$

$$(1) \quad \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}$$

$$\begin{cases} y > 0 \\ -xy > 0 \end{cases} \quad \left(\begin{cases} y > 0 \\ x < 0 \end{cases} \right)$$

$$\left(\frac{x^2}{|y|}\right)^{2\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}$$

$$\lg\left(\frac{x^2}{y}\right)^{2\lg y} = \lg(-x)^{\lg(-xy)}$$

$$2\lg y (\lg|x|^2 - \lg|y|) = (\lg(-x) + \lg|y|) \lg(-x)$$

$$2\lg y (2\lg|x| - \lg y) = (\lg(-x) + \lg y) \lg(-x)$$

$$4\lg y \lg(-x) - 2\lg^2 y = \lg^2(-x) + \lg y \lg(-x)$$

$$3\lg y \lg(-x) - 2\lg^2 y - \lg^2(-x) = 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$3 \lg y (\lg(-x) - \lg y) + (\lg y - \lg(-x)) / (\lg y + \lg(-x)) = 0$$

$$(\lg y - \lg(-x)) / (\lg y + \lg(-x)) - 3 \lg y = 0$$

$$\begin{cases} \lg y = \lg(-x) \\ 2 \lg y = \lg(-x) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -x \\ y^2 = -x \\ y > 0, x < 0 \end{cases} \begin{cases} x = -y \\ x = -y^2 \\ y > 0, x < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -2y \\ x = y - 4 \\ x = -y \\ x = -y^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -2y \\ x = -y^2 \\ x = -2y \\ x = -y^2 \\ x = y - 4 \\ x = 2y \\ x = y - 4 \\ x = -y^2 \\ x < 0, y > 0 \end{cases} \begin{cases} y = 0 \\ x = 0 \\ -y^2 = -2y \\ x = -y^2 \\ -y = y - 4 \\ x = -y \\ -y^2 = y - 4 \\ x = -y^2 \\ x < 0, y > 0 \end{cases}$$

$$(*) \quad y^2 - 2y = 0$$

$$\begin{cases} y = 0 \\ y = 2 \\ y > 0 \end{cases}$$

$$y = 2$$

$$(**) \quad y^2 + y - 4 = 0$$

$$D = 1 + 16 = 17$$

$$y = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$y > 0$$

$$y = \frac{\sqrt{17} - 1}{2}$$

$$\begin{cases} y = 2 \\ x = -4 \\ y = 2 \\ x = -2 \\ y = \frac{\sqrt{17} - 1}{2} \\ x = \frac{\sqrt{17} - 9}{2} \\ x < 0, y > 0 \end{cases}$$

$$\frac{\sqrt{17} - 9}{2} < 0$$

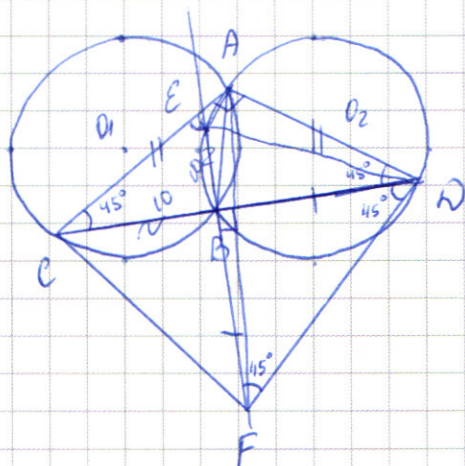
$$\sqrt{17} - 9 < 0$$

$$\sqrt{17} < \sqrt{81}$$

$$\begin{cases} y = 2 \\ x = -4 \\ y = 2 \\ x = -2 \\ y = \frac{\sqrt{17} - 1}{2} \\ x = \frac{\sqrt{17} - 9}{2} \end{cases}$$

Ответ: $(-4; 2), (-2; 2), \left(\frac{\sqrt{17} - 9}{2}; \frac{\sqrt{17} - 1}{2}\right)$

(N6)



Дано: ...

$$R = 13$$

а) CF - ?

б) S(ACF)

Решение!

- 1) $\triangle FBD$ - прямоугольный и равнобедренный, значит $\angle BFD = \angle BDF = 45^\circ$
- 2) По обобщ. т. синусов:

$$\frac{AB}{\sin(\angle ADC)} = 2R = 26$$

$$\frac{AB}{\sin(90^\circ - \angle ADC)} = 2R = 26$$

$$\begin{cases} AB = 26 \sin \angle ADC \\ AB = 26 \cos \angle ADC \end{cases}$$

$$\sin \angle ADC = \cos \angle ADC$$

$$\angle ADC = 45^\circ \Rightarrow \angle ACD = 45^\circ$$

$$\frac{AB}{\sin 45^\circ} = 26$$

$$AB = 13\sqrt{2}$$

3) Пусть $AC = x$, $AD = y$, $CB = a$

4) Т.к. $\triangle CAD$ - прямоугольный, то $CD = 2R$, где CD - диаметр описанной около $\triangle CAD$ окружности.

$$\frac{AD}{\sin 45^\circ} = CD$$

$$\text{В } \triangle CAD: \angle C = \angle D = 45^\circ \Rightarrow AC = AD$$

5) Пусть $CB = a$, $BD = b$, то $CD = a + b$

По т. Пифагора в $\triangle CAD$:

$$2AC^2 = (a+b)^2$$

$$AC = \frac{a+b}{\sqrt{2}}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

6) По т. косинусов:

~~$$AB^2 = AC^2 + a^2 - 2a \cdot AC \cos 45^\circ$$~~

~~$$AB^2 = AC^2 + b^2 - 2b \cdot AC \cos 45^\circ$$~~

~~$$AB^2 = AC^2 + a^2 - \sqrt{2}a \cdot AC$$~~

~~$$AB^2 = AC^2 + b^2 - \sqrt{2}b \cdot AC$$~~

~~$$AC^2 + b^2 - \sqrt{2}b \cdot AC = AC^2 + a^2 - \sqrt{2}a \cdot AC$$~~

~~$$b^2 - \sqrt{2}b \cdot \frac{a+b}{\sqrt{2}} = a^2 - \sqrt{2}a \cdot \frac{a+b}{\sqrt{2}}$$~~

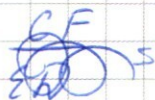
~~$$b^2 - b(a+b) = a^2 - a(a+b)$$~~

~~$$b^2 - ab - b^2 = a^2 - a^2 - ab$$~~

6) Около $\triangle ADB$ можно описать окружность, т.к.
углы $\angle ADB$ и $\angle ACB$ противоположны, т.е. 180° .
Значит $\angle C \in \text{Окр.}(O_2, R)$

7) $\angle ADB = 90^\circ \Rightarrow AD$ - диаметр для $\text{Окр.}(O_2, R)$
 $ED = 2b$

8) $\triangle CBF \sim \triangle EBD$ (по двум пропорц. сторонам
и углу между ними)



$\triangle CBF = \triangle EBD$ (по двум сторонам и углу
между ними).

$$ED = CF = 2b$$

$$CF = 2b$$

Ответ: $CF = 2b$

N1

$16875 = 5^4 \cdot 3^3$, т.е. всего 7 цифр
восьмизначное число, т.е. цифр 8
значит 1 будет в 8-знач. числе.

Значит число можно составить из

5, 5, 5, 5, 3, 3, 3, 1, - первые набор

5, 5, 5, 5, 3, 3, 1, 1 - второй набор

Других не может быть, т.к. цифры
при умножении будут давать числа
> 9, что нельзя будет
записать на 1 место.

Получаем:

① Первый набор: $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 =$
 $\begin{array}{r} \times 81 \\ 8 \\ \hline 648 \end{array}$
 $= 9^2 \cdot 2^3 = 81 \cdot 8 = 648$

② Второй набор: $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 =$
 $\begin{array}{r} \times 256 \\ 256 \\ \hline 1024 \end{array}$
 $\begin{array}{r} \times 256 \\ 18 \\ \hline 2048 \\ + 256 \\ \hline 4608 \end{array}$
 $= 16^2 \cdot 3^2 \cdot 2^2 = 256 \cdot 9 \cdot 4 =$
 $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 =$
 $= 16^2 \cdot 9 \cdot 2 = 256 \cdot 18 = 4608$
 $\begin{array}{r} + 4608 \\ 648 \\ \hline 5256 \end{array}$

Всего вариантов: 5256

Ответ: 5256

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{(\lg y - \lg(-x))}{\lg y - 3\lg y + \lg(-x)} = 0$$

$$\begin{cases} \lg y = \lg(-x) & (1) \\ -2\lg y = -\lg(-x) & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -x \\ y = 1, x = -1 \end{cases}$$

$$(1) \lg y = \lg(-x)$$

$$(2) \lg y = \frac{\lg(-x)}{2}$$

Проверяю:

$$-2\lg y = -\lg(2y)$$

$$-2\lg y = -\lg 2 - \lg y$$

$$\lg y = -\lg 2$$

$$\lg y^{-2} = -\lg(-x)$$

$$\frac{1}{y^2} = \frac{1}{-x}$$

$$\begin{cases} y^2 = -x \\ x = -y^2 \end{cases}$$

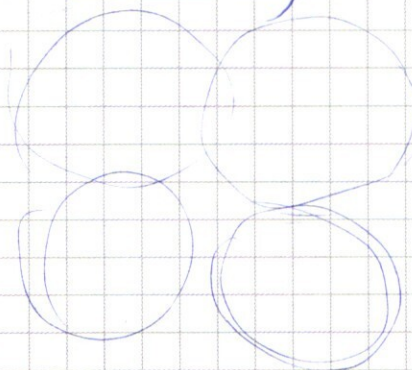
Решаю в ...

N5

$$\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12 \\ (|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a \end{cases}$$

$$R = \sqrt{a}, a \neq 0$$

$$a > 0$$

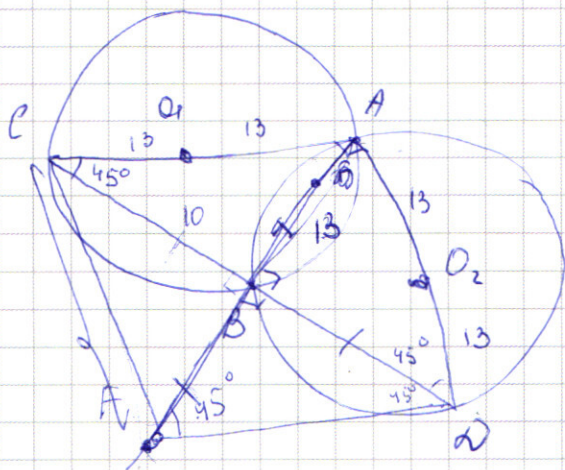


N6

$$R = 13$$

$$BF = BN$$

$$CF = ?$$



1) прямые углы,
 $\triangle CAN$ - равноб.

В2

AB - мед. и высота

~~AB перпенд. 45° углам~~

$BN = BF$ через 45°

$$CB = \frac{1}{2} CN \text{ из}$$

$\triangle CAN$ - прямоуг.

CF по т. Пифагора

$$CN = 26$$

$$AC = AN = 13\sqrt{2}$$

$$\frac{AB}{\sin 45^\circ} = 26$$

$$AB = 13\sqrt{2}$$

$$\frac{a}{\sin \alpha} = 2R$$

$$\frac{2x}{\sqrt{2}} = 26$$

$$x\sqrt{2} = 26$$

$$= 2R$$

$$x = 13\sqrt{2}$$

$$\frac{AC}{\sin d} = \frac{AN}{\sin(90^\circ - d)}$$

$$\frac{x}{\sin d} = \frac{y}{\cos d} = 2R$$

$$y = 26 \cos d$$

$$x = y$$

$$x = 26 \sin d$$

$$2R = CN \quad CN = 26$$

$$\triangle CBE \sim \triangle MBN$$

$$\frac{CB}{MN} = \frac{BE}{BN} = \frac{CE}{MN}$$

$$\frac{CB}{MN} = \frac{BE}{BN} = \frac{CE}{MN}$$

$$\frac{26y}{BN} = MN$$

$$\angle C = \angle C$$

$$\triangle EBC \sim \triangle DAC$$

$$\frac{EB}{AN} = \frac{BC}{AC} = \frac{EC}{NC} = \frac{EC}{26}$$

$$\frac{EB}{y} = \frac{BC}{x} = \frac{EC}{26}$$

$$BE = y \cdot EC \cdot 26$$



черновик



чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3

$$\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} \quad (*)$$

$$2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 \quad (1)$$

(*)

$$\lg y \cdot \lg \frac{x^4}{y^2} = \lg(-xy) \lg(-x)$$

$$2 \lg y \lg \frac{x^2}{y} = (\lg(-x) + \lg y) \lg(-x)$$

$$2 \lg y (\lg x^2 - \lg y) =$$

$$2 \lg y \cdot 2 \lg x - 2 \lg^2 y = \lg^2(-x) + \lg y \lg(-x)$$

$$3 \lg y \lg(-x) = 2 \lg^2 y + \lg^2(-x)$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(1) \quad 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0$$

$$y^2 - 2xy + x^2 + y^2 + xy - 2x^2 - 8y = 0$$

$$y^2 + y^2 - 2xy + xy - x^2 - 4x - 8y =$$

$$= -(x^2 + 2xy - y^2)$$

$$(y-x)(y+x) + y^2 - xy - 4x - 8y$$

$$2y(y-4) + x(y-4) - 2xy - x^2 = 0$$

$$(y-4)(2y+x) - x(2y+x) = 0$$

$$(2y+x)(y-4-x)=0$$

$$\begin{cases} x = -2y \\ y = 4+x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -2y \\ x = y-4 \end{cases}$$

$$y^2=5$$

$$\begin{aligned} 3 \lg_3 5 &= 5 \\ 5 \lg_5 3 &= \end{aligned}$$

$$\left(\frac{x^2}{y}\right)^{2\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}$$

$$\begin{cases} y > 0 \\ -x > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y > 0 \\ x < 0 \end{cases} \quad \underline{\underline{0 \div 3!!!}}$$

$$y^{\lg y = t} \quad 10^t = y$$

$$\frac{(-x)^{4\lg y}}{y^{2\lg y}} = (-x)^{\lg(-xy)}$$

$$a^{\log_a b} = t = b$$

$$a^{\log_a b} = b = t$$

$$\log_a b \log_a a = \log_a b = t$$

$$\log_a b = \log_a t$$

$$b = t$$

$$3 \lg_3 5 = 5$$

$$a^{\log_a 9} = t$$

$$\log_6^2 a = t$$

$$a^2 + ab + b^2 = 26\sqrt{2}$$

$$a+b=26$$

$$\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}$$

$$\left(\frac{x^2}{y}\right)^{2\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}$$

$$\begin{cases} 2\lg y (\lg x^2 - \lg y) = (\lg(-x) + \lg y) \lg(-x) \\ 4\lg y \lg(-x) - 2\lg^2 y = \lg^2(-x) + \lg y \lg(-x) \end{cases}$$

$$3\lg y \lg(-x) - 2\lg^2 y - \lg^2(-x) = 0$$

$$\lg y (3\lg(-x) - 2\lg y - \lg(-x)) = 0$$

$$\begin{aligned} &3\lg y (\lg(-x) - \lg y) + (\lg y - \lg(-x)) (\lg y + \lg(-x)) = 0 \\ &-3\lg y (\lg y - \lg(-x)) - 3\lg y (\lg y - \lg(-x)) \end{aligned}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N1

$a_1 a_2 a_3 \dots a_8$

16875

15 18 15 37 35 25 25 0

3375 25 87 75 125 125 0

25 135 9 45 45 0

9 15

5555 333 1

5555 39 - -

11 7

1 6

1 5

1 4

3 2

2

5555 333 1 8

5553 335 1 8

5533 355 1 8

5333 555 1 8

5553 353 1 8

5533 553 1 8

533 8

33 8

53555331 8

3 8

553 8

55535 8

8.12 = 96

16875 = 5 · 5 · 5 · 3 · 3 · 5 · 3 =

= 3³ · 5⁴

5555 333 1

8.7 = 56

8.7 = 56

555539 - -

11555539 7

151 6

551 5

5551 4

55551 3

15555319 2

391

55559311

151 7

6

5

4

3

133 2

31 2

55595311 (первый)

55955311 +

955553 ++

$$\textcircled{N2} \cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x \quad \cos 2x = \cos^2 x$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} \cos 10x = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2} \cos 10x$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2} (\cos^2 5x - \sin^2 5x)$$

$$2 \cos 2x = \sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x) \quad \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} (\cos^2 5x - \sin^2 5x) = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - 2 \sin 5x \cos 2x - \sqrt{2} (1) = 0$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) - \sqrt{2} (1) = 0$$

$$(\cos 5x - \sin 5x) (2 \cos 2x - \sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x)) = 0$$

$$\cos 5x = \sin 5x$$

$$2 \cos 2x - \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cos 5x + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 5x \right) = 0$$

$$2 \cos 2x - 2 \left(\underbrace{\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 5x}_{\cos \frac{\pi}{4}} + \underbrace{\frac{\sqrt{2}}{2} \sin 5x}_{\sin \frac{\pi}{4}} \right) = 0$$

$$2 \cos 2x - 2 \cos \left(\frac{\pi}{4} - 5x \right) = 0$$

$$\cos 2x = \cos \frac{\pi}{4} - 5x$$

$$\left. \begin{aligned} 2x &= \frac{\pi}{4} - 5x \\ 2x &= 5x - \frac{\pi}{4} \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} 7x &= \frac{\pi}{4} \\ 3x &= \frac{\pi}{4} \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{\pi}{8} \\ x &= -\frac{\pi}{8} \end{aligned} \right\}$$

$$\left[\begin{aligned} \cos \frac{\pi}{4} &= \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \cos -\frac{\pi}{4} &= \frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned} \right]$$

$$\cos 2x = \cos \frac{\pi}{4}$$

$$2x = \frac{\pi}{4}$$

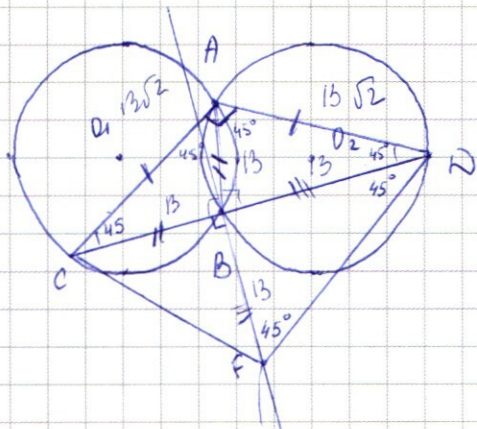
$$2x = -\frac{\pi}{4}$$

$$\left[\begin{aligned} x &= \frac{\pi}{8} + 2\pi k \\ x &= \frac{\pi}{12} + 2\pi k \end{aligned} \right]$$

$$\left[\begin{aligned} x &= \frac{\pi}{8} + 2\pi k \\ x &= \frac{\pi}{12} + 2\pi k \end{aligned} \right]$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6



Дано: $\text{Окр.}(O_1; R)$ и $\text{Окр.}(O_2; R)$

$R = 13$; $\text{Окр.}(O_1; R) \cap \text{Окр.}(O_2; R) = \{A, B\}$

$C \in \text{Окр.}(O_1; R)$; $D \in \text{Окр.}(O_2; R)$

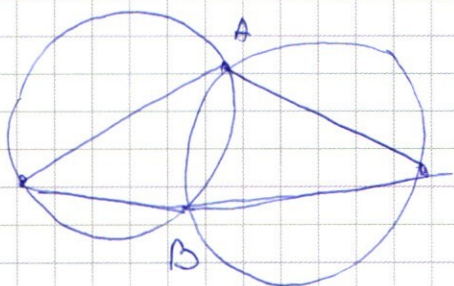
$B \in CD$, $\angle CAH = 90^\circ$;

$FB \perp CD$, $BF = BD$

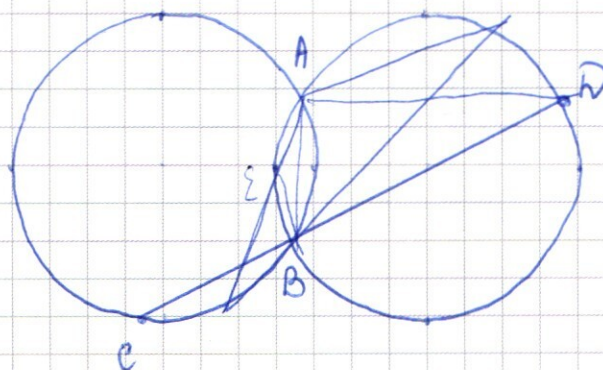
Найти: а) CF

б) $BC = 10$; $S(\triangle ACF) = ?$

Решение:



$\frac{AB}{\sin 45^\circ}$



черновик



чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$$\triangle CBE \sim \triangle$$

$$\frac{CE}{FN} = \frac{CB}{BN} = \frac{BE}{BF}$$

$$\frac{CE}{CD} = \frac{CB}{AC} = \frac{BE}{AN}$$

$$\frac{BN}{BF} = \frac{AC}{AN}$$

$$\frac{FN}{BN} = \frac{CN}{AC}$$

$$\frac{AC}{BN} = \frac{AN}{BF}$$

$$\frac{FN}{BF} = \frac{CN}{AN}$$

$$EC = EB\sqrt{2}$$

$$CB = EB$$

$$\frac{EC}{DF} = \frac{EB}{BF}$$

$$R = 13$$

$$\frac{EC}{a\sqrt{2}} = \frac{EB}{a}$$

$$(a+b)^2 = 2AC^2$$

$$AC^2 = \frac{a+b}{\sqrt{2}}$$

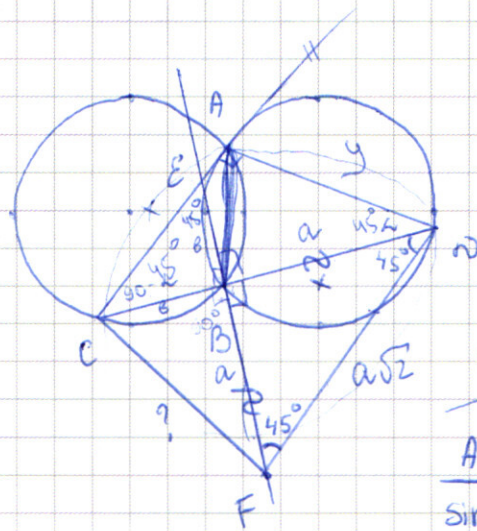
$$AB \leq$$

$$\triangle ECB \sim \triangle DCA$$

$$\frac{EC}{DC} = \frac{CB}{CA} = \frac{EB}{DA}$$

$$CB \sim CAN$$

$$CB \sim DBF$$



$$CAN \sim ANF$$

$$\frac{AC}{AN} = \frac{AN}{NF} = \frac{CN}{AF}$$

$$\frac{AB}{\sin 45} = 26$$

$$AB = 13\sqrt{2}$$

$$x^2 + b^2 - 2\cos 45^\circ = AB$$

$$y^2 + a^2 - 2\cos 45^\circ AB$$

$$x^2 + y^2 + b^2 + a^2 = 2AB$$

$$(a+b)^2 + b^2 + a^2 = 2AB$$

$$2a^2 + 2ab + 2b^2 = 2AB$$

$$a+b = 26$$

$$a = 26 - b$$

$$\cos L = \sin L$$

$$1 - \tan L = 0$$

$$L = \frac{\pi}{4}$$