

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО М

11 класс

ВАРИАНТ 7

ШИ

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 5| + |y - x + 5| = 10, \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

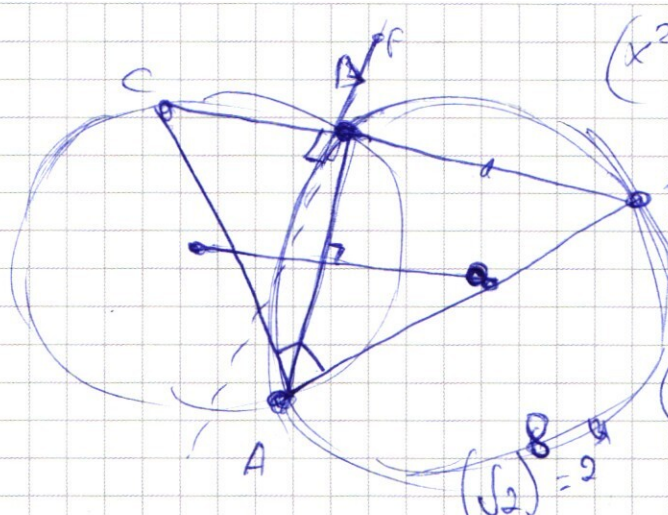
6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
- б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF .

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$(x^2 y^4) \ln x$
 $f = y \ln y^{\frac{1}{x^2}} \cdot (x^2 \cdot 2^4 x^4)^{\ln x}$
 $0 = \ln y^{\frac{1}{x^2}} \ln \frac{2^4}{x^6} + \ln x^6 \ln \frac{2^4}{x^6}$
 $(x^6 \cdot 2^4)^{-\ln x} = 2x^{\frac{2}{x^6}}$
 $(16x^6)^{-\ln x} = 2x^{\frac{2}{x^6}}$
 $(16x^6)^{-\ln x} - 2x^{\frac{2}{x^6}} = 0$
 $(-2x+y)(x+y-4) = 0$
 $(y-2x)(x+y-4) = 0$
 $-2x^2 - 2xy + 8x + yx + y^2 - 4y = 0$
 $y = 3$
 $y = 2x$
 $(3^4)^{\ln 3} = 3^{\ln 3}$
 $(x^2 \cdot (2x)^4)^{-\ln x} = 2x^{\ln \frac{2^4}{x^6}}$
 $-\ln x \cdot \ln(2^4 \cdot x^6) = \ln 2^4 \cdot \ln \left(\frac{2}{x^6} \right)$
 $(x^6 \cdot 2^4)^{-\ln x} = \left(\frac{2}{x^6} \right)^{\ln 2x}$
 $\ln x^6 \cdot 2^4 (\ln x^2) = \ln \frac{2}{x^6} \cdot \ln 2x$
 $(\ln x^6 + 4 \ln 2)(\ln x^2) = (\ln 2 - \ln x^6)(\ln 2 - \ln x)$
 $\ln x^6 \cdot \ln x^2 + 4 \ln 2 \ln x^2 = \ln 2 - \ln 2 \ln x^6 - \ln 2 \ln x + \ln x^6 \ln x$

$$(y-2x)(x+y-4)=0$$

$$y=2x \Rightarrow \frac{y}{x} = 2$$

$$\left(\frac{y^2}{x^2} \cdot \frac{y^4}{x^4} \right)^{-\ln \frac{y}{x}}$$

$$(x^2 \cdot 2^4 \cdot x^4)^{-\ln x} = (2x)^{\ln \frac{2}{x^6}}$$

$$x^{-\ln x^6 \cdot 2^4} = 2x^{\ln \frac{2}{x^6}} = 2x^{\ln 2 - \ln x^6} = 2x^{\ln 2 - 6 \ln x} = (y \cdot x^{-7})^{\ln y}$$

$$x^{-\ln x^6} \cdot x^{2^4} = (2x)^{\ln 2} \cdot (2x)^{-\ln x^6} \cdot 2^{-\ln x^6} = y^{\ln y - 7 \ln x} = y^{\ln y - 2 \ln x - 2 \ln x} = \frac{\ln y}{x^2} = x^{-2} \cdot y^{\ln y}$$

$$(2^2 \cdot 2^4)^{-\ln 2} = 4^{\ln \frac{2}{2^7}} = \ln 2^{-5} y^{\ln y - 7 \ln x}$$

$$(2^{10})^{-\ln 2} = 2^{\ln 2 \cdot 10} = 2^{10 \ln 2} = x^{2 \ln x} \cdot x^{-4 \ln y} = x^{2(\ln x + 2 \ln y)} = x^{2 \ln x + 4 \ln y}$$

$$x^{-2 \ln x - 4 \ln y}$$

$$((4-y)^2 \cdot y)^{-\ln(4-y)} = y^{\ln(4-y)^2}$$

$$(4-y)^{-2 \ln(4-y)} \cdot y^{-4 \ln(4-y)} = y^{\ln y} \cdot y^{-3 \ln(4-y)}$$

$$\ln(4-y) \cdot (2 \ln(4-y)) = y^{\ln y} \ln(4-y) (3 \ln y)$$

$$3 \ln^3 y = 2 \ln(4-y) \quad (y=3) \Rightarrow 2 \ln^3 3 = 2 \ln 3$$

$$\log_y(4-y) \cdot 2 \ln(4-y) = \ln y \cdot 3 \ln(4-y)$$

$$2 \log_y(4-y) \cdot \frac{\ln(4-y)}{\ln y} = 3 \log_y(4-y)$$

$$2 \log_y^2(4-y) = 3 \ln(4-y) \ln y^2$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\ln(4-y) \cdot 2 \ln(4-y) \cdot \ln y \neq \ln(4-y) = \ln y \cdot \ln y \cdot \ln(4-y)$$

$$3^{-2 \ln 3} \cdot 1 = 1 \cdot 3^0$$

$$y^{\ln y + 4 \ln(4-y)} = (4-y)^{7 \ln y - \ln(4-y)^2}$$

$$y^{\ln y (4-y)^4} = (4-y)^{\ln \frac{y}{4-y}}$$

$$y^{\ln y} \cdot y^{\ln(4-y)^4}$$

$$(4-y)^{4 \ln y} = (4-y)^{7 \ln y}$$

$$2^{-2 \ln 2} \cdot 2^{-4 \ln 2} = 2^{\ln 2} \cdot 2^{-7 \ln 2}$$

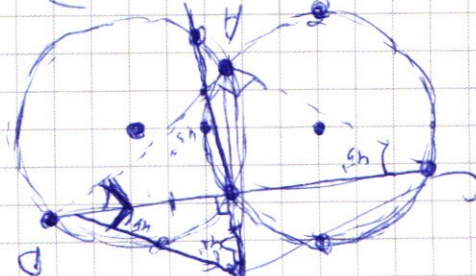
= sin

$$\sqrt{2} \sin 7x - (\sqrt{2} \cos 2x + \sqrt{2} \sin 2x) = 0$$

$$\sqrt{2} \sin 7x$$

$$2 \sin 7x - \sqrt{2} (\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

$$\frac{\cos^2 2x + \sin^2 2x}{2} \leq \frac{\cos^2 2x + \sin^2 2x}{\sqrt{2}} \sqrt{2}$$



$$\sqrt{2} \sin 7x = \sqrt{(\sin 4x \cdot \cos 3x + \cos 4x \cdot \sin 3x) + \cos 4x \cdot \sin 4x}$$

$$|x+y+5| + |y-x+5| = 10$$

$$\begin{aligned} \geq: & 2y=0 \Rightarrow y \geq -5 \\ & x \leq 5 \end{aligned}$$

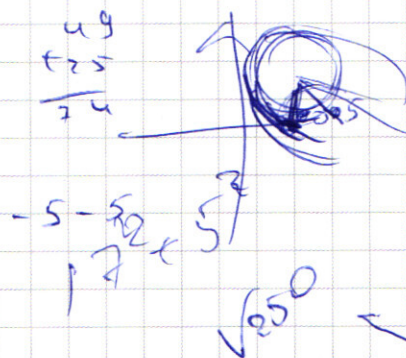
$$x=12 \quad (x-12)^2 + (y-5)^2 = 1$$

$$\leq: -x-y-5 = -y+x-5 = 10$$

$$\leq: -2y=20 \Rightarrow y=-10 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x \leq 5 \\ x \geq -5 \end{cases} \quad 12, 5$$

$$\begin{aligned} & 5, -5 \\ & (5-4)^2 + (y-5)^2 = 12 \\ & \frac{49}{25} + \frac{25}{25} = \frac{74}{25} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \geq: & x+y+5 - y+x-5 = 10 \\ & 2x=10 \end{aligned}$$

$$y \geq -5$$

$$y \leq -5$$

$$x+y+5 - y+x-5 = 10$$

$$2x=10 \Rightarrow x=5$$

$$(0, -5)$$

$$y \geq -10$$

$$y \leq 0$$

$$(x-12)^2 +$$

$$(x)^2 + (y)^2$$

$$x > 0$$

$$y > 0$$

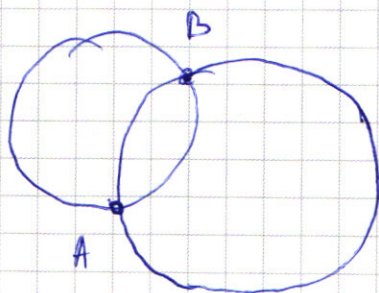
$$(x-12)^2 + (y-5)^2 = a$$

$$x < 0$$

$$y < 0$$

$$-(x-12) + (-y-5)$$

$$(x+12)^2 + (5+y)^2$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r} 9261 \overline{) 9} \\ \underline{0} \\ 0 \\ \underline{18} \\ 81 \end{array}$$

$$29(30-1) \cdot 9 = 270 \cdot 9 = 243$$

$$\begin{array}{r} 343 \overline{) 7} \\ \underline{28} \\ 63 \end{array}$$

$$(50-1) \cdot 7 = 350 - 7 = 343$$

$$9261 = 3^2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7^2$$

$$\begin{array}{r} \times 343 \\ 3 \\ \hline \times 1029 \\ 9 \end{array}$$

$$8 \cdot 7$$

$$3 \cdot 3$$

$$\begin{array}{l} 9-1 \\ 3-7 \\ 3-1 \end{array}$$

$$\frac{8!}{3!2!3!} + \frac{8!}{2!3!}$$

$$(x+12)^2 + (y-5)^2 = 36$$

$$\begin{array}{l} 1-3 \\ 1-9 \\ 3-7 \\ 3-1 \end{array}$$

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$-2 \sin 2x \cdot \sin 7x - \sqrt{2} \cos 4x + 2 \cdot \sin 7x \cdot \cos 2x = 0$$

$$- \sqrt{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x)$$

$$-2 \sin 2x \cdot \sin 7x - \sqrt{2} \cos^2 2x + \sqrt{2} \sin^2 2x + 2 \sin 7x \cdot \cos 2x = 0$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) + \sqrt{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0$$

$$(\cos 2x - \sin 2x) (2 \sin 7x - \sqrt{2} (\cos 2x + \sin 2x)) = 0$$

$$2 \sin 7x - \sqrt{2} \cos 2x + \sqrt{2} \sin 2x$$

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(yx^7)} \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 \quad \pm xy \end{cases}$$

$$(y^2 - x^2)^2 = y^2 + x^2 - 2xy \quad -xy + x^2 + y^2 - x^2$$

$$(y - x)^2 + xy - 3x^2 + 8x - 4y$$

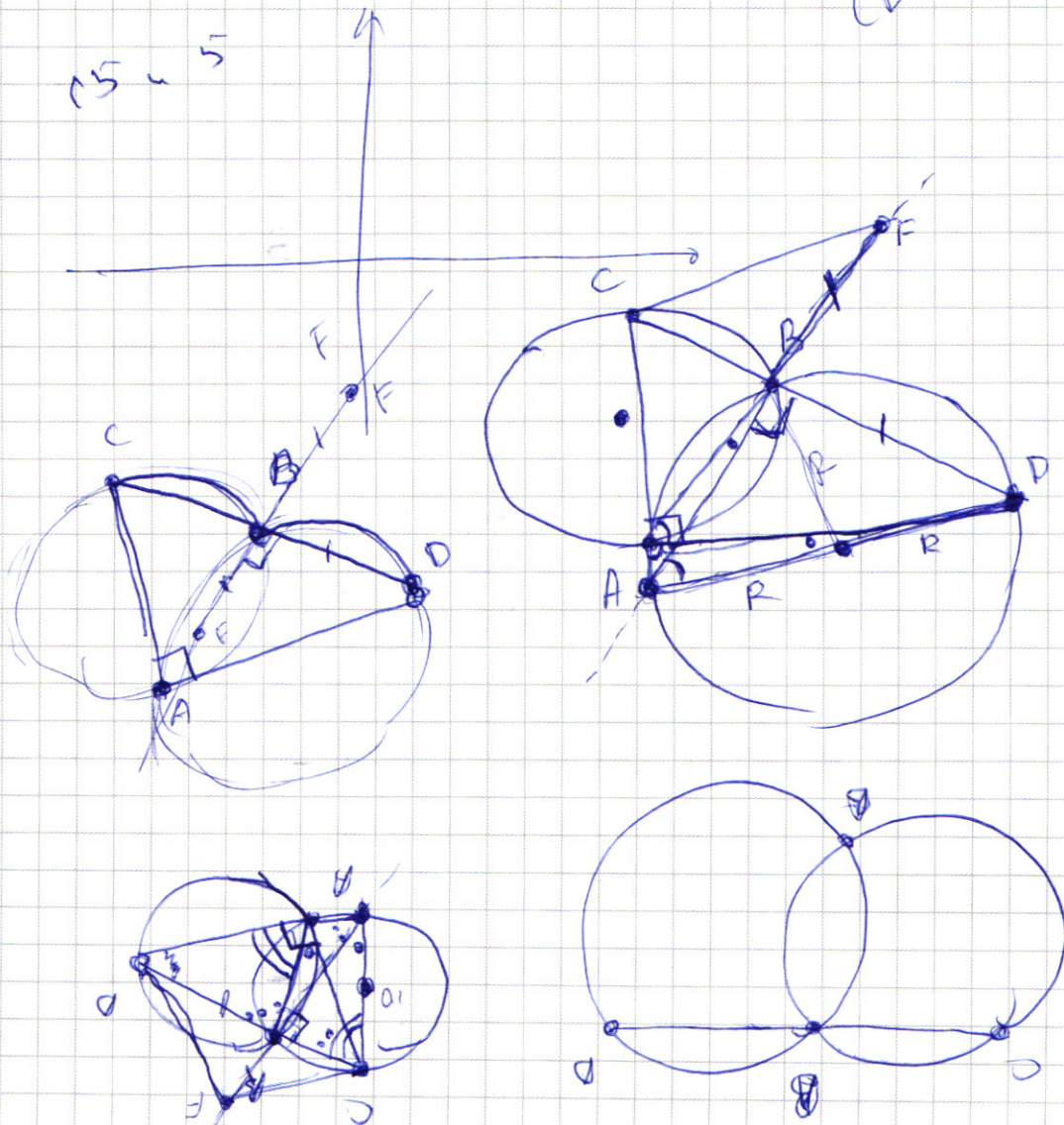
$$y(y-x) \quad y^2 - x^2 - xy - x^2 + 4x - 4y + 4x$$

$$|x+y+5| + |y-x+5| = 10$$

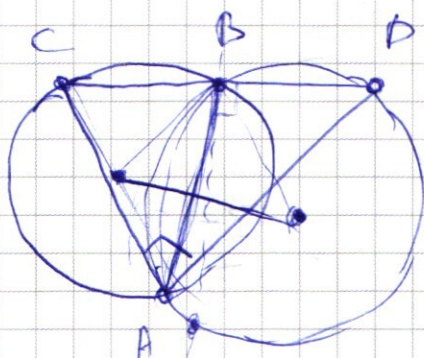
$$|x+y-(-5)| + |(y-x)-(5)| = 10$$

$CB, CP = AP, CP$

$15 \sim 5$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \\ 2 \sin 7x - 52 \sin 2x \end{cases}$$

$x \geq 0$

$$y \geq 2^k (1 + 3 \cdot 2^{34-k})$$

$$\frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 3}$$

$$2 \sin 7x - 2 \sin 2x \cos 5x + 2 \cos 2x \cdot \sin 5x - 52 \cos 32x$$

$$= 20 \cdot 7 \cdot 8$$

$$y < 76 + 2(2^{32} - 1)k$$

$$= 20 \cdot 50$$

$2 \cdot 3$

$$76 + 2^{33} - 2x - 2^x - 3 \cdot 2^{34}$$

$$2^k + 3 \cdot 2^{34} \sqrt{76 + 2k \cdot 2^{33} - 2k}$$

$$2^{33} (6 - x) \sqrt{76 - 2x - 2^x} \quad 20 \cdot 56$$

$$(50 - 1) \cdot 7 =$$

$$350 - 7 \quad x \in [1, 6] \geq$$

$$= 343$$

$$\begin{array}{r} 49 \\ \times 7 \\ \hline 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 343 \\ \times 27 \\ \hline 27 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 401 \\ \times 2 \\ \hline 802 \\ + 6 \\ \hline 9261 \end{array}$$

$$-2^{35} \sqrt{76 - 20 - 2^{10}}$$

$$\frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{12 \cdot 3} \cdot \frac{56}{11 \cdot 2} = 560$$

$$\frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 3 \cdot 2}$$

$$-2^{33} \cdot 14 \sqrt{76 - 40 - 2^{10}}$$

$$\frac{20 \cdot 560}{11 \cdot 20}$$

$$-2^{33} (6 + 27) \sqrt{76 - 2 \cdot 38 - 2^{33}}$$

$$\sqrt{2} \sin 7x - \cos 2x - \sin 2x \cdot 2^{33} = 2 \cdot 7 \sqrt{10 - 2^{33}}$$

$$\frac{1420 + 560}{1620}$$

$$-2^{33} \cdot 28 \sqrt{}$$

$$-2^{38} \cdot 32 = -2^{38}$$

$$|x+y+5| + |y-x+5| = 10$$

$$1) \begin{cases} x+y+5 \geq 0 \\ y-x+5 \geq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2y = 0 \Rightarrow y = 0$$

$$\begin{cases} x \geq -5 \\ x \leq 5 \end{cases} \xrightarrow{\text{или}} x \in [-5; 5]$$

$$2) \begin{cases} x+y+5 \leq 0 \\ y-x+5 \leq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow -2y - 10 = 10$$

$$(y = -10)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \leq 5 \\ x \geq -5 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x+y+5 \geq 0 \\ x-y+5 \leq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x+y+5 - y+x-5 = 10$$

$$2x = 10 \Rightarrow x = 5$$

$$\begin{cases} y \geq 10 \\ y \leq 10 \end{cases}$$

$$x+y+5=0$$

$$|y+5| = \sqrt{12^2 - ((x-12)^2 + 5)}$$

$$4) \begin{cases} x+y+5 \leq 0 \\ x-y+5 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y \leq -x-5 \\ y \leq x-5 \end{cases} \Rightarrow y = 0$$

$$-x-y-5 + y-x-5 = 10$$

$$-2x = 10 \Rightarrow x = -5$$

$$(x-12)^2 + (y-5)^2 = 0$$

$$|x|^2 + |y|^2 = 0$$

$$\begin{pmatrix} -4; 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1; -4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -3; -2 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1; -6 \end{pmatrix}$$

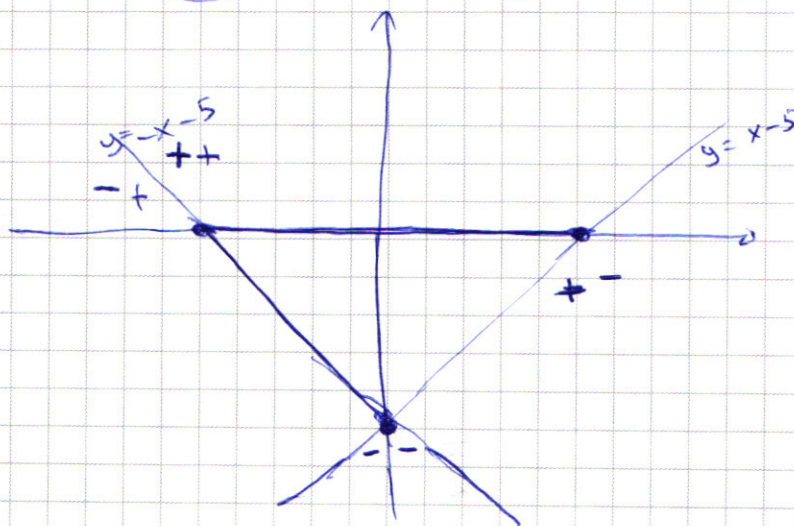
$$\begin{pmatrix} -4; 0 \end{pmatrix}$$

$$y = -x - 5$$

$$y = x - 5$$

$$y \geq -x - 5$$

$$y \leq x - 5$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1.

$9261 = 3^3 \cdot 7^3 \Rightarrow$ у нас могут быть числа, содержащ.
цифры 9, 3, 7, 7, 7, 1, 1, 1. (1)

и числа с цифрами 3, 3, 3, 7, 7, 7, 1, 1. (2)

кон-во чисел (1) ^{и (2)} посчитаем по формуле

перестановки с повторениями: $P_{(1)} = \frac{8!}{3!3!} = 1120$

$$P_{(2)} = \frac{8!}{3!3!} = 560$$

$$P_{\text{итог}} = 1120 + 560 = 1680$$

Ответ: 1680.

№ 2. $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$

$$\underbrace{-2 \sin 2x \cdot \sin 7x}_{\text{}} - \sqrt{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x) + \underbrace{2 \sin 7x \cdot \cos 2x}_{\text{}} = 0$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0$$

$$(\cos 2x - \sin 2x) (2 \sin 7x - \sqrt{2} (\cos 2x + \sin 2x)) = 0$$

$$\cos 2x = \sin 2x$$

$$\tan 2x = 1 \Rightarrow$$

$$2x = \frac{\pi}{4} + \pi k \Rightarrow \boxed{x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2} \quad k \in \mathbb{Z}} \quad \text{решение}$$

$$2 \sin 7x - \sqrt{2} \cos 2x - \sqrt{2} \sin 2x = 0$$

№3.

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^2)} & (2) \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 & (1) \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow (y-2x)(x+y-4) = 0$$

$$\begin{cases} y=2x \\ x+y=4 \end{cases} \rightarrow \text{подставим во (2)}$$

$$(x^2 \cdot 2^4 x^4)^{-\ln x} = (2x)^{\ln(\frac{2}{x^6})} \quad (3)$$

лог. $\begin{cases} -\log b^c = -\log b^a \\ a = c \end{cases}$ — доказател. возведем логарифм по основанию b от обеих частей.

$$\log_b a \cdot (-\log b^c) = \log_b b^c \cdot (-\log b^a)$$

(7.70)

$$(3) \Leftrightarrow \frac{-\ln x^6 \cdot 2^4}{x} = 2^{\frac{2}{\ln x^6}} \cdot x^{\frac{2}{\ln x^6}}$$

$$\frac{-(\ln x^6 + \ln 2^4)}{x} = 2^{\frac{2}{\ln x^6}} \cdot (\ln 2 - \ln x^6)$$

$$\frac{-\ln x^6}{x} \cdot x = 2^{\frac{2}{\ln x^6}} \cdot x^{\ln 2} \cdot \frac{-\ln x^6}{x} \quad (x=0 \text{ — не решение})$$

по 003
 $\ln x \neq 0 \Rightarrow x > 0$

$$\frac{-4\ln 2 - \ln 2}{x} = 2^{\frac{2}{\ln x^6}} \cdot x^{\ln 2}$$

$$\left(\frac{-5\ln 2}{x}\right)^5 = 2^{\frac{2}{\ln x^6}}$$

$$\frac{-\ln x \cdot 5}{2} = 2^{\frac{2}{\ln x^6}} \Rightarrow$$

$$-5\ln x = \ln x^{\frac{2}{x^6}} \Rightarrow \ln x^{-5} = \ln x^{\frac{2}{x^6}} \Rightarrow x^{-5} = 2 \cdot x^{-6}$$

теперь подставим $x = 4 - y$

$$(2; 4)$$

$$1 = 2 \cdot x^{-1} \Rightarrow x = 2 \Rightarrow y = 4$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{aligned}
 x &= 4 - y \\
 ((4-y)^2 \cdot y^4)^{-\ln(4-y)} \cdot \ln \frac{y}{(4-y)^7} &= y \\
 (4-y)^{-2\ln(4-y)} \cdot y^{-4\ln(4-y)} &= (y \cdot (4-y)^7)^{\ln y} \\
 (4-y)^{-2\ln(4-y)} \cdot y^{-4\ln(4-y)} &= y^{\ln y} \cdot (4-y)^{-7\ln y} \\
 y > 0 \quad \left(\text{т.к. } \ln(2) > 0 \right)
 \end{aligned}$$

$y=2$ — не решение (подстановка)

$y=4$ — не решение, т.к. тогда $x=0$.

$y=3$ — не решение (подстановка)

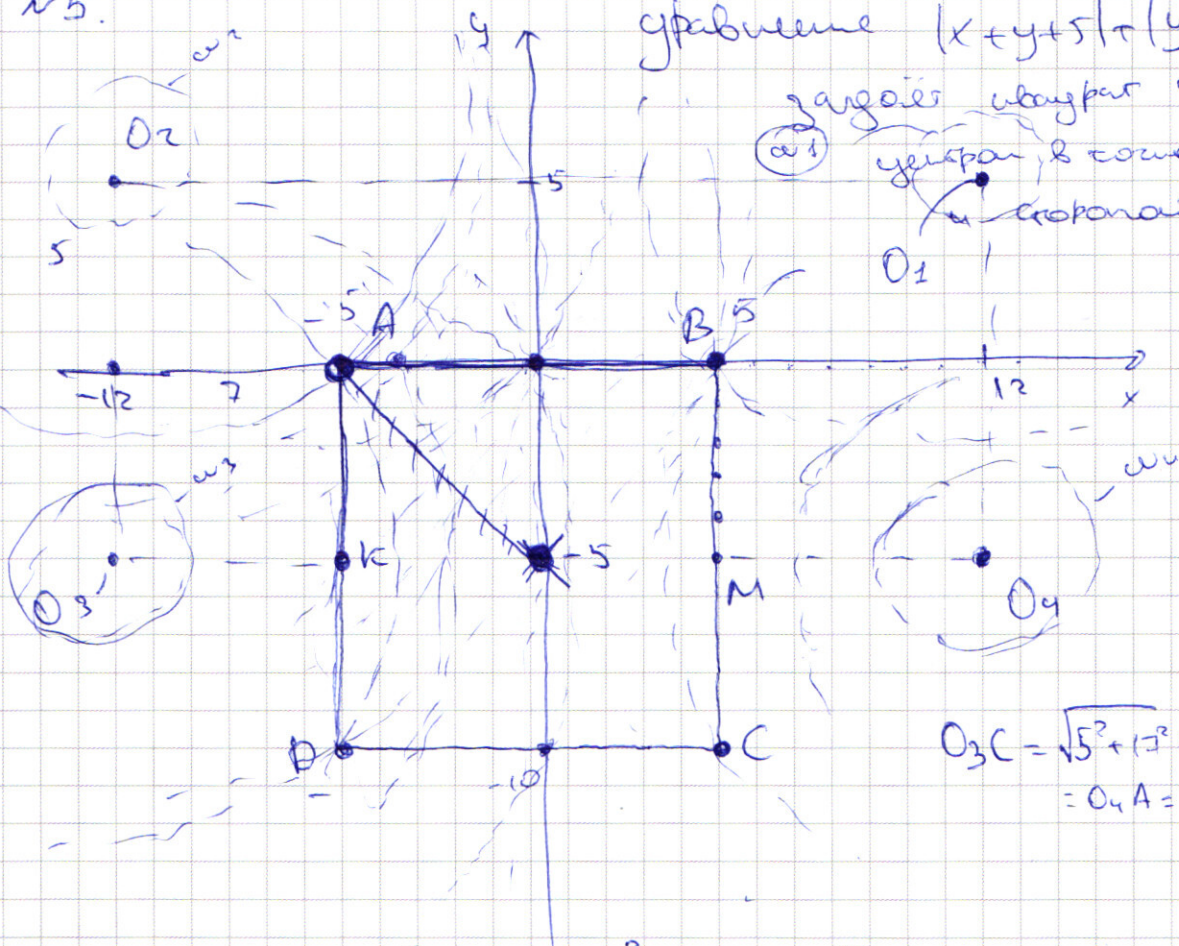
~~ln от обеих частей~~ $y=2$ — решение, $\Rightarrow x=2$

Ответ: $(2; 2); (4; 4)$

№5.

уравнение $|x+y+5| + |y-x+5| = 10$

задаёт квадрат с
центром в точке $(0; -5)$
сторонами равной 10.



$$O_3C = \sqrt{5^2 + 15^2} = O_3B = O_2B = O_4A = O_4D$$

уравнение: $(x+12)^2 + (y+5)^2 = a$

задаёт 4 окружности с центрами в точках

$O_1(12; 5), O_2(-12; 5), O_3(-12; -5), O_4(12; -5)$

$O_1(12; 5), O_2(-12; 5), O_3(-12; -5), O_4(12; -5)$

и радиусам равным $\sqrt{a}$ ($a > 0$)

при $a \leq 0$ — нет решений

при $a = 0$ — нет решений.

$$O_2A = \sqrt{7^2 + 5^2} = \sqrt{74}$$

$$O_3A = O_2A = O_1B = O_4B$$

$O_3K = \sqrt{49} \Rightarrow$ радиус a равен 49 , т.е.

тогда даётся два решения и координаты окружностей

K и M в т. K и M

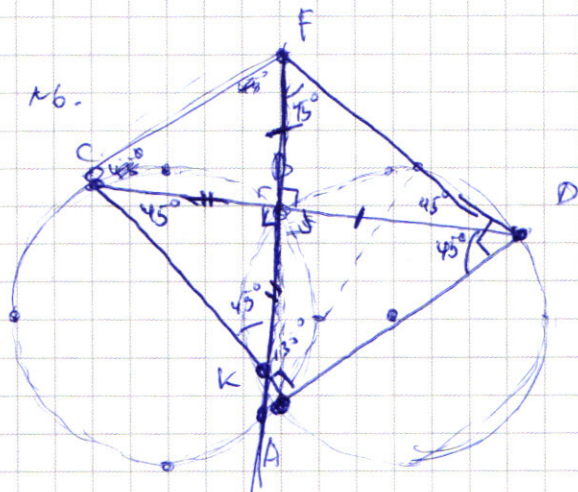
при $a < 49$ — решений нет, т.е. окружности не пересекут квадрат

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

минимальное расстояние от центров окружностей до квадрата равно π , если радиусы окружностей меньше единицы, то очевидно, что они не пересекут квадрата. При $a = 49$ — окружности ω_1 и ω_2 касаются квадрата. После этого будет 4 решения, т.е. окружности ω_3 и ω_4 будут касаться квадрата. Так будет до момента $a = \pi^2$ ($R = \sqrt{\pi^2}$). Тогда окружность ω_3 пройдет через т. А и В, окружность ω_4 — через т. В и т. С, окружность ω_1 через т. В и окружность ω_2 в т. А. будет решение при $a = \pi^2$. При $a > \pi^2$ будет 4 решения. Дополним это пусть ω_3 пересекает квадрат и ось Ox в т. X. $XO_3 = XO_2 \Rightarrow$ они пересекают квадрат в одной точке. Аналогично будет с окружностями O_1, O_4 . ω_3 и ω_1 еще пересекут квадрат по крайней мере $y = -10$. Так будет до момента, когда $a \neq 144$. В этот момент на текущий фронт еще не вошли две окружности (прикасающиеся к оси Oy). В первый раз этот фронт при $a \geq 25$ (прикасающиеся к оси Ox). Аней. Так и будет до момента $a = 5^2 + 12^2 = 169$. В этот момент будет два решения, т.е. $O_2O = O_1O =$
 $O_3O = O_4O = 13$. После этого момента при дальнейшем

увеличить а окружности из и на не будут
 пересекаются, т.к. радиусы перпендикулярны им, поэтому
 в этих двух окружностях существуют. (где $u, v: x, y > 0$, при $a > 13$
 некоторые части фигуры не
 попадают под окружности
 $\Rightarrow$ дуги
 этих
 окружностей!

Ответ: $a = 169$
 $a = 49$



окружности равны $\Rightarrow$

дуга BA по которой
 пересекаются окружности

$$\text{равны} \Rightarrow \angle BDA = \angle BCA = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$$

$\parallel$

$$CA = AD$$

$$\angle BKA = \angle BKC$$

$$\angle FBD = 90^\circ, BD = BF \Rightarrow \angle BFD = \angle BDF = 45^\circ$$

$$\angle FDA = \angle FDB + \angle BDA = 90^\circ \Rightarrow FD \parallel CA \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle BKC = \angle BFD = 45^\circ \text{ (накрест. углы)}$$

$$\angle DCK = \angle BDF = 45^\circ \Rightarrow$$

№7.

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2 \cdot (2^{32} - 1)x \end{cases}$$

сравним числа $2^x + 3 \cdot 2^{34}$
 $2^x + 3 \cdot 2^{34} \vee 76 + 2^{33} - 2x$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2^x + 3 \cdot 2^{34} \geq 76 + 2^{33}x - 2x$$

$$2^x + 3 \cdot 2^{33} (6 - x) \geq 76 - 2^x x$$

$$2^x + 2 \cdot 3 \cdot 2^{33} \geq 76 - 2x$$

$x \geq 0$

~~доказываем~~

А что будет при $x < 0$?

ну, очевидно, что при $x \in [0; 6]$ $\geq$

при $x = 6$ $\leq$, при $x \geq 6$ $<$ до момента, пока

$$x = 38: 2^{38} + 2^{33} \cdot 5 \geq 76 - 2 \cdot 38$$

затем пока ~~доказываем~~

$$\underbrace{2^{39} - 2^{33} \cdot 433}_{2^6 \cdot 33 > 0} > \underbrace{76 - 2 \cdot 39}_{< 0}$$

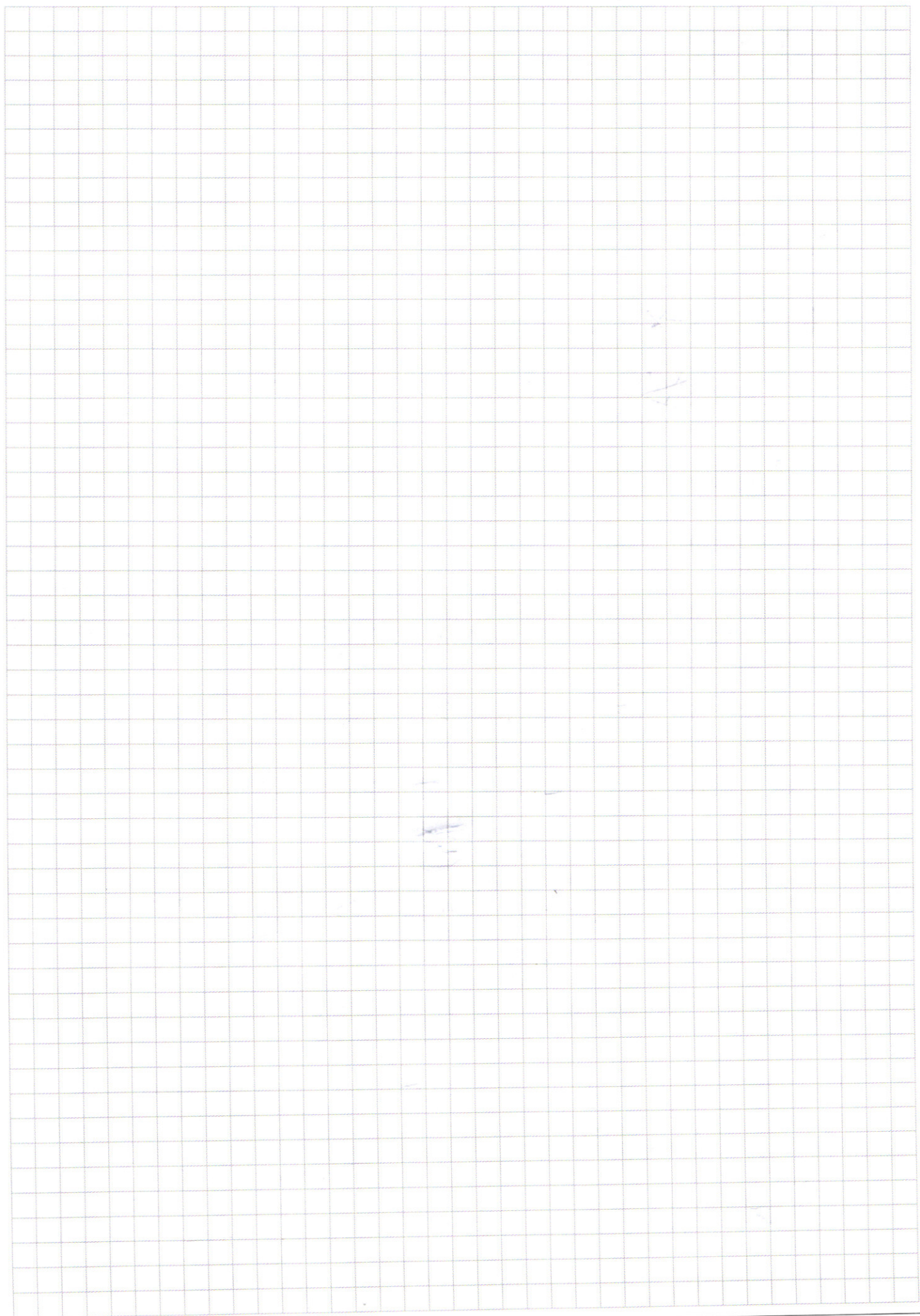
поэтому интересуемся $x \in [6; 38]$

при $x < 0$ $3 \cdot 2^{34} > 76 + 2^{33}x - 2x$ — не так совсем не подходит.

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y \leq 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

$$x \in [6; 38]$$

не удалось доказать



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)