

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 6

ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в папку
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол $\angle KSM$ и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 4 и 9.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12, \\ (|x| - 6)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .

б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

① $16875 = 5^4 \cdot 3^3 = 5^4 \cdot 3 \cdot 9$

Нам необходимо разложить 16875 на 8 множителей (включая единицы) таких, что каждый из них будет меньше 10

$$\left. \begin{array}{l} 5 \cdot 5 = 25 \\ 5 \cdot 3 = 15 \\ 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27 \\ 3 \cdot 3 \cdot 5 = 45 \\ 3 \cdot 3 = 9 \end{array} \right\} \text{ не подходят}$$

↓

2 варианта:
 I 4 пятёрки, 3 тройки, единица
 II 4 пятёрки, тройка, девятка, 2 единицы

I: $\frac{8!}{4! \cdot 3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{2 \cdot 3} = 280$

II: $\frac{8!}{4! \cdot 2!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{2} = 280 \cdot 3 = 840$

8! - кол-во чисел, если бы цифры были разные
4! - перестановки 4 пятёрок
3! - перестановки трех троек
2! - перестановки 2 единиц

Ответ: $280 + 840 = 1120$

⑤ Решим 1 уравнение:

I $x - 6 \geq y$

a) $x + y \geq 6$

$x - 6 - y + x - 6 + y = 12$

$x = 12$

$y \leq 12 - 6 = 6$

$y \geq 6 - 12 = -6$

$x = 12, y \in [-6; 6]$

b) $x + y \leq 6$

$x - 6 - y + 6 - x - y = 12$

$y = -6$

$x \geq -6 + 6 = 0$

$x \leq 6 - (-6) = 12$

$y = -6, x \in [0; 12]$

II $x - 6 \leq y$

а) $x-6 \leq y$

а) $x+y \geq 6$

$y-x+6+x-6+y=12$

$y=6$

$x \leq 6+6=12$

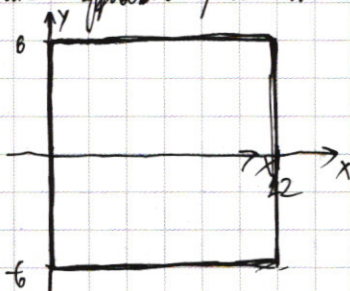
$x \geq 6-6=0$

$y=6 \quad x \in [0; 12]$

Решениями уравнения являются:

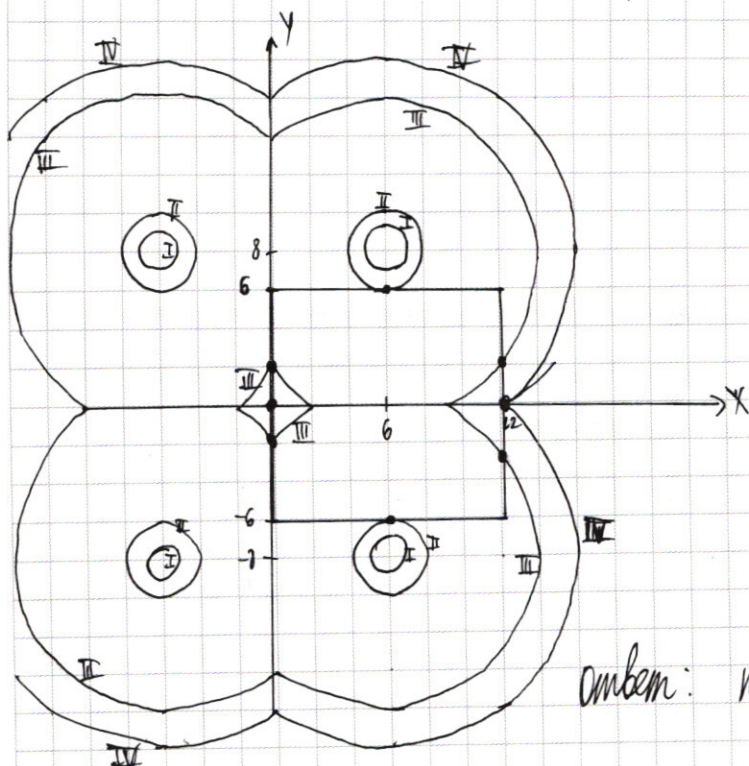
$$\begin{cases} y=6 \\ x \in [0; 12] \\ x=12 \\ y \in [-6; 6] \\ y=-6 \\ x \in [0; 12] \\ x=0 \\ y \in [-6; 6] \end{cases}$$

График графа решений уравнения имеет вид:



Теперь рассмотрим 2 уравнение

$(|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a$. Заметим, что графиком этого уравнения будет окружность с центром в $(6; 8)$ построенная в четверти при $x \geq 0, y \geq 0$ (с обрезанными дугами, если x или $y < 0$) и отраженная во все остальные 3 четверти.



I при $\sqrt{a} < 2 \Rightarrow a < 4$ нет решений

II при $\sqrt{a} = 2 \Rightarrow a = 4$ - 2 решения

$$\begin{cases} x=6 \\ y=6 \\ x=6 \\ y=-6 \end{cases}$$

III при $2 < \sqrt{a} < \sqrt{6^2+8^2} \Rightarrow 4 < a < 100$ - 4 решения

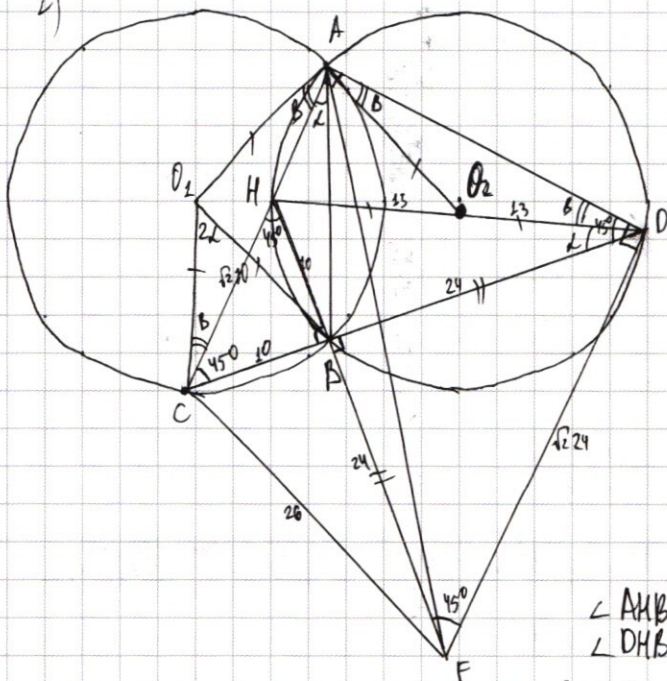
IV при $\sqrt{a} = \sqrt{6^2+8^2} \Rightarrow a = 100$ - 2 решения

$$\begin{cases} x=0 \\ y=0 \\ x=12 \\ y=0 \end{cases}$$

ответ: при $a = \{4; 100\}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

6) 1)



$\angle A = 90^\circ \Rightarrow$ опирается на диаметр

т.к. DH — диаметр и DH — диаметр
как проводят $\perp$ к BD , а B лежит на
окружности, то перпендикуляр
к BD лежит на H

Пусть $\angle ADH = \beta$, а $\angle HDB = \alpha$

Тогда $\angle HAB = \alpha$, т.к. тоже опирается на $\perp$ HV

$\angle CO_1B = 2\alpha$ т.к. центральный и опирается
на дугу CB как и $\angle CAB = \alpha$

$\angle O_1CB = 90^\circ - \alpha$, т.к. $O_1C = O_1B = 13$

$\angle AHB = 90^\circ - \alpha \Rightarrow \angle CHB = \alpha + \beta \Rightarrow \angle HCB = 90^\circ - (\alpha + \beta)$
 $\angle DHB = 90^\circ - \beta$

$\angle ACO_1 = \angle O_1CB - \angle HCB = 90^\circ - \alpha - (90^\circ - (\alpha + \beta)) = \beta \Rightarrow \angle O_1AC = \beta$, т.к. $O_1C = O_1A = 13$
 $\angle CO_1A = 180^\circ - 2\beta$

$\angle O_1AD = \beta$, т.к. $AO_1 = O_1D \Rightarrow \angle ADO_1 = 180^\circ - 2\beta$

Рассмотрим $\triangle CO_1A$ и $\triangle AO_1D$

$\angle CO_1A = \angle AO_1D = 180^\circ - 2\beta$
 $O_1C = O_1A = O_1A = O_1D = R \Rightarrow \triangle CO_1A = \triangle AO_1D \Rightarrow AC = AD$

$\triangle CAD$ — равнобедренный, $\Rightarrow \beta + \alpha = 45^\circ$

$\angle HCB = 90^\circ - (\alpha + \beta) = 45^\circ$
 $\angle CHB = \alpha + \beta = 45^\circ \Rightarrow$

$CB = BH$

$BF = BD$

$\angle HBD = \angle CBF = 90^\circ$

$\Rightarrow \triangle CBF = \triangle HBD \Rightarrow CF = HD = 2R = 26$

Ответ: $CF = 26$

2) $BF = BD \Rightarrow \angle BDF = \angle BFD = 45^\circ \Rightarrow \angle ADF = 90^\circ$

В $\triangle CBF$ $BF = \sqrt{CB^2 - CF^2} = \sqrt{26^2 - 10^2} = 2\sqrt{13^2 - 5^2} = 24 = BD$

В $\triangle ACD$ $CD = 34 \Rightarrow AD = AC = 17\sqrt{2}$

$\angle CAD = \angle ADF = 90^\circ \Rightarrow AC \parallel DF \Rightarrow DA =$ высота $\triangle ACF$, проведенная к $AC \Rightarrow$

$\Rightarrow S_{ACF} = \frac{DA \cdot AC}{2} = \frac{17 \cdot 17\sqrt{2}}{2} = 289$

Ответ: $S_{ACF} = 289$

③ $y > 0$
 $-xy > 0 \Rightarrow xy < 0 \Rightarrow x < 0$ для удобства ~~ко~~ заменим $t = -x$
 $t > 0$

$$\left(\frac{t^y}{y^2}\right)^{\lg y} = t^{\lg ty}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{-t}{-t}\right)^y &= t^y \\ \left(\frac{-t}{-t}\right)^2 &= t^2 \end{aligned}$$

$$2y^2 + ty - t^2 + 4t - 8y = 0$$

Решим 2

$$t^2 - t(4+y) + 8y - 2y^2 = 0$$

$$t = \frac{4+y \pm \sqrt{16+y^2+8y+8y^2-32y}}{2} = \frac{4+y \pm \sqrt{9y^2-24y+16}}{2} = \frac{4+y \pm \sqrt{(3y-4)^2}}{2}$$

$$t = 2y \quad (1)$$

$$t = 4-y \quad (2) \quad 4-y > 0 \Rightarrow y < 4$$

Подставим (1) в первое уравнение

$$\left(\frac{16y^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (2y)^{\lg 2y^2} = (2y)^{\lg 2 + \lg y^2} = (2y)^{\lg 2} \cdot (2y)^{\lg y^2}$$

$$\cancel{16^{\lg y}} \cdot \cancel{y^{2\lg y}} = (2y)^{\lg 2} \cdot (2y)^{\lg y^2} = \cancel{(2y)^{\lg 2}} \cdot \cancel{(2y)^{\lg y + \lg y}} = \cancel{(2y)^{\lg 2}} \cdot \cancel{(2y)^{\lg y}} \cdot \cancel{(2y)^{\lg y}} \cdot 2$$

$$16^{\lg y} = (2y)^{\lg 2} \cdot 2^{\lg y^2} = 2y^{\lg 2} \cdot 4^{\lg y}$$

$$\frac{16^{\lg y}}{4^{\lg y}} = (2y)^{\lg 2}$$

$$4^{\lg y} = (2y)^{\lg 2} = 2^{\lg 2} \cdot y^{\lg 2}$$

$$2^{\lg y^2 - \lg 2} = y^{\lg 2}$$

$$2^{\lg \frac{y^2}{2}} = y^{\lg 2}$$

$$\log_2 \left(2^{\lg \frac{y^2}{2}} \right) = \log_2 y^{\lg 2}$$

$$\lg \frac{y^2}{2} = \log_2 y \cdot \lg 2$$

$$\frac{\lg \frac{y^2}{2}}{\lg 2} = \log_2 y$$

$$\log_2 \frac{y^2}{2} = \log_2 y$$

$$\frac{y^2}{2} = y$$

$$y(y-2) = 0$$

$y=0$ не удов. оз

$$y=2 \Rightarrow t=4 \Rightarrow x=-4$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Подставим (2) в первое уравнение

$$\left(\frac{4-y}{y^2}\right)^{\log y} = (4-y)^{\log(4-y)y}$$

$$\frac{(4-y)^{4\log y}}{(4-y)^{\log(4-y)y}} = y^{2\log y}$$

$$(4-y)^{4\log y - \log(4-y)y} = (4-y)^{\log \frac{y^3}{4-y}} = y^{2\log y}$$

$$\log_{4-y} \left((4-y)^{\log \frac{y^3}{4-y}} \right) = \log_{4-y} y^{2\log y}$$

$$\log \frac{y^3}{4-y} = \log_{4-y} y \cdot 2\log y$$

$$\frac{\log \frac{y^3}{4-y}}{\log y} = \log_{4-y} y^2$$

$$\log_y \frac{y^3}{4-y} = \log_{4-y} y^2 = \frac{\log_y y^2}{\log_y (4-y)} = \frac{2}{\log_y (4-y)}$$

$$\log_y \frac{y^3}{4-y} \cdot \log_y (4-y) = 2$$

$$(\log_y y^3 - \log_y (4-y)) \log_y (4-y) = 2$$

$$(\log_y (4-y))^2 - 3\log_y (4-y) + 2 = 0$$

$$(\log_y (4-y) - 2)(\log_y (4-y) - 1) = 0$$

$$\begin{cases} \log_y (4-y) = 2 \Rightarrow y^2 = 4-y \Rightarrow y^2 + y - 4 = 0 \Rightarrow y = \frac{1 \pm \sqrt{1+16}}{2} \Rightarrow y = \frac{1+\sqrt{17}}{2}, \text{ т.к. } y > 0 \\ \log_y (4-y) = 1 \Rightarrow y = 4-y \Rightarrow y = 2 \end{cases}$$

$$y = \frac{1+\sqrt{17}}{2} \quad t = \frac{8-1-\sqrt{17}}{2} = \frac{7-\sqrt{17}}{2} \Rightarrow x = \frac{2\sqrt{17}-7}{2}$$

$$y = 2 \quad t = 4-2=2 \quad x = -2$$

Ответ:

$$\begin{cases} y=2 \\ x=-4 \\ y=2 \\ x=-2 \\ y=\frac{1+\sqrt{17}}{2} \\ x=\frac{2\sqrt{17}-7}{2} \end{cases}$$

4) Заметим, что данный трехгранный угол с боковыми сечениями угла плоскостно, касающиеся сферы образуют пирамиду с высотой SO , т.к. сечение $\perp SO$

Также меньшее сечение $\perp SO \Rightarrow$ параллельно основанию

$$\text{и } \left(\frac{SO_1}{SO_2}\right)^2 = \frac{S_1}{S_2} = \frac{4}{9}, \text{ т.к. подобные пирамиды}$$

$$\frac{SO_1}{SO_2} = \frac{2}{3} \Rightarrow 2SO_1 = 3SO_2$$

$O_1O_2 = 2R$, т.к. сечения касаются сферы и $\perp R$, проведенному к точке касания

$$SO_1 = 4R \\ SO_2 = 6R$$

K, L и M — перпендикуляры, опущенные из O на боковые грани, причем их длины одинаковы и равны R

Так $OK = R$, $SO = SO_1 + O_1O_2 = 4R + R = 5R$, а $\angle SKO = 90^\circ$, т.к. $OK \perp$ грани

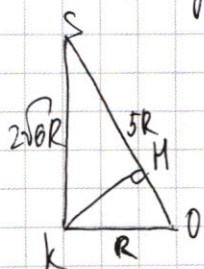
$$\sin \angle KSO = \frac{R}{5R} = \frac{1}{5}$$

$$\text{Ответ: } \angle KSO = \arcsin \frac{1}{5}$$

$$SK = \sqrt{5R^2 - R^2} = 2\sqrt{6}R$$

$$\text{Аналогично } SL = SM = 2\sqrt{6}R$$

KH — перпендикуляр к SO_2 , т.к. $\triangle SKO = \triangle SLO = \triangle SOM$, то MH и LH тоже $\perp SO$



$$\frac{SO}{SK} = \frac{KH}{KO}$$

$$\frac{SO}{SK} = \frac{SK}{SH}$$

$$KH = \frac{R \cdot 5R}{2\sqrt{6}R} = \frac{5\sqrt{6}}{12}R$$

$$SH = \frac{SK^2}{SO} = \frac{24}{5}R = 4,8R$$

$SH \perp KH$
 $SH \perp LH$
 $\Rightarrow SH \perp (KLH)$ $MH \in KLH$, т.к. $(KLH) \perp SH$ и K — общая точка
 $MH \perp SH$

Меньшее сечение $\perp SH \Rightarrow \parallel$ основанию

$$\frac{S_x}{S_2} = \left(\frac{SH}{SO_2}\right)^2 = \left(\frac{24}{5 \cdot 6}\right)^2 = \frac{16}{25}$$

Ответ:

$$S_x = \frac{16}{25} \cdot 9 = \frac{144}{25} = 5,76$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\textcircled{2} \quad \cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} (\cos 7x \cdot \cos 3x - \sin 7x \cdot \sin 3x) = \sin 7x + \sin 3x$$

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 7x \cdot \cos 3x = \sin 7x + \sin 3x + \sin 7x \cdot \sin 3x$$

$$\textcircled{7} \quad \begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

$$85 + (3^{81} - 1)x \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81}$$

$$3^{81}(x - 4) \geq 3^x + x - 85$$

$$f = (3^{81} - 1)x + 85 - 3^x - 4 \cdot 3^{81}$$

при $x = 3$
 $-3^{81} > 27 + 3 - 85$ — не правда

при $x = 4$
 $0 > 3^4 + 4 - 85$ — правда $\Rightarrow$ выполняется при $x \geq 4$

при $x = k$

при $x = k$ $f = 3^{81}(k - 4) - 3^k + k - 85$ $f(k) = (3^{81} - 1)k - 3^k - 4 \cdot 3^{81}$
 $x = k + 1$ $f = 3^{81}(k - 3) - 3^{k+1} + k + 1 - 85$ $f(k+1) = (3^{81} - 1)(k + 1) - 3^{k+1} - 4 \cdot 3^{81}$
 $f(k+1) - f(k) = 3^{81} - 1 - 3^k \cdot 2$

$$\text{н/м } 3^k \cdot 2 + 1 < 3^{81}$$

$$f(k+1) - f(k) \uparrow$$

$$\text{н/м } 3^k \cdot 2 + 1 > 3^{82}$$

$$f(k+1) - f(k) \downarrow$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{x/2} \\ y < 85 + (3^{82} - 1) \cdot x \end{cases}$$

$$8 + (3^{82} - 1)X > 3^X + 4 \cdot 3^{82}$$

$$3^{82}(x-4) > x+3^x-85$$

$$N(x) = 3^{81}$$

$$g'(x) = 1 + \ln x$$

$$Y < 85 + (3^8 - 1)X$$

$$3^{\frac{1}{2}}(x-y) = x + 3^x - 85$$

$$3^x (3^{82x} (x-4) - 1) = x - 85$$

$$X = 4 \quad X = 5$$

$$0 > 4 + 3^4 - 85$$

$$3^8 \geq 5 - 8$$

$$144 \cdot 4 = 400 + 160 + 16 =$$

$$X(3^{82} - 1) - 4 \cdot 3^{82} + 8 > \cancel{144} 3^X 576$$

$$3^{82-1} \quad \quad \quad \ln 3$$

при $x > 5$ выполняется

$$1 + \ln x$$

$$3^{82} > 1 + \ln X$$

$$X = 81 = 3^4 \quad 3^6$$

$$M_X < 3^{81} - 1 \quad 8^4 \cdot 3^{82} - 1 - 4 \cdot 3^{81} + 8 > 3^{81}$$

$$3^2 = 3^3$$

$$3^6 \cdot 3^4 - 3^6 - 4 \cdot 3^4 + 8 > 3^8$$

$$3x(85 + 3^{82}x - x - 3^x + 4 \cdot 3^{82})' = 3^{82} - 1 - \ln 3$$

$$3^{81} > 5 \cdot 3^5 = 15 \cdot 3^5 \Rightarrow \text{neu } x > 5$$

④

16875	5
3375	5
675	5
135	5
27	3
9	3
3	3
1	

$$16875 = 5^4 \cdot 3^3 \cdot 1$$

$5^4 - 5$ вариантов

Z^0 - 3 протона или 3 нейтрона и т.



5 нм. 3 тр. 1 млн

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{3^{x+5} - 3^{x-5}}{3^x(3^{2x} - 2)} = \frac{3^{10} - 3^0}{3^5(3^{10} - 2)} = \frac{3^{10} - 1}{3^5(3^{10} - 2)}$$

1250
16875

$$\ln x \quad e^{x^2} \quad \ln x$$

$$\log_e x = \frac{e^x(e^{\Delta x} - 1)}{e^x}$$

$$= 336 \quad \text{dx}$$

$$336 + 56 = 392 \quad e^{\text{max}}$$

$$\textcircled{2} \quad \cos 7x + \cos 3x = \sqrt{2} \cos^{3x+7x} 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$2(\cos 7x \cdot \cos 3x - \sin 7x \cdot \sin 3x)$$

$$\cos 7x + \cos 3x = \sqrt{2} \cos 7x \cdot \cos 3x = \sin 7x + \sin 3x - \sqrt{2} \sin 7x \cdot \sin 3x$$

$$(\cos 7x - \sin 7x) + (\cos 3x - \sin 3x) = \sqrt{2} (\cos 7x \cdot \cos 3x - \sin 7x \cdot \sin 3x)$$

$$\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}$$

$$2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0$$

$$2(y-2)^2 - (x+2)^2 - 4 - xy = 0$$

$$\frac{x^4 \lg y}{y^2 \lg y}$$

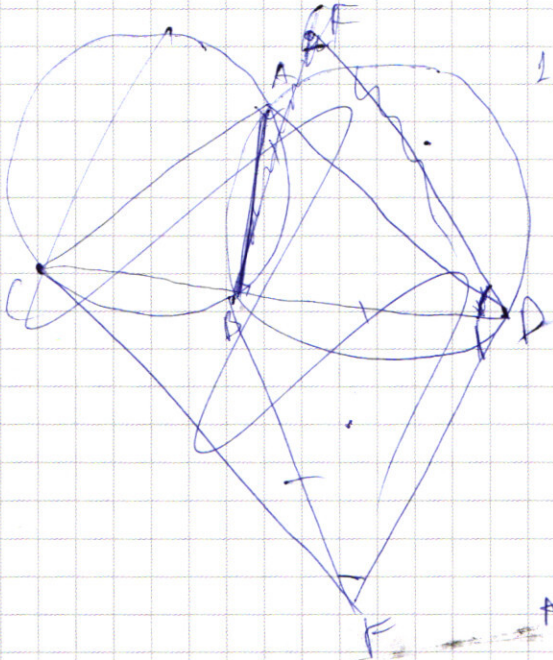
$$y^{2t}$$

$$y = 10^t$$

35 $y > 0$
 $(-xy) > 0$
 $xy < 0$
 $x < 0$
 $y > 0$

$$x < 0 \Rightarrow t > 0$$

$$t = \star$$



$$2BC = 10$$

$$S_{ACF} = ?$$

$$x^4 \lg y = \lg y^2 \lg y \cdot (-x)^{\lg(-xy)}$$

$$\frac{x^4 \lg y}{(-x)^{\lg(-xy)}} = y^2 \lg y$$

$$\frac{2^2}{2^4} = 2^{2-4}$$

$$(x^4) = (-t)^4 = t^4$$

$$\frac{t^4 \lg y}{t^4 t^y} = y^2 \lg y$$

$$t^4 \lg y - \lg t^y = y^2 \lg y$$

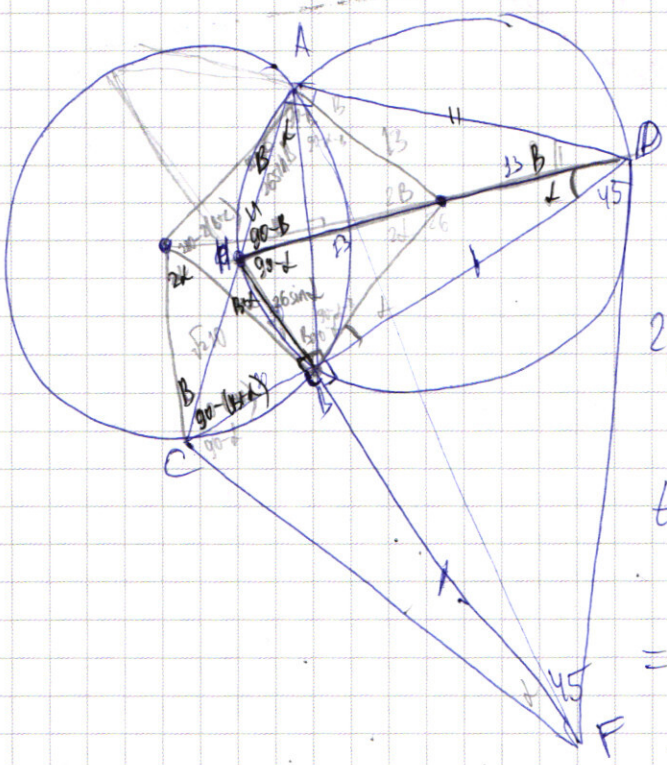
$$t^4 \lg \frac{y}{t^y} = y^2 \lg y$$

$$t^4 \lg \frac{y}{t^y} = y^2 \lg y$$

наблюд. транзит

$$CF = HD = 26$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 170 \\ 70 \\ \hline 2819 \end{array}$$



$$2y^2 + t^4 - t^2 + 4t - 8y = 0$$

$$t^2 - t(4+y) - 2y^2 + 8y = 0$$

$$t = \frac{4+y \pm \sqrt{16+y^2+8y+8y^2-32y}}{2} = \frac{4+y \pm \sqrt{(3y-4)^2}}{2} = \frac{4+y \pm (3y-4)}{2}$$

$$t = \frac{4y}{2} = 2y$$

$$t = \frac{8-2y}{2} = 4-y > 0$$

$$\cos 7x + \cos 3x = 2 \sin 10x \cdot \cos 4x$$

$$I \quad (4-y) \lg \frac{(4-y)^3}{4-y} = y \lg y^2$$

$$(4-y) \lg y^3 - \lg 4-y = y \lg y^2$$

$$\frac{(4-y)^3 \lg y^3}{(4-y) \lg 4-y} = y^2 \lg y^2$$

$$\cdot (y^2) \lg y \cdot (4-y) \lg 4-y = (4-y)^3 \lg y$$

$$y \lg y \quad 10^{\lg y} = y$$

$$\text{Ans } \lg \frac{y^3}{4-y} = \lg_{4-y} y \cdot 2 \lg y$$

$$\frac{\lg \frac{y^3}{4-y}}{\lg y} = \lg_{4-y} y^2$$

$$\lg_{y^2} \frac{y^3}{4-y} = \lg_{4-y} y^2 = \frac{\lg y^2}{\lg_{4-y} y^2}$$

$$\lg_{y^2}$$

$$\log_2 8 = \frac{\log_2 8}{\log_2 2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$I t = 2y$$

$$II t = 4 - y$$

$$I (2y)^{\lg \frac{y^2}{2}} = y^{\lg y^2}$$

$$2y^{\lg \frac{y^2}{2}} = y^{\lg y^2}$$

$$\lg \frac{y^2}{2} \cdot \lg y^2 = \lg y^2 \cdot \lg t - \lg 2$$

$$- \text{на } \frac{(16y^4)^{\lg y}}{(2y)^{\lg 2y^2}} = y^{2\lg y}$$

$$\lg_2 8 = \frac{\lg_2 8}{\lg_2 2}$$

$$(2y)^{\lg \frac{y^4}{2y^2}} = y^{2\lg y}$$

$$(2y)^{\lg \frac{y^2}{2}} = y^{\lg y^2}$$

$$2y^{\lg y^2 - \lg 2} = y^{\lg y^2}$$

$$\frac{(2y)^{\lg y^2}}{(2y)^{\lg 2}} = y^{\lg y^2}$$

$$2^{\lg y^2} = 2^{\lg 2} \cdot y^{\lg 2}$$

$$2^{\lg \frac{y^2}{2}} = y^{\lg 2}$$

$$\lg \lg_2 \left(2^{\lg \frac{y^2}{2}} \right) = \lg_2 (y^{\lg 2})$$

$$\lg \frac{y^2}{2} = \lg_2 (y^{\lg 2}) = \lg_2 y \cdot \lg 2$$

$$\frac{\lg \frac{y^2}{2}}{\lg 2} = \lg_2 y$$

$$\lg_2 \frac{y^2}{2} = \lg_2 y$$

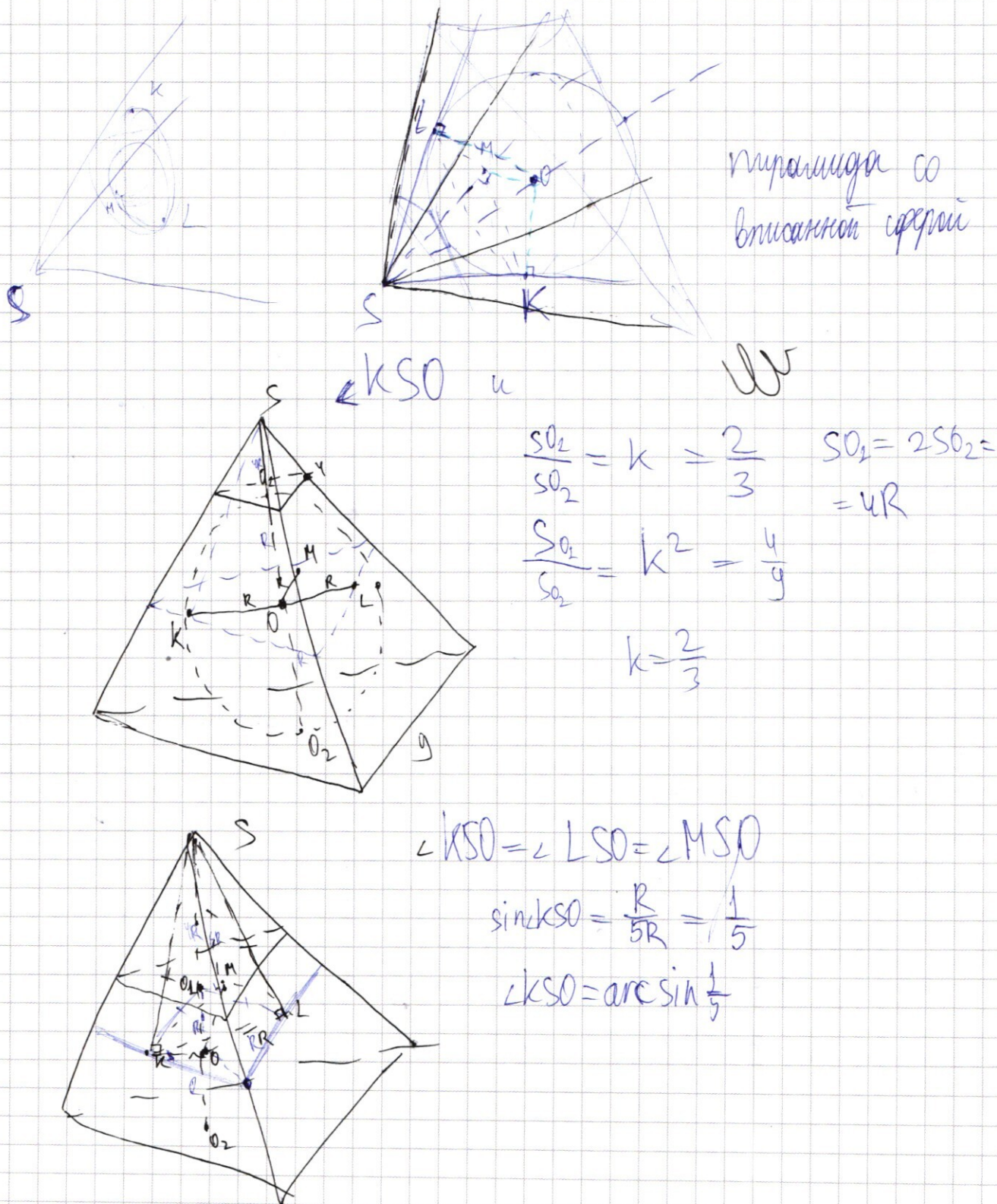
$$\frac{y^2}{2} = y$$

$$y \left(\frac{y}{2} - 1 \right) = 0$$

$$y = 0$$

$$y = 2 \quad x = -4$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$|x-6-y| + |x-6+y| = 12$$

$$y \geq x-6, x+y \geq 6$$

$$y-x+6 + y+x-6 = 12$$

$$y = 6$$

$$x+y \geq 6$$

$$x \leq y+6 \leq 12$$

$$-1 \quad x \geq 6-y = 0$$

$$|11-6-8| + |11-6+6| = 12$$

$$y \leq x-6$$

$$x \geq y+6$$

$$x+y \geq 6$$

$$x+y \geq 6$$

$$x-6-x+6 + x+y-6 = 12$$

$$2x = 24$$

$$x = 12$$

$$y \leq 6$$

$$y \geq 6-x = -6$$

$$x+y \leq 6$$

$$x-6-y + 6-x-y = 12$$

$$-2y = 12$$

$$y = -6$$

$$x \geq 0$$

$$x \leq 6+6 = 12$$

6 раз от a

a при a ≤ 4 $\emptyset$

при a=4 2 решения $x=6 \quad y=6 / -6$

при $100 > a > 4$ - 4 решения

при a > 100 $\emptyset$